



**FACULTAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS  
CECESS**

**TESIS EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE MÁSTER EN CIENCIAS  
PEDAGÓGICAS**

**LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS CON FINES DIDÁCTICOS EN  
ESTUDIANTES DE FORMACIÓN PEDAGÓGICA**

**AUTOR: Lic. Keylán Roilandy Santos San Martín**

**FEBRERO 2023**



**FACULTAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS**  
**CECESS**

**TESIS EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE MÁSTER EN CIENCIAS  
PEDAGÓGICAS**

**TÍTULO: LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS CON FINES  
DIDÁCTICOS EN ESTUDIANTES DE FORMACIÓN PEDAGÓGICA**

**AUTOR: Lic. Keylán Roilandy Santos San Martín**

**TUTORES: Dr. C. Mayuli Conesa Santos. Profesora Titular.**

**Dr. C. Elio Tomás Montes de Oca Companioni. Profesor Titular.**

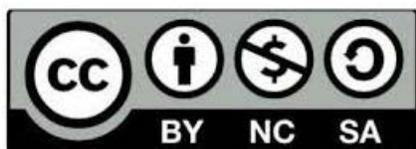
**FEBRERO 2023**

## Copyright©UNISS

Este documento es Propiedad Patrimonial de la Universidad de Sancti Spíritus “José Martí Pérez”, y se encuentra depositado en los fondos del Centro de Recursos para el Aprendizaje y la Investigación “Raúl Ferrer Pérez”, subordinado a la Dirección General de Desarrollo 3 de la mencionada casa de altos estudios.

Se autoriza su utilización bajo la licencia siguiente:

**Atribución- No Comercial- Compartir Igual**



Para cualquier información, contacte con:

Centro de Recursos para el Aprendizaje y la Investigación “Raúl Ferrer Pérez”.  
Comandante Manuel Fajardo s/n, esquina a Cuartel, Olivos 1. Sancti Spíritus. Cuba. CP.  
60100

Teléfono: **41-334968**

# PENSAMIENTO



*“El educador no debe sentirse nunca satisfecho con sus conocimientos. Debe ser un autodidacta que perfeccione permanentemente su método de estudio, de indagación, de investigación”.*

***FIDEL CASTRO***

*(7 de julio 1981)*

## **AGRADECIMIENTOS**

A los que de una forma u otra colaboraron:

- A José Manuel Suárez Meana por orientarme y brindarme las vías para emprender este camino.
- A mis tutores la Dr. C. Mayuli Conesa y el Dr. C. Elio Montes de Oca por sus instruidas y concretas orientaciones, sus, acertadas revisiones y estímulo constante.
- A mis profesores de la maestría por brindarme sus conocimientos y sostén absoluto
- A todas las personas que siempre han confiado en mí.
- A todos los que me tendieron su mano sin vacilar, en los momentos en que necesité ayuda.

## DEDICATORIA

- A mis hijos Kayla María y Denis Kaleb, por quererme ilimitadamente y compartir conmigo los momentos más felices que he tenido.
- A mi esposa Yanisleidy por apoyarme constantemente.
- A mi familia por el valioso sostén en momentos claves.

## RESUMEN

El trabajo trata un problema actual, relacionado con las insuficiencias que presentan estudiantes que se forman como futuros maestros al llegar a tercer año de la especialidad, particularmente en el desarrollo de la asignatura Didáctica de la Matemática no conocen, qué es un problema matemático, los tipos que existen atendiendo a los niveles de dificultad y su estructura, así como los significados prácticos de las operaciones en los mismos a partir de la relación parte-todo. Sobre la base de estas razones se realiza esta tesis que se titula "la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos en estudiantes de formación pedagógica" y tiene como objetivo, aplicar un programa complementario que contribuya a perfeccionar la preparación de los estudiantes de la formación pedagógica para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos. Durante el proceso investigativo se emplearon métodos de nivel teórico, empírico y estadístico-matemático. La memoria escrita está estructurada en epígrafes que fundamentan teóricamente el problema y las posiciones actuales en la investigación. Asimismo, se describen los fundamentos teóricos y metodológicos acerca del objeto de estudio y del campo de acción, los resultados del diagnóstico, la sustentación de la propuesta de solución y la descripción de la experimentación.

**Palabras claves:** fines didácticos; formación pedagógica; problemas matemáticos.

## ABSTRACT

The work deals with a current problem, related to the insufficiencies presented by students who are trained as future teachers when they reach the third year of the specialty, particularly in the development of the Mathematics Didactics subject, they do not know what a mathematical problem is, the types that exist according to the levels of difficulty and their structure, as well as the practical meanings of the operations in them based on the part-whole relationship. On the basis of these reasons, this thesis is carried out, which is entitled "the resolution of mathematical problems for didactic purposes in students of pedagogical training" and has as objective, to apply a complementary program that contributes to improve the preparation of the students of the pedagogical training. for solving mathematical problems for didactic purposes. During the investigative process, theoretical, empirical and statistical-mathematical methods were used. The written memory is structured in epigraphs that theoretically support the problem and the current positions in the investigation. Likewise, the theoretical and methodological foundations about the object of study and the field of action, the results of the diagnosis, the support of the solution proposal and the description of the experimentation are described.

**Keywords:** didactic purposes; pedagogical training; math problems.

## ÍNDICE

	Pág.
<b>INTRODUCCIÓN</b>	1
<b>CAPÍTULO 1: FUNDAMENTOS TEÓRICO Y METODOLÓGICOS QUE SUSTENTAN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE EN LA FORMACIÓN PEDAGÓGICA Y LA PREPARACIÓN DE LOS ESTUDIANTES PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS CON FINES DIDÁCTICOS</b>	8
1.1. El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la formación pedagógica	8
1.2. Los problemas matemáticos	18
1.3. Algoritmos de solución para problemas matemáticos	27
<b>CAPÍTULO 2: PROGRAMA COMPLEMENTARIO DE PREPARACIÓN A LOS ESTUDIANTES DE SEGUNDO AÑO DE LA ESPECIALIDAD MAESTRO PRIMARIO PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS CON FINES DIDÁCTICOS</b>	34
2.1. Diagnóstico del estado real en que se manifiesta el problema de investigación	34
2.2. Presentación del programa complementario	37
2.3. Evaluación de la aplicación del programa complementario. Pre-experimento pedagógico	43
<b>CONCLUSIONES</b>	47
<b>RECOMENDACIONES</b>	48
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	
<b>ANEXOS</b>	

## INTRODUCCIÓN

La política educacional aprobada en el Primer Congreso del Partido Comunista de Cuba y ratificada en los posteriores congresos, establece que la educación tiene como objetivo desarrollar las potencialidades del pensamiento del individuo para la adquisición de conocimientos y desarrollo de capacidades e interpretar con criterios objetivos los fenómenos de la naturaleza y la sociedad basado en los principios del materialismo dialéctico.

Además la política educacional, está dirigida a garantizar la igualdad de oportunidades y posibilidades de toda la población a acceder a los servicios educacionales, para poder hacer realidad la aspiración de convertir a Cuba en el país más culto del mundo.

Los grandes retos de la educación en la actualidad se concretan en las palabras de la Directora General de la UNESCO.

No existe una fuerza transformadora más poderosa que la educación para promover los derechos humanos y la dignidad, erradicar la pobreza y lograr la sostenibilidad, construir un futuro mejor para todos, basado en la igualdad de derechos y la justicia social, el respeto de la diversidad cultural, la solidaridad internacional y la responsabilidad compartida, aspiraciones que constituyen aspectos fundamentales de nuestra humanidad común. (Bokova, 2015, p.3).

Así mismo, la Agenda de Educación (E 2030) (UNESCO, 2015) busca lograr el cuarto de los 17 Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS), relacionado con: “[...] garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad y promover oportunidades de aprendizaje permanente para todos” (p. 20.).

Cuba, de cara al cumplimiento de las metas de la Agenda 2030, traza sus metas y desarrolla un grupo de acciones para lograr lo que se aspira. En este contexto corresponde a los centros formadores de docentes, con Nivel Medio Superior, el empeño de “avanzar en la formación del personal docente, que se precisa en cada provincia y municipio para dar respuesta a las necesidades de las instituciones de los diferentes niveles educativos. Prestar atención a la labor vocacional; jerarquizar su preparación integral, su superación permanente, enaltecimiento y atención” (PCC, 2021: 69),

prescrito en el Lineamiento 92 de la Política Económica y Social del Partido y la Revolución para el período 2021- 2026.

Para lograrlo se precisa en primer lugar de las asignaturas del currículo escolar previstas en los planes de estudios. Dentro de estas la Matemática ofrece elevadas potencialidades, en tanto los estudiantes se enfrentan a contradicciones que deben ser resueltas a través de su aprendizaje. Son precisamente estas contradicciones, que surgen en el propio desarrollo de dicho proceso, las que se erigen en fuerza impulsora del desarrollo de los educandos para lograr conocimientos y habilidades cualitativamente superiores.

En tal sentido, la asignatura de Matemática —considerada entre las priorizadas— juega un papel fundamental en el desarrollo intelectual del alumno; ella es la encargada de lograr que los mismos desarrollen el pensamiento lógico como base y parte esencial de su formación integral.

La enseñanza de la matemática proporciona a los alumnos la formación de conocimientos y el desarrollo de habilidades y capacidades fundamentales que servirán de base para la adquisición y comprensión del resto de las asignaturas del currículo que recibe. Entre las capacidades que se desarrollan con la enseñanza y el aprendizaje de la matemática podrían citarse las de razonar, abstraer, concretar, particularizar, generalizar, analizar, sintetizar, demostrar, fundamentar, definir, describir, reconocer lo esencial, resolver ejercicios y problemas, trabajar con símbolos y variables y trabajar algorítmica y heurísticamente.

A.H. Schonfeld (1991) refiere que la responsabilidad fundamental del maestro de Matemática es la de enseñar a los alumnos a pensar, por lo que entre los objetivos de la enseñanza se destaca el aporte que debe ofrecer esta disciplina al desarrollo del pensamiento. Los problemas matemáticos simbolizan una de estas situaciones donde se evidencia esta afirmación.

Los problemas constituyen uno de los recursos didácticos más empleados en el proceso de enseñanza- aprendizaje, no solamente en la matemática, sino en las restantes ciencias, por considerarse uno de los aspectos efectivos para promover y fortalecer el conocimiento científico.

Históricamente se ha demostrado que el desarrollo de teorías y conceptos matemáticos casi siempre ha estado motivado por la necesidad de identificar, formular y resolver problemas concretos y desde el punto de vista psicopedagógico, el trabajo con problemas matemáticos constituye una vía idónea para contribuir al desarrollo del pensamiento en los alumnos.

Por esta razón, la preparación del docente para dar tratamiento y desarrollar la capacidad para resolver problemas matemáticos se ha convertido en el centro de la enseñanza de la Matemática en la época actual, por la incidencia directa que posee en el desarrollo del pensamiento lógico, reflexivo y creador del estudiante; elementos estos, que le sirven al individuo para desempeñarse en cualquier esfera de la vida.

En consecuencia se hace necesario que desde el proceso de formación inicial del futuro maestro se perfeccione el trabajo con la enseñanza de la Matemática y particularmente se empleen diferentes vías para lograr la preparación de este para la dirección de la resolución de problemas.

De gran valor para el tema planteado son los aportes dados por los diferentes estudiosos de la temática Labarrere (1988), Campistrous & Rizo (1996), González (2005), Suárez (2005), Capote (2005), Albarrán (2006), Figueroa (2008), Moya (2009), Fernández (2009), Pérez (2015), los que abordaron aspectos esenciales tales como la enseñanza de la solución de problemas; así como la preparación de los docentes para el trabajo con los problemas desde diferentes perspectivas, sin embargo el problema perdura aún latente, especialmente en lo referido al tratamiento al algoritmo de solución.

El resultado de la gestión como docente de la escuela pedagógica Rafael María de Mendive desde hace varios años, unido al resultado de instrumentos aplicados demuestra que los estudiantes que se forman como futuros maestros al llegar a tercer año de la especialidad, particularmente en el desarrollo de la asignatura Didáctica de la Matemática no conocen, qué es un problema matemático, los tipos que existen atendiendo a los niveles de dificultad y su estructura y los significados prácticos de las operaciones en los mismos a partir de la relación parte-todo.

Estos argumentos permiten declarar como **problema científico**: ¿Cómo perfeccionar la preparación de los estudiantes de la formación pedagógica para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos?

**Objeto de estudio:** el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática.

**Campo de acción:** preparación de los estudiantes de la formación pedagógica para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos

Para conducir la solución al problema científico planteado se propone el siguiente

**objetivo:** aplicar un programa complementario que contribuya a perfeccionar la preparación de los estudiantes de la formación pedagógica para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.

Para encaminar la solución al problema científico declarado se divide en **subproblemas** quedando estructuradas las siguientes **preguntas científicas:**

1. ¿Cuáles son los principales fundamentos teóricos y metodológicos que sustentan el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la formación pedagógica y la preparación de los estudiantes para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos?
2. ¿Cuál es el estado real en que se manifiesta la preparación de los estudiantes de segundo año de la especialidad Maestro Primario de la Escuela Pedagógica Rafael María de Mendive para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos?
3. ¿Qué elementos deben considerarse para diseñar un programa complementario que contribuya a perfeccionar la preparación de los estudiantes de la formación pedagógica para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos?
4. ¿Qué transformaciones se aprecian en la preparación de los estudiantes de segundo año de la especialidad Maestro Primario de la Escuela Pedagógica Rafael María de Mendive para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos, a partir de la aplicación del programa complementario?

#### **Tareas de investigación**

1. Determinación de los principales fundamentos teóricos y metodológicos que sustentan el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la formación pedagógica y la preparación de los estudiantes para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.
2. Diagnóstico del estado real en que se manifiesta la preparación de los estudiantes de segundo año de la especialidad Maestro Primario de la Escuela Pedagógica

Rafael María de Mendive para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.

3. Diseño de un programa complementario que contribuya a perfeccionar la preparación de los estudiantes de la formación pedagógica para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.
4. Evaluación de las transformaciones que se aprecian en la preparación de los estudiantes de segundo año de la especialidad Maestro Primario de la Escuela Pedagógica Rafael María de Mendive para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos, a partir de la aplicación del programa complementario.

En el estudio se declaran las siguientes variables e indicadores.

**Variable independiente:** el programa complementario que se les ofrece a los estudiantes de segundo año de la especialidad Maestro Primario.

**Variable dependiente:** nivel de preparación de los estudiantes para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.

Los atributos que satisfacen la variable se centran en los siguientes indicadores:

1. Nivel de dominio de los elementos estructurales, y los aspectos contenidos en el problema
2. Nivel de dominio de los significados prácticos de las operaciones en correspondencia con las exigencias del problema
3. Nivel en que logra clasificar los problemas y sus combinaciones
4. Nivel de dominio del modelo del problema y de cada subproblema.

### **Metodología empleada**

Los métodos empleados asumen, como criterio fundamental, la concepción Marxista Leninista con un enfoque materialista dialéctico a partir de una concepción sistémica de la investigación, dando lugar a una propuesta flexible como alternativa de solución susceptible a comprobación científica, empleando para ello los **métodos de investigación científica** siguientes:

**Del nivel teórico:**

Estos permitieron hacer una interpretación de la información empírica obtenida, así como plantear la propuesta de programa complementario que contribuya al perfeccionamiento de la preparación de los estudiantes de la formación pedagógica para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.

- **Análisis y síntesis:** Se utilizó para fundamentar el problema relacionado con el perfeccionamiento de la preparación de los estudiantes de la formación pedagógica para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos., haciendo posible el estudio del fenómeno objeto de investigación en su forma general e ir a sus particularidades y su posterior integración.
- **Inducción y deducción:** Posibilitó penetrar en la esencia teórica del problema relacionado con el perfeccionamiento de la preparación de los estudiantes de la formación pedagógica para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos; determinar regularidades teóricas y sacar inferencias sobre la base de dicho problema.
- **Enfoque de sistema:** Permitió la organización y logicidad del programa complementario que contribuya a perfeccionar la preparación de los estudiantes de la formación pedagógica para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.

#### **Del nivel empírico:**

Estos métodos permitieron recopilar la información necesaria para conocer cómo se manifiesta la preparación de los estudiantes de la formación pedagógica para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.

- **La entrevista:** permite constatar el nivel de conocimientos de los estudiantes en relación con la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.
- **Revisión de documentos:** se aplica para constatar cómo se concibe en los documentos normativos (Programa, orientaciones metodológicas e indicaciones específicas para la formación pedagógica y sistemas de clases) la preparación de los estudiantes de la formación pedagógica para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.

- **Prueba pedagógica:** se aplica para constatar el nivel de conocimientos que poseen los estudiantes en relación con la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.
- **Experimento pedagógico** en la variante del pre experimento: permite constatar la efectividad de la propuesta diseñada como posible solución al problema científico.

#### **Del nivel matemático y estadístico:**

- **Cálculo porcentual:** se utiliza para establecer comparaciones del estado inicial del problema con el resultado final y, el procesamiento para organizar los datos de la información recogida en la etapa del diagnóstico de los estudiantes declarados como muestra.

#### **Población y muestra:**

La población la conforman los 30 estudiantes de segundo año de la especialidad Maestro Primario de la Escuela Pedagógica Rafael María de Mendive de la provincia Sancti Spíritus. La muestra seleccionada de manera intencional coincide con la población.

El elemento de cambio se expresa en la **novedad científica**, dado en el programa complementario que contribuye a perfeccionar la preparación de los estudiantes de la formación pedagógica para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.

El trabajo aporta en el orden **práctico** acciones, procedimientos, ejemplos y orientaciones para implementar el programa complementario, de manera que le permitan al estudiante de la formación pedagógica resolver problemas matemáticos con fines didácticos.

El trabajo está estructurado en introducción que contiene los antecedentes del problema y el diseño teórico metodológico; el desarrollo que ofrece en dos capítulos los principales fundamentos teóricos asumidos y la propuesta de solución y su evaluación, mediante el experimento pedagógico, variante pre-experimento, las conclusiones, las recomendaciones, la bibliografía y los anexos.

## **CAPÍTULO 1: FUNDAMENTOS TEÓRICO Y METODOLÓGICOS QUE SUSTENTAN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE EN LA FORMACIÓN PEDAGÓGICA Y LA PREPARACIÓN DE LOS ESTUDIANTES PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS CON FINES DIDÁCTICOS**

### **1.1. El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la formación pedagógica**

La tradición pedagógica cubana recoge importantes referentes que expresan la preocupación por la educación del hombre. Dichas aspiraciones alcanzan su máxima expresión en la etapa revolucionaria con los aportes de autores que defienden como rol de la educación la formación integral de los estudiantes; de ahí la importancia de estudiar los fundamentos del proceso de enseñanza-aprendizaje que se desarrolla en las instituciones escolares.

Investigadores internacionales y nacionales han estudiado la dirección de dicho proceso, distinguiéndose entre ellos: P. V. Yesipov (1969), M. A. Danilov y M. N. Skatkin (1978), L. Klingberg (1978), P. Y. Galperin (1986), L.S. Vigotski (1987), N. F. Talízina (1988), J. López y otros (1995), C. M. Álvarez (1995, 1999), J. Chávez (1996, 2005), J. Zilberstein (1998, 2000), F. Addine (1998, 2004, 2013), M. Silvestre y J. Zilberstein (1999, 2000, 2002), D. Castellanos y otros (1999, 2004, 2005), O. Valera (2002), P. Rico (2003, 2013) y M. Silva (2004), quienes lo fundamentan desde los postulados del enfoque histórico cultural.

En los criterios de los autores mencionados resalta la idea de que todo proceso de enseñanza-aprendizaje debe expresar la unidad dialéctica entre instrucción, educación y desarrollo, en correspondencia con las concepciones más actuales que lo conciben como un todo integrado.

Al coincidir con estas ideas se asume el proceso de enseñanza-aprendizaje como “Un proceso sistémico de transmisión y apropiación de la cultura en la institución escolar en función del encargo social, que se organiza a partir de los niveles de desarrollo actual y potencial de los y las estudiantes, y conduce al tránsito continuo hacia niveles superiores de desarrollo, con la finalidad de formar una personalidad integral y autodeterminada, capaz de transformarse y de transformar su realidad en un contexto histórico concreto” (Castellanos, D. y otros, 2000: 42).

Se coincide con los autores citados al resaltar el carácter de proceso y el tránsito por niveles superiores de desarrollo de los estudiantes, ya que presentan una mejor interpretación del rol que desempeñan estos últimos en su propia formación integral, y destacan su carácter activo y consciente.

Al profundizar en el proceso de enseñanza-aprendizaje, O. Ginoris, F. Addine y J. Turcaz (2006) destacan que transcurre de forma sistemática y progresiva, por etapas ascendentes que marcan cambios cuantitativos y cualitativos en los estudiantes. También precisan la necesidad de comprender sus leyes, principios, categorías y componentes, al revelar su condicionalidad histórica y social, la unidad dialéctica entre la instrucción y la educación y su carácter de sistema.

Por otra parte Addine (2013) considera que aprender conforma una unidad dialéctica con enseñar y que la enseñanza potencia el aprendizaje y el desarrollo, siempre que se utilicen situaciones reales que permitan comprender el mundo con una actitud científica, personalizada y creadora, se revela así el carácter educativo y científico de la enseñanza. En este criterio se precisa que la tarea central de la enseñanza es permitir al estudiante lograr el aprendizaje.

Pérez (2015) considera el proceso de enseñanza-aprendizaje como intencional, planificado y no espontáneo, y destaca la necesidad de que este cumpla con las exigencias actuales de la sociedad.

En la escuela cubana actual se requiere un proceso de enseñanza-aprendizaje instructivo, educativo y desarrollador, constituyendo un reto para los docentes que lo centran en lo cognitivo cediendo en cierta medida, a la espontaneidad, el efecto desarrollador y educativo de la enseñanza.

Estudios realizados por un grupo de investigadores cubanos: Zilberstein y Silvestre (1990), Rico y Silvestre (2003), en la búsqueda de la solución a este problema pusieron de manifiesto la necesidad de remodelar la concepción del proceso de enseñanza-aprendizaje, para lo cual se identificaron como claves los siguientes aspectos: diagnóstico, protagonismo del alumno, organización de dirección del proceso, así como concepción y formulación de la tarea.

La enseñanza es considerada como “un proceso de interacción e intercomunicación entre varios sujetos y, fundamentalmente tiene lugar en forma grupal, en el que el

maestro ocupa un lugar de gran importancia como pedagogo, que lo organiza y lo conduce, pero tiene que ser de tal manera, que los miembros de ese grupo (alumnos) tengan un significativo protagonismo y le hagan sentir una gran motivación por lo que hacen". (Chávez y otros. 2005:28)

La enseñanza no debe verse únicamente como la vía que contribuye a brindar información actualizada a los alumnos, sino ante todo como las diferentes vías que les proporcionen diversas posibilidades para que se conviertan en agentes activos en la búsqueda de la información, es decir, dotarlos de las herramientas necesarias para que alcancen la objetiva aspiración de aprender a aprender.

El aprendizaje se concibe como el "proceso en el cual el educando, con la dirección directa o indirecta de su guía, y en una situación didáctica especialmente estructurada, desenvuelve las habilidades, los hábitos y las capacidades que le permiten apropiarse creativamente de la cultura y de los métodos para buscar y emplear los conocimientos por sí mismo. En este proceso de apropiación se van formando también los sentimientos, los intereses, los motivos de conducta, los valores, es decir, se desarrollan de manera simultánea todas las esferas de la personalidad". (Chávez y otros. 2005:28)

Buscando transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje, se ha encontrado un conjunto de exigencias de las cuales no puede prescindir el profesor al pretender provocar un aprendizaje cualitativamente superior con las que coincide el autor de esta investigación al ajustarse al objeto seleccionado:

- Prepararse para las exigencias del proceso de enseñanza-aprendizaje, introduciendo el nuevo conocimiento a partir de los conocimientos y experiencias precedentes.
- Estructurar el proceso de enseñanza-aprendizaje hacia la búsqueda activa del conocimiento, teniendo en cuenta las acciones a realizar y los momentos de orientación, ejecución y control de la actividad.
- Concebir un sistema de actividades para la búsqueda y exploración del conocimiento, desde posiciones reflexivas, que estimulen y propicien el desarrollo del pensamiento y la independencia del escolar.
- Orientar la motivación hacia el objetivo de la actividad de estudio y mantener su constancia. Desarrollar la necesidad de aprender y de entrenarse en cómo hacerlo.

- Estimular la formación de conceptos y el desarrollo de los procesos lógicos de pensamiento, al alcance del nivel teórico, en la medida que se produce la apropiación de los conocimientos y se eleva la capacidad de resolver problemas.
- Desarrollar formas de actividad y comunicación colectivas, que permitan favorecer el desarrollo individual, logrando la adecuada interacción de lo individual con lo colectivo en el proceso de aprendizaje.
- Atender las diferencias individuales en el tránsito del nivel logrado hacia el que se aspira.
- Vincular el contenido de aprendizaje con la práctica social y estimular la valoración en el plano educativo. (Castellanos y otros. 2002: 27)

Tomando en cuenta sus propias condiciones, como punto de partida, el profesor deberá trabajar para acercarse a niveles superiores de calidad educativa expresados en un proceso de enseñanza-aprendizaje activo, reflexivo y regulado.

Con ello el docente garantizará el logro de los objetivos y metas propuestas con la participación de todos en un clima de pertenencia, armonía y unidad.

Las transformaciones realizadas deberán acentuar una posición activa en la búsqueda del conocimiento, la interacción consciente con éste a un nivel teórico de argumentar y discutir sus puntos de vista, de generar suposiciones, de formular y resolver problemas, de aplicar el conocimiento, de valorarlo, de planificar, controlar y evaluar su tarea, de actuar con independencia.

Por lo antes expresado es necesario el dominio, por el profesor, de la preparación del alumno para plantearle nuevas exigencias en el conocimiento, continuar contribuyendo a la formación de un sentimiento o de una cualidad, para cualquier propósito que implique un avance en su formación y desarrollo.

Pero, por supuesto, existen diferencias entre el aprendizaje de un conocimiento, la adquisición de una habilidad, el avance del pensamiento, el proceso de formación de una cualidad o de un sentimiento. Los procesos de adquisición son distintos al igual que las vías para determinar sus logros.

En correspondencia con ello hay que tener en cuenta no solamente qué se enseña, sino al mismo tiempo, cómo se enseña, por lo que se deben incorporar al quehacer pedagógico, métodos activos que faciliten el proceso de asimilación de conocimientos y

que propicien el desarrollo de hábitos y habilidades para un proceso de aprendizaje continuo, contribuyendo de esta forma a una educación desarrolladora.

Al analizar la bibliografía especializada sobre el tema el autor asume como educación desarrolladora “aquella que conduce al desarrollo, que va delante del mismo –guiando, orientando, estimulando- que tiene en cuenta el desarrollo actual para ampliar continuamente los límites de la zona de desarrollo próximo o potencial, y por lo tanto, los progresivos niveles de desarrollo del sujeto”. (Castellanos y otros, 2001: 3)

Resulta indiscutible aceptar que la enseñanza también debe transformarse, por lo que los enfoques, métodos e instrumentos deben estructurarse en correspondencia con estas transformaciones.

La enseñanza desarrolladora es “el proceso sistémico de transmisión de la cultura en la institución escolar en función del encargo social, que se organiza a partir de los niveles de desarrollo actual y potencial de los estudiantes, y conduce el tránsito continuo hacia niveles superiores de desarrollo, con la finalidad de formar una personalidad integral y autodeterminada, capaz de transformarse y transformar la realidad en un contexto socio-histórico concreto”. (Castellanos y otros. 2002: 47)

Un aprendizaje desarrollador es “aquel que garantiza en el individuo la apropiación activa y creadora de la cultura, propiciando el desarrollo de su autoperfeccionamiento constante, de su autonomía y autodeterminación en íntima conexión con los necesarios procesos de socialización, compromiso y responsabilidad social”. (Castellanos y otros. 2002: 36)

El proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador constituye “la vía mediatizadora esencial para la apropiación de conocimientos, habilidades, normas de relación emocional, de comportamientos y valores legados por la humanidad, que se expresan en el contenido de enseñanza, en estrecho vínculo con el resto de las actividades docentes y extradocentes que realizan los estudiantes”. (Silvestre y Zilberstein. 2002:12)

Partiendo del tema que se analiza, es preciso referirse a los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje: personalizados (profesor, alumno, grupo) y no personalizados (objetivo, contenido, método, medios, formas de organización y evaluación), todos en estrecha interrelación dialéctica.

El profesor como protagonista y responsable de la enseñanza es el encargado de

propiciar el aprovechamiento de las potencialidades educativas de la asignatura a través de los contenidos matemáticos, evaluarlo y controlar sus resultados.

El alumno como protagonista y responsable de su aprendizaje participa de forma activa en la asimilación de los contenidos matemáticos con un enfoque educativo.

Con la realización de las actividades en el grupo aumentan las oportunidades de desarrollar relaciones de camaradería, cooperación y respeto mutuo.

El objetivo constituye el componente *rector* del proceso de enseñanza-aprendizaje, pues orienta hacia los propósitos y aspiraciones que durante el proceso se persigue alcanzar. Responde a las preguntas ¿para qué enseñar?, ¿para qué aprender?

El objetivo contempla tres elementos fundamentales, acción-conocimiento-valoración. La acción tiene que ver con la habilidad que se quiere desarrollar, el conocimiento con el sistema de conocimientos matemáticos y la valoración expresa, el carácter educativo del objetivo.

El contenido es el componente *primario* del proceso de enseñanza-aprendizaje. Mantiene una estrecha relación con el objetivo, responde a las preguntas ¿qué enseñar?, ¿qué aprender?

El contenido para responder a un proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador debe ser globalizador, articulado, organizador, funcional y aplicable.

El método es el elemento *director* del proceso, responde a ¿cómo desarrollar el proceso?, ¿cómo enseñar?, ¿cómo aprender?

A través del método el profesor podrá decidir cómo dirigir el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática para dar tratamiento al contenido de la asignatura.

Está estrechamente vinculado con el contenido y el objetivo, en dependencia de ello se selecciona el o los métodos más idóneos.

Los medios son los componentes que establecen una relación de coordinación muy directa con los métodos, responden a ¿con qué enseñar?, ¿con qué aprender?

Los medios de enseñanza *facilitan* al profesor las vías para el aprovechamiento de las potencialidades de los contenidos matemáticos, que complementados al método permiten cumplir el objetivo, lo que implica una cuidadosa selección de los mismos a la hora de enfocar en su conjunto todo el proceso.

La evaluación es el componente *regulador* que le permite al profesor, obtener información del estado de avance del proceso de enseñanza-aprendizaje en un momento determinado.

Responde a la pregunta ¿en qué medida ha sido cumplido el objetivo trazado?, es didáctica, instructiva, educativa, desarrolladora, procesal, holística, democrática, formativa, cualitativa, investigativa y sistemática.

Estas cualidades de la evaluación son las que le permiten responder a un proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador, promotor o agente del cambio educativo.

Las formas de organización constituyen el componente *integrador* del proceso de enseñanza-aprendizaje, responden a la pregunta ¿cómo organizar el proceso?

En el proceso de enseñanza-aprendizaje se distinguen los siguientes **rasgos esenciales**:

Carácter sistémico: el proceso de enseñanza-aprendizaje tiene carácter de sistema, pues sus componentes funcionan en estrecha relación para el logro de los objetivos propuestos. Por tanto tiene una finalidad histórico-concreta, se caracteriza por la integridad, jerarquización y centralización de sus elementos, ya que el cambio en uno de ellos conduce, generalmente, al cambio de todo el sistema.

Carácter procesal: el proceso se presenta como fases sucesivas de un objeto o fenómeno para producir como resultado un cambio gradual, en un tiempo determinado. En el caso del proceso de enseñanza-aprendizaje, donde su naturaleza está marcada por una gran complejidad, este rasgo está unido al carácter prolongado del mismo.

Carácter bilateral: este rasgo está dado por la presencia de dos elementos sin los cuales no es posible su existencia: el profesor que enseña y el alumno que aprende.

Carácter dialéctico: el proceso de enseñanza-aprendizaje se hace tan complejo debido a las contradicciones, entre otros elementos, las que pueden establecerse entre el enseñar y el aprender, en la relación del profesor y sus alumnos o de los alumnos entre sí, entre querer alcanzar un rendimiento en el aprendizaje y la capacidad del alumno para lograrlo o entre la teoría y la práctica pedagógica.

Una vez conocida su existencia por el profesor y sus estudiantes se deben proyectar en convertirlas en las fuentes motrices del desarrollo para el alumno que aprende.

Carácter legal: todo proceso tiene que ser legal, en el caso del proceso de enseñanza-aprendizaje sus principios y las leyes de las cuales estos se derivan son los que dan ese carácter.

La enseñanza de la Matemática en la escuela cubana (Ballester, 1992), tiene la tarea de contribuir a la preparación de los jóvenes para la vida laboral y social. Se trata de que estos dispongan de sólidos conocimientos matemáticos, que les permitan interpretar los adelantos científicos; que sean capaces de operar con ellos con rapidez, rigor y exactitud, de modo consciente y que puedan aplicarlos en forma creadora a la solución de problemas de diversas esferas de la vida.

La asignatura fue declarada priorizada desde el curso 1997-1998, instrumentándose el “Programa Director de Matemática” que orienta los contenidos básicos indispensables para lograr un aprendizaje que prepare para la vida, involucrando a los docentes de todas las asignaturas en la preparación matemática de los estudiantes y que la misma se realice con creciente independencia y creatividad, que aprendan a razonar lógicamente y a buscar de manera heurística soluciones a los problemas, elevando la calidad de su preparación.

A través de la enseñanza de la Matemática el profesor debe garantizar la asimilación de los contenidos de una forma activa, teniendo en cuenta la edad e intereses, con un sólido desarrollo de las habilidades y del poder matemático.

Esta asignatura, como todas, se encuentra condicionada por el contexto histórico-social, se transforma, se actualiza, se desarrolla acorde a las nuevas exigencias.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en Cuba está concebido a partir de la política educacional del Estado, es por ello que refleja el profundo humanismo de la concepción marxista-leninista de la Revolución Cubana, teniendo en cuenta, además, las condiciones histórico-culturales en las que este proceso ha de desarrollarse.

En el programa director de Matemática, se observa la necesidad de que los profesores logren elevar el nivel de motivación para el aprendizaje, creando para ello un clima favorable alrededor del estudio de la asignatura a través de la utilización de los recursos disponibles, organizando concursos y otras actividades extradocentes de apoyo a la labor que se realiza en las aulas, y estimulando la participación en ellas.

A través del proceso de enseñanza-aprendizaje de cualquier disciplina, especialmente de la Matemática, se debe lograr la debida participación del profesor y del grupo, de manera tal que se potencie al máximo el progreso de los alumnos para que desempeñen un rol protagónico en dicho proceso.

Es indispensable puntualizar la significación social de lo que el alumno aprende, lo que se expresa concretamente por la manifestación que tiene lo que asimila en la ciencia, en la técnica, en la sociedad en general y especialmente por la revelación en su actuación contextual.

A través del proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática, el profesor debe utilizar las amplias posibilidades de aplicación de esta asignatura para despertar el interés y fomentar en los alumnos el gusto por ella, no obstante, en el desempeño docente afloran dificultades en el manejo didáctico con el Programa Heurístico General dados fundamentalmente en el dominio de las esencias sobre las habilidades y los sistemas de conocimientos que aportan los documentos normativos de la asignatura para el tratamiento de su función educativa.

Para que la Matemática sea amena e interesante, el docente puede utilizar acertijos, trucos y juegos sin que con ello llegue a formar una idea distorsionada de la asignatura. Esta disciplina tiene su enfoque centrado en la resolución de problemas, dando prioridad, siempre que los contenidos lo permitan, a situaciones problémicas de la vida cotidiana del alumno y que puedan ser tomadas del entorno que lo rodea.

En la época actual vemos como esta asignatura priorizada penetra cada vez más rápido en casi todos los dominios sociales, en la esfera de la producción material se ve claramente su alcance, porque la aplicación directa de la misma a través de las ciencias naturales, la técnica y la economía crece en extensión.

Del papel planteado anteriormente que desempeña esta asignatura en la sociedad socialista, se desprende también la significación en la formación matemática, de ahí resulta su alta responsabilidad en su enseñanza para la formación íntegra del individuo.

La enseñanza de la Matemática contribuye a la formación de la personalidad, ante todo desarrollando en el alumno conocimientos y capacidades sólidas, poniéndolas a disposición para aplicarlas en la práctica.

Pero su enseñanza puede ser aún más efectiva si se dirige adecuadamente, los alumnos pueden reconocer que el grado de abstracción de la matemática es muy elevado y que precisamente en esto radica la posibilidad de aplicarla universalmente.

Reconocen, además, en el transcurso de su educación, que esta ciencia ha avanzado por necesidades reales y que incluso hoy recibe impulsos de la práctica para su progreso continuo.

Para su aprendizaje es imprescindible el concepto introducido por Vigotsky de zona de desarrollo próximo (ZDP), con el que coincide el autor por su pertinencia y actualidad, definido como “la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz”. (Citado por Rico, P. 2003:3)

Las potencialidades para el desarrollo mental integral de los alumnos radican en que, en esta disciplina, se desarrollan una serie de capacidades que tienen una significación general. Se hace necesario pensar en las capacidades de abstraer, concretar, particularizar y generalizar; de analizar y sintetizar; de demostrar, fundamentar, definir y describir; de reconocer lo esencial, resolver ejercicios y problemas, trabajar con símbolos y variables, trabajar algorítmica o heurísticamente.

Todas estas actividades mentales y prácticas en la enseñanza de la Matemática son esenciales en la futura actividad práctica y política del alumno.

El cumplimiento de los objetivos de la enseñanza de la Matemática transcurre en un proceso instructivo-educativo organizado y planificado, mediante el trabajo en y con la materia, para ello es necesario que el profesor vea al alumno como personalidad que trabaja activamente, como sujeto de la instrucción y educación, y que logre ver a la enseñanza como proceso colectivo para establecer las relaciones entre los estudiantes de forma que cada uno adquiera un impulso práctico.

Lo anterior es consecuencia de la posición especial de la Matemática en el sistema de las ciencias y del carácter especial de la aplicación de sus resultados en la práctica.

Los programas actuales de la asignatura Matemática se diseñan a partir del ordenamiento según las líneas directrices que se agrupan en las concepciones de Jungk (1979) y Zillmer (1990) en directrices del conocimiento y de la formación de capacidades

y en la propuesta del colectivo de autores cubanos se agrupan a partir de los contenidos matemáticos, las capacidades mentales específicas y generales y la educación de los alumnos.

La presentación de las líneas directrices definidas en los programas vigentes se orienta hacia la descripción de los objetivos y el contenido matemático, así como los métodos para lograrlos, lo que ofrece pautas para el diseño curricular y la orientación del profesor.

## **1.2. Los problemas matemáticos**

Lo que antecede da la idea elemental de lo que debe cumplir el maestro cubano de estos tiempos en aras de hacer de los alumnos entes protagonistas del proceso de aprendizaje, en las matemáticas y otras ciencias del currículo, implicando para ello, las diversas necesidades de la enseñanza de la Matemática, pues una de ellas ha sido la de fortalecer el algoritmo de trabajo para el tratamiento a la resolución y desarrollo de la habilidad para resolver problemas, convirtiéndose en un reto de la didáctica de esta materia.

Una de las actividades básicas del pensamiento lo constituye el desarrollo de habilidades y capacidades, en tal dirección es considerado señalar como lo más importante las siguientes:

- Que los estudiantes trabajen y manipulen los objetos matemáticos.
- Que disfruten con su propia actividad mental.
- Que activen su propia capacidad mental.
- Que ejerciten su creatividad.
- Que reflexionen sobre sus propios procesos de pensamiento a fin de mejorarlos conscientemente.
- Que adquieran confianza en sí mismo.
- Que se preparen para otros problemas de la ciencia y de su vida cotidiana.
- Que se preparen para nuevos retos de la tecnología y de la ciencia.

La resolución de problemas, estimula el razonamiento lógico y permite resolver las necesidades en su quehacer cotidiano de la vida, permitiéndole a los alumnos matematizar el mundo real a través de: Interpretación de datos. Establecimiento de relaciones y conexiones. Aplicación de conceptos matemáticos. Análisis de

regularidades. Establecimiento de patrones de cambio. Encontrar, elaborar, diseñar y/o construir modelos. Argumentación. Justificación. Comunicación de procedimientos y resultados.

Estos elementos son esenciales para que la enseñanza de la Matemática pase de dar mayor importancia al aprendizaje de algoritmos y procedimientos de cálculo a hacer énfasis en el desarrollo del pensamiento lógico – matemático.

En la resolución de problemas juega un papel importante el pensamiento, que es una función analítica–sintética del cerebro. Una particularidad que no debe ignorarse jamás, es su carácter de búsqueda hacia la solución de problemas. Para que surja la actividad del pensamiento es necesario que el individuo se le presente un problema, una interrogante que no puede resolver, ni por la percepción, ni por la memoria.

#### ¿A qué se denomina problema?

El concepto de problema es comprendido, en la Didáctica como una situación inherente a un objeto, que induce una necesidad en un sujeto, que se relaciona con dicho objeto y que sirve como punto de partida, tanto para el diseño, como para el desarrollo del proceso docente educativo, lo que significa, según C. M. Álvarez de Zayas, que en el desarrollo del proceso docente educativo, el problema es el punto de partida para que en su resolución el escolar aprenda a dominar la habilidad y se apropie del conocimiento. (C. Álvarez, 1984:130).

Existen diferentes acepciones del concepto de problema, atendiendo cada una a diferentes puntos de vista tanto psicológicos como pedagógicos.

Se mencionan a continuación algunas de esas definiciones:

“Un problema matemático con texto puede considerarse como una exposición en el lenguaje cotidiano de determinado hecho, proceso u objeto, del cual nos dan directamente ciertas características ( magnitudes, valores, etc.) y se nos pide (exige) hallar otras, que no son directamente ofrecidas en el enunciado (A. Labarrere , 1983: 95).

“Se denomina problema a toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación escogida tiene que ser desconocida y la persona debe querer hacer la transformación”. (L. Campistrous y C. Rizo, 1996: IX-X).

“Un ejercicio es un problema si y sólo si la vía de solución es desconocida por la persona” (M. J. Llivina, 1999: 48).

L. Campestrous aborda además que la vía de solución debe ser desconocida para provocar el proceso de búsqueda que desarrolla el pensamiento; así como que la persona debe estar motivada y mostrar interés por resolver el problema.

A partir de la revisión de los criterios anteriores, compartiéndose elementos comunes revelados por todos, se define por este autor, como problema matemático a: la exposición en el lenguaje cotidiano de determinados procesos, hechos u objetos donde se dan ciertas características y aspectos relacionados con la numeración, las magnitudes, las relaciones matemáticas explícitas entre los números como (mitad, triplo de, aumentado o disminuido en, igual a, tanto como) en la que se aplican una o varias vías para su resolución y se incluya una exigencia que no se ofrece directamente en el texto, haciendo que la vía de resolución sea desconocida, provocando así, el proceso de búsqueda a partir de una adecuada motivación.

Para darle tratamiento a los diferentes tipos de problemas matemáticos es necesario asumir los elementos estructurales que desde el punto de vista externo lo conforman, para ello debemos responder a la siguiente interrogante.

¿Qué se entiende por estructura externa de un problema?

Al hablar de la estructura de un problema matemático con texto nos referimos a las partes que los conforman desde el punto de vista externo y no al concepto de estructura propiamente matemático.

(G. Polya 1987), al referirse a la estructura externa del problema matemático, considera como sus elementos estructurales:

- ❖ Incógnita: Lo buscado.
- ❖ Datos: Lo dado.
- ❖ Condición: La vía de solución.

(A. Labarrere Sarduy, 1988: 4), considera como elementos estructurales:

- ❖ Datos: Cantidades y magnitudes.
- ❖ Condiciones: Relación que guarda entre sí los datos.
- ❖ Pregunta: Lo que es necesario encontrar o demostrar.

Las dos estructuras abordadas son válidas pero nos acogemos a la de González (2005), ya que recoge en su totalidad cada uno de los elementos teóricos que forman parte del trabajo y nos da claridad para nuestra propuesta, esta estructura es la siguiente:

**Datos:** magnitudes, números, relaciones matemáticas explícitas entre los números, como el triplo, la quinta parte, aumentado en, el cuadrado de, entre otras.

**Condiciones:** relaciones matemáticas no explícitas entre lo dado y lo buscado, vinculadas con la estrategia de solución, las derivadas de los significados prácticos de las operaciones de cálculo, propiedades, teoremas, recursos matemáticos a utilizar no declarados en el problema.

**Pregunta:** lo que hay que averiguar; la incógnita,

La elaboración, reformulación y resolución de los problemas cumplan las funciones instructivas, educativas, desarrolladoras y de control.

**La función instructiva:** forma en los escolares un sistema de conocimientos, habilidades y hábitos matemáticos.

**La función desarrolladora:** formación en los alumnos del pensamiento científico y técnico, desarrolla su intelecto.

**La función educativa:** está orientada a la formación de los conceptos científicos del mundo que le rodea.

**La función de control:** Se orienta a determinar el nivel de cumplimiento de las tres funciones anteriores.

Los elementos antes mencionados hacen que la resolución de problemas tenga las siguientes ventajas:

1. Proporciona a los alumnos capacidades autónomas para resolver sus propios problemas.
2. Mantiene al alumno al margen de la evolución del mundo y los cambios de la ciencia evitando que nuestra cultura se haga obsoleta.
3. El trabajo se hace atrayente, divertido, satisfactorio, autorrealizado y creativo.
4. Los hábitos que se consolidan tienen un valor universal, no limitado al mundo de la matemática.
5. Es alcanzable a todas las edades.

Atendiendo a diversos puntos de vistas, Campistrous y Rizo (1996: 71), establecen propuestas de diferentes parámetros de dificultad para clasificar los problemas, establecidos como:

Paso del texto al modelo intuitivo.

Estructural.

De lenguaje.

**Paso del texto al modelo intuitivo:** se refiere a la interpretación del texto y su tránsito al modelo pictográfico, esquema, realizado según la experiencia o inclinaciones del que resuelve el problema. Es una dificultad en parte semántica y en parte derivada de la situación objetiva descrita en el problema, la complejidad de sus relaciones y de la familiaridad del que resuelve el problema con esta. Se distinguen tres niveles de complejidad, estos son:

- No hace falta modelar.
- Sale mediante un modelo inmediato y cálculo.
- El modelo es complejo.

**Estructura:** en este caso la dificultad depende de la estructura aritmética del problema que se analizará a partir de la cantidad de subproblemas y operaciones que intervienen en su resolución. En este punto de vista participan factores análogos a los del primer parámetro, pues cada etapa de su estructura conlleva la interpretación de un subproblema o significado de operaciones lo cual, indudablemente, constituye también un factor a tener en cuenta para su complejidad.

Pueden distinguirse como niveles de dificultad:

**Problemas simples:** no hay problemas auxiliares, se resuelve directamente mediante la interpretación inmediata de los significados de las operaciones.

**Compuestos independientes:** estos pueden ser considerados como simples, en ellos lo que se hace normalmente es interpretar directamente una o más de una operación.

**Problemas compuestos dependientes:** se necesita para su resolución la realización previa de subproblemas o problemas auxiliares y la interpretación de uno o varios significados de las operaciones.

### **Dificultades del lenguaje:**

Depende de la forma idiomática que están planteadas las relaciones, así como de las condiciones del problema. Esto es un poco subjetivo por lo que depende también de las características de la persona que resuelve el problema y de su relación o familiarización con el lenguaje del problema en cuestión. Se distinguen dos niveles de dificultad.

**Directo:** el texto se presenta de una manera directa sin términos a interpretar o relaciones que puedan resultar poco familiares o comprensible.

**Indirecto o complejo:** en el texto se presentan términos que hay que interpretar su significado, o se dan relaciones o condiciones poco claras, o se presenta mucha información no siempre utilizable y que puede entorpecer el proceso de comprensión.

Constituye una condición indispensable para la resolución de los problemas matemáticos el dominio del significado práctico de las operaciones aritméticas, es muy conveniente utilizar la relación parte todo. Esta relación es muy elemental teniendo lugar algunas propiedades tales como:

- ❖ La descomposición del todo da lugar a dos o más partes.
- ❖ La unión de todas las partes da como resultado el todo.
- ❖ Cada parte es menor que el todo.

Apoyado en lo anteriormente expresado por Campistrous y Rizo (1996:1) y Capote (2005:6). El autor de este trabajo considera además, por necesidad para el conocimiento de los maestros tener en cuenta, en qué grado se inician estos significados prácticos de la que refieren los autores anteriores.

El poder modelar, es decir, reproducir las relaciones fundamentales que se establecen en el enunciado de un problema, despejadas de elementos innecesarios o términos no matemáticos que hacen difícil la comprensión, es una capacidad muy importante en la resolución de problemas.

Una de las formas de modelar los problemas es mediante esquemas gráficos que permiten al alumno hacer visibles los elementos que componen el enunciado y las relaciones que se establecen entre ellos y, en muchos casos, facilitan “descubrir” la vía de solución o la respuesta misma del problema.

La forma de hacer modelos es muy personal, pues depende de la manera propia de interpretar el problema; sin embargo, hay algunas ideas generales que deben ser

enseñadas a los alumnos y a los maestros que de ejercitarse adecuadamente, pasarán a formar parte de los recursos técnicos a utilizar en la resolución de problemas, cuando consideren necesario hacerlo.

Los modelos más utilizados son los lineales, los tabulares, los conjuntistas y los ramificados.

A continuación se explica la esencia de cada uno:

**Los modelos lineales:** se utilizan, por lo general, cuando en el problema hay una sola magnitud o información en juego, en especial, cuando en el problema aparecen relaciones de parte y todo.

Tienen diversas formas: pictográficas (se hacen reproducciones de los objetos que intervienen), de segmento, de rectángulos, entre otras.

**Los modelos tabulares:** se utilizan cuando hay varias magnitudes o informaciones en juegos. Se llaman tabulares pues la información se coloca, por lo general, en tablas de doble entrada.

**Los modelos conjuntistas:** se usan cuando la información que se da se refiere a diferentes propiedades o características que cumplen los elementos de un conjunto. Esto hace formar nuevos conjuntos de los elementos que satisfacen las características pedidas.

**Los modelos ramificados:** se usan básicamente en problemas de conteo y también en los de multiplicación donde se dan la cantidad de partes y el contenido de cada parte para hallar el todo.

Es común ver en las clases, que el proceso de resolución de los problemas por los alumnos se convierte en adivinar la vía de solución y los que se proponen resolver siempre tienen solución, además que esta sea única, lo cual no es eficiente si se tiene en cuenta que en la vida los problemas con lo que uno se enfrenta no tiene esa peculiaridad. Es por ello que cuando se concibe una propuesta de problemas con fines didácticos debe tenerse en cuenta entre otras características las siguientes:

1. Los problemas que se proponen tengan una o más vías de solución.
2. Que se presenten problemas con elementos de la realidad de su vida que no tengan solución.
3. Deben proponerse problemas con datos innecesarios, y otros sin datos numéricos.

4. Evitar que se trabajen problemas con un contenido específico para que el alumno no proceda de forma mecánica al resolverlo.
5. Es conveniente incluir problemas que tengan número o magnitudes como solución.
6. Se deben proponer problemas cuya solución está en el propio texto.
7. Al confeccionar un conjunto de problemas con alguna intención didáctica deben tenerse en cuenta todas las funciones de los problemas, instructivos, educativos y de desarrollo intelectual, pero reforzar esta última lo cual se cumple si se tiene en cuenta todas las posibilidades que estimulen el intelecto.
8. Los problemas deben contar con un alto nivel de actualización.

Además, para desarrollar habilidades en este sentido, es necesario que los alumnos solucionen los diferentes tipos de problemas y utilicen los niveles de dificultad concebidos para el grado, y para ello, es necesario contar con ejercicios variados, suficientes, diferenciados y actuales.

Entiéndase las características planteadas anteriormente por:

**Variados:** cuando los niveles de exigencias de los problemas estimulan el esfuerzo intelectual creciente de los alumnos, desde el problema simple hasta la resolución de problemas más complejos y su creación.

**Suficientes:** cuando existe la ejercitación necesaria para la asimilación del conocimiento y el desarrollo de habilidades, el alumno debe aprender haciendo, pero solo el hacer, si está preparado para vencer las dificultades.

**Diferenciados:** cuando el nivel de la actividad llega a todos, cuando facilita la atención de las diferencias individuales de los alumnos, las actividades o tareas deben portar pequeñas metas que vayan impulsando el avance de los alumnos hasta realizar tareas de mayores niveles de exigencia.

**Actual:** cuando le brinda una información actualizada a los alumnos de los principales hechos que acontecen dentro del marco histórico que le ha tocado vivir.

En el tratamiento de la resolución de problemas se puede apreciar que el nivel de dificultad y su adecuado ordenamiento gradual, no es una tarea simple. Hay que tener en cuenta los elementos antes expuestos y otros que dependen del conocimiento del maestro acerca de las características de su grupo de alumnos, de la relación más o menos extrema que puedan tener con el contenido y de la forma en que estén

redactados los problemas, solo así se logrará la ejercitación que propicie el aprendizaje de la resolución de problemas y provoque el desarrollo de habilidades esperadas en sus alumnos.

Entre las condiciones necesarias para la resolución de problemas, se encuentra que el individuo quiera hacer la transformación, es decir, que quiera resolver el problema. Esto significa que al igual que se debe lograr crear en el alumno determinados motivos o razones para la acción general de estudiar, hay que crearlos para la acción específica de resolver problemas, induciéndolos a la realización consciente y deseada de esa actividad. Los maestros tienen entonces que prever cómo realizar la motivación mediante una serie de acciones para lograr formar motivos positivos en los alumnos.

Existen varias razones que pueden ser utilizadas por el profesor en su estrategia para la motivación de sus alumnos en la resolución de problemas. Entre estas podemos destacar las siguientes:

El papel de la resolución de problemas matemáticos en situaciones de la vida que presentan muchas veces aspectos cuantitativos que intervienen en el proceso de solución: *los conocimientos sobre la resolución de problemas matemáticos son útiles para la vida.*

El papel que ha desempeñado la matemática, en general, y la resolución de problemas en particular, en el propio desarrollo de la historia de la matemática como ciencia: *la historia de la matemática es la historia misma de la resolución de problemas que se le han presentado al hombre a lo largo de miles de años.*

La función desarrolladora de los problemas y su contribución al desarrollo intelectual del alumno y específicamente sobre la formación de su pensamiento: *la resolución de problemas es una de las actividades más inteligentes del hombre.*

Independientemente del contenido concreto del problema, del grado de dificultad objetivo y subjetivo del mismo, de la disposición del alumno, el proceso de resolución presenta algunos aspectos invariantes que el maestro tiene que conocer para controlar correctamente la capacitación de los alumnos para la solución. Estos aspectos invariantes descansan sobre las leyes psicológicas que actúan en el curso de un proceso mental.

En la literatura psicopedagógica se recogen tres momentos o fases fundamentales en el desarrollo de cualquier actividad. Estas son: orientación, ejecución y control

### **1.3. Algoritmos de solución para problemas matemáticos**

La resolución de problemas, considerada como una actividad, está sujeta a esos tres momentos. En este sentido, la literatura relativa a la enseñanza de la resolución de problemas, hace un despliegue de esos tres momentos de la actividad y vemos así como OStR E.G (2007), considera cinco etapas del proceso mental tal como transcurren en la solución de los ejercicios:

#### 1ra. Etapa: Recepción de la tarea y comprensión del problema

Si existe la disposición de solucionar un ejercicio, entonces hay que esforzarse para comprender el problema planteado en el mismo.

Para ello hay que tratar de comprender la situación y eliminar las dudas existentes. Los alumnos deben preguntar siempre que no comprendan los datos sobre la situación. Para comprender el problema hay que aislar la pregunta de los datos. A causa de lo que inmediatamente se establece la relación con los datos, ya en esta etapa se realiza un análisis mediante una síntesis.

Este proceso fundamental se produce en cada etapa, de esa forma el problema se comprende cada vez mejor. Escuchar o leer atentamente el mismo facilita también la comprensión.

#### 2da. Etapa: Observación analítico-sintética de los datos en relación con la pregunta planteada (análisis de las condiciones)

Hay que buscar los datos necesarios para la respuesta o resolución del problema. Esto solo se logra mediante la comparación constante con la pregunta. Los datos no esenciales se deben eliminar constantemente. Por eso es adecuado reproducir el problema con una formulación breve. Si en el problema aparecen números que carecen de importancia para la resolución, hay que desecharlos cuando se establece la relación entre los datos y la pregunta. En algunos problemas es necesario comprobar si se han dado todos los datos o si hay que calcular primero algunos datos necesarios.

Frecuentemente la escritura de los datos esenciales, o el simple hecho de subrayarlos en el libro, sirven de apoyo a la observación analítica.

### 3ra. Etapa: Hallar el principio de solución (la vía de solución)

Es necesario actualizar los conocimientos y experiencias existentes sobre la resolución de los problemas, hay que realizar comparaciones con problemas análogos ya solucionados y meditar de qué forma se deben relacionar entre sí los números, qué igualdades hay que plantear.

Estas reflexiones se pueden facilitar mediante la elaboración de tablas o esquemas con los datos. En los problemas con varios pasos de cálculo es conveniente confeccionar un plan de solución. En algunos la realización de una prueba lógica ayuda a encontrar la vía de solución.

Al escribir las igualdades se puede hacer con o sin variables. Una vez hallada la igualdad, generalmente se calcula inmediatamente, es decir, se pasa a la etapa siguiente.

### 4ta. Etapa: Realización del principio de solución

Los resultados parciales o intermedios se calculan de forma gradual y se relacionan constantemente con el problema del ejercicio. De esta forma el alumno se da cuenta de qué pasos se han cumplido y cuáles debe cumplir aún. Al mismo tiempo, se va comprobando si el principio de solución hallado es correcto y si conduce a la solución deseada. Se debe controlar la exactitud de cada cálculo.

### 5ta. Etapa: Coordinación de la solución al problema planteado

El alumno tiene que adquirir conciencia nuevamente de la pregunta y formular una respuesta provisional con el resultado de su cálculo. Esta respuesta se debe poner en relación con la pregunta y comprobar críticamente si con ella se soluciona correctamente el problema planteado. Después se debe ratificar o corregir, si es necesario, la formulación provisional. Con esto se considera resuelto el problema.

Según (Werner Jungk, 1985) para darle solución a los problemas se deben seguir cuatro etapas fundamentales:

Orientación hacia el problema: a este aspecto pertenece la motivación, el planteamiento de problema y la percepción del ejercicio por parte de los alumnos. No es necesaria una motivación para cada ejercicio aislado, sino que es razonable una motivación para el tratamiento de un grupo de ejercicios seleccionados de un dominio determinado. Además se debe considerar que ciertos motivos para la solución pueden estar en le

propio ejercicio. El planteamiento del problema es aquí idéntico al planteamiento del ejercicio. El alumno ha comprendido el ejercicio si puede reproducirlo con sus propias palabras.

Trabajo con el problema: A esta fase pertenece, la precisión del problema, durante el cual se determina qué magnitudes se dan y cuáles se buscan, y se aclara la situación, así como la explicación de conceptos que aparecen en el ejercicio y que son desconocidos por los alumnos. Además, pertenece a esta fase el análisis del problema en el cual se traducen las relaciones dadas en el texto. Esto significa que se deben introducir variables adecuadas para las magnitudes que se dan y que se buscan, que se debe ilustrar la situación mediante un boceto, y si es necesario plantear la dependencia entre las magnitudes y representarlas posiblemente en tablas. Además es posible que se introduzcan magnitudes auxiliares y que haya que constatar el dominio al que pertenece el problema planteado. La búsqueda de la idea de solución ocupa una posición clave dentro del trabajo en el problema. A la búsqueda de la idea de la solución se arriba mediante dos vías. Una vía es mediante la consideración de medios posibles para la solución de ejercicios en el dominio al que pertenece el problema; de este dominio se busca una fórmula para una situación determinada, se aplica un teorema determinado, y se utilizan compendios correspondientes. La otra vía consiste en recordar métodos determinados como los procedimientos seguidos en otros ejercicios de este dominio: resolución de ejercicios utilizando formulas conocidas, planteo de ecuaciones mediante operaciones básicas de cálculo, uso de proporciones, trazado de construcciones auxiliares para hallar una solución.

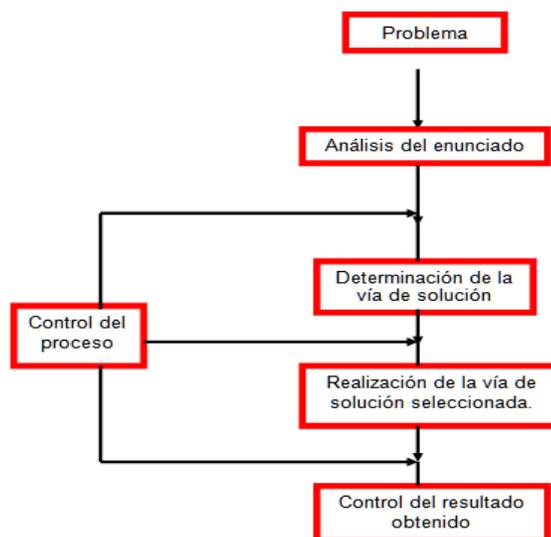
A los métodos para la búsqueda de la idea de la solución pertenece también la aplicación de estrategias de trabajos hacia delante y hacia atrás. A esta estrategia se ha hecho referencia cuando se ha tratado la búsqueda de ideas de la demostración. En algunos casos es necesario determinar primeramente magnitudes auxiliares.

Solución del problema: El contenido esencial de esta fase es la aplicación de los métodos seleccionados. Esta aplicación conduce primeramente al planteo matemático para la solución de ejercicios. A continuación, siguen consideraciones en el transcurso de la solución: se formulan ejercicios de cálculo para obtener las magnitudes auxiliares y las que se buscan; se establece el orden en que deben realizarse los cálculos; se

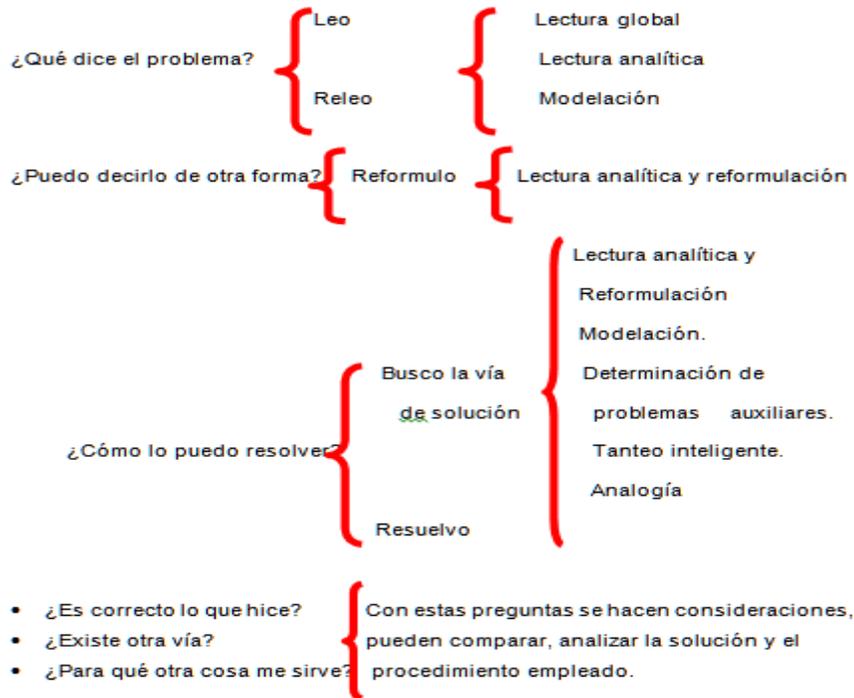
consideran las unidades de medidas dadas, en las cuales algunas veces deben realizarse transformaciones. Finalmente se determina la solución; aquí también se presentan de nuevo diferentes actividades: se hace un cálculo aproximado; se aplica el procedimiento de cálculo aproximado (fracciones comunes, cálculo escrito, reglas de cálculo); se obtiene primeramente un resultado matemático, un número; utilizando este resultado se formula la solución del problema planteado.

Evaluación de la solución y de la vía: Esta fase tiene como contenido, en primer lugar, la comprobación de la solución. La comprobación se realiza mediante una prueba relacionada con el enunciado del ejercicio, mediante la comparación del resultado con el resultado de cálculo aproximado y finalmente mediante la comparación con la práctica. Además se incluye en esta fase consideraciones de si puede trasmitirse la vía de solución a ejercicios similares.

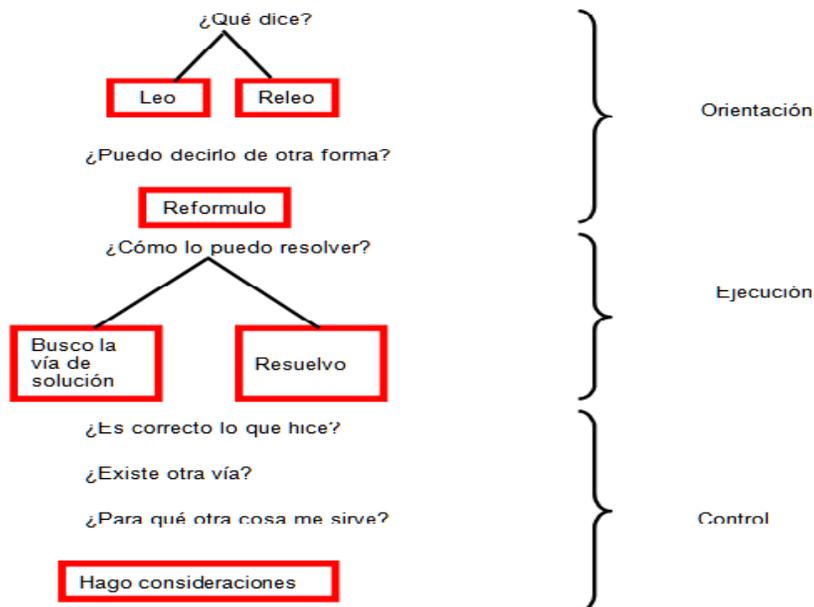
Labarrere (1987), por su parte, hace también consideraciones similares, añadiendo en la última fase, no solo el control del resultado, sino de todo el proceso de solución y lo esquematiza de la forma siguiente:



Según Campistrous Pérez. (1998), describe el procedimiento en cuestión comprendiendo las fases siguientes que responden a preguntas establecidas y sistematiza las técnicas a emplear en cada caso:



Este procedimiento puede verse íntimamente relacionado con los tres momentos fundamentales de la actividad como se ilustra a continuación:



Según Albarrán (2006) para el tratamiento metodológico de problemas en el sentido amplio, es conveniente tener en cuenta una alternativa del programa heurístico general planteado por (Müller 1987) asociados a una lista de preguntas e impulsos que utiliza en sus trabajos sobre la resolución de problemas el matemático Polya y el autor de este trabajo se acogerá a esta alternativa teniendo en cuenta que es la más actual y la más detallada.

Programa	Etapas parciales	Preguntas e indicaciones para las acciones del alumno
Orientación hacia el problema.	1. Aseguramiento del nivel de partida. 2. Motivación. 3. Orientación hacia los objetivos	
Trabajo en el problema.	1. Comprender el enunciado del problema	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lee el problema. ¿De qué trata? Reprodúcelo con tus palabras.</li> <li>• ¿Qué te dan? ¿Qué te piden? Separa lo dado de lo buscado.</li> <li>• ¿Determinan los datos la solución del problema? ¿Sobran? ¿Son suficientes? ¿Puedes formularlo de otra manera? ¿Puedes hacer un gráfico o representación que esclarezca la situación?</li> <li>• Formula las relaciones entre los datos y lo que se quiere hallar, también entre los datos entre sí y los elementos buscados entre sí. Piensa en los elementos conocidos y no conocidos.</li> </ul>
	2. Encontrar una vía de solución.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trata de relacionar el problema con otro conocido cuya solución sea más simple o inmediata. Transforma o introduce nuevas incógnitas, si es necesario, acercándolo a los datos. Transforma los datos hasta obtener o deducir nuevos elementos más próximos a las incógnitas.</li> <li>• Recuerda la solución de ejercicios análogos.</li> <li>• Analiza si se han tenido en cuenta todos los datos.</li> <li>• Analiza casos particulares. Resuelve problemas parciales. Considera solo una parte de las condiciones.</li> <li>• Ilustra las relaciones encontradas en el gráfico.</li> <li>• Tantea, si es necesario.</li> <li>• Generaliza el problema, si es posible.</li> <li>• Elabora un plan de solución.</li> </ul>

Solución del problema.	3. Realizar el plan de solución.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fundamentar la corrección de cada paso. Realizar los cálculos necesarios.</li> <li>• Resolver igualdades, ecuaciones e inecuaciones. Simplificar.</li> <li>• Obtener la sucesión de indicaciones con carácter algorítmico.</li> <li>• Transformar expresiones, etc.</li> </ul>
Vista retrospectiva y perspectiva.	4. Evaluar la solución y la vía.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Es lógica la respuesta? ¿Por qué?</li> <li>• ¿Es posible comprobar la solución? Hazlo.</li> <li>• ¿Es posible resolver el problema por una vía más corta?</li> <li>• ¿Qué otros resultados pueden obtenerse por esta vía?</li> <li>• Dar la respuesta.</li> </ul>

A modo de conclusiones podemos decir que la resolución de problemas se ha convertido en el centro de la enseñanza de la Matemática en la época actual, por lo que es necesario contar con una concepción de su enseñanza que ponga en primer lugar la capacidad de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento lógico.

## **CAPÍTULO 2: PROGRAMA COMPLEMENTARIO DE PREPARACIÓN A LOS ESTUDIANTES DE SEGUNDO AÑO DE LA ESPECIALIDAD MAESTROS PRIMARIOS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS CON FINES DIDÁCTICOS**

### **2.1. Diagnóstico del estado real en que se manifiesta el problema de investigación**

En la etapa inicial de la investigación se diagnosticó el estado real de la preparación de los estudiantes de la formación pedagógica para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.

La búsqueda de hallazgos responde a la variable y los indicadores declarados en el estudio.

En correspondencia con los indicadores se aplicaron instrumentos como la entrevista grupal (anexo 1) y el análisis de documentos (anexo 2).

Dichos instrumentos fueron aplicados a la muestra declarada en el presente trabajo. La muestra seleccionada para el diagnóstico es intencional representativa. La constituyen los 30 estudiantes de segundo año de la especialidad Maestro Primario de la Escuela Pedagógica Rafael María de Mendive.

La entrevista grupal fue realizada con el objetivo de constatar el nivel de conocimientos de los estudiantes en relación con la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.

Los resultados cuantitativos demuestran que:

Bien: Ofrece varios argumentos.

Regular: Ofrece algunos argumentos.

Mal: No ofrece argumentos.

#### 1- ¿Qué es un problema matemático?

De los 30 estudiantes entrevistados 3 (10 %) no ofrecen argumentos concretos referentes a lo que es problema matemático, el resto no es capaz de emitir opinión.

#### 2- ¿Cuáles son los elementos estructurales de un problema?

En cuanto a los elementos estructurales de un problema 28 estudiantes (93,3 %) no son capaces de referirse a algún elemento, solamente dos hacen alusión a los datos.

3- ¿Qué tipos de problemas existen?

Los entrevistados ofrecen varios argumentos, pero ninguno concretamente se refiere a lo preguntado.

4- ¿Según el tipo de problema cuáles pueden ser sus combinaciones?

Al no dominar los tipos de problemas, no son capaces de identificar las combinaciones que se pueden establecer, solamente dos estudiantes (6,6 %) hacen referencia a combinar los datos con las conversiones.

5- ¿Cuáles son los modelos que nos permiten comprender la vía de solución de un problema y de cada subproblema?

En esta pregunta cinco escolares (16,6 %) se refieren al uso de tablas para resolver problemas matemáticos, pero sin conocer que es un modelo.

6- ¿Cuál es el algoritmo de trabajo para resolver problemas matemáticos?

Seis estudiantes (20 %) refieren pasos concretos para la resolución de problemas matemáticos, pero no como un algoritmo de trabajo, el resto no aplica adecuadamente los significados prácticos y el algoritmo para resolver distintos tipos de problemas atendiendo a su estructura y a los niveles de dificultad.

**El análisis de documentos** permitió constatar cómo se concibe en los documentos normativos (Programa, sistemas de clases, orientaciones metodológicas e indicaciones específicas para la formación pedagógica) la preparación de los estudiantes de la formación pedagógica para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.

El análisis del programa de la asignatura permitió comprobar que está organizado con vistas al tratamiento de didáctico de los contenidos, con objetivos generales y específicos referentes a ese fin.

En las orientaciones metodológicas e indicaciones específicas para la formación pedagógica no se contemplan acciones para proceder en la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.

La revisión de sistemas de clases permitió constatar cómo se le da tratamiento a la resolución de problemas en las distintas clases y de su sistema en sí.

Se revisaron tres sistemas de clases, para llevar a cabo este análisis se diseñaron aspectos empleando las categorías de bien, regular y mal (anexo 2). Los resultados cuantitativos se reflejan a continuación:

1. En cuanto a la selección de los contenidos, teniendo en cuenta las consideraciones necesarias, en correspondencia con el objetivo resolver problemas se pudo apreciar que en un sistema de clases se seleccionan bien representando un 33,3 % y en dos se seleccionan mal, pues no tienen en cuenta la variedad de problemas a trabajar, así como los niveles de dificultad, lo que representa el 66,6 %.
2. Al observar en los sistemas de clases el desarrollo del método y los procedimientos se pudo apreciar que en un sistema de clases (33,3 %) se realiza bien, pues se reflejan a través de las actividades, cómo se le da tratamiento a la resolución de problemas y en dos (66,6 %) se realiza mal, pues no se refleja cómo se le da un correcto tratamiento a la resolución de problemas y siempre emplean la misma técnica: la de la lectura analítica por ser la más fácil.
3. En todos los sistemas de clases se observó el empleo correcto en la formulación del objetivo lo que representa el 100%.
4. En cuanto al empleo de los significados prácticos de las operaciones, variedad de problemas según los niveles de dificultad y su estructura y diferentes técnicas solo se realiza bien en un sistema, lo que representa el 33,3 %, en uno se realiza de forma regular (33,3 %) debido a que no se emplean los significados prácticos y en el otro se hace mal, no se emplean los significados prácticos, ni se hace uso de variedad de técnicas para un 33,3 %.
5. Se emplea correctamente el algoritmo de trabajo para conducir el tratamiento a la resolución de problemas matemáticos atendiendo a su estructura y niveles de dificultad bien en un sistema lo que representa el 33,3% y en las dos restantes, lo hacen mal, debido a que se anticipan a los juicios para un 66,6 %.

Como regularidad del diagnóstico del estado real del problema se determinan como potencialidades:

- Realizan y aplican adecuadamente la lectura analítica en la solución a los problemas matemáticos planteados.
- Elaboran correctamente el objetivo instructivo que da respuesta a la resolución de problemas.
- Dominan la estructura didáctica de la clase de Matemática en la actual Escuela Primaria cubana.

Las limitaciones están referidas a:

- Insuficiente preparación para dar tratamiento a la resolución de problemas matemáticos, revelados en:
  - \* No se hace uso de los significados prácticos de las operaciones, aún dominándolos.
  - \* No se utilizan variedades de problemas.
  - \* No se utilizan variedades de técnicas.

## **2.2. Presentación del programa complementario**

Como solución al problema científico declarado se presenta en la investigación un Programa complementario de preparación a los estudiantes de la especialidad Maestros Primarios para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.

El programa se estructura teniendo en cuenta lo establecido en el artículo 84, de la RM 2/ 2018, del Ministerio de Educación Superior, Reglamento de Trabajo Docente Metodológico. En este se consigna que: Los programas analíticos de las asignaturas deben contener, al menos, la información siguiente:

- a) Datos generales (nombre de la asignatura, de la disciplina y de la carrera; su ubicación en el plan de estudio; el fondo de tiempo total y por formas organizativas; así como, la tipología de clases).
- b) Fundamentación.
- c) Objetivos generales de la asignatura.
- d) La relación de temas, definiéndose para cada uno: los objetivos, el contenido, la cantidad de horas y su distribución por formas organizativas y tipos de clase, y la evaluación.

- e) Indicaciones metodológicas y de organización.
- f) El sistema de evaluación del aprendizaje.
- g) Texto básico y otras fuentes bibliográficas.

En correspondencia se presenta a continuación el Programa complementario de preparación a los estudiantes de la especialidad Maestros Primarios para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos, elaborado para este propósito.

#### **a) Datos generales**

Asignatura complementaria “La resolución de problemas matemáticos con fines didácticos”.

Segundo año Especialidad Maestros Primarios

Total de horas: 28 horas clases.

#### **b) Fundamentación**

El desarrollo del pensamiento lógico en los futuros educadores que se forman en las escuelas pedagógicas, constituye una tarea priorizada en las instituciones formadoras, como garantía de la educación de la personalidad del educador a que se aspira.

La sociedad actual demanda que se instaure un nuevo modelo basado en la capacidad de producir y utilizar conocimientos que permitan preparar a los escolares para la vida, que cultive el intelecto, valores y principios y que conduzcan a aprender a ser, a hacer, a conocer y a convivir.

Los objetivos generales de la asignatura Matemática en la escuela primaria se encaminan al desarrollo de capacidades en los escolares para utilizarla como instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas del contenido de actuación de niños y niñas.

El trabajo con problemas matemáticos en la educación primaria debe favorecer el desarrollo en los escolares de tres capacidades básicas, la identificación, la formulación y la resolución.

Las dificultades relativas a los problemas matemáticos, los elementos de su estructura externa revelan que los futuros educadores que se forman en la escuela pedagógica presentan insuficiencias para el desarrollo de esta habilidad, las que no llegan a resolver solo con lo que reciben en el programa de la asignatura Didáctica de la matemática. Es por ello que se impone la necesidad de buscar alternativas viables para nutrir al futuro

maestro de los contenidos básicos fundamentales que lo pongan en posición de éxito para enfrentar la resolución de problemas matemáticos y su enseñanza, una vez graduado.

En ese contexto surge la necesidad de desarrollar el presente programa complementario, que se denomina “Programa complementario de preparación a los estudiantes de la especialidad Maestros Primarios para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos”.

Contiene clasificación de los problemas, elementos del conocimiento, datos, significado de las operaciones matemáticas, modelos, estructura aritmética y solución, además en el caso que lo requiera elementos lingüísticos o referencia histórica. Los problemas que aparecen no están contenidos en los libros de textos, el

### **c) Objetivos generales del programa complementario**

1. Formular y resolver problemas relacionados con el desarrollo económico, político y social local, nacional, regional y mundial y con fenómenos y procesos científico-ambientales, que requieran conocimientos y habilidades relativos al trabajo con los números naturales y fraccionarios, las magnitudes, las ecuaciones, la geometría y la estadística, que promuevan el desarrollo de la imaginación, de modos de la actividad mental, de sentimientos y actitudes, que le permitan apropiarse del proceder para la resolución de problemas y su posterior aplicación en el ejercicio de la profesión.
2. Representar situaciones de la práctica, la ciencia o la técnica mediante modelos analíticos y gráficos y viceversa, extraer conclusiones a partir de esos modelos, aplicando para ello los conceptos, relaciones y procedimientos relativos al trabajo con los números naturales y fraccionarios, las magnitudes y las ecuaciones, la geometría y la estadística.
3. Utilizar técnicas para un aprendizaje individual y colectivo eficiente que le permite apropiarse de métodos y procedimientos aplicables a la resolución de problemas aplicables al ejercicio de la profesión en el nivel educativo primaria.

### **d) Guía temática**

Se trabajará un único objetivo que consiste en identificar, formular y resolver problemas.

Dicho objetivo, se cumple para cada tipo de problema, se adecua a la intención educativa del texto del problema y se adopta en cada clase de manera particularizada.

<b>Tipo de problema</b>	<b>h/c</b>
Problemas orales con apoyo de ilustraciones.	1
Solución de problemas a partir de ofertas.	2
A partir de un dato y el total hallar el otro dato.	2
Buscar preguntas a problemas.	1
Problemas con datos innecesarios.	2
Problemas con dos preguntas.	2
Problemas compuestos dependientes.	2
Problemas compuestos independientes.	2
Problemas con un dato en la pregunta.	2
Problemas con dos soluciones con una sola pregunta.	2
Reelaborar problemas.	2
Problemas con cantidades diferentes.	2
Compuestos dependiente con dos pasos de solución.	2
Problema para determinar edades.	2
Problemas de promedio.	2
Total	28

### **e) Indicaciones metodológicas y de organización.**

La asignatura tiene un carácter eminentemente práctico, con el fin de introducir al estudiante de tercer año Especialidad Maestros Primarios, en las esencias de la resolución de problemas, a fin de que asimile e incorpore los recursos para enfrentar la resolución de problemas con fines didácticos, en el momento de su tratamiento en la asignatura Didáctica de la Matemática.

Las actividades deben tener un carácter ameno, práctico, donde reine el dialogo, la reflexión, la empatía y cooperación entre los estudiantes miembros del grupo.

La asignatura una vez planificada e incorporada en el currículo institucional será cursada por la totalidad de los estudiantes, de obligatorio cumplimiento y consignada en el horario docente.

Se recomienda trabajar en cada clase un tipo específico de problemas, ejercitarlo y luego pasar a otro. Así mismo se recomienda el empleo de los dominios numéricos naturales y fraccionarios en los tipos de problemas que así lo admitan.

Cada uno de los problemas que se proponen, aparecen con una descripción de elementos básicos que sirven de sostén para el logro de una acertada comprensión. Contiene clasificación de los problemas, elementos del conocimiento, datos, significado de las operaciones matemáticas, modelos, estructura aritmética y solución, además en el caso que lo requiera elementos lingüísticos o referencia histórica. Contempla un uso balanceado de los significados práctico de las operaciones matemáticas, un empleo diverso de las relaciones matemáticas explícitas entre los números. Permite ejercitar los diferentes tipos de problemas en cada una de las unidades, con sus combinaciones y dar mantenimiento a diferentes habilidades (numeración, trabajo con magnitudes).

¿Qué elementos recogen estas consideraciones y qué aporta a la preparación del docente?

1. *Términos lingüísticos o referencia histórica:* Nutre al docente del conocimiento de significados de palabras que pueden ser desconocidos, además aporta el conocimiento de algún elemento histórico enmarcado en el texto del problema, estos elementos para muchos de los problemas puede constituir fuente de motivación. En la propuesta, no en todos los problemas es necesaria la aclaración de los elementos antes expuestos.
2. *Clasificación:* Ubica a los maestros en el parámetro de dificultad y sus posibles combinaciones.
3. *Elemento del conocimiento:* Ofrece el contenido matemático a trabajar permitiéndole al docente determinar las condiciones previas que necesita.
4. *Datos:* Se ofrecen datos disponibles, las posibles combinaciones de las relaciones matemáticas explícitas entre los números, las magnitudes y su conversión y las

representaciones en cifras de los datos expresados a partir del sistema de posición decimal. Para determinar los datos se tendrá en cuenta el orden en que estos aparezcan en los textos de los problemas, quedando:

- a- Primer dato.
- b- Segundo dato.
- c- Tercer dato.
- d- Cuarto dato.
- e- Quinto dato.
- x- Primer subproblema.
- y- Segundo subproblema.
- z- Tercer subproblema.
- K- Número de conversión.
- R- Resultado final.

5. *Significado de las operaciones aritméticas*: Permite al docente establecer relaciones entre el todo y sus partes para llegar a la forma de operar.
6. *Modelos*: Permite reproducir las relaciones matemáticas necesarias despejando los elementos innecesarios para una mejor comprensión.
7. *Estructura aritmética*: Permite traducir del lenguaje común a un lenguaje matemático partiendo de variables y su posterior sustitución por números.

Esta propuesta cuenta además con un material auxiliar que modifica las preguntas de los problemas elaborados manteniendo constante el resto del problema enmarcando al los maestros en el número del problema en que se modifica la pregunta, la nueva pregunta formulada y la unidad en que se trabajará.

Este manual contentivo de problemas matemáticos con textos asociados y consideraciones metodológicas aporta ideas esenciales para el desarrollo de habilidades en la solución de problemas matemáticos en tercer grado, los maestros quedan en libertad para efectuar la selección y ordenamiento de los problemas a realizar por los escolares en correspondencia con los criterios didácticos y metodológicos que las circunstancias requieran. Podrán además obtener partiendo de estos problemas otros problemas modificando datos, contenidos, condiciones etc.

## Propuesta de problemas matemáticos con textos asociados a trabajar (Anexo 5)

### **f) El sistema de evaluación del aprendizaje.**

#### Exigencias para la evaluación de los estudiantes en la asignatura

La evaluación debe privilegiar lo formativo por lo que representa en su preparación como futuro maestro.

La evaluación de la asignatura tiene un carácter eminentemente cualitativo, con el fin de evaluar la incorporación de procedimientos necesarios para el ejercicio de la profesión.

Además se evalúa de forma sistemática la participación activa de los estudiantes en las actividades, a partir de preguntas y respuestas que se realicen.

### **g) Texto básico y otras fuentes bibliográficas.**

#### Bibliografía Básica

1. Campistrous, Luis (1996). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana.
2. Capote, Manuel (2005). *La etapa de orientación en la solución de problemas aritméticos para la escuela primaria*. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana.
3. Colectivo de autores (2005). *Didáctica de la matemática en la Escuela Primaria*. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana.
4. Labarrere, Alberto (1988). *Cómo enseñar a los alumnos de primaria a resolver problemas*. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana.
5. Ministerio de Educación, Cuba (2001). *Libro de texto de Matemática 3 grado*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
6. \_\_\_\_\_. (2001) *Programa Tercer Grado*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
7. \_\_\_\_\_. (1990) *Orientaciones metodológicas de Tercer Grado*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

### **2.3. Evaluación de la aplicación del programa complementario. Pre-experimento pedagógico**

Con el propósito de constatar la preparación de los estudiantes de segundo año de la especialidad maestros Primarios de la Escuela Pedagógica Rafael María de Mendive para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos, tanto en la

constatación inicial (pre-test) como en la constatación final (pos-test) del pre-experimento pedagógico, se emplearon diferentes métodos de investigación con sus respectivos instrumentos, prueba pedagógica antes (Anexo 3), prueba pedagógica después (Anexo 4), entrevista a los estudiantes (Anexo 2).

Todos los instrumentos diseñados y aplicados estuvieron dirigidos a la medición de:

- \* Nivel de dominio de los elementos estructurales, y los aspectos contenidos en el problema
- \* Nivel de dominio de los significados prácticos de las operaciones en correspondencia con las exigencias del problema
- \* Nivel en que logra clasificar los problemas y sus combinaciones
- \* Nivel de dominio del modelo del problema y de cada subproblema.

Para la evaluación de la efectividad del programa complementario diseñado se confeccionó una matriz de valoración para los indicadores (Anexo 6).

A partir de los resultados obtenidos en la constatación inicial (pre-test) y como segunda fase del pre-experimento secuencial pedagógico se aplicó el programa complementario elaborado, en una tercera fase se procedió a la aplicación de una constatación final (pos-test). La comparación de ambas permitió determinar la evolución de la preparación de los estudiantes de segundo año de la especialidad Maestro Primario con respecto la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos y por tanto la efectividad del programa complementario aplicado.

En las tablas 2 y 3 (Anexos 7) se han plasmado los resultados obtenidos sobre el comportamiento de los indicadores durante el pre-test (antes) y del pos-test (después).

Como puede apreciarse en los datos numéricos situados en las tablas son significativos los cambios operados entre la primera y segunda constatación respecto a la preparación que tienen los estudiantes de segundo año de la especialidad maestro primario para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.

En el indicador 1 en la constatación inicial (pretest) de una muestra de 30 estudiantes solo se evalúan de regular tres, pues demostraron poseer conocimientos de la estructura externa y lo demuestran sin llegar a los aspectos contenidos en cada elemento estructural lo que representa un 10 % de la muestra y 27 se evalúan de mal, pues no precisan los elementos estructurales y no demuestran conocimiento de los aspectos que lo contemplan, lo que representaba un 90 %.

En la constatación final (postest), 29 de los 30 muestreados demuestran haber adquirido conocimiento pleno de los elementos estructurales, así como, los aspectos contenidos en cada uno, para representar un 96,6% y un estudiante permanece en nivel regular para un 3,4 %.

De este análisis se infiere que se produjeron cambios significativos en este aspecto y que el programa complementario posibilitó que los estudiantes implicados se apropiaran de conocimientos necesarios sobre los elementos estructurales, y los aspectos contenidos en el problema.

En el indicador 2 de acuerdo a los datos numéricos plasmados en las tablas 1 y 2 (anexo 7) también se aprecia una evolución positiva en el dominio de los significados prácticos de las operaciones en correspondencia con las exigencias del problema.

En el (pre-test) ningún estudiante se evalúa de bien, dos se evalúan de regular para un 6,6 % y 28 (93,3 %) son evaluados de mal por no determinar el o los significados prácticos de las operaciones y utilizan significados que no se corresponden con la operación indicada.

En el postest 28 se evaluaron de bien, pues evidenciaron conocimientos al determinar el o los significados prácticos de las operaciones en total correspondencia con las exigencias del problema, lo que representó un 93,3 % de la muestra y dos se evalúan de regular en tanto aún incurren en un error al determinar los significados de las operaciones, para un 6,6 % y ninguno aparece de mal.

En el indicador 3 respecto al nivel en que logra clasificar los problemas y sus combinaciones, (antes), solo cinco estudiantes se evalúan de regular, para un 16,6 %, pues clasifican los problemas e incurren en errores al hacer referencia a sus combinaciones, el resto es catalogado de mal al no ser capaces de clasificar el tipo de

problema, lo que representa un 83,3 %, después (postest) se logró que 28 de los 30 muestreados se evaluaron de bien para un 93,3 %, mostrándose capaces de clasificar los problemas y sus combinaciones.

En el indicador 4 nivel de dominio del el modelo del problema y de cada subproblema también se aprecian cambios notables, pues de los 30 estudiantes, antes (pretest) solo seis (20 %) estaban de regular, debido a que incurrían en un error al determinar un modelo para uno de los significados y 24 estaban mal, ya que los modelos no se correspondían con los significados prácticos de las operaciones, esto representó un 80 %, después (postest) en este mismo indicador se ubican 29 estudiantes (96,6 %) en la categoría de bien, pues seleccionan adecuadamente el modelo del problema y de cada subproblema, quedando solamente uno (3,4 %) de regular al incurrir en un error, en ocasiones, al determinar un modelo para uno de los significados.

De acuerdo al análisis realizado, mostrado en las gráficas de comparación (Anexo 8) es evidente que el programa complementario diseñado fue efectivo por cuanto permitió que los estudiantes se apropiaran de conocimientos sobre los elementos estructurales, los aspectos contenidos en el problema, los significados prácticos de las operaciones en correspondencia con las exigencias del problema, la clasificación de los problemas y sus combinaciones, así como del modelo del problema y de cada subproblema, lo que queda demostrado en el análisis cuantitativo y cualitativo realizado.

## CONCLUSIONES

1. Los fundamentos teórico-metodológicos que sustentan la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos, permitieron corroborar que la preparación de los estudiantes de segundo año de la especialidad Maestro Primario se expresa en los presupuestos de la teoría con respecto a los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la formación pedagógica, así como en la implementación de los algoritmos de trabajo para resolver los problemas.
2. El estudio diagnóstico realizado a los estudiantes de segundo año de la especialidad Maestro Primario de la Escuela Pedagógica Rafael María de Mendive para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos, evidenció que resulta insuficiente su preparación, pues no se hace uso de los significados prácticos de las operaciones, no se utilizan variedades de problemas ni técnicas.
3. Para lograr una mayor efectividad en la preparación de los estudiantes de segundo año de la especialidad Maestro Primario de la Escuela Pedagógica Rafael María de Mendive para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos, se hace necesario el diseño y la aplicación de un programa complementario, que ofrezca acciones, procedimientos, ejemplos y orientaciones para implementar procederes que propicien conocimientos sobre los elementos estructurales, los aspectos contenidos en el problema, los significados prácticos de las operaciones en correspondencia con las exigencias del problema, la clasificación de los problemas y sus combinaciones, así como del modelo del problema y de cada subproblema.
4. La aplicación del programa complementario a través de la realización de un pre-experimento demostró que, cuando se logra que el estudiante conozca qué es un problema matemático, los tipos que existen atendiendo a los niveles de dificultad y su estructura, así como los significados prácticos de las operaciones en los mismos se garantiza su preparación para resolver problemas matemáticos con fines didácticos, lo cual quedó con confirmado en el control de la variable dependiente mediante la comparación de los estados inicial y final.

## **RECOMENDACIONES**

- Continuar profundizando en el tema de la investigación a fin de mantener su vigencia, para prever un aprendizaje individualizado desde la asignatura Matemática en la Escuela Pedagógica.
- Socializar en eventos las consideraciones metodológicas contenidas en la tesis.
- Publicar en revistas indexadas los resultados contenidas en el informe de investigación.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Addine, F. (2004). *Didáctica: teoría y práctica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Addine, F. (2004). *El registro de sistematización profesional: herramientas para la toma de decisiones*. CD de la Maestría en Ciencias de la Educación de Amplio Acceso.
- Addine, F. et al. (1997). *Didáctica y optimización del proceso de Enseñanza Aprendizaje*. La Habana: IPLAC
- Álvarez de Zayas, C. (1996), *Metodología de la Investigación Científica*, La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Alvero Francés, F. (1988). *Cervantes, Diccionario Manual de la Lengua Española*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. Tomo 2 .p.147
- Ballester Pedroso. Sergio et al. (2000). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática (Tomo II)*, La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Ballester Pedroso. Sergio, (2002), *Material Docente. El Transcurso de las Líneas Directrices en los Programas de Matemática y la Planificación de la Enseñanza*, La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Biblioteca Premium Microsoft (2006). Enciclopedia Encarta.
- Castro Ruz, F. (2002a). “*Discurso pronunciado el 16 de septiembre del 2002 en la inauguración del curso escolar 2002-2003 en la Plaza de la Revolución*”. Tomado de la página digital del periódico Granma, en la sesión “Discursos de Fidel”.
- Castro, F. (2002b) *Tercer Seminario Nacional para Educadores*: pág. 2: MINED.
- Castro, R. F. (1978). *V Seminario Nacional a Dirigentes, Metodólogos e Inspectores de las direcciones provinciales y municipales de educación*. Documentos normativos y metodológicos.
- Colectivo de autores de la Dirección Nacional de Secundaria Básica y el instituto Central de Ciencias Pedagógicas. (2007). *Modelo de Escuela Secundaria Básica*. UNESCO: Edición y Diseño, Molinos Trade, S.A.

- Cuba MINED. (2006). Video cassette, Temas Metodológicos, Secundaria Básica, Matemática 9.Grado, 8vo encuentro.
- Cuba, Ministerio de Educación, (2004), *V Seminario Nacional para Educadores*. Cuba. (1977). *Seminario nacional a Dirigentes, Documento Normativo y Metodológico*. La Habana: Ministerio de Educación.
- Cuba. (2005). *Maestría en Ciencias de la Educación: Módulo I; Fundamentos de la Investigación Educativa*. Disco compacto.
- Cuba. MINED. *Material Básico, Maestría en Ciencias de la Educación, Módulo I, Primera Parte*.
- Cuba. Ministerio de Educación, (2005), *VI Seminario Nacional para Educadores*. Tabloide: Editorial Pueblo y Educación.
- Chávez, J. A. (1999). *Actualidad de las tendencias educativas*. Instituto Central de Ciencias Pedagógicas. La Habana.
- Chávez, J. A. (2001). *La Investigación científica desde la escuela*. Revista Desafío Escolar, Vol 3, año 1, Ed. EIDE, nov. dic.
- Danilov M. A. Skalkin M. N. *Didáctica general de la Escuela Media*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- García Batista, Gilberto. (2003). *Compendio de Pedagogía*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- García Galló. Gaspar, (1978), *Bosquejo Histórico de la educación en Cuba*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- García, et al. (2005). *El trabajo independiente: sus formas de realización*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- García, G. y Caballero, E. (2004). *Profesionalidad y práctica pedagógica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Geissler, E. et. Al. (2007). *Metodología de la enseñanza de la matemática (segunda reimpresión)*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

- Gómez G. L. I (2001). *Segundo Seminario Nacional para educadores*, La Habana: Editora Política.
- Gómez G. L. I (2002). *Tercer Seminario Nacional para educadores*. MINED.
- Jungk, Werner. (1982). *Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la matemática 1*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Klimberg, Lothar. (1978). *Introducción a la Didáctica General*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Koroleov, F. (1987). *Lenin y la Pedagogía*. Moscú: Editorial Progreso.
- List, G. (1982). *Lógica Matemática, Teoría de Conjuntos y Dominios Numéricos*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. P. 21
- Martín – Viaña Cuervo, V. (2006). *El plan de clases*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- MINED, (2008) Resolución Ministerial 119, Reglamento del Trabajo Metodológico.
- MINED. (2004). *Programas, Noveno Grado, Secundaria Básica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, p. 7, 8, 17, 23 y 24.
- Ministerio de Educación. (1978). *IV Seminario Nacional a dirigentes, metodólogos, inspectores y personal de los órganos administrativos de las Direcciones Provinciales y Municipales de Educación*. La Habana: Empresa Impresoras Gráficas MINED.
- Montano. Juan R, et al. (2005), *La Enseñanza Aprendizaje de Español, Matemática e Historia*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Montes de Oca Companioni, E. T. (2004). *El tratamiento a la función educativa de la Matemática en la secundaria básica*. Tesis doctoral: UCP “Capitán Silverio Blanco Núñez”, Sancti Spíritus.
- Muñoz Baños, F. et. al. (1991). *Matemática, Noveno grado*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. p. 83 – 103.
- Muñoz Baños. Félix. et al. (1989). *Libro de Texto 7. Grado Matemática*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

- PCC. (1976). *Tesis y Resoluciones. Primer Congreso Partido Comunista de Cuba*. La Habana: DOR.
- Pérez G .A y Roy C .M (2007). *Exigencias para la preparación metodológica del docente en la dirección del Aprendizaje de la Matemática en las nuevas condiciones de la Secundaria Básica. Segundo Evento Científico Metodológico de las Ciencias Exactas*. Sancti Spíritus. Instituto Superior Pedagógico. (CD).
- Petrovsky A. V. (1970). *Psicología Pedagógica de las Edades*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Quintana Valdés, A. et. al. (2005), *Matemática 7. Grado Cuaderno Complementario*, La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Quintana Valdés, A. et. al. (2005). *Matemática 8. Grado Cuaderno Complementario*, La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Quintana Valdés, A. et. al. (2005). *Matemática 9. Grado, Cuaderno Complementario*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. p. 60 – 66.
- Rodríguez Gómez, G. y coautores. (2004). *Metodología de la investigación cualitativa*. La Habana: Editorial Félix Varela.
- Silvestre, Oramas M. (1999). *Aprendizaje, educación y desarrollo*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Software educativo: “Elementos matemáticos”. Módulo 3. *Las variables*.
- Tuner Martí, L y Chávez Rodríguez, J. (1983). *Se aprende a aprender*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Vigotsky, L. S. (1981). *Pensamiento y lenguaje*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Wong, E. (1982). *Algunos aspectos de la Dirección, Organización y Planificación del Trabajo Metodológico, en Provincia, Municipio y Escuela. La preparación metodológica*. La Habana: Seminario Nacional a Dirigentes, Metodólogos e Inspectores provinciales y municipales. Primera Parte.
- Zilberstein, J. (2000). Aprendizaje, enseñanza y desarrollo. En: *¿Cómo hacer más eficiente el aprendizaje?* México: Ediciones CEIDE.

## **ANEXOS**

### **Anexo 1**

Entrevista grupal

Objetivo: Constatar el nivel de conocimientos de los estudiantes en relación con la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.

#### Cuestionario

- 1- ¿Qué es un problema matemático?
- 2- ¿Cuáles son los elementos estructurales de un problema?
- 3- ¿Qué tipos de problemas existen?
- 4- ¿Según el tipo de problema cuáles pueden ser sus combinaciones?
- 5- ¿Cuáles son los modelos que nos permiten comprender la vía de solución de un problema y de cada subproblema?
- 6- ¿Cuál es el algoritmo de trabajo para resolver problemas matemáticos?

#### Clave de calificación

Bien: Ofrece varios argumentos.

Regular: Ofrece algunos argumentos.

Mal: No ofrece argumentos.

## **Anexo 2**

Guía de análisis de documentos

Objetivo: Constar cómo se concibe en los documentos normativos (Programa, orientaciones metodológicas e indicaciones específicas para la formación pedagógica y sistemas de clases) la preparación de los estudiantes de la formación pedagógica para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.

### Aspectos a valorar

1. Formulación de objetivos generales de la asignatura en el grado con potencialidades para dar tratamiento a la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.
2. Formulación de objetivos específicos de la asignatura, en cada unidad, con posibilidades para dar tratamiento a la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.
3. Orientaciones metodológicas e indicaciones específicas para la preparación de los estudiantes de la formación pedagógica para la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.
4. Formulación de objetivos en los sistemas de clases dirigidos a dar tratamiento a la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.
5. Selección de los contenidos, teniendo en cuenta las consideraciones necesarias, en correspondencia con el objetivo resolver problemas matemáticos con fines didácticos.
6. Métodos y procedimientos que se ofrecen para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje que posibilitan dar tratamiento a la resolución de problemas matemáticos con fines didácticos.
7. Empleo de los significados prácticos de las operaciones, variedad de problemas según los niveles de dificultad y su estructura y diferentes técnicas.
8. Empleo correcto del algoritmo de trabajo para conducir el tratamiento a la resolución de problemas matemáticos atendiendo a su estructura y niveles de dificultad.

### **Anexo 3**

Prueba pedagógica pretest

Objetivo: Constatar el nivel de preparación de los docentes en el algoritmo de trabajo para el tratamiento a la resolución de problemas teniendo en cuenta los niveles de dificultad que se trabajan en el ciclo.

#### Cuestionario

1. Analice si la siguiente situación constituye o no un problema matemático. Fundamente su respuesta valorando la existencia y la validez de los elementos de su estructura.

En un par de ángulos adyacentes uno tiene el triplo de la amplitud del otro. ¿Cuál es la amplitud de cada ángulo?

a) Diga qué tipo de problema es.

b) Escribe el significado práctico de las operaciones utilizando un modelo.

c) Plantea las operaciones matemáticas a realizar.

d) ¿Es posible resolverlo? Sí\_\_\_ No\_\_\_

¿Por qué?\_\_\_\_\_.

e) Utiliza una de las técnicas estudiadas.

f) Resuélvelo de ser posible.

#### Clave de calificación

a) Diga qué tipo de problema es.

Bien: Si logra analizar correctamente la situación planteada, fundamenta su respuesta y si clasifica el problema bien.

Regular: Si logra analizar correctamente la situación planteada, fundamenta su respuesta y no hace una correcta clasificación.

Mal: Si no logra analizar correctamente la situación planteada, no fundamenta su respuesta y no hace una correcta clasificación.

b) Escribe el significado práctico de las operaciones utilizando un modelo.

Bien: Si escribe el significado práctico de las operaciones utilizando un modelo.

Regular: Si escribe el significado práctico de las operaciones y no utiliza modelo.

Mal: Si no escribe el significado práctico de las operaciones ni utiliza modelo.

c) Plantea las operaciones matemáticas a realizar.

Bien: Si plantea las operaciones matemáticas a realizar.

Regular: Si plantea algunas operaciones matemáticas a realizar.

Mal: Si no plantea las operaciones matemáticas a realizar.

d) ¿Es posible resolverlo? Sí\_\_\_ No\_\_\_

Bien: Si responde correctamente y argumenta el por qué.

Regular: Si responde correctamente y no argumenta.

Mal: Si no responde correctamente ni argumenta.

e) Utiliza una de las técnicas estudiadas.

Bien: Si utiliza una técnica y sabe cuál es.

Regular: Si utiliza una técnica.

Mal: Si no sabe decir qué técnica utilizó.

f) Resuélvelo de ser posible.

Bien: Si plantea los datos, la operación, despeja correctamente y resuelve el ejercicio.

Regular: Si no plantea los datos ni la operación pero resuelve el ejercicio.

Mal: Si no resuelve el ejercicio.

## **Anexo 4**

Prueba Pedagógica postest

Objetivo: Constatar el nivel de preparación de los docentes en el algoritmo de trabajo para el tratamiento a la resolución de problemas teniendo en cuenta los niveles de dificultad que se trabajan en el ciclo.

### Cuestionario

1. Formule un problema matemático que cumpla con las siguientes exigencias:
  - a) Que sea compuesto con tres problemas auxiliares de dos o más operaciones.
  - b) Modela el significado práctico de las operaciones.
  - c) Plantea las operaciones matemáticas a realizar.
  - d) Utiliza la técnica de la determinación de problemas auxiliares.
  - e) Resuélvelo.
2. Explica cómo le darías cumplimiento al tratamiento metodológico al problema formulado en tu grupo de alumnos.

### Clave de calificación

#### Pregunta 1

- a) Que sea compuesto con tres problemas auxiliares de dos o más operaciones.

Bien: Si formula correctamente un problema compuesto con tres problemas auxiliares de dos o más operaciones

Regular: Si formula correctamente un problema compuesto con dos problemas auxiliares de una operación.

Mal: Si no logra formular correctamente un problema compuesto con tres problemas auxiliares de dos o más operaciones.
- b) Modela el significado práctico de las operaciones.

Bien: Si modela correctamente el significado práctico de las operaciones.

Regular: Si escribe el significado práctico de las operaciones y no utiliza modelo.

Mal: Si no modela correctamente el significado práctico de las operaciones ni utiliza modelo.

c) Plantea las operaciones matemáticas a realizar.

Bien: Si plantea todas las operaciones matemáticas a realizar.

Regular: Si plantea más del 50% de las operaciones matemáticas a realizar.

Mal: Si plantea menos del 50% de las operaciones matemáticas a realizar.

d) Utiliza la técnica de la determinación de problemas auxiliares.

Bien: Si utiliza correctamente la técnica de la determinación de problemas auxiliares.

Regular: Si aplica el algoritmo para dos problemas auxiliares.

Mal: Si no utiliza correctamente la técnica de la determinación de problemas auxiliares.

e) Resuélvelo.

Bien: Si plantea los datos, la operación, despeja correctamente y resuelve el ejercicio.

Regular: Si no plantea los datos ni la operación pero resuelve el ejercicio.

Mal: Si no resuelve el ejercicio.

## Pregunta 2

Bien: Por realizar una adecuada preparación en las condiciones previas del algoritmo para la resolución de problemas, realizar una correcta motivación, actualizada y asequible para los alumnos así como la orientación hacia el objetivo, concepción de ejercicios según el tipo de clase, encontrar una vía de solución, evaluar la solución y la vía y emitir la respuesta.

Regular: Si realiza una adecuada preparación en las condiciones previas del algoritmo para la resolución de problemas, pero no realiza una correcta motivación, actualizada y asequible para los alumnos, si realiza la orientación hacia el objetivo, si concibe ejercicios según el tipo de clase, y encuentra la vía de solución.

Mal: Si solo concibe ejercicios para la motivación y la interpretación del problema.

## Anexo 5

### Propuesta de problemas matemáticos con textos asociados a trabajar

1. ¿Cuántos pioneros participan en una jornada de recogida de materia prima en la escuela, si 150 alumnos recogieron envases de cristal y 30 envases plástico?

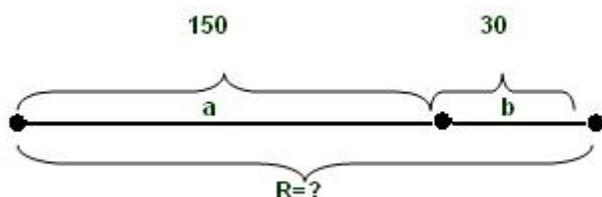
**Términos lingüísticos:** Jornada – sesión de trabajo.

**Clasificación:** Simple en forma de pregunta para reelaborar.

**Elemento del conocimiento:** Adición de múltiplos.

**Datos:** a, b (150, 30).

**Significado de la operación matemática:** Dada las partes hallar el todo.



**Estructura aritmética:**

$a + b = R$ - Total de pioneros que participan.

$$150 + 30 = 180$$

2. Para cumplir el plan de reforestación de una escuela se necesitan sembrar 700 árboles frutales y 600 maderables. ¿Cuántos árboles maderables y cuántos frutales faltan por sembrar si se han sembrado 300 de cada uno?

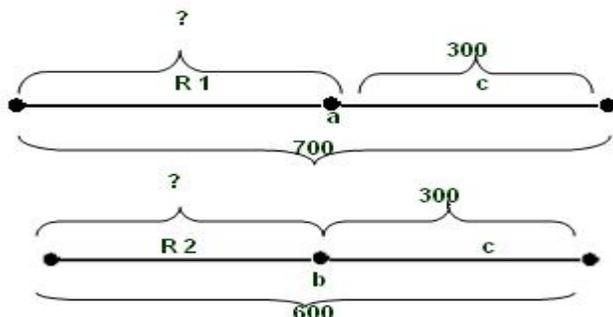
**Términos lingüísticos:** Reforestación – siembra de árboles.

**Clasificación:** Compuesto independiente con una pregunta.

**Elemento del conocimiento:** Sustracción de múltiplos de 100.

**Datos:** a, b (700, 600).

**Significado de la operación matemática:** Dado el todo y una parte hallar la otra parte y dado el todo y una parte hallar la otra parte.



**Estructura aritmética:**

$a - c = R$  1- Árboles frutales que faltan por sembrar.

$b - c = R$  2 - Árboles maderables que faltan por sembrar.

$$700 - 300 = 400$$

$$600 - 300 = 300$$

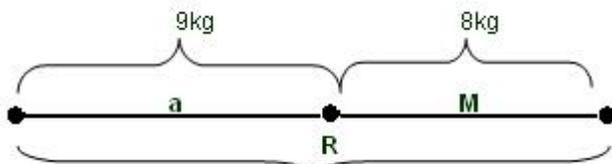
3. Jorge recoge 9kg de plástico durante una recogida de materia prima y Enrique recoge 8 000g. ¿Cuántos kilogramos recogieron entre los dos?

**Clasificación:** Simple con unidades de masas diferentes.

**Elementos del conocimiento:** Conversión con unidades de masas, de una unidad menor a una unidad mayor y cálculo de ejercicio básicos con sobrepaso.

**Datos:** a, b (9kg, 8000g = b: k = 8000: 1000 = 8 Kg.)

**Significado de la operación matemática:** Dadas las partes hallar el todo.



**Estructura aritmética:**

$a + b = R$ - Total de materia prima recogida en kilogramos.

$$9\text{kg} + 8\text{kg} = 17\text{kg}$$

4. En una cooperativa se han sembrado 2600 posturas de tomate Amalia y 3800 posturas de tomate Manalú, además se han sembrado 300 posturas más de ajíes que de tomate Amalia y 500 posturas más de tomate Manalú que de col. ¿Cuántas posturas de ajíes y cuántas de col se han sembrado en la cooperativa?

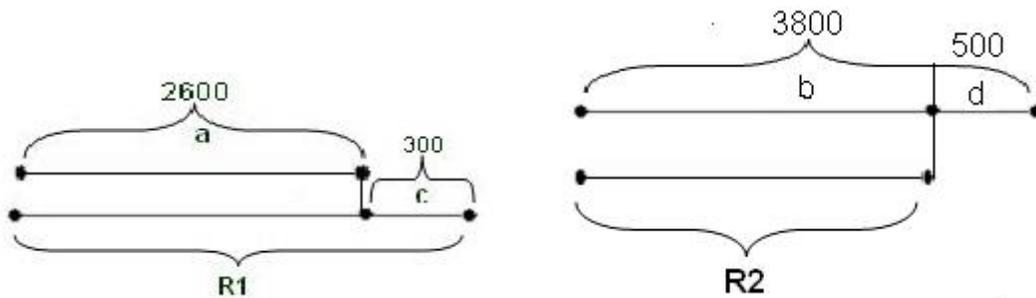
**Términos lingüísticos:** Amalia y Manalú – variedad de tomates de ensaladas.

**Clasificación:** Compuesto independiente con una pregunta.

**Elementos del conocimiento:** Adición y sustracción de múltiplos de 100.

**Datos:** a, b, c, d (2600, 3800, 300 y relación matemática explícita más que a, 500 y relación matemática explícita más que b).

**Significado de las operaciones matemáticas:** Dada una parte y el exceso de otra sobre ella hallar la otra parte y dada una parte y su exceso hallar la otra parte.



**Estructura aritmética:**

$a + c = R1$  – posturas de ajíes sembradas.

$b - d = R2$  – posturas de col sembradas.

$$2600 + 300 = 2900$$

$$3800 - 500 = 3300$$

5. Destinada a la ceba en el centro Alevinaje hay 50 piscinas, en cada una se ceban 1000 clarias hasta coger un peso de 700g cada una, para ser vendidas a la industria. ¿En cuántos gramos excederán dos clarias de 1kg?

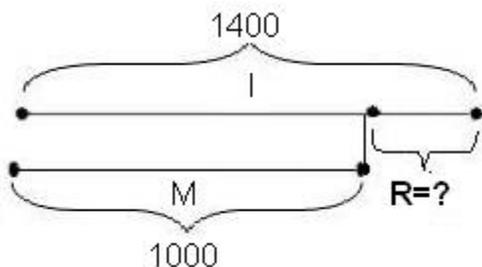
**Términos lingüísticos:** Claria - Pez de agua dulce.

**Clasificación:** Compuesto dependiente con dos operaciones de cálculo, multiplicación y sustracción y un subproblema.

**Elementos del conocimiento:** Conversión con unidades de masa diferente, de una unidad mayor a una menor y adición y sustracción de múltiplos de 100 y 1000.

**Datos:** c, d, (700g, 1kg=1.k= 1.1000= 1000g) y a, b (50, 1000)- datos innecesarios.

**Significado de las operaciones matemáticas:** Reunión de partes iguales. Hallar el exceso de una parte sobre otra.



**Estructura aritmética:**

$$c + c = x \text{ ó } c \cdot 2 = x$$

$$x - d = R$$

$$700 + 700 = 1400 \text{ ó } 700 \cdot 2 = 1400$$

$$1400 - 1000 = 400g$$

6. En una fábrica de muebles escolares se aumentó la producción de mesas en el mes de noviembre en 54 decenas con respecto al mes anterior, si en el mes de septiembre se produjeron 1247 mesas, en octubre 1325 mesas y en diciembre 1635 mesas. ¿Cuántas mesas se fabrican en el mes de noviembre? ¿Cuántas mesas se fabricaron en los dos primeros meses?

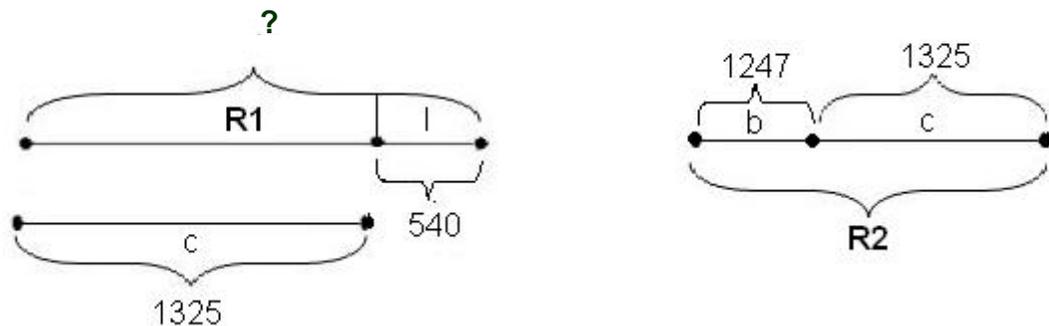
**Términos lingüísticos:** Anterior – antes.

**Clasificación:** Compuesto independiente con dos preguntas, un dato expresado a partir del sistema de posición decimal y un dato innecesario.

**Elementos del conocimiento:** Procedimiento escrito de la adición sin sobrepaso y procedimiento escrito de la adición con sobrepaso en un lugar.

**Datos:** a, b, c, (54 decenas 540 y la relación matemática explícita aumentada sobre c, 1247) y d (1635)- dato innecesario.

**Significado de las operaciones matemáticas:** Dada una parte y el exceso de otra sobre ella hallar la otra parte y dadas las partes hallar el todo.



**Estructura aritmética:**

$a + c = R1$ - Producción del mes de noviembre.

$b + c = R2$  – Producción de los dos primeros meses.

$$1325 + 540 = 1865$$

$$1247 + 1325 = 2572$$

7. La unidad acuícola de Alevinaje alcanzó una producción en el 2006 de 366 toneladas de pescado, en el 2007 produjo 600 toneladas, mientras que para el 2008 se propone superar en 408 toneladas la producción alcanzada durante el 2007. ¿Cuál es la

producción alcanzada hasta el 2007? ¿Cuál será la producción que se alcanzará durante el 2008?

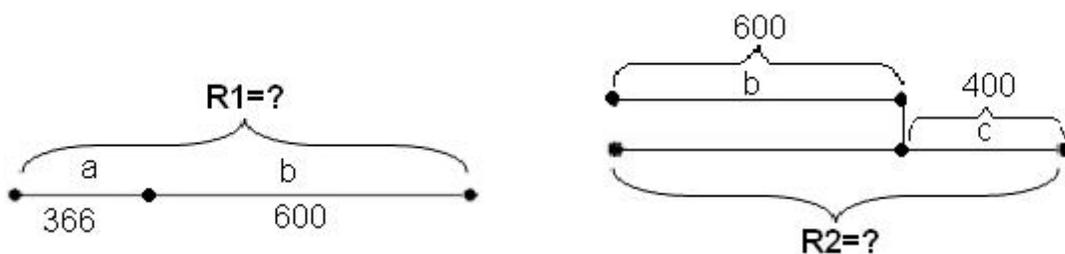
**Términos lingüísticos:** Acuícola Técnica de cultivo de especies acuáticas.

**Clasificación:** Compuesto independiente con dos preguntas

**Elementos del conocimiento:** Procedimiento escrito de la adición sin sobrepaso y adición de múltiplo 100.

**Datos:** a, b, c (366, 600, 408 y la relación matemática explícita superar en (c en b)).

**Significado de las operaciones matemáticas:** Dada las partes hallar el todo y dada una parte y el exceso de otra sobre ella hallar la otra parte.



**Estructura aritmética:**

$$a + b = R1$$

$$b + c = R2$$

$$366 + 600 = 966$$

$$600 + 400 = 1000$$

**Unidad: 2.2.3**

8. Un grupo de alumnos ensayan tabla de lunes a viernes durante siete semanas, si además de eso ensayan dieciocho días más. ¿Cuántos días ensayaron?

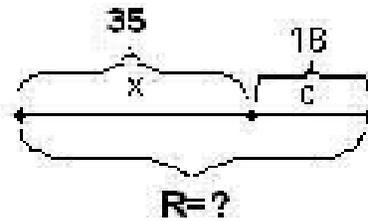
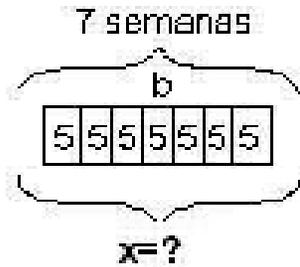
**Términos lingüísticos:** Ensayan – practican.

**Clasificación:** Compuesto dependiente, un sobproblema, dos operaciones de cálculo, multiplicación y división.

**Elementos del conocimiento:** Procedimiento escrito de la adición de números de dos lugares con sobrepasos en el lugar de las unidades y productos básicos.

**Datos:** a, b, c (5 días- días de lunes a viernes, 7 semanas, 18 días).

**Significado de las operaciones matemáticas:** Dada la cantidad de partes iguales y el contenido de cada parte hallar el todo y dada las parte hallar el todo.



**Estructura aritmética:**

a.  $b = x$  – Días ensayados de lunes a viernes durante siete semanas.

$x + c = R$  – Días que se ensayaron.

$$5 \cdot 7 = 35$$

$$35 + 18 = 53$$

9. En una movilización para la reparación de materiales escolares en saludo a la jornada del educador la brigada reparadores del futuro reparó 346 libretas mientras que el círculo de interés de pedagogía reparó 587. ¿Cuántas libretas se repararon en total?

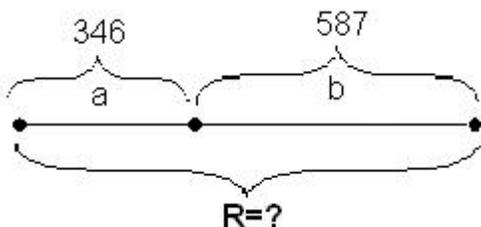
**Referencia histórica:** Jornada del educador: Homenaje a los educadores que se extiende desde el 26 de noviembre fecha en que muere Manuel Ascunce hasta el 22 de diciembre fecha en que se declara a Cuba territorio libre de analfabetismo.

**Clasificación:** Simple.

**Elemento del conocimiento:** Procedimiento escrito de la adición con sobrepaso en dos lugares consecutivos.

**Datos:** a, b (346, 587).

**Significado de la operación matemática:** Dada las parte hallar el todo.



**Estructura aritmética:**

$a + b = R$  – Total de libros reparados.

$$346 + 587 = 933$$

10. Durante una jornada de trabajo voluntario en la construcción de la plaza de la escuela los padres de tercer grado colocaron 556 lozas. ¿Cuántas lozas se habrán colocado en total si durante una jornada anterior estos mismos padres habían colocado 321 lozas?

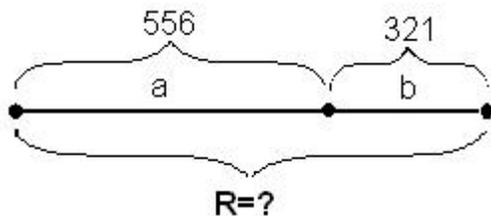
**Términos lingüísticos:** Jornada de trabajo- Día de trabajo.

**Clasificación:** Simple con un dato en la pregunta.

**Elemento del conocimiento:** Procedimiento escrito de la adición sin sobrepaso.

**Datos:** a, b (556, 321).

**Significado de la operación matemática:** Dada las partes hallar el todo.



**Estructura aritmética:**

$a + b = R$  – Total de lozas colocadas.

$556 + 321 = 877$

11. ¿Cuántas libretas quedan en el almacén de la escuela si habían 560 y se han empleado 235?

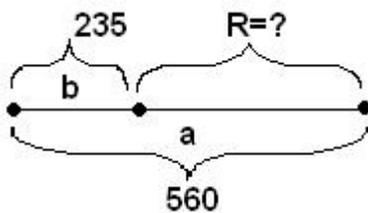
**Términos lingüísticos:** Empleado- utilizado.

**Clasificación:** Simple con datos en la pregunta para reelaborar.

**Elemento del conocimiento:** Procedimiento escrito de la sustracción sin sobrepaso.

**Datos:** a, b (560, 235).

**Significado de la operación matemática:** Dado el todo y una parte hallar la otra parte.



**Estructura aritmética:**

$a - b = R$

$$560 - 235 = 325$$

12. En la emulación pioneril por el cuatro de abril el destacamento de tercer grado recogió 50kg de materia prima, cuarto grado superó esta cifra en 15kg, quinto grado recogió el doble de tercer grado mientras sexto grado recogió 8kg más que lo que recogieron cuarto y quinto grado junto. ¿Cuántos kilogramos recogió el destacamento de sexto grado?

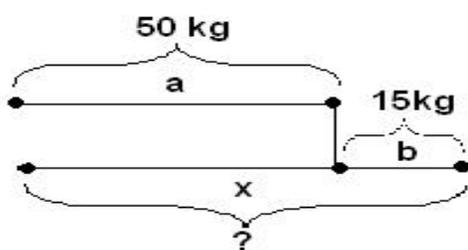
**Referencia histórica:** 4 de abril- Creación de la Organización de Pioneros José Martí y la Unión de Jóvenes Comunista.

**Clasificación:** Compuesto dependiente con unidades de masa, tres subproblemas, dos operaciones de cálculo adición y multiplicación.

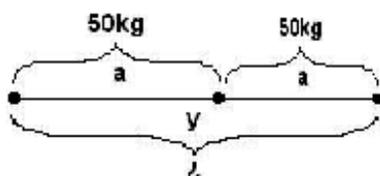
**Elementos del conocimiento:** Adición de múltiplos de 10 a números de dos lugares, multiplicación de múltiplos de 10 por números de un lugar, adición de múltiplos de 100 a números de dos lugares y procedimiento escrito de la adición con sobrepaso en un lugar.

**Datos:** a, b, c, d ( 50kg , 15kg y relación matemática explícita superó en ( b en a), relación matemática explícita doble de ( a), 8kg y relación matemática explícita más que ( z ).

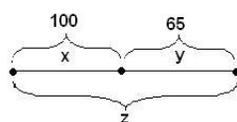
**Significado de las operaciones matemáticas:** Dada una parte y el exceso de otra sobre ella hallar la otra parte, hallar un múltiplo, dada dos partes hallar el todo y dada una parte y el exceso de otra sobre ella hallar la otra parte.



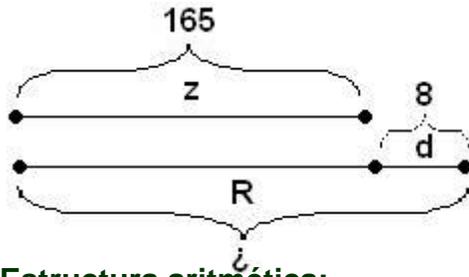
**Primer subproblema**



**Segundo subproblema**



**Tercer subproblema**



**Estructura aritmética:**

$a + b = x$  – Materia prima recogida por cuarto grado.

$a \cdot c = y$  – Materia prima recogida por quinto grado.

$x + y = Z$  - Materia prima recogida por cuarto y quinto grado juntos.

$Z + d = R$  – Materias primas recogidas por sexto grado.

$$50 + 15 = 65$$

$$50 \cdot 2 = 100$$

$$100 + 65 = 165$$

$$165 + 8 = 173$$

13. Los cederistas de la zona 23 de La Ferrolana durante el año 2006 rebasaron su plan de donaciones de sangre en 23 donaciones con respecto al año anterior, durante el año 2006 realizaron 85 donaciones. ¿Cuántas donaciones se realizaron durante el 2005? ¿Cuántas donaciones más se realizaron en el 2006 que en el 2005?

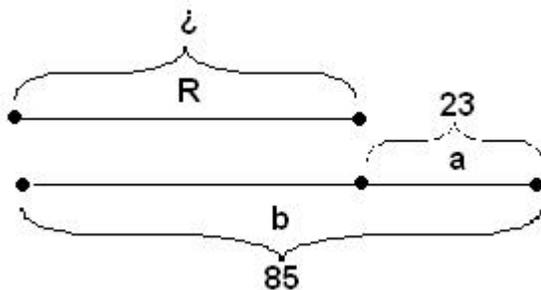
**Términos lingüísticos:** Rebasaron- superaron

**Clasificación:** Compuesto independiente con dos preguntas y una solución dentro del mismo texto.

**Elemento del conocimiento:** Procedimiento escrito de la sustracción sin sobrepaso.

**Datos:** a, b (23 y relación matemática explícita rebasaron en (a en b), 85.

**Significado de la operación matemática:** Dada una parte y su exceso hallar la otra parte.



**Estructura aritmética:**

$b - a = R1$  – Donaciones realizada durante el 2005

$R2 = 23$  – Respuesta dentro el texto (exceso de donaciones que se realizaron en el 2006 con respecto al 2005).

$$85 - 23 = 62$$

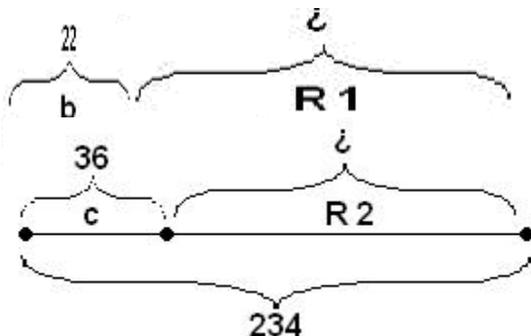
14. Dos trabajadores sociales deben repartir 234 hornillas e igual cantidad de calentadores. Jorge ha repartido 22 calentadores y Luisa 36 hornillas. ¿Cuántas hornillas y cuántos calentadores faltan por repartir?

**Clasificación:** Compuesto independiente con una pregunta.

**Elementos del conocimiento:** Procedimiento escrito de la sustracción sin sobrepaso y procedimiento escrito de la sustracción con sobrepaso en dos lugares consecutivos.

**Datos:** a, b, c (234 y relación matemática explícita igual (a), 22, 36).

**Significado de las operaciones matemáticas:** Dado el todo y una parte hallar la otra parte y dado el todo y una parte hallar la otra parte. .



**Estructura aritmética:**

$a - b = R1$  – Cantidad de calentadores que faltan por repartir .

$a - c = R2$  – Cantidad de hornillas que faltan por repartir.

$$234 - 22 = 212$$

$$234 - 36 = 198$$

15. La biblioteca de la escuela José Martí tiene una colección de 2241 ejemplares, a la clasificación correspondiente a obras de José Martí pertenecen 179 y a la clasificación Ciencias Sociales pertenecen 728 libros. ¿Cuántos libros forman parte de estas dos clasificaciones?

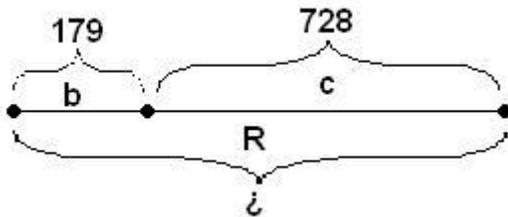
**Termino lingüístico:** Colección- Conjunto de libros que forman parte de la biblioteca.

**Clasificación:** Simple con un dato innecesario.

**Elemento del conocimiento:** Procedimiento escrito de la adición con sobrepaso en dos lugares consecutivos.

**Datos:** b, c (179, 728) y a (2241- dato innecesario).

**Significado de la operación matemática:** Dada dos partes hallar el todo.



**Estructura aritmética:**

$b + c = R$  – Libros que forman parte de las colecciones de obras de Martí y ciencias sociales.

$$179 + 728 = 907$$

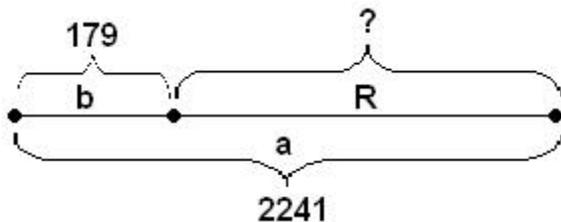
16. La biblioteca de la escuela José Martí tiene una colección de 2241 ejemplares, a la clasificación correspondiente a obras de Martí pertenecen 179 y a la clasificación Ciencias Sociales pertenecen 728 libros. ¿Cuántos ejemplares no pertenecen a la clasificación obras de José Martí?

**Clasificación:** Simples con un dato innecesario.

**Elemento del conocimiento:** Procedimiento escrito de la sustracción con sobrepaso en dos lugares consecutivos.

**Datos:** a, b (2241, 179) y c (728- dato innecesario).

**Significado de la operación matemática:** Dado el todo y una parte hallar la otra parte.



**Estructura aritmética:**

$a - b = R$  – Ejemplares que no pertenecen a la colección José Martí

$$2241 - 179 = 2062$$

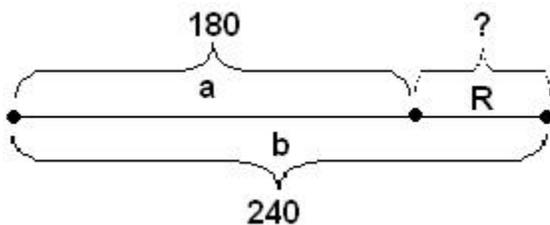
17. Durante una excursión desde el lugar de salida hasta el lugar de llegada Enrique invirtió 3 horas y José 240 minutos. ¿Cuántos minutos menos tardó Enrique en realizar su recorrido que José?

**Clasificación:** Simple con unidades de tiempo diferentes.

**Elementos del conocimiento:** Sustracción con sobrepaso en un lugar y conversión con unidades de tiempo, de una unidad mayor a una menor.

**Datos:** a, b (3 horas  $3 \cdot 60 = 180$  minutos, 240).

**Significado de la operación matemática:** Hallar el exceso de una parte sobre otra.



**Estructura aritmética:**

$b - a = R$  - Minutos menos que tardó Enrique.

$$240 - 180 = 60$$

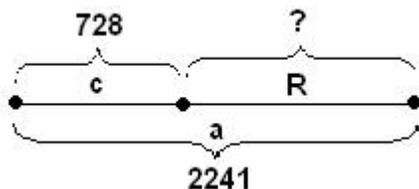
18. La biblioteca de la escuela José Martí tiene una colección de 2241 ejemplares, a la clasificación correspondiente a obras de José Martí pertenecen 179 y a la clasificación Ciencias Sociales pertenecen 728 libros. ¿En cuánto excede los libros que hay en la biblioteca a los libros que hay en la clasificación Ciencias Sociales?

**Clasificación:** Simple con un dato innecesario.

**Elemento del conocimiento:** Procedimiento escrito de la sustracción con sobrepaso en dos lugares no consecutivos.

**Datos:** a, c (2241, 728) y b (179 – dato innecesario).

**Significado de la operación matemática:** Hallar el exceso de una parte sobre otra.



**Estructura aritmética:**

$$a - c = R$$

$$2241 - 728 = 1513$$

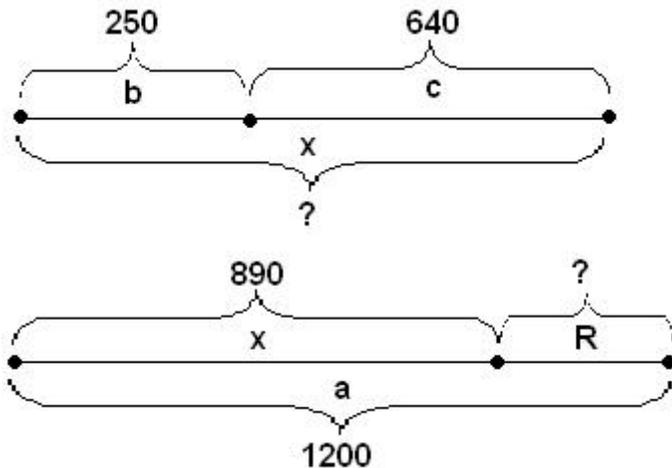
19. A una escuela llegaron 1 200 libros entre lunes, martes y miércoles. El lunes llegaron 25 decenas de libros y el martes 640 libros. ¿Cuántos libros llegaron el miércoles?

**Clasificación:** Compuesto dependiente, un subproblema, dos operaciones de cálculo adición y sustracción y un dato expresado a partir del sistema de posición decimal.

**Elementos del conocimiento:** Procedimiento escrito de la adición con sobrepaso en un lugar y procedimiento escrito de la sustracción con sobrepaso en dos lugares consecutivos.

**Datos:** a, b, c (1200, 25 decenas = 250, 640).

**Significado de las operaciones matemáticas:** Dada las parte hallar el todo y dado el todo y una parte hallar la otra parte.



**Primer subproblema**

**Estructura aritmética:**

$b + c = x$  – Libros que llegaron lunes y martes.

$a - x = R$  – Libros que llegaron el miércoles

$$250 + 640 = 890$$

$$1200 - 890 = 310$$

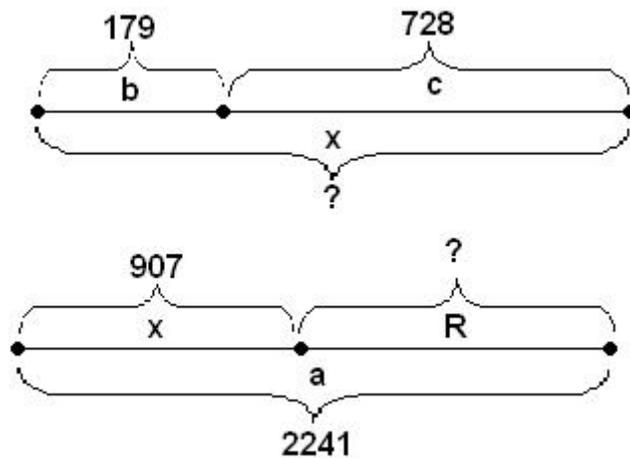
20. La biblioteca de la escuela José Martí tiene una colección de 2 241 ejemplares, a la clasificación correspondiente a obras de José Martí pertenecen 179 y en la clasificación Ciencias Sociales tenemos 728 libros ¿Cuántos libros no forman parte de estas dos clasificaciones?

**Clasificación:** Compuesto dependiente con un subproblema y dos operaciones de cálculo adición y sustracción.

**Elementos del conocimiento:** Procedimiento escrito de la adición con sobrepaso en dos lugares consecutivos y procedimiento escrito de la sustracción con sobrepaso en dos lugares no consecutivos.

**Datos:** a, b, c (2241, 179, 728).

**Significado de las operaciones matemáticas:** Dada las partes hallar el todo y dado el todo y una parte hallar la otra parte.



**Primer subproblema**

**Estructura aritmética:**

$b + c = x$  – Libros que pertenecen a las clasificaciones de José Martí y Ciencias Sociales.

$a - x = R$  – libros que no forman parte de las clasificaciones de José Martí y Ciencias Sociales.

$$179 + 728 = 907$$

$$2241 - 907 = 1334$$

21. Dentro del plan de realización de obras que permitan el aprovechamiento de los recursos acuíferos para las instalaciones educacionales se pretenden construir 2472 pozos criollos y 1995 pozos perforados. ¿Cuántos pozos criollos más se construirán que pozos perforados? ¿Cuántos pozos serán construidos en total?

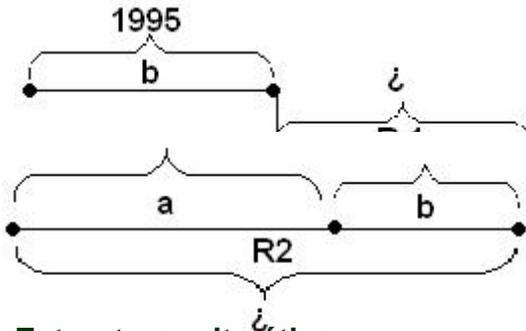
**Términos lingüísticos:** Recursos acuíferos – Recursos destinados a la obtención de agua potable.

**Clasificación:** Compuesto independiente con dos preguntas.

**Elementos del conocimiento:** Procedimiento escrito de la sustracción con sobrepaso en dos lugares consecutivos y procedimiento escrito de la adición con sobrepaso en dos lugares consecutivo.

**Datos:** a, b (2472, 1995).

**Significado de las operaciones matemáticas:** Hallar el exceso de una parte sobre otra y dada las partes hallar el todo.



**Estructura aritmética:**

$a - b = R1$  – Exceso de pozos criollos sobre pozos perforados.

$a + b = R2$  - Total de pozos.

$$2472 - 1995 = 477$$

$$2472 + 1995 = 4467$$

22. Dos maestros usaron diariamente 5 tizas cada uno de una misma caja, de esa misma caja el profesor de computación usó 24 tizas. Si la caja duró 24 días ¿Cuántas tizas contenían esta caja?

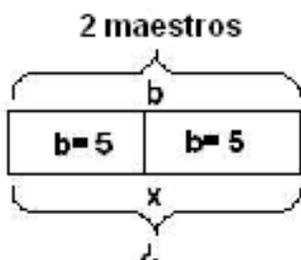
**Términos lingüísticos:** Diariamente – Todos los días.

**Clasificación:** Compuesto dependiente con dos subproblema, dos operaciones de cálculo multiplicación y adición.

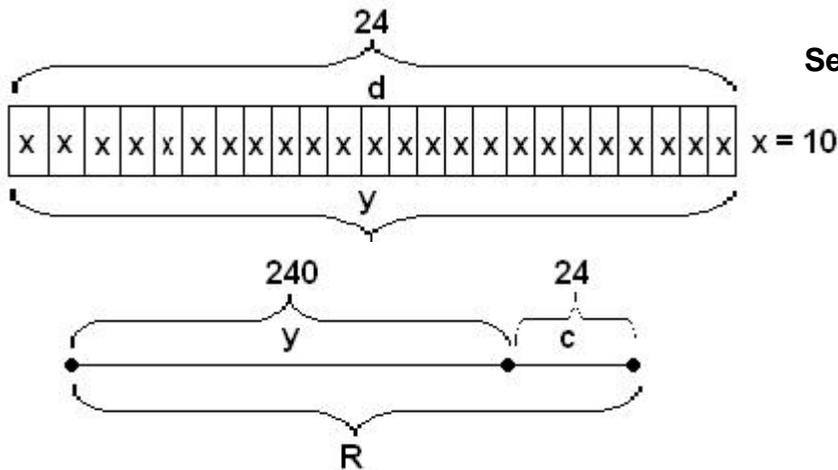
**Elementos del conocimiento:** Productos básicos, multiplicación por el número 10 y procedimiento escrito de la adición sin sobrepaso.

**Datos:** a, b, c, d (2 y relación matemática explícita cada uno con b, 5, 24, 24 días).

**Significado de las operaciones matemáticas:** Dada la cantidad de partes iguales y el contenido de cada parte hallar el todo.



**Primer subproblema**



**Segundo subproblema**

**Estructura aritmética:**

- a . b = X – Tizas que usaron los dos maestros por día.
- d . x = Y – Tizas que usaron los dos maestros en 24 días.
- y + c = R – Tizas que contenían la caja

2 . 5 = 10

24 . 10 = 240

240 + 24 = 264

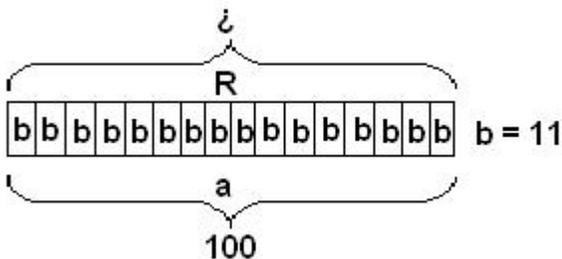
23. A La escuela José Martí llegó un envío de 100 libretas, si el valor de cada una de ellas es de 11 centavos. ¿Cuántos pesos costaría ese envío?

**Clasificación:** Simples con unidades monetarias.

**Elemento del conocimiento:** Multiplicación con el número 100 y conversión con unidades monetarias, de una unidad mayor a una menor.

**Datos:** a, b (100, 11 centavos).

**Significado de la operación matemática:** Dada la cantidad de partes iguales y el contenido de cada parte hallar el todo.



**Valor de cada libreta**

**Total de libretas**

**Estructura aritmética:**

$a \cdot b = P$  – Valor de las libretas en centavos.

$P: K = R$  – Valor de las libretas en peso.

$$100 \cdot 11 = 1100$$

$$1100: 100 = 11 \text{ pesos}$$

24. En el vivero de la forestal hay sembradas 100 posturas de Caguairán, esta es la octava parte de las posturas de Algarrobo Indio que hay en el vivero. ¿Cuántas posturas de Algarrobo Indio hay en el vivero?

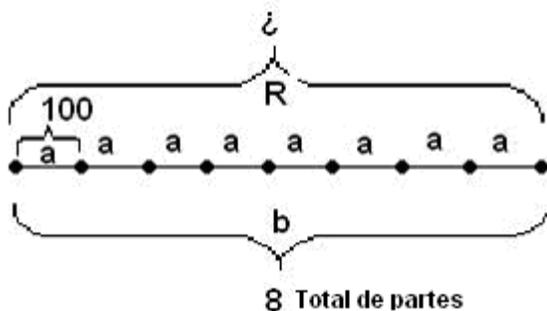
**Términos lingüísticos:** Caguairán – árbol de gran dureza conocido con el nombre de Quebracha.

**Clasificación:** Simple.

**Elemento del conocimiento:** Multiplicación de múltiplo de 100 por número de un lugar.

**Datos:** a, b (100 y relación matemática explícita octava parte de a).

**Significado de la operación matemática:** Hallar múltiplo.



**Estructura aritmética:**

$a \cdot b = R$  – Postura de Algarrobo Indio.

$$100 \cdot 8 = 800$$

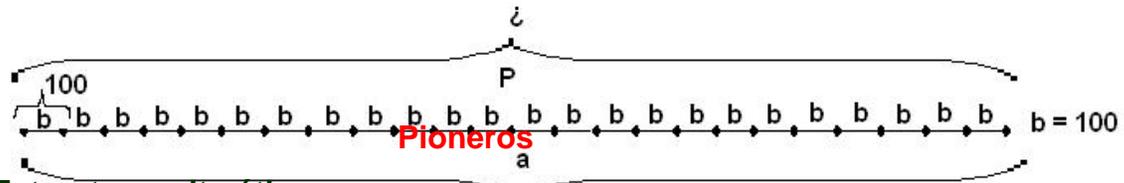
25. Un grupo de 24 pioneros asistieron a la feria del libro en la cabecera provincial, fueron trasladados en un ómnibus donde cada uno debió pagar 100 centavos. ¿Cuántos pesos se recaudan entre todos los pioneros?

**Clasificación:** Simples con unidades monetarias.

**Elemento del conocimiento:** Multiplicación por el número 100 y conversión con unidades monetarias, de una unidad mayor a una menor.

**Datos:** a, b (24 y relación matemática explícita cada uno b, 100 centavos).

**Significado de la operación matemática:** Dada la cantidad de partes iguales y el contenido de cada parte hallar el todo.



**Estructura aritmética:**

$a \cdot b = P$  – Dinero recaudados en centavos

$P : K = R$  – Dinero recaudado en pesos

$$24 \cdot 100 = 2400$$

$$2400 : 100 = 24$$

**Unidad: 3.1.1**

26. Un trabajador social cambia 100 bombillos incandescentes en un día. ¿Cuántos bombillos cambiará en 7 días si trabaja a este mismo ritmo?

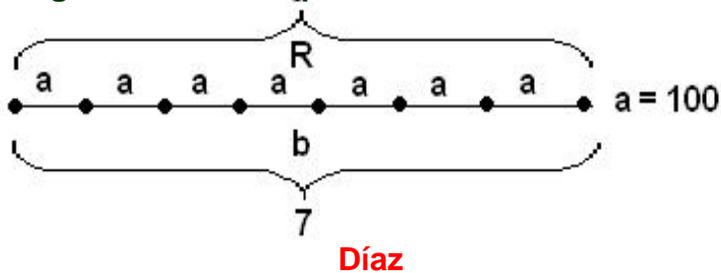
**Términos lingüísticos:** Ritmo- Frecuencia de trabajo.

**Clasificación:** Simple con un dato en la pregunta.

**Elemento del conocimiento:** Multiplicación por el número 100.

**Datos:** a, b (100, 7 días).

**Significado de la operación matemática:** Reunión de partes iguales para hallar el todo.



**Bombillos colocados por**  
**díaz**

**Estructura aritmética:**

$a \cdot b = R$  – Total de bombillos cambiados en 7 días.

$$100 \cdot 7 = 700$$

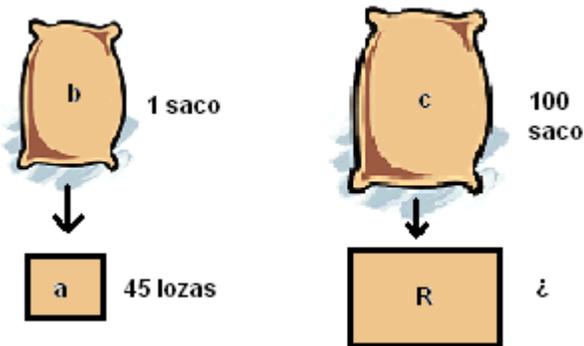
27. En una construcción se colocan 45 lozas con un saco de cemento. ¿Cuántas lozas se colocarán con 100 sacos de cemento?

**Clasificación:** Simple con un dato en la pregunta.

**Elemento del conocimiento:** Multiplicación por el número 100.

**Datos:** a, b (45, 100).

**Significado de la operación matemática:** Reunión de partes iguales para hallar el todo.



**Estructura aritmética:**

$a \cdot b = R$  – Lozas que se colocan con 100 sacos de cemento.

$$45 \cdot 100 = 4500$$

28. La cabeza de un pescado mide 30 centímetros de largo, si la cola es tan larga como la cabeza y el cuerpo es tan largo como la cola. ¿Cuánto medirá este pescado?

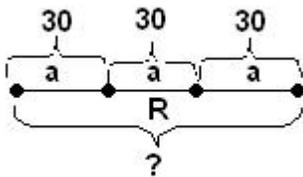
**Términos lingüísticos:** Tan cómo- Es igual.

**Clasificación:** Simple con unidades de longitud y un dato en la pregunta para reelaborar.

**Elemento del conocimiento:** Multiplicación por múltiplo de 10.

**Datos:** a, b, c (30cm, relación matemática explícita tan como a, relación matemática explícita tan como b).

**Significado de la operación matemática:** Reunión de partes iguales para hallar el todo.



**Estructura aritmética:**

$a + a + a = R$  ó  $a \cdot 3 = R$  – Tamaño del pescado.

$$30 + 30 + 30 = 90 \text{ ó } 30 \cdot 3 = 90$$

29. ¿Cuántos alumnos participaron durante 5 días en la feria del libro si diariamente participaban 600 alumnos?

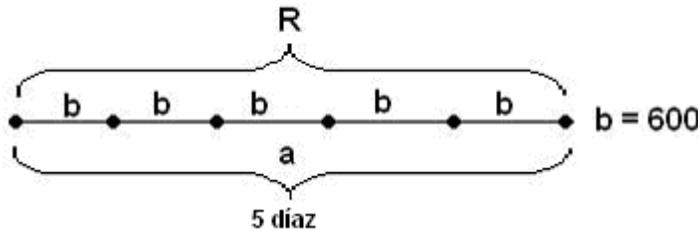
**Términos lingüísticos:** Diariamente – Que participan todos los días.

**Clasificación:** Simple.

**Elemento del conocimiento:** Multiplicación de múltiplo de 100 por número de un lugar.

**Datos:** a, b (5 días, 600).

**Significado de la operación matemática:** Reunión de parte iguales para hallar el todo.



**Estructura aritmética:**

$a \cdot b = R$  – Alumnos que participaron durante los 5 días.

$$5 \cdot 600 = 3000$$

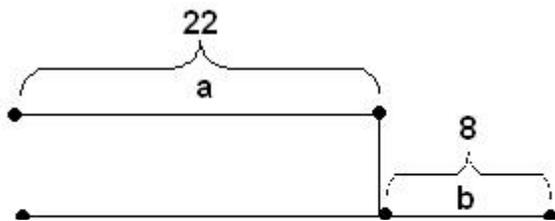
30. Jorge lanza la pelota a 22m de distancia, Luís a 8m más que Jorge, Raúl a 10m menos que Luís. ¿A cuántos metros lanzaron la pelota Luís y Raúl juntos?

**Clasificación:** Compuesto dependiente, dos subproblema, dos operaciones de cálculo adición y sustracción.

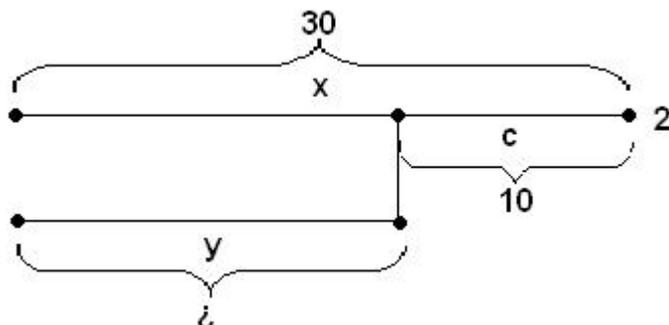
**Elementos del conocimiento:** Adición de número de un lugar a número de dos lugares, sustracción de múltiplos de 10 y adición de múltiplos de 10.

**Datos:** a, b, c (22, 8 y relación matemática explícita más que a, 10 y relación matemática explícita menos que b).

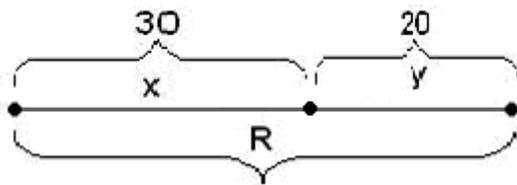
**Significado de la operación matemática:** Dada una parte y el exceso de otra sobre ella hallar la otra parte, dada una parte y su exceso sobre otra hallar la otra parte y dada las partes hallar el todo.



**Primer subproblema**



**Segundo subproblema**



**Estructura aritmética:**

$a + b = x$  – Distancia lanzada por Luis.

$x - c = y$  – Distancia lanzada por Raúl

$x + y = R$  – Distancia lanzada entre Luis Y Raúl juntos.

$$22 + 8 = 30$$

$$30 - 10 = 20$$

$$30 + 20 = 50$$

31. El centro Alevinaje, colectivo vanguardia nacional tiene un total de 40 piscinas dedicadas a la reproducción de tilapias, en cada una hay 500 reproductoras. ¿Cuántas reproductoras habrá en las cuartas partes de la piscina?

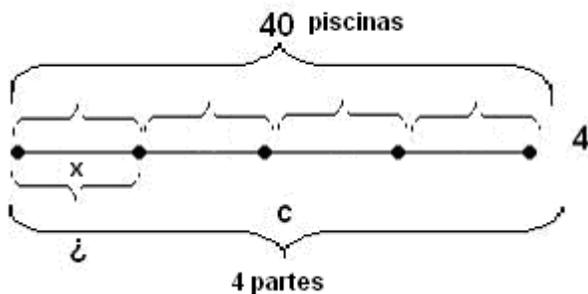
**Términos lingüísticos:** Reproductora: animal destinado a mejorar su raza.

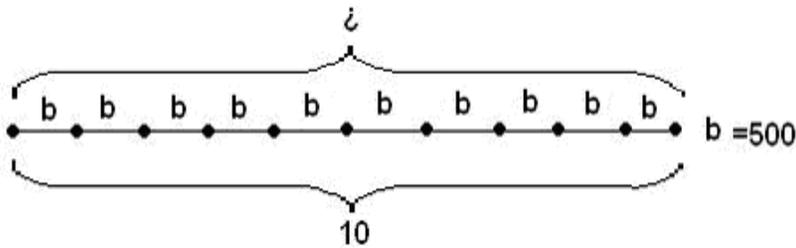
**Clasificación:** Compuesto dependiente, un subproblema, dos operaciones de cálculo división y multiplicación.

**Elementos del conocimiento:** División de múltiplo de 10 por número de de un lugar y multiplicación de múltiplo de 100 por múltiplo de 10.

**Datos:** a, b, c (400, 500, relación matemática explícita cuarta parte de a)

**Significado de las operaciones matemáticas:** Hallar una parte alícuota y dada la cantidad de partes iguales y el contenido de cada parte hallar el todo.





**Estructura aritmética:**

$a : c = X$  – Cuarta parte de las piscinas.

$b \cdot x = R$  – Total de reproductoras en la cuarta parte de las piscinas.

$40 : 4 = 10$

$500 \cdot 10 = 5000$

32. En la sala de reproducción del centro de Alevinaje existen 13 piscinas dedicadas al crecimiento de alevines, durante un período de 35 días, cada piscina consume 10kg de pienso ¿Cuál será el consumo de esta sala?

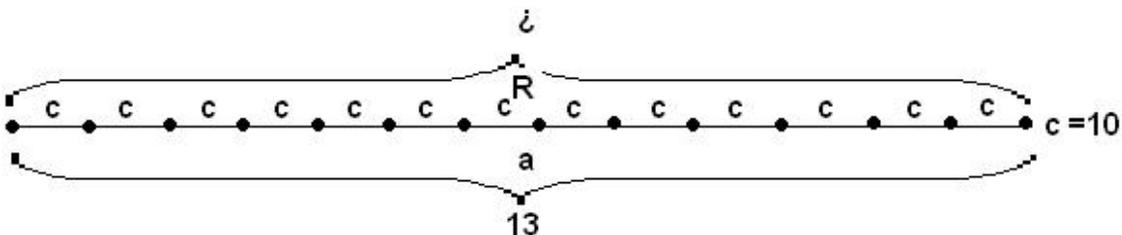
**Términos lingüísticos:** Alevines: Cría de ciertos peces de agua dulce que se utiliza para repoblar ríos, lagos y estanques.

**Clasificación:** Simple con un dato innecesario.

**Elemento del conocimiento:** Multiplicación de múltiplo de 10 por números de dos lugares.

**Datos:** a, c (13, 10kg y b. (35 dato innecesario).

**Significado de la operación matemática:** Dada la cantidad de partes iguales y el contenido de cada parte hallar el todo.



**Estructura aritmética:**

$b \cdot c = R$  –Consumo total de sala.

$13 \cdot 10 = 130 \text{ kg}$

**Unidad: 3.1.2**

33. La empresa forestal de nuestro territorio desarrolla acciones ambientales, para ello han creado un vivero con una población de 12 centenas de posturas sembradas por igual en 4 canteros. ¿Cuál será la población de cada cantero?

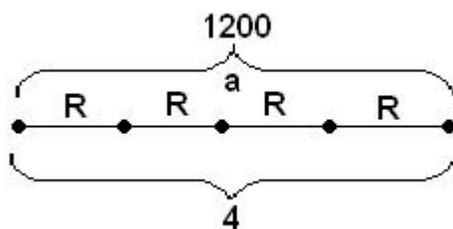
**Términos lingüísticos:** Población: Acción y efecto de poblar, conjunto de postura de árboles sembradas para crecer nuestros bosques.

**Clasificación:** Simple con un dato a partir del sistema de posición decimal.

**Elemento del conocimiento:** División por múltiplo de 100.

**Datos:** a, b (12 centenas = 1200, 4).

**Significado de la operación matemática:** Repartir en partes iguales el todo.



**Estructura aritmética:**

$a : b = R$  – Cantidad de posturas en cada cantero.

$$1200 : 4 = 300$$

34. En el organopónico de nuestra escuela se sembraron 2 canteros, uno de tomate y otro de pimiento. En cada uno crecieron 600 matas, la décima parte del total de las matas fueron afectadas por plagas y enfermedades. ¿Qué cantidad de matas fueron afectadas?

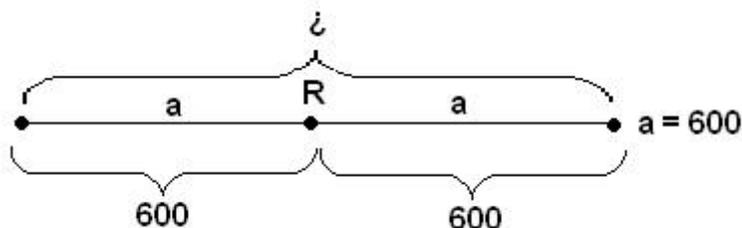
**Términos lingüísticos:** Plagas- Enfermedad que azota la agricultura.

**Clasificación:** Compuesto dependiente con un subproblema y dos operaciones de cálculo multiplicación y división.

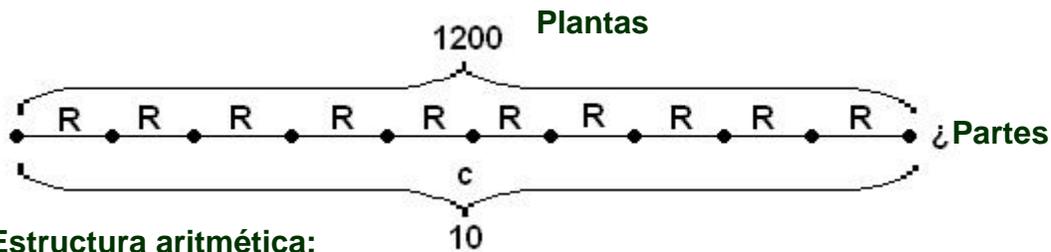
**Elementos del conocimiento:** Multiplicación por múltiplo de 100 y división por el número 10.

**Datos:** a, b, c (2, 600, relación matemática explícita décima parte de x).

**Significado de las operaciones matemáticas:** Dada la cantidad de partes iguales y el contenido de cada parte hallar el todo y hallar una parte alícuota.



**Primer subproblema**



**Estructura aritmética:**

$a \cdot b = X$  ó  $b+b= X$ - Total de plantas.

$x : c = R$  – Total de plantas afectada por las plagas.

$$600 \cdot 2 = 1200$$

$$1200 : 10 = 120$$

### Unidad: 3.2.2

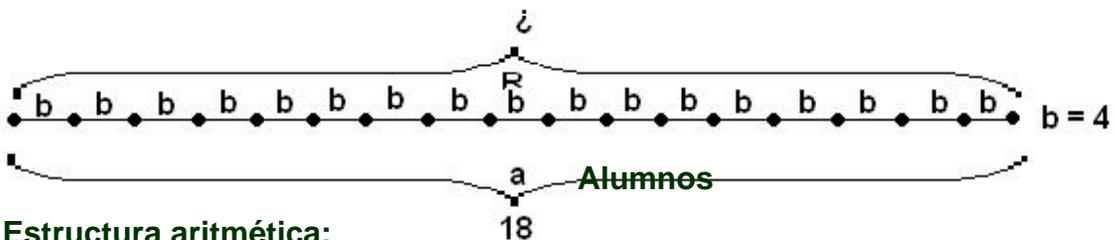
35. La oficinista de la escuela entregó libretas a 18 alumnos de tercer grado. ¿Cuántas libretas se repartieron en total si cada alumno recibió 4?

**Clasificación:** Simple con un dato en la pregunta.

**Elemento del conocimiento:** Procedimiento escrito de la multiplicación con sobrepaso en un lugar.

**Datos:** a, b (18, 4).

**Significado de la operación matemática:** Dada la cantidad de partes iguales y el contenido de cada parte hallar el todo.



**Estructura aritmética:**

$a \cdot b = R$  – Total de libreta repartidas.

$$18 \cdot 4 = 72$$

36. El ómnibus escolar de nuestro centro debe recorrer 142 kilómetros para visitar el monumento Ernesto Che Guevara en Santa Clara. ¿Cuántos kilómetros recorrió el ómnibus si realizó tres veces este recorrido?

**Términos lingüísticos:** Monumento: Obra pública y patente, como una estatua, una inscripción o un sepulcro, puesta en memoria de una acción heroica u otra cosa singular.

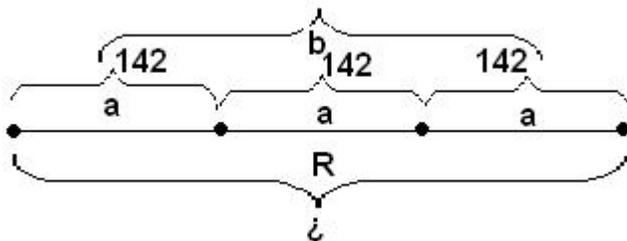
|| 2. Construcción que posee valor artístico, arqueológico, histórico, etc.

**Clasificación:** Simple con unidades de longitud y un dato en la pregunta.

**Elementos del conocimiento:** Procedimiento escrito de la multiplicación con sobrepaso en un lugar ó procedimiento escrito de la adición sin sobrepaso y con sobrepaso en un lugar.

**Datos:** a, b (142, 3).

**Significado de la operación matemática:** Reunión de partes iguales ó suma de sumandos iguales.



**Estructura aritmética:**

$a \cdot b = R$  ó  $a + a + a = R$  – Kilómetros recorrido por el ómnibus.

$142 \cdot 3 = 426$  ó  $142 + 142 = 284$  y  $284 + 142 = 426$

**Unidad:** 3.2.3

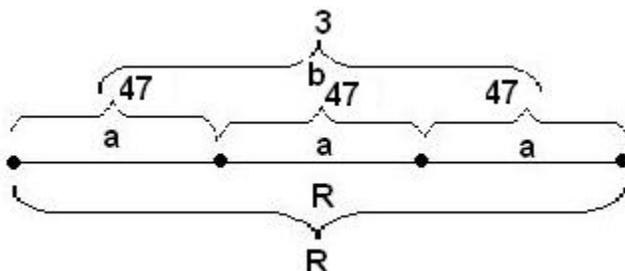
37. ¿Cuántos alumnos hay de matrícula en una escuela si tiene 47 alumnos de quinto grado que representan la tercera parte de los estudiantes?

**Clasificación:** Simple con datos en la pregunta, para reelaborar.

**Elemento del conocimiento:** Procedimiento escrito de la multiplicación con sobrepasos consecutivos.

**Datos:** a, (47 y relación matemática explícita a tercera parte de R).

**Significado de la operación matemática:** Hallar múltiplo.



**Estructura aritmética:**

$a \cdot 3 = R$  ó  $a + a + a = R$  – Matrícula de la escuela.

$47 \cdot 3 = 141$  ó  $47 + 47 = 94$  y  $94 + 47 = 141$

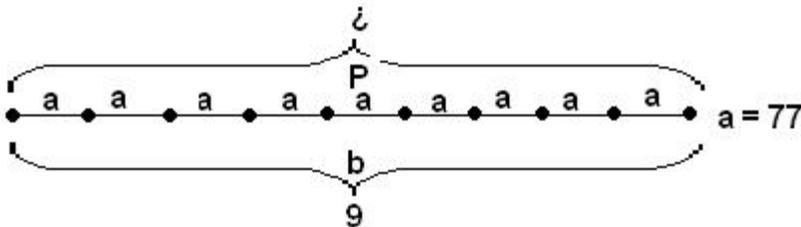
38. Los cuadernos de ejercicios de matemática de tercer grado tienen un valor de 77 centavos cada uno. ¿Cuántos pesos cuestan 9 cuadernos?

**Clasificación:** Simple con unidades de longitud.

**Elemento del conocimiento:** Procedimiento escrito de la multiplicación con dos sobrepasos consecutivos.

**Datos:** a, b (77 centavos, 9).

**Significado de la operación matemática:** Dada la cantidad de partes iguales y el contenido de cada parte hallar el todo.



**Estructura aritmética:**

$a \cdot b = P$ – Valor de los cuadernos expresado en centavos.

$P: K = R$  – Valor de los cuadernos expresado en peso.

$77 \cdot 9 = 693$  Centavos

$693: 100 = 6$  pesos con 93 centavos

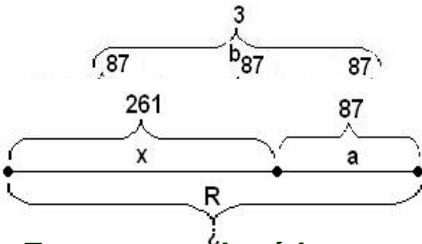
39. Pedro, Roberto y Carlos fueron al huerto a recoger fruta bomba. Pedro recogió 87 fruta bombas y Roberto y Carlos triplicaron juntas las recogidas por Pedro. ¿Cuántas fruta bombas se recogieron en total?

**Clasificación:** Compuesto dependiente con un subproblema y dos operaciones de cálculo adición y sustracción.

**Elementos del conocimiento:** Procedimiento escrito de la multiplicación con sobrepaso en dos lugares consecutivos y procedimiento escrito de la adición con sobrepaso en un lugar.

**Datos:** a, b (87, relación matemática explícita triplicar a (a)).

**Significado de las operaciones matemáticas:** Hallar múltiplo y dada dos partes hallar el todo.



**Primer subproblema**

**Estructura aritmética:**

$a \cdot b = X$  – Fruta bombas recogidas por Roberto y Carlos.

$X + a = R$  – Fruta bombas recogidas en total.

$87 \cdot 3 = 261$

$261 + 87 = 348$

40. Luisito, Camilo y Jorge en una jornada productiva recogieron igual cantidad de naranjas cada uno, Luisito recogió 423. ¿Cuántas naranjas recogieron Camilo y Jorge? ¿Cuántas recogieron entre los tres?

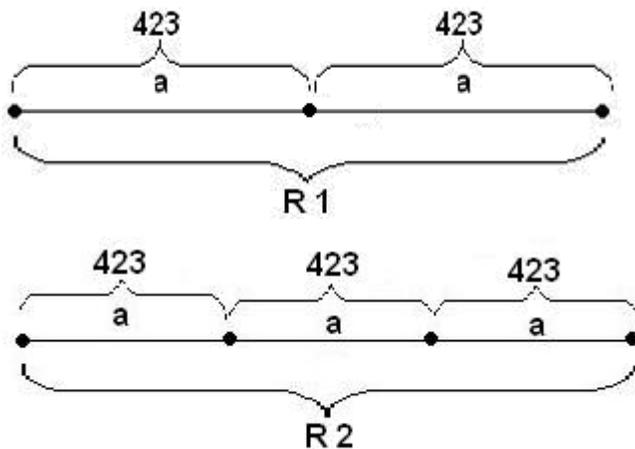
**Términos lingüísticos:** Jornada – Sesión trabajo.

**Clasificación:** Compuesto independiente con dos preguntas.

**Elementos del conocimiento:** Procedimiento escrito de la multiplicación sin sobrepaso, procedimiento escrito de la multiplicación con sobrepaso en un lugar ó procedimiento escrito de la adición sin sobrepaso y procedimiento escrito de la adición con sobrepaso en un lugar.

**Datos:** a, (Relación matemática explícita igual a (a))

**Significado de la operación matemática:** Reunión de partes iguales para hallar el todo.



**Estructura aritmética:**

$a + a = R1$  ó  $a \cdot 2 = R1$  – Naranjas recogidas por Camilo y Jorge.

$a + a + a = R2$  ó  $a \cdot 3 = R2$  – Naranja recogida por los tres.

$423 + 423 = 846$  ó  $423 \cdot 2 = 846$

$423 + 423 = 846$  y  $846 + 423 = 1269$  ó  $423 \cdot 3 = 1269$

41. La granja avícola de nuestra localidad tiene ubicada aves en cuatro naves, cada nave tiene dos hileras de comederos y cada hilera tiene 25 comederos. ¿Cuántos comederos tiene entre las 4 naves?

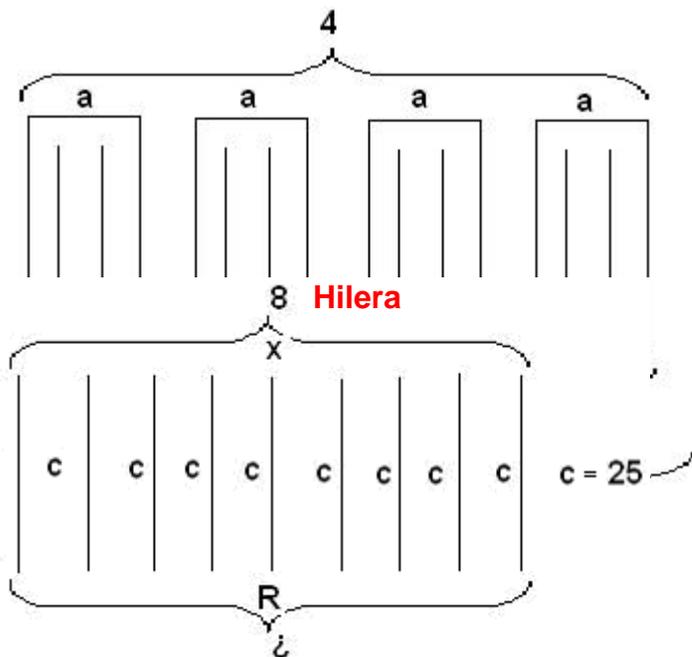
**Términos lingüísticos:** Comederos: Vasijas donde se les echan piensos a las aves.

**Clasificación:** Compuesto dependiente, una operación, multiplicación y un subproblema.

**Elementos del conocimiento:** Productos básicos y procedimiento escrito de la multiplicación con sobrepaso en varios lugares.

**Datos:** a, b, c (4, 2, 25).

**Significado de las operaciones matemáticas:** Dada la cantidad de partes iguales y el contenido de cada parte hallar el todo y dada la cantidad de partes iguales y el contenido de cada parte hallar el todo.



**Primer subproblema**

**Estructura aritmética:**

$a \cdot b = X$  – Cantidad de hileras.

$X \cdot c = R$  – Total de comederos.

4.  $2 = 8$

8.  $25 = 200$

**Unidad: 3.3.1**

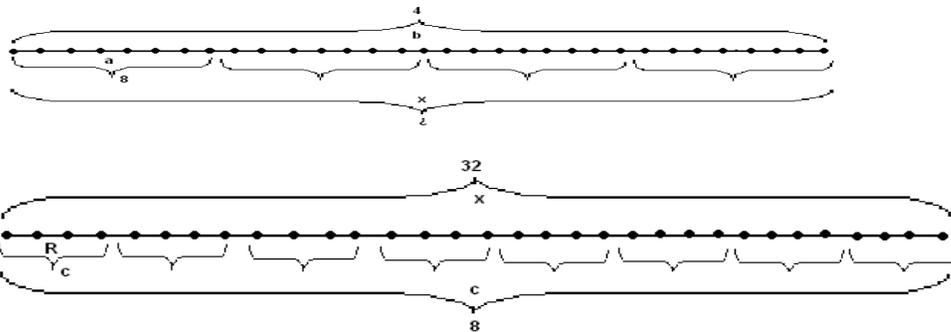
42. El colectivo de pioneros de la escuela José Julián Martí Pérez envió cartas de solidaridad a los cinco héroes prisioneros del imperio, los pioneros de tercer grado enviaron 8 cartas que es la cuarta parte de las cartas enviadas. ¿Cuántas cartas enviaron los pioneros de quinto grado, si enviaron la octava parte del total de las cartas?

**Clasificación:** Compuesto dependiente con un subproblema, dos operaciones de cálculo multiplicación y división.

**Elementos del conocimiento:** Productos básicos y cocientes básicos.

**Datos:** a, b (8, relación matemática explícita a cuarta parte de X, relación matemática explícita octava parte de X).

**Significado de las operaciones matemáticas:** Hallar múltiplos y hallar partes alícuotas.



**Estructura aritmética:**

$a \cdot 4 = X$  – Total de cartas enviadas.

$X: 8 = R$  – Cartas enviadas por quinto grado.

8.  $4 = 32$

32:  $8 = 4$

**Unidad: 3.3.2**

43. Para garantizar el abasto de agua de los centros educacionales se instalarán 1199 molinos de vientos y 4994 bombas manuales y 19 arietes hidráulicos. ¿Cuántas bombas manuales más que molinos de vientos y arietes se instalarán?

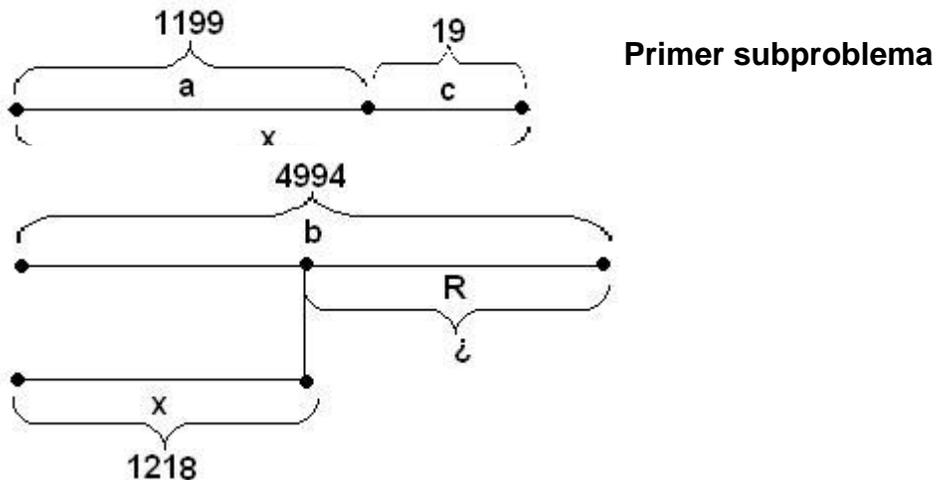
**Términos lingüísticos:** Arietes- Sistema que permite el bombeo de agua a mayor altura.

**Clasificación:** Compuesto dependiente con un subproblema y dos operaciones de cálculo adición y sustracción.

**Elementos del conocimiento:** Procedimiento escrito de la adición con sobrepaso en dos lugares consecutivos y procedimiento escrito de la sustracción con sobrepaso en un lugar.

**Datos:** a, b, c (1199, 4994, 19).

**Significado de las operaciones matemáticas:** Dada dos parte hallar el todo y hallar el exceso de una parte sobre otra.



**Estructura aritmética:**

$a + c = X$  – Total de molinos y arietes.

$b - X = R$  – Exceso de bombas manuales sobre molinos y arietes.

$$1199 + 19 = 1218$$

$$4994 - 1218 = 3776$$

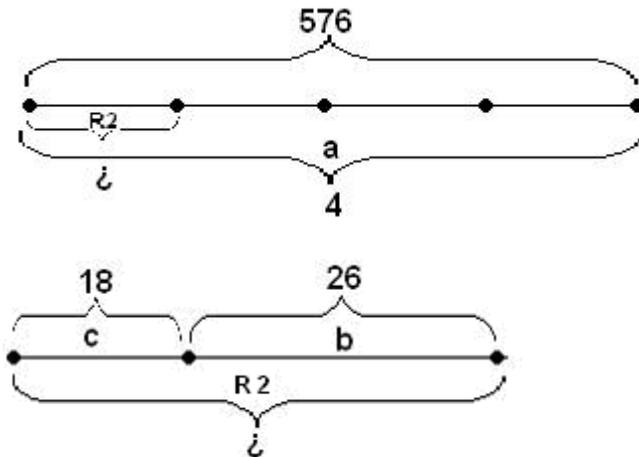
44. En una escuela primaria la cuarta parte de los estudiantes forman parte de los círculos de interés de pedagogía, 26 alumnos pertenecen al círculo de interés de computación y 18 al de bibliotecología, si la matrícula de la escuela es de 576 alumnos. ¿Cuántos alumnos forman parte del círculo de interés de pedagogía? ¿Cuántos alumnos forman partes de los círculos de interés de computación y bibliotecología?

**Clasificación:** Compuesto independiente con dos pregunta.

**Elementos del conocimiento:** Procedimiento escrito de la división por números de un lugar con restos parciales y procedimiento escrito de la adición con sobrepaso en un lugar.

**Datos:** a, b, c, d (Relación matemática explícita cuarta parte de d, 26, 18, 576).

**Significado de la operación matemática:** Hallar una parte alícuota y dada dos partes hallar el todo.



**Estructura aritmética:**

$d : a = R1$  – Alumnos que pertenecen al círculo de interés de pedagogía.

$b + c = R2$  – Alumnos que forman partes de los círculos de interés de computación y bibliotecología.

$$576 : 4 = 144$$

$$18 + 26 = 44$$

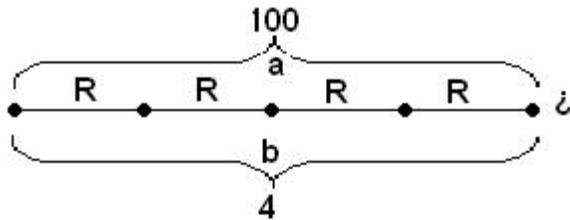
45. Se quiere dividir 1m de tela en 4 partes iguales. ¿Cuántos centímetros tendrá cada parte?

**Clasificación:** Simple con cantidades de longitud diferentes

**Elementos del conocimiento:** Conversión con unidades de longitud y división de múltiplos por números de un lugar

**Datos:** a, b (1metro de tela = a.  $K = 1.100 = 100\text{cm}$ , 4).

**Significado de la operación matemática:** Repartir en partes iguales el todo.



**Estructura aritmética:**

$a : b = R$  – Total de centímetros de tela en cada parte.

$100:4 = 25$

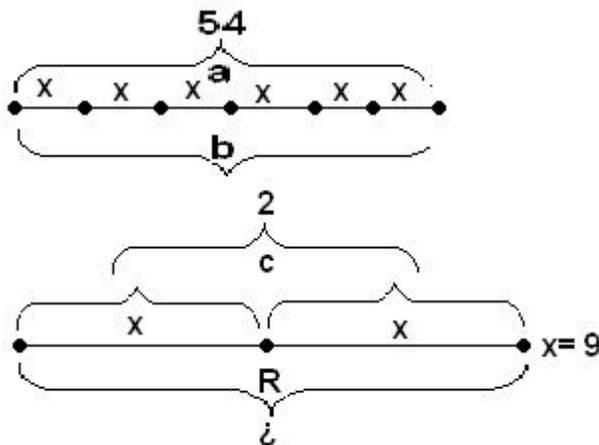
46. Tenemos 54 bolitas que debemos colocar en 6 bolsas distintas de manera tal que en cada una haya la misma cantidad de bolitas. ¿Cuántas bolitas contendrán dos bolsas?

**Clasificación:** Compuesto dependiente con un subproblema y dos operaciones de cálculo división y multiplicación.

**Elementos del conocimiento:** Cociente y productos básicos.

**Datos:** a, b, c (54, 6, 2).

**Significado de la operación matemática:** Repartir en partes iguales el todo y dada la cantidad de partes iguales y el contenido de cada parte hallar el todo.



**Primer subproblema**

**Estructura aritmética:**

$a : b = X$  – Bolitas que hay en cada bolsa.

$X \cdot c = R$  – Bolitas que hay en dos bolsas.

$54: 6 = 9$

$9 \cdot 2 = 18$

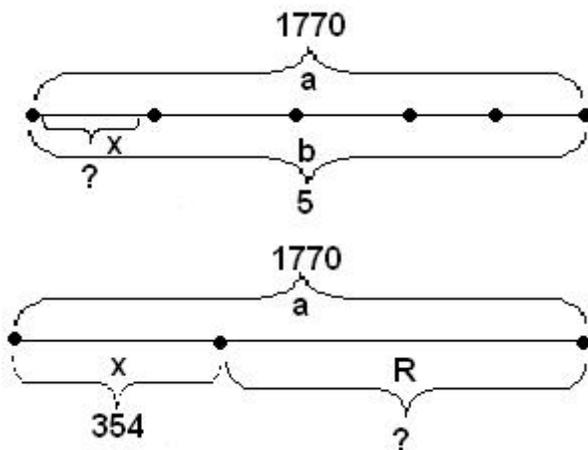
47. A una base de campismo asistieron 1770 campistas de ellos la quinta parte son niños. ¿Cuántas personas mayores asistieron al campismo?

**Clasificación:** Compuesto dependiente con un subproblema y dos operaciones de cálculo división y sustracción.

**Elementos del conocimiento:** Procedimiento escrito de la división con restos parciales y procedimiento escrito de la sustracción con sobrepaso en un lugar.

**Datos:** a, b (1770, relación matemática explícita quinta parte de a).

**Significado de la operación matemática:** Hallar una parte alícuota y dado el todo y una parte hallar la otra parte.



**Primer subproblema**

**Estructura aritmética:**

$a : b = X$  –Total de niños.

$a - X = R$  –Personas mayores que asistieron.

$$1770 : 5 = 354$$

$$1770 - 354 = 1416$$

**Unidad: 3.3.4**

48. El profesor de educación física de nuestra escuela quiere formar pareja con los 19 alumnos del grupo de tercer grado para realizar ejercicios de fuerza. ¿Cuántas parejas se podrá formar? ¿Cuántos alumnos no pueden formar parejas?

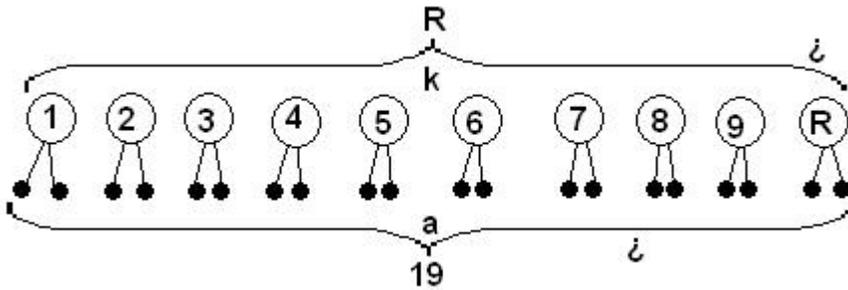
**Términos lingüísticos:** Pareja: Conjunto de dos elementos.

**Clasificación:** Compuesto independiente con dos preguntas.

**Elemento del conocimiento:** Procedimiento escrito de la división con resto final.

**Datos:** a, b (Relación matemática explícita pareja igual a 2, 19).

**Significado de la operación matemática:** Dado el todo y el contenido de una parte hallar la cantidad de partes.



**Estructura aritmética:**

b : a = R1 – Cantidad de parejas determinada por el cociente.

R2- Alumnos que no pueden formar pareja determinada por el resto.

19: 2 = 9, quedando uno como resto final.

**Unidad: 3.4**

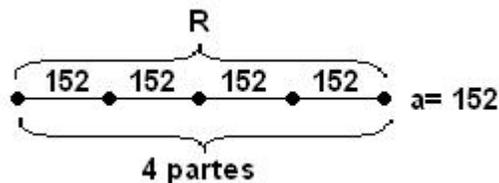
49. En la tienda recuperadora de materias primas cambian 4 botellas vacías por un paquete de galletas dulces ¿Cuántas botellas hay que entregar para recibir 152 paquetes de galletas?

**Clasificación:** Simple con un dato en la pregunta.

**Elemento del conocimiento:** Procedimiento escrito de la multiplicación con sobrepaso en un lugar.

**Datos:** a, b (4, 152)

**Significado de la operación matemática:** Dada la cantidad de partes iguales y el contenido de cada parte hallar el todo.



**Estructura aritmética:**

b. a = R- Botellas que hay que entregar.

152. 4 = 608

50. En el módulo pecuario se recolectaron 1138 libras de vegetales en el mes de mayo, esta es la tercera parte de los vegetales recolectados en el trimestre ¿En cuánto excede la producción del trimestre de la producción del mes de mayo?

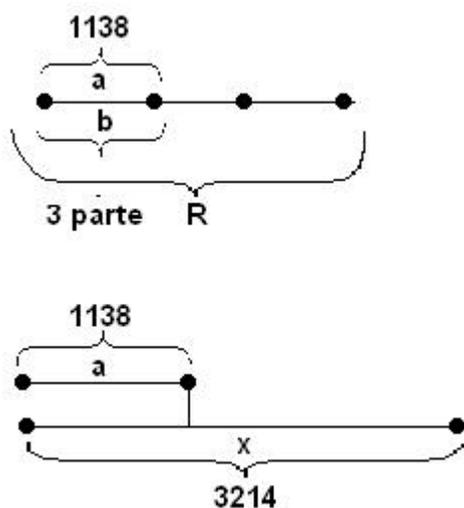
**Términos lingüísticos:** Trimestre- tres meses.

**Clasificación:** Compuesto dependiente, un subproblema, dos operaciones de cálculo multiplicación y sustracción.

**Elemento del conocimiento:** Procedimiento escrito de la multiplicación con dos sobrepasos consecutivos y procedimiento escrito de la sustracción con dos sobrepasos consecutivos.

**Datos:** a, b (1138, relación matemática explícita tercera parte).

**Significado de la operación matemática:** Hallar múltiplos y dada dos partes hallar el exceso de una sobre la otra.



**Estructura aritmética:**

$a \cdot b = X$ - Producción del trimestre

$X - a = R$  – Exceso de la producción del trimestre

$1138 \cdot 3 = 3214$

$3214 - 1138 = 2076$

## Anexo 6

Matriz de valoración para los indicadores

Tabla 1: Escala valorativa de los indicadores

<b>Indicadores</b>	<b>Bien</b>	<b>Regular</b>	<b>Mal</b>
1. Nivel de dominio de los elementos estructurales, y los aspectos contenidos en el problema	Demuestra conocimiento pleno de los elementos estructurales, así como, los aspectos contenidos en cada uno.	Posee conocimientos de la estructura externa y los demuestra sin llegar a los aspectos contenidos en cada elemento estructural.	No precisa los elementos estructurales y no demuestra conocimiento de los aspectos que lo contemplan.
2. Nivel de dominio de los significados prácticos de las operaciones en correspondencia con las exigencias del problema	Determina él o los significados prácticos de las operaciones en total correspondencia con las exigencias del problema.	Incurre en un error al determinar los significados de las operaciones	No determina él o los significados prácticos de las operaciones o utiliza significados que no se corresponden con la operación indicada.
3. Nivel en que logra Clasificar los problemas y sus combinaciones	Clasifica los problemas y sus combinaciones.	Clasifica los problemas e incurre en errores al hacer referencia a sus combinaciones.	No clasifica el tipo de problema
4. Nivel de dominio del el modelo del problema y de cada subproblema.	Selecciona adecuadamente el modelo del problema y de cada subproblema.	Incurre en un error al determinar un modelo para uno de los significados.	Los modelos no se corresponden con los significados prácticos de las operaciones.

Fuente: Elaboración propia

## Anexo 7

### Comportamiento de los indicadores

**Tabla 2: Comportamiento de los indicadores en la etapa de pretest**

Indicadores	Bien		Regular		Mal	
	Total	%	Total	%	Total	%
1	0	0	3	10	27	90
2	0	0	2	6,6	28	93,3
3	0	0	5	16,6	25	83,3
4	0	0	6	20	24	80

Fuente: Elaboración propia

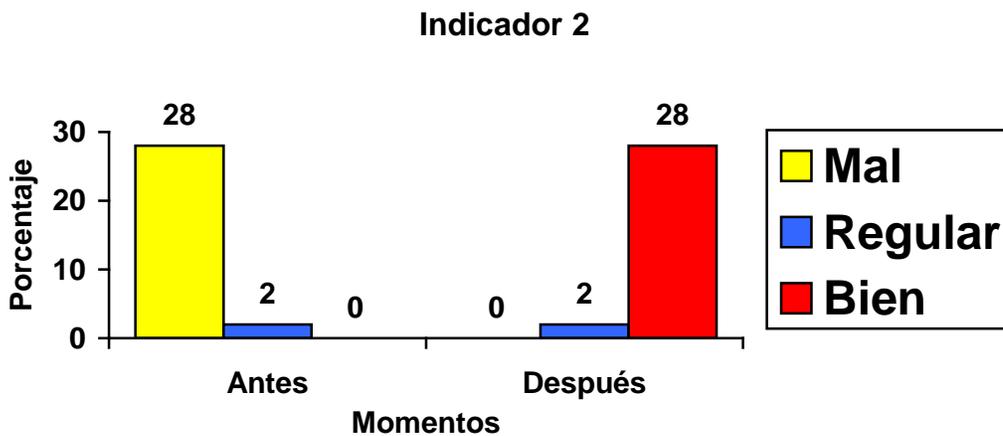
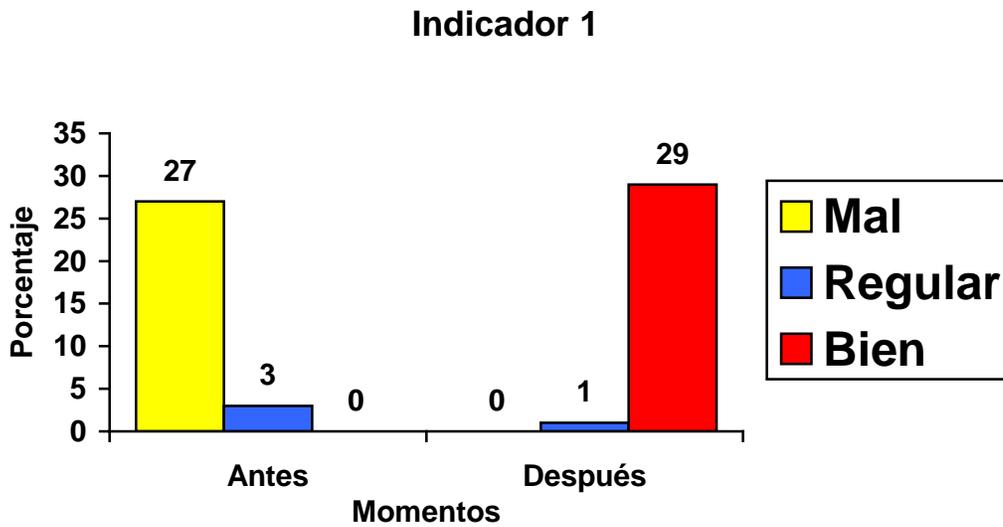
**Tabla 3: Comportamiento de los indicadores en la etapa de postest**

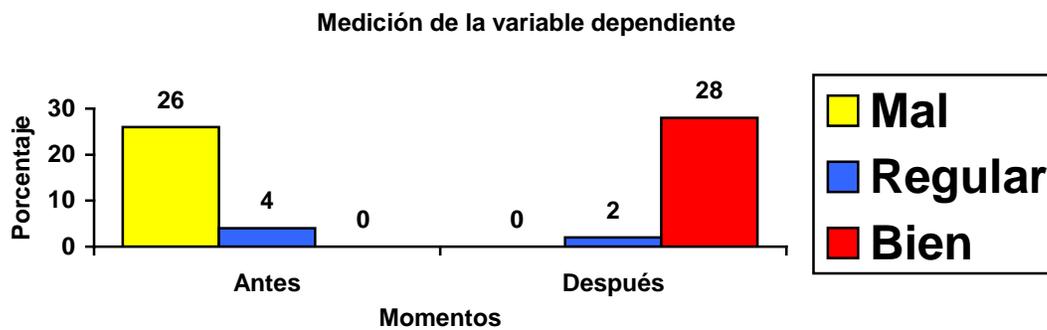
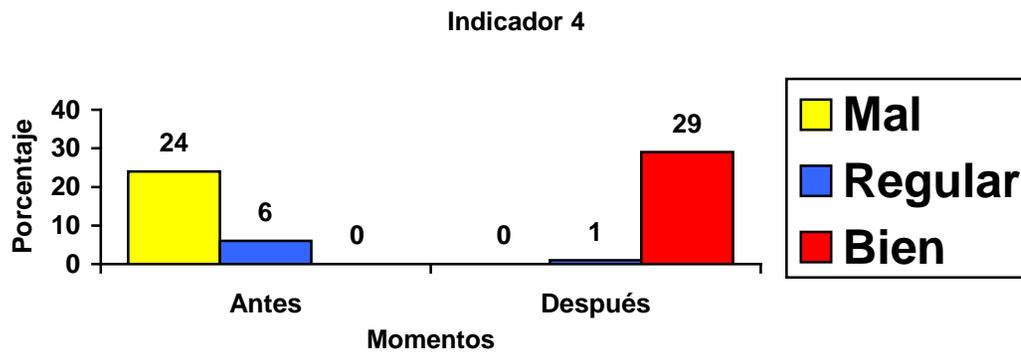
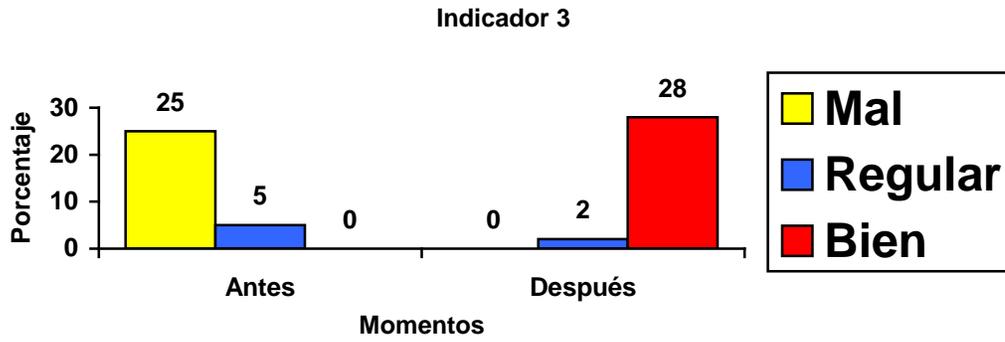
Indicadores	Bien		Regular		Mal	
	Total	%	Total	%	Total	%
1	29	96,6	1	3,4	0	0
2	28	93,3	2	6,6	0	0
3	28	93,3	2	6,6	0	0
4	29	96,6	1	3,4	0	0

Fuente: Elaboración propia

## Anexo 8

Análisis comparativo de cada uno de los indicadores y la variable dependiente en el pretest y postest.





Fuente: Elaboración propia