



ARTÍCULO DE INVESTIGACIÓN ORIGINAL

Fecha de presentación: 17-6-2021 Fecha de aceptación: 8-7-2021 Fecha de publicación: 9-11-2021

APRENDER PROPIEDADES DE LOS ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA CON EL USO DEL ASISTENTE MATEMÁTICO GEOGEBRA

LEARNING THE PROPERTIES OF ANGLES AT THE CIRCUMFERENCE WITH THE USE OF THE GEOGEBRA MATHEMATICAL ASSISTANT

Neisy Rodríguez-Morales¹, Juan Miguel García-Castro², Yini Santiesteban-Ruiz³

¹Máster en Ciencias de la Educación, mención Preuniversitaria., Profesora Auxiliar, Departamento Matemática-Física, Universidad de Sancti Spíritus "José Martí Pérez". Cuba. Correo: ncrodriguez@uniss.edu.cu. ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3623-9051>. ²Lic. en Educación, especialidad Matemática-Física, Profesor de Matemática. Politécnico "Jorge Ruiz Ramírez", Municipio Taguasco, Cuba. Correo: juanmiguel.garcia@nauta.cu. ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-2787-7649>. ³Máster en Ciencias de la Educación, Profesora Auxiliar, Departamento Matemática-Física, Universidad de Sancti Spíritus "José Martí Pérez", Cuba. Correo: ysantiesteban@uniss.edu.cu. ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1544-9236>

¿Cómo citar este artículo?

Rodríguez Morales, N., García Castro, J. M. y Santiesteban Ruiz, Y. (noviembre-febrero, 2022). Aprender propiedades de los ángulos en la circunferencia con el uso del asistente matemático GeoGebra. *Pedagogía y Sociedad*, 24 (62), 311-331. Recuperado de <http://revistas.uniss.edu.cu/index.php/pedagogia-y-sociedad/article/view/1378>

Resumen

Introducción: La geometría permite a los estudiantes resolver problemas de naturaleza geométrica en la práctica social sobre la base de la estimación, medición, comparación y cálculo de cantidades de magnitud, por eso es indispensable este tema en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, para que se logre una

concepción científica desarrolladora y se promueva un aprendizaje interactivo, reflexivo y cooperativo entre los estudiantes. **Objetivo:** tiene como objetivo proponer tareas docentes que contribuyan al aprendizaje de las propiedades de los ángulos en la circunferencia, utilizando como medio de enseñanza el asistente matemático Geogebra. **Métodos:** en la realización

del trabajo se combinaron métodos del nivel estadístico-matemático, lo que permitió constatar la existencia de insuficiencias en el aprendizaje de las propiedades de los ángulos en la circunferencia en la Secundaria Básica "Ramón Leocadio Bonachea" de Sancti-Spíritus. **Resultado:** El análisis de las posibles causas del problema condujo a la elaboración de tareas docentes para el aprendizaje de las propiedades de los ángulos en la circunferencia. **Conclusiones:** estas tareas docentes pueden ser utilizadas por los profesores en el empeño de mejorar los resultados de su labor durante el aprendizaje de los estudiantes.

Palabras clave: ángulos; circunferencia; enseñanza secundaria; Geogebra; matemáticas; programa informático didáctico

Abstract

Introduction: Geometry allows students to solve problems of a geometric nature in social practice based on the estimation, measurement, comparison and calculation of quantities of magnitude. Therefore, this topic is essential as part of the teaching-learning process of mathematics so that a developing

level theoretical, of the empirical and of the scientific conception is achieved and interactive, reflective and cooperative learning among students is promoted.

Objective: It aims to propose a set of teaching tasks that contribute to the learning of the properties of the angles at the circumference, using as a teaching aid the mathematical assistant Geogebra. **Methods:** Methods of the theoretical, empirical and mathematical-statistical levels were combined, which allowed to verify the existence of inadequacies in the learning of the properties of the angles at the circumference, in the Ramón Leocadio Bonachea Basic Secondary School of Sancti-Spíritus. **Results:** The analysis of the possible causes of the problem led to the development of a set of teaching tasks for learning the properties of the angles at the circumference. **Conclusions:** These teaching tasks can be used by teachers to improve the results of their work during the process of student learning.

Keywords: angles; circumference; secondary education; Geogebra; Mathematics; teaching computer program

INTRODUCCIÓN

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de la escuela cubana hoy, se está transitando por transformaciones encaminadas a ubicar la formulación, el planteamiento y la resolución de problemas, con el uso de las tecnologías, para estimular las acciones de aprendizaje de los estudiantes.

En este sentido, el Ministerio de Educación ha realizado cambios y transformaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje y los planes de estudio y programas se han encaminado a lograr una formación integral cualitativamente superior en los estudiantes.

En los diferentes niveles educativos existen dificultades que atentan contra la solidez de los conocimientos que se imparten en las distintas asignaturas. A través de todos estos años la asignatura Matemática ha resultado una de las de mayores dificultades afrontadas en los diferentes grados, por lo que se hace necesario despertar el interés por ella y continuar realizando investigaciones que contribuyan a transformar esta realidad.

Esta asignatura contribuye notablemente al desarrollo de habilidades mentales generales en los alumnos, tanto en la obtención de conocimientos, como en la formación y desarrollo de habilidades.

En la asignatura la concepción del aprendizaje es un proceso activo, reflexivo y regulado a través del cual el sujeto que aprende, se apropia de forma gradual, de una cultura acerca de los conceptos, proposiciones y procedimientos de esta ciencia, bajo condiciones de orientación e interacción social, que le permiten apropiarse además, de las formas de pensar y actuar del contexto histórico social en que se desarrolla.

Las transformaciones de la Secundaria Básica cubana actual, precisan como exigencias para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje, la promoción del ejercicio de pensar, el desarrollo de la independencia cognoscitiva y de estrategias y motivaciones para aprender a aprender.

De acuerdo con Domínguez y Acosta (2016) entre los lineamientos para el trabajo metodológico de esta asignatura está utilizar las tecnologías, incluidas las de la informática y la comunicación, con el objetivo de

adquirir conocimientos y racionalizar el trabajo de cálculo, pero también con fines heurísticos.

En los objetivos generales del programa de Matemática para octavo grado se señala como propósito: formular y resolver problemas, desarrollando estrategias para la búsqueda de ideas de solución, para la autorregulación de su aprendizaje y la racionalización de su trabajo mental, con ayuda de las tecnologías de la informática y la comunicación, que favorezcan la elevación de su cultura y el desarrollo de hábitos, habilidades, capacidades, cualidades y actitudes necesarios para su futuro desenvolvimiento en una sociedad socialista.

Por lo anteriormente expuesto, el objetivo del artículo es: proponer tareas docentes que contribuyan al aprendizaje de las propiedades de los ángulos en la circunferencia utilizando como medio de enseñanza el asistente matemático Geogebra.

MARCO TEÓRICO O REFERENTES CONCEPTUALES

El aprendizaje-aprendizaje de la Matemática es considerado como una actividad social y no únicamente como

proceso de realización individual. Así es entendido como actividad de reproducción y producción del conocimiento mediante la cual el niño asimila los modos sociales de actividad y de interacción, primeramente, y luego en la escuela, las bases del conocimiento científico en condiciones de orientación e interacción social.

Breijo, (como se citó en Gil y Alfonso, 2021) señala que en el proceso de enseñanza-aprendizaje las actividades son desarrolladas fundamentalmente por los alumnos y el docente. Se reconoce que la actividad por excelencia del alumno es el aprendizaje y la del docente es la enseñanza, lo que no excluye que también se enriquezcan los roles de ambos en la propia dinámica del proceso cuando los alumnos enseñan y los docentes aprenden.

Los autores del artículo asumen el concepto de enseñanza-aprendizaje de los autores Ballester et al. (2018)

En la Didáctica de la Matemática se entiende el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática desde un enfoque desarrollador como aquel que constituye un sistema en el cual tanto la

enseñanza como el aprendizaje son subsistemas que garantizan la apropiación activa, creadora, reflexiva, significativa y motivada del contenido como parte de la cultura general integral, teniendo en cuenta el desarrollo actual, con el propósito de ampliar continuamente los límites de la zona de desarrollo próximo potencial. Ello implica una comunicación afectiva y el desarrollo de actividades intencionales, cuyo accionar didáctico genere estrategias de aprendizaje que permitan aprender a aprender Matemática, como expresión del desarrollo constante de una personalidad integral y auto determinada del estudiante. (p. 13)

Siendo consecuente con las ideas expresadas, se insiste en que el proceso de enseñanza–aprendizaje es desarrollador si cada uno de los estudiantes logra:

- La adquisición de los conocimientos, las habilidades y las capacidades matemáticas

requeridas para realizar aprendizajes durante toda su vida.

- El tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y a la autorregulación durante la realización de diversas tareas docentes.
- El desarrollo integral de la personalidad. (Leiva, 2007, p.18)

Este tipo de aprendizaje según Rodríguez, Santiesteban, Álvarez, Gutiérrez y López (2013) tienen como premisas desde la asignatura Matemática:

- La significatividad de los conocimientos matemáticos, por cuanto constituye una característica esencial la relación de los nuevos conocimientos con los anteriores y con la experiencia adquirida, para aplicarlos a situaciones de aprendizaje.
- El papel de orientador del profesor para que el estudiante sea activo y participe con protagonismo y mayor independencia en la apropiación de los conocimientos.

- Las relaciones lógicas de significado entre los conceptos, las proposiciones y los procedimientos conllevan a que el estudiante se guíe en el aprendizaje, de modo que, pueda resolver situaciones diversas, en las que los conceptos intervienen como la base de esas relaciones. (p. 7)

La geometría es una parte importante de la cultura del hombre, no es fácil encontrar contextos en que la geometría no aparezca de forma directa o indirecta. Actividades tan variadas como el deporte, la jardinería o la arquitectura por citar algunas, se sirven de la utilización, consciente o no, de procedimientos geométricos.

La geometría permite a los alumnos resolver problemas de naturaleza geométrica de la práctica social sobre la base de la estimación, medición, comparación y cálculo de cantidades de magnitud, la construcción de figuras geométricas con los instrumentos tradicionales de dibujo o con asistentes matemáticos y la argumentación (incluida la demostración) de propiedades y relaciones.

En la Educación Secundaria Básica se sistematizan los contenidos geométricos adquiridos por los

estudiantes en la educación precedente. Se estudia la circunferencia, sus propiedades y las relaciones entre sus elementos y la relación entre circunferencias.

Lo esencial de la unidad Geometría plana y cálculo de cuerpos, es que los estudiantes, a partir del dominio de las propiedades y relaciones de las figuras geométricas, la circunferencia, el círculo, el concepto de polígono regular y algunas de sus propiedades, de los conocimientos sobre los movimientos del plano y los criterios de igualdad de triángulos, continúen desarrollando habilidades y capacidades en la búsqueda y demostración de proposiciones matemáticas y las apliquen a la formulación y resolución de problemas geométricos de cálculo, construcción y demostración intra y extra matemáticos (Domínguez y Acosta, 2016).

Para introducir el concepto de ángulo inscrito el profesor puede apoyarse en una figura en la pizarra y analizar los tres casos posibles.

Para obtener la relación entre un ángulo inscrito y su arco correspondiente se sugiere emplear el asistente GeoGebra; trazando un ángulo central y otro inscrito en el mismo arco y realizando la medición de

sus amplitudes, el estudiante podrá llegar a la conjetura de que siempre la amplitud del ángulo inscrito es la mitad de la del central o que la amplitud del central es el doble de la del inscrito.

También es posible indicarles a los estudiantes que tracen en sus cuadernos estos ángulos y que realicen las mediciones de sus amplitudes con el empleo del semicírculo graduado. El profesor debe guiar el proceso de búsqueda de la conjetura, la que finalmente será enunciada por los estudiantes.

Se realizará la demostración para el caso en que un lado del ángulo pasa por el centro de la circunferencia, y se dejará de tarea la demostración de los restantes casos.

Para obtener el teorema de Tales el profesor puede apoyarse en la relación entre el ángulo inscrito y su arco correspondiente, en este caso un ángulo inscrito al que le corresponde un arco que es una semicircunferencia.

Los asistentes matemáticos, favorecen la mejor comprensión del contenido que se estudia mediante una actividad matemática más experimental, de búsqueda del conocimiento, de establecimiento de conexiones, pero además contribuyen a activar y motivar a los alumnos hacia el estudio. Para

lograr este propósito se requiere modificar la naturaleza de las tareas que se plantean a los alumnos y ajustar la dinámica del proceso de enseñanza-aprendizaje al ritmo de aprendizaje de cada uno, sin que se reste espacio a la reflexión colectiva y a la socialización e integración de las ideas aportadas por todos, en un favorable ambiente afectivo y comunicativo.

Uno de los asistentes matemáticos desarrollados como software libre más popular en los últimos años es GeoGebra. Este permite el dinamismo de las figuras geométricas, lo que facilita analizar la variación o no de sus propiedades y relaciones al modificarlas. Además posibilita examinar un objeto matemático en diferentes registros de representación, por medio de la articulación de su interfaz gráfica con una algebraica, una de cálculo simbólico y una hoja de cálculo, lo que favorece el establecimiento de relaciones y una comprensión más profunda de lo que se estudia.

La inserción de las computadoras en las escuelas ha provocado preocupaciones en los docentes, y al respecto surgen preguntas como, ¿cuánta información puede ser extraída de los mensajes que se transmiten a

través de la computadora?, ¿en qué forma son presentados? y ¿qué y cómo aprende el estudiante más allá del mensaje con la utilización de este?

Algunas de las respuestas a las interrogantes anteriores se encuentran en los criterios de Torres y Castros (2018) al señalar las posibilidades que ofrece la Informática de ayudar a los educadores a construir una sociedad del conocimiento global y desarrollar capacidades de innovación que pueden ser determinantes al desarrollo sostenible.

No se puede olvidar que la educación del futuro implicará un proceso de enseñanza-aprendizaje con ciertas particularidades como es el hecho de que podrá realizarse en cualquier instante, podrá ejecutarse en cualquier lugar y el ritmo de aprendizaje será personalizado.

Al respecto, refiere que la introducción de la Informática persigue como objetivo general elevar la calidad en el desarrollo de los estudiantes. En este sentido, al ser consecuente con el concepto de proceso de enseñanza-aprendizaje que se asume, se considera que este debe estar estructurado hacia la búsqueda del conocimiento desde una posición activa en los diferentes momentos. Para la

asignatura Matemática constituye una exigencia la utilización de las tecnologías informáticas y en particular, de los recursos diseñados especialmente para el tratamiento de sus contenidos. Uno de ellos es precisamente el Software interactivo GeoGebra, un programa sencillo, dinámico y bien organizado que permite trabajar los diferentes bloques de contenidos.

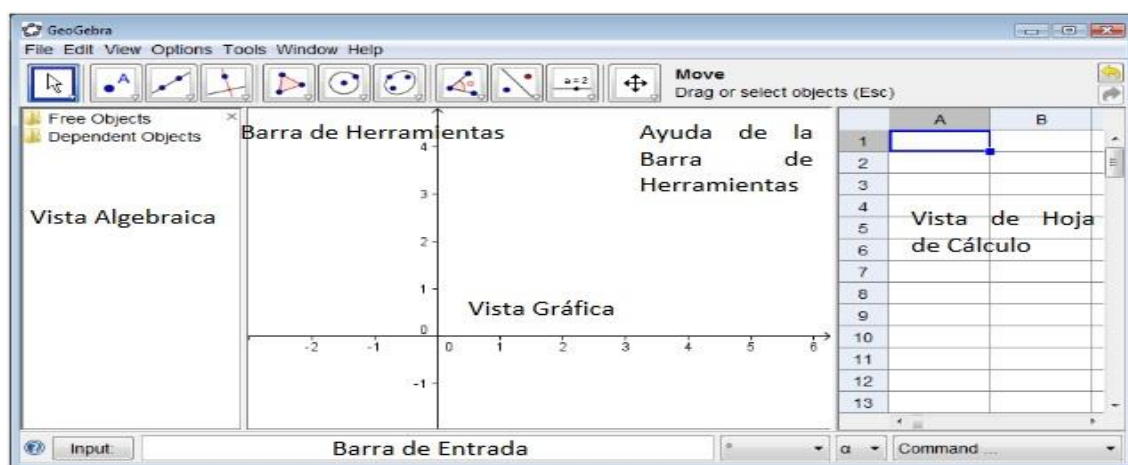
Este programa no solo es exclusivo para la enseñanza, permite además proponer sencillas tareas de investigación y experimentación, visualizar ciertos conceptos o relaciones que favorecen su interpretación.

Para los autores Fabián y Rodríguez (2020) "(...) El asistente GeoGebra permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas, como con construcción de ángulos que a posteriori se pueden modificar dinámicamente.

GeoGebra ofrece tres perspectivas diferentes de cada objeto matemático: una Vista Gráfica, una Vista Algebraica y además, una Vista de Hoja de Cálculo. Esta multiplicidad permite apreciar los objetos matemáticos en tres representaciones diferentes: gráfica (como en el caso de puntos,

gráficos de funciones), algebraica (como coordenadas de puntos, ecuaciones) y en celdas de una hoja de cálculo. Cada representación del mismo objeto se vincula dinámicamente a las demás en una adaptación automática y recíproca que

Figura 1. Vistas del GeoGebra



Fuente: Elaboración propia (2017)

Las razones anteriores permiten ratificar que se considera útil la utilización del GeoGebra durante el desarrollo de las clases sobre la enseñanza de las propiedades de los ángulos en la circunferencia, pues este software permite el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador en los estudiantes y la comprensión del significado de los contenidos correspondientes.

Además, las autoras Gamboa, Barrera y Ramos (2018) se refieren al aprendizaje desarrollador como aquel

asimila los cambios producidos en cualquiera de ellas, más allá de cuál fuera la que lo creara originalmente (Sánchez, 2015).

La siguiente imagen ilustra lo descrito con anterioridad:

que “garantiza en el individuo la apropiación activa y creadora... y propicia el desarrollo de su auto-perfeccionamiento constante...” (p. 8). Por tanto, los autores del artículo, ofrecen la realización de múltiples tareas docentes donde los estudiantes tengan la posibilidad de visualizar, experimentar, explorar o simular para “descubrir regularidades” que permitan la obtención y comprobación de determinadas proposiciones (como es el caso de las propiedades de los ángulos en la circunferencia).

Al respecto, Rico y Silvestre (2002), consideran la tarea docente como un elemento básico, primordial en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Ellas precisan que en estas se concretan las acciones y operaciones que los estudiantes deben realizar dentro y fuera de la clase, ideas que se desarrollan de habilidades” (Rico y Silvestre, 2002, p. 78).

METODOLOGÍA EMPLEADA

Para la concepción de esta investigación la metodología utilizada tiene en consideración el enfoque dialéctico-materialista como método general. Se utilizaron diferentes métodos del nivel teórico como el analítico-sintético para constatar el estado del problema, determinando las dificultades y potencialidades que presentan los estudiantes en el proceso de aprendizaje de los contenidos geométricos, el inductivo-deductivo que permitió establecer generalizaciones, a partir del estudio de casos particulares, en el nivel de aprendizaje de los estudiantes en el contenido “Ángulos en la circunferencia” de la Geometría Plana y el histórico-lógico para realizar un estudio del tratamiento del contenido “Ángulos en la

asumirán en la propuesta que se realiza.

Se asume como tarea docente “(...) aquella actividad que se concibe para realizar por el alumno en la clase y fuera de esta, vinculada a la búsqueda y adquisición de los conocimientos y al

circunferencia” de la Geometría Plana y de su enseñanza a través de los años. También se utilizaron métodos del nivel empírico como el análisis documental para analizar el libro de texto, los programas de estudio, orientaciones emitidas por el Ministerio de Educación, para analizar la metodología sugerida en estos y las exigencias establecidas, la encuesta para buscar hechos que fundamentan la existencia del problema de investigación en el objeto; la prueba pedagógica para constatar el estado inicial y final del problema de investigación, la observación pedagógica permitió apreciar y comprobar en la práctica el comportamiento del aprendizaje del contenido “Ángulos en la circunferencia” de la Geometría Plana en los estudiantes. El análisis de la información obtenida permitió fundamentar desde posiciones teóricas y metodológicas las tareas docentes que se proponen.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El estudio realizado confirmó como principales potencialidades, que los alumnos son disciplinados, cumplen con las tareas y orientaciones que se indican, conocen las propiedades de geometría plana y les motiva el estudio de la Matemática con el uso de los recursos informáticos. De igual manera se identificaron como limitaciones: insuficiencias en la aplicación de las propiedades geométricas en el cálculo de amplitudes de ángulos y longitudes de segmentos y la no existencia de un proceder que les permita el uso de los recursos informáticos en estos contenidos.

Lo anterior permitió entonces proponer tareas docentes para el aprendizaje de las propiedades de los ángulos en la circunferencia con el uso de GeoGebra. La tarea docente debe ser planificada por el docente, teniendo presente su papel como agente dinámico y estimulador del protagonismo de los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje, a partir de un profundo conocimiento de las particularidades y potencialidades de cada uno de ellos.

Las elaboradas se caracterizan por ser integradoras, desarrolladoras y flexibles

en correspondencia con el aprendizaje de las propiedades de los ángulos en la circunferencia.

- Lo integrador se expresa en que para su solución es necesario la sistematización y transferencia de contenidos informáticos y matemáticos ante las distintas problemáticas que se presentan.
- El carácter desarrollador se materializa en la posibilidad que ofrecen para la apropiación activa y creadora de los contenidos, visto en los cambios y las transformaciones que permiten mejorar el aprendizaje, además en que propician el desarrollo de las potencialidades individuales de los estudiantes, tanto en lo cognitivo como en lo afectivo.
- La flexibilidad se da en que las mismas son susceptibles de ser enriquecidas y modificadas, a partir de los propios cambios que se vayan operando en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos, además en que permiten a los estudiantes utilizar diferentes vías para acceder al conocimiento, teniendo en

cuenta las potencialidades del asistente matemático y de los recursos heurísticos que se utilicen en cada ejercicio.

Las tareas docentes que se proponen se realizan mediante el uso del software interactivo GeoGebra y se encaminan a la elaboración de conclusiones con respecto al aprendizaje de las propiedades de los ángulos en la circunferencia. Todas terminan con una interrogante o situación dirigida al análisis de los resultados obtenidos en la práctica lo cual entrena a los estudiantes para la elaboración de conjeturas.

Tienen la siguiente estructura: título, objetivo, orientaciones para el estudiante, actividades y forma de control, buscando uniformidad en su concepción. Fueron utilizadas en las clases de tratamiento de la nueva materia, de fijación y en el estudio independiente de los estudiantes.

A continuación, se presentan las tareas docentes que se planificaron y ejecutaron durante el pre-experimento pedagógico (García, 2017):

Tarea docente 1

Título: ¿Cómo obtener la relación entre ángulos inscritos en la circunferencia sobre el mismo arco?

Objetivo: identificar la relación entre la amplitud de los ángulos inscritos sobre el mismo arco, haciendo uso del asistente matemático GeoGebra.

Orientaciones para el estudiante:

Accede al asistente matemático GeoGebra e introduce en la caja de diálogo para la vista “Geometría” y realiza las siguientes acciones:

- a) Utilizando la opción “Circunferencia (centro y radio)” traza una circunferencia de centro O y radio r.
- b) Utilizando la opción “Nuevo punto” ubica sobre la circunferencia los puntos A, B, C, D y E.
- c) Utilizando la opción “Segmento” traza los segmentos \overline{AB} y \overline{BC} , \overline{AD} y \overline{DC} , \overline{AE} y \overline{EC} situados sobre la circunferencia, formando así los ángulos $\angle AOB$, $\angle ABC$, $\angle ADC$ y $\angle AEC$.
- d) Utilizando la opción “Ángulo” calcula la amplitud de los ángulos $\angle ABC$, $\angle ADC$ y $\angle AEC$.
- e) Utilizando herramienta “Elige y mueve” selecciona el punto B y desplázalo sobre la circunferencia. ¿Qué ocurre siempre? ¿Qué relación existe entre el ángulo y el arco correspondiente \widehat{AC} en la medida en que se desplaza el punto B por toda la circunferencia?

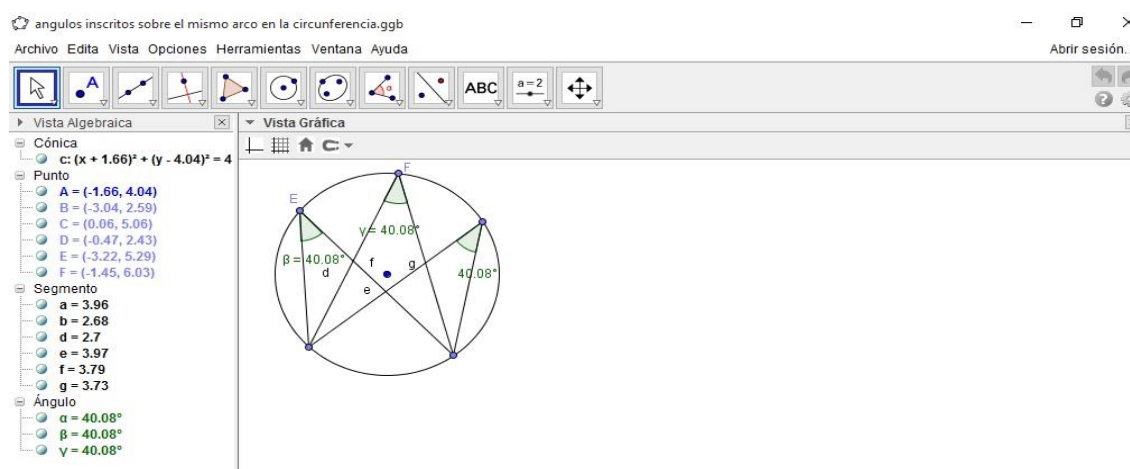
f) Utilizando la opción “Elige y mueve” selecciona otro punto y realiza el mismo proceder.

g) Observa en la “Vista algebraica” y responde ¿qué ocurre en la medida que se desplaza el punto B, u otro cualquiera sobre la circunferencia? ¿A qué conclusión puedes arribar sobre

los ángulos inscritos $\angle ABC$, $\angle ADC$ y $\angle AEC$ y su arco correspondiente \widehat{AC} ?

Forma de control: se realizará un debate oral a partir de las conjeturas elaboradas por los estudiantes, además de observar el trabajo que cada estudiante pudo realizar.

Figura 2. Vista del GeoGebra con ángulos inscritos en la circunferencia sobre el mismo arco



Fuente: Elaboración propia (2017)

Tarea docente 2

Título: ¿Cómo obtener la relación entre el ángulo central y su arco correspondiente?

Objetivo: identificar la relación entre el ángulo central y su arco correspondiente, haciendo uso del asistente matemático GeoGebra.

Orientaciones para el estudiante:

Accede al asistente matemático GeoGebra e introduce en la caja de

diálogo para la vista “Geometría” y realiza las siguientes acciones:

- Utilizando la opción “Circunferencia (centro y radio)” traza una circunferencia de centro O y radio r.
- Utilizando la opción “Nuevo punto” ubica sobre la circunferencia los puntos A y B.
- Utilizando la opción “Segmento” traza los segmentos \overline{AO} y \overline{OB} , situado sobre la circunferencia formando así el ángulo $\angle AOB$.

d) Utilizando la opción “Ángulo” calcula la amplitud del ángulo $\angle AOB$.

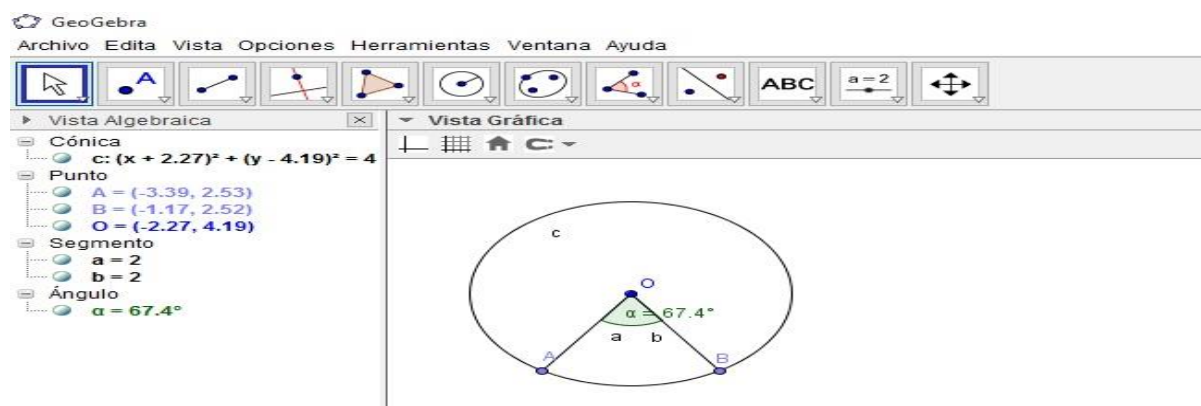
e) Utilizando la opción “Elige y mueve” selecciona el punto B y muévelo sobre la circunferencia. ¿Qué ocurre siempre? ¿Qué relación existe entre el ángulo y el arco correspondiente \widehat{AB} en la medida en que se mueve el punto B por toda la circunferencia?

f) Utilizando la opción “Elige y mueve” selecciona otro punto y realiza el mismo proceder.

g) Observa en la “Vista algebraica” y responde ¿qué ocurre en la medida que se mueve el punto B, u otro cualquiera sobre la circunferencia? ¿A qué conclusión puedes arribar sobre el ángulo $\angle AOB$ y su arco correspondiente \widehat{AB} ?

Forma de control: se realizará un debate oral a partir de las conjeturas elaboradas por los estudiantes, además de observar el trabajo que cada estudiante pudo realizar.

Figura 3. Vista del GeoGebra con la relación entre el ángulo central y su arco correspondiente



Fuente: Elaboración propia (2017)

Tarea docente 3

Título: ¿Cómo obtener la relación entre los ángulos inscritos en una semicircunferencia y su arco correspondiente? Teorema de Tales.

Objetivo: identificar la relación entre los ángulos inscritos en una semicircunferencia y su arco correspondiente, haciendo uso del asistente matemático GeoGebra.

Orientaciones para el estudiante:

Accede al asistente matemático GeoGebra e introduce en la caja de diálogo para la vista "Geometría" y realiza las siguientes acciones:

- a) Utilizando la opción "Circunferencia (centro y radio)" traza una circunferencia de centro O y radio r.
- b) Utilizando la opción "Nuevo punto" ubica sobre la circunferencia los puntos A, B y C.
- c) Utilizando la opción "Segmento" traza los segmentos \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{AC} , situado sobre la circunferencia

formando así el ángulo $\angle ABC$ y \overline{AC} diámetro de la circunferencia.

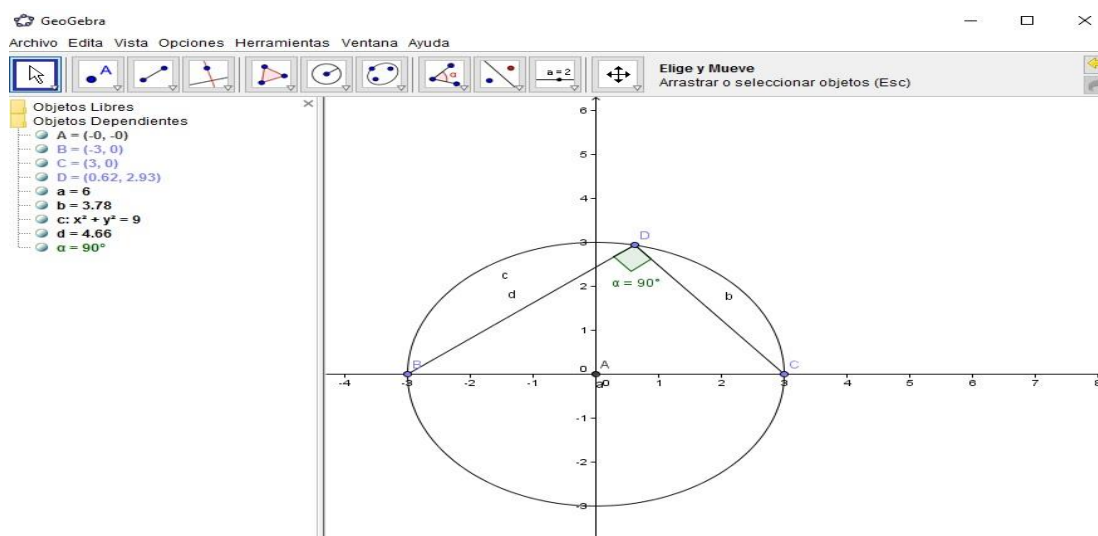
d) Utilizando la opción "Ángulo" calcula la amplitud de los ángulos $\angle ABC$ y $\angle AOB$.

e) Utilizando la opción "Elige y mueve" selecciona el punto B y muévelo sobre la circunferencia. ¿Qué ocurre siempre? ¿Qué relación existe entre el ángulo y el arco correspondiente \widehat{AC} en la medida en que se mueve el punto B por toda la circunferencia?

f) Observa en la "Vista algebraica" y responde ¿qué ocurre en la medida que se mueve el punto B, u otro cualquiera sobre la circunferencia? ¿A qué conclusión puedes arribar sobre el ángulo $\angle AOB$ y su arco correspondiente \widehat{AB} ?

Forma de control: se realizará un debate oral a partir de las conjeturas elaboradas por los estudiantes, además de observar el trabajo que cada estudiante pudo realizar.

Figura 4. Vista del GeoGebra con la relación entre los ángulos inscritos en una semicircunferencia y su arco correspondiente



Fuente: Elaboración propia (2017)

Tarea docente 4

Título: ¿Cómo obtener la relación entre ángulos inscritos en la circunferencia y su arco correspondiente?

Objetivo: identificar la relación entre la amplitud de los ángulos inscritos en la circunferencia y su arco correspondiente, haciendo uso del asistente matemático GeoGebra.

Orientaciones para el estudiante:

Accede al asistente matemático GeoGebra e introduce en la caja de diálogo para la vista “Geometría” y realiza las siguientes acciones:

a) Utilizando la opción “Circunferencia (centro y radio)” traza una circunferencia de centro O y radio r.

b) Utilizando la opción “Nuevo punto” ubica sobre la circunferencia los puntos A, B y C.

c) Utilizando la opción “Segmento” traza los segmentos \overline{AB} y \overline{BC} , situado sobre la circunferencia formando así el ángulo $\angle ABC$.

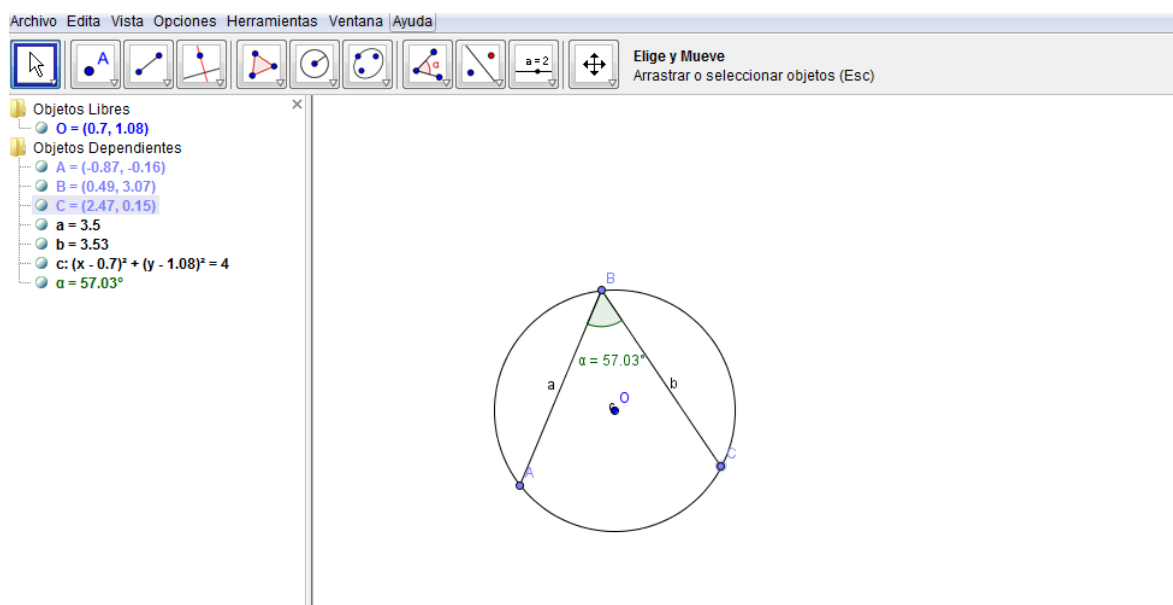
d) Utilizando la opción “Ángulo” calcula la amplitud del ángulo $\angle ABC$.

e) Utilizando la opción “Elige y mueve” selecciona el punto B y muévelo sobre la circunferencia. ¿Qué ocurre siempre? ¿Qué relación existe entre el ángulo y el arco correspondiente \widehat{AC} en la medida en que se mueve el punto B por toda la circunferencia?

f) Observa en la “Vista algebraica” y responde ¿qué ocurre en la medida que se mueve el punto B, u otro cualquiera sobre la circunferencia? ¿A qué conclusión puedes arribar sobre el ángulo $\angle ABC$ y su arco correspondiente \widehat{AC} ?

Forma de control: se realizará un debate oral a partir de las conjeturas elaboradas por los estudiantes, además de observar el trabajo que cada estudiante pudo realizar.

Figura 5. Vista del GeoGebra con la relación entre ángulos inscritos en la circunferencia y su arco correspondiente



Fuente: Elaboración propia (2017)

Tarea docente 5

Título: ¿Cómo obtener la relación entre ángulos centrales iguales y sus arcos correspondientes en una misma circunferencia o en circunferencias iguales?

Objetivo: identificar la relación entre la amplitud de los ángulos centrales iguales y sus arcos correspondientes en una misma circunferencia o en

circunferencias iguales, haciendo uso del asistente matemático GeoGebra.

Orientaciones para el estudiante:

Accede al asistente matemático GeoGebra e introduce en la caja de diálogo para la vista “Geometría” y realiza las siguientes acciones:

a) Utilizando la opción “Circunferencia (centro y radio)” traza una circunferencia de centro O y radio r .

b) Utilizando la opción “Nuevo punto” ubica sobre la circunferencia los puntos A, B, C y D.

c) Utilizando la opción “Segmento” traza los segmentos \overline{BC} y \overline{AD} que pasen por el centro de la circunferencia, formando así los ángulos $\angle BOD$ y $\angle AOC$.

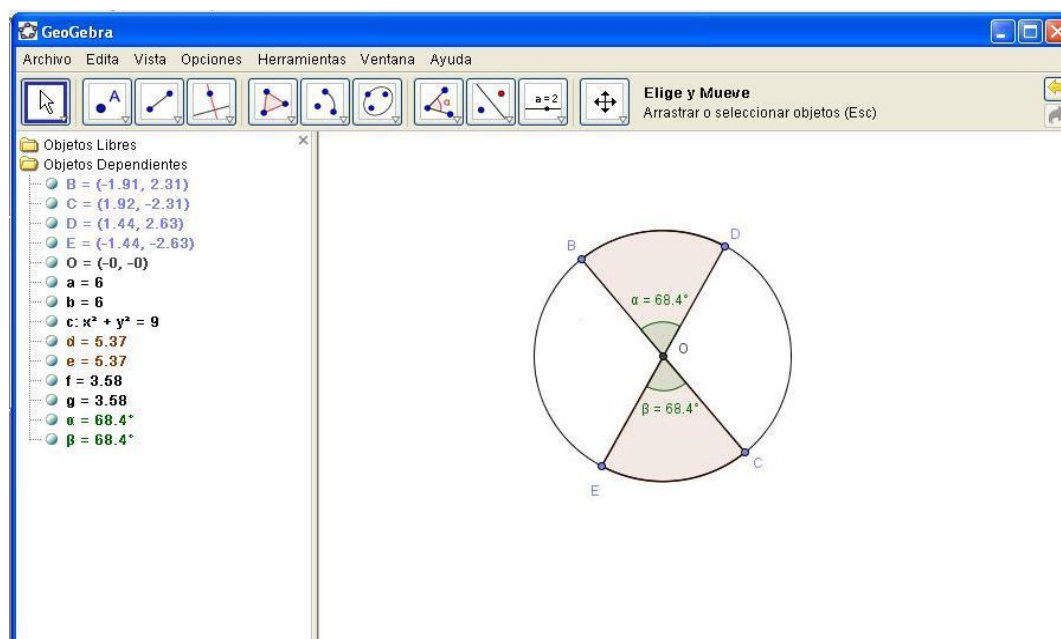
d) Utilizando la opción “Ángulo” calcula la amplitud de los ángulos $\angle BOD$ y $\angle AOC$. ¿Cuánto miden?

e) Utilizando la opción “Arco de circunferencia dado su centro y dos extremos” traza los arcos \widehat{BD} y \widehat{AC}

f) Observa en la “Vista algebraica” y responde ¿qué amplitud tienen los arcos \widehat{BD} y \widehat{AC} ? ¿A qué conclusión puedes arribar sobre la amplitud de los arcos a los cuales corresponden ángulos centrales iguales?

Forma de control: se realizará un debate oral a partir de las conjeturas elaboradas por los estudiantes, además de observar el trabajo que cada estudiante pudo realizar.

Figura 6. Vista del GeoGebra con ángulos centrales iguales y sus arcos correspondientes en una misma circunferencia o en circunferencias iguales



Fuente: Elaboración propia (2017)

Las tareas docentes elaboradas se aplicaron en la práctica pedagógica, por uno de los autores del artículo. El estudio se realizó a los estudiantes de octavo grado de la Escuela Secundaria Básica Urbana (ESBU) "Ramón Leocadio Bonachea" del municipio Sancti Spiritus, con el objetivo de evaluar el nivel alcanzado por ellos en el aprendizaje de las propiedades de los ángulos en la circunferencia y se siguió el procedimiento siguiente: determinación de indicadores, procesamiento estadístico de los datos y elaboración de juicios de valor sobre el objeto de evaluación.

Los indicadores identificados fueron: identificar propiedades de los ángulos en la circunferencia y aplicar propiedades para el cálculo de ángulos o arcos en la circunferencia, calcular ángulos o arcos en la circunferencia.

Para la valoración del nivel de aprendizaje de los estudiantes en relación a los indicadores, se aplicó una guía de observación del desempeño y una prueba pedagógica, de las que se obtuvieron los siguientes resultados:

De los 14 estudiantes 10 (71,42 %) identificaban las propiedades de los

ángulos en la circunferencia, 2 (14,28%) tenían incoherencias al identificar las propiedades de los ángulos en circunferencia y 2 (14,28%) no identificaban las propiedades de los ángulos en la circunferencia.

Se constató que solo 9 (64,28%) estudiantes aplicaban las propiedades de los ángulos en la circunferencia, 3 (21,42%) tienen incoherencias al aplicar propiedades de los ángulos en circunferencia y 2 (14,28%) no aplican las propiedades de los ángulos en la circunferencia.

También se pudo determinar que, de los 14 estudiantes, 9 (64,28%) calculaban el ángulo o arco en la circunferencia, 4 (28,57%) tenían algún error de cálculo y 1 (7,14%) no calculaban el ángulo o arco en la circunferencia.

La elaboración de juicios de valor sobre el objeto de evaluación permitió afirmar que la mayoría de los estudiantes demostró que eran capaces de identificar las propiedades de los ángulos en la circunferencia, aplicar sus propiedades al cálculo de ángulos o arcos en la circunferencia, calcular ángulos y arcos en la circunferencia y que se mostraron motivados por la

utilización de los recursos informáticos para aprender matemática.

CONCLUSIONES

Existen orientaciones y exigencias metodológicas para el tratamiento del cálculo de ángulos en la circunferencia con la utilización de las tecnologías, incluidas las de la informática y la comunicación; no obstante, se pueden enriquecer con ejemplos de tareas que orienten el trabajo de los profesores y estudiantes.

Las tareas docentes que se proponen contribuyen al aprendizaje de las propiedades de los ángulos en la circunferencia, utilizando como medio de enseñanza el asistente matemático Geogebra, que se distinguen por su carácter integrador, desarrollador y flexible.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ballester Pedroso, S., García La Rosa, J. E., Almeida Carazo, B., Álvarez Pérez, M. M., Rodríguez Ortiz, M., González Noreda, R. A. ... Púig Reyes, N. (2018). *Didáctica de la Matemática: Tomo 1*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

Domínguez escobar, O. & Acosta Hernández, S. (2016). *Programa de Matemática: 8.grado*. La

Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

Fabián Estrada Y. & Rodríguez Valle, Z. (2020). El uso del GeoGebra en la asignatura de Matemática I. *Serie Científica de la Universidad de las Ciencias Informáticas*, 13(4), 11-22
Recuperado de <https://publicaciones.uci.cu>

Gamboa Díaz, Y., Barrera Suárez, D. & Ramos Ávila, I. (2018). Sistema de actividades para contribuir al aprendizaje desarrollador de la estadística inferencial en el contenido prueba de hipótesis. *Revista Atlante: Cuaderno de Educación y Desarrollo*. Recuperado de <https://www.eumed.net/rev/atlant/2018/12/aprendizaje-desarrollo.html/hdl.handle.net/2.500.1171.3/atlante1812aprendizajedesarrollo>

García Castro, J. M. (2017). *Obtención de las propiedades de los ángulos en la circunferencia con la utilización del asistente matemático GeoGebra* (Tesis de pregrado). Universidad de Sancti Spíritus "José Martí Pérez", Cuba.

- Gil Luis, J. L. & Alfonso Morejón, A. (2021). Proceso de Enseñanza-Aprendizaje de la Matemática Superior I en la formación del contador. *Mendive. Revista de Educación Superior* 19(2), 345-358. Recuperado de <https://mendive.upr.edu.cu>
- Leiva Salazar, C. (2007). *La Evaluación de los Conocimientos y Habilidades en los Contenidos Didácticos en la Formación Inicial de los Profesionales de la Educación* (Tesis de maestría). Universidad Ciencias Pedagógicas “José de la Luz y Caballero”, Holguín, Cuba.
- Rico Montero, P. & Silvestre Oramas, M. (2002). Proceso de enseñanza-aprendizaje. Breve referencia al estado actual del problema. En G. García Batista *Compendio de Pedagogía*. (pp. 68-79). La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Rodríguez Ortiz, M., Santiesteban Pérez, I., Álvarez Rojas, E., Gutiérrez Báez, E. & López Cruz, M. (2013). *Aprendizaje relacional de la Matemática en el bachillerato*. [Ponencia]. Evento Internacional COMPUMAT. Universidad de Ciencias Pedagógicas Pepito Tey, Las Tunas, Cuba. Recuperado de <http://www.funes.uniandes.edu.co/4317/1/RodriguezAprendizajeALME2012.pdf>
- Sánchez Companioni, W. (2015). *La planificación de tareas docentes para la enseñanza-aprendizaje de la función seno, utilizando el asistente matemático Geogebra* (Tesis de pregrado). Universidad de Sancti Spiritus “José Martí Pérez”, Cuba.
- Torres Cancino, I. I. & Castros Gutiérrez, E. C. (2018). La enseñanza-aprendizaje utilizando las TIC: ¿estamos preparados para ello en nuestra Universidad? *Revista Médica Electrónica*, 40(3). Recuperado de <http://www.revmedicaelectronica.sld.cu/index.php/rme/article/view/2632/3876>

Pedagogía y Sociedad publica sus artículos bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivar 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

