

UNIVERSIDAD DE SANCTI SPÍRITUS
JOSÉ MARTÍ PÉREZ

FACULTAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS

DEPARTAMENTO MATEMÁTICA FÍSICA

Estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad matemática calcular integrales
definidas mediante aprendizajes creativos

Tesis en opción al grado académico de Máster en Ciencias Pedagógicas

WILFREDO SÁNCHEZ COMPANIONI

Sancti Spíritus

2020

UNIVERSIDAD DE SANCTI SPÍRITUS
JOSÉ MARTÍ PÉREZ

FACULTAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS

DEPARTAMENTO MATEMÁTICA FÍSICA

Estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad matemática calcular integrales
definidas mediante aprendizajes creativos

Tesis en opción al grado académico de Máster en Ciencias Pedagógicas

Autor: Lic. Wilfredo Sánchez Companioni

Tutor: Prof. Tit. Andel Pérez González, Dr. C.

Sancti Spíritus

2020

Agradecimientos

- ❖ Al Dr. C. Andel Pérez González, mi tutor, por su ayuda incondicional, sus valiosas enseñanzas, orientaciones y su disposición constante a ayudarme en la elaboración de la tesis.
- ❖ A mi madre Olga, por animarme y apoyarme siempre para que concluyera la tesis.
- ❖ A todos los que en algún momento fueron mis profesores.

Dedicatoria

- ❖ A mi madre, que tanto ha contribuido a mi educación y siempre me ha estimulado y apoyado para poder seguir adelante en mi superación.

- ❖ A toda mi familia, especialmente a Mayelis por su contribución y apoyo constante a la realización de este trabajo.

SÍNTESIS

El proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo integrales definidas debe asegurar la comprensión de los conceptos y el significado de los procedimientos asociados al cálculo, es por ello que el objetivo de la presente investigación se centra en perfeccionar el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas, desde un proceso de enseñanza-aprendizaje creativo de la asignatura Matemática Superior, para este fin es necesario modificar la enseñanza de estos contenidos a través de la utilización de nuevos medios de enseñanza en las propuestas educativas, con el fin de mejorar el aprendizaje. Para ello, hay que encontrar un adecuado equilibrio entre el manejo conceptual de los temas, el uso de nuevas tecnologías y la metodología de enseñanza. Las contribuciones de la investigación a la práctica son el diseño de una estrategia didáctica que enfatiza en la utilización de métodos, medios y estrategias que estimulan el aprendizaje creativo para el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas desde el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática Superior. Para esta investigación se utilizaron métodos teóricos, empíricos, matemáticos y estadísticos a partir del enfoque dialéctico-materialista de la ciencia. La evaluación de la estrategia didáctica se realizó a partir del desarrollo de un grupo de discusión con los profesores del colectivo de año y del colectivo metodológico de la disciplina a la que corresponde la asignatura Matemática Superior I, los cuales ofrecieron criterios y recomendaciones favorables acerca de su calidad y en su implementación experimental se obtuvieron resultados a favor de su validez.

∴

ÍNDICE

Contenidos	Página
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS Y METODOLÓGICOS QUE SUSTENTAN LA FORMACIÓN Y EL DESARROLLO DE LA HABILIDAD CALCULAR INTEGRALES DEFINIDAS.	9
1.1. El proceso de enseñanza-aprendizaje de las integrales. Antecedentes y exigencias actuales.	9
1.1.1. El proceso de enseñanza aprendizaje del análisis matemático.	14
1.1.2. El proceso de enseñanza-aprendizaje de las integrales definidas.	18
1.2. La formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas. Exigencias metodológicas.	21
1.2.1. Habilidades matemáticas. exigencias metodológicas para su formación y desarrollo.	25
1.2.2. La habilidad calcular integrales definidas. Su proceso de formación y desarrollo.	30
1.3. El aprendizaje creativo del cálculo de integrales definidas en la licenciatura en contabilidad y finanzas.	32
CAPÍTULO 2. ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA FORMACIÓN Y DESARROLLO DE LA HABILIDAD MATEMÁTICA “CALCULAR INTEGRALES DEFINIDAS” EN LA CARRERA LICENCIATURA EN CONTABILIDAD Y FINANZAS.	40
2.1. Resultados del diagnóstico inicial realizado para evaluar el desarrollo de la habilidad “calcular integrales definidas” en los estudiantes de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas.	40

2.2. Fundamentos teóricos de la estrategia didáctica para la formación y desarrollo de la habilidad “calcular integrales definidas”.	49
2.3. Estrategia didáctica para la formación y el desarrollo de la habilidad “calcular integrales definidas”.	56
CAPÍTULO 3. EVALUACIÓN DEL DESARROLLO DE LA HABILIDAD CALCULAR INTEGRALES DEFINIDAS LUEGO DE LA APLICACIÓN DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA.	70
3.1. Bases teóricas para la utilización del pre-experimento pedagógico y acciones para su desarrollo.	70
3.2. Acciones realizadas y resultados del pre-experimento pedagógico.	73
3.2.1. Descripción de las acciones realizadas	73
3.2.2. Resultados de la evaluación del nivel de desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas una vez concluida la aplicación de la estrategia didáctica.	75
CONCLUSIONES	80
RECOMENDACIONES	81
BIBLIOGRAFÍA	
ANEXOS	

INTRODUCCIÓN

En los últimos años las transformaciones que distinguen la economía, la cultura y las relaciones políticas y sociales a nivel internacional, nacional y local exigen nuevos y variados roles a las universidades; y demandan la formación de un profesional competente, capaz de asumir los retos de la contemporaneidad.

Al respecto, el Ministerio de Educación Superior consciente del papel decisivo que le corresponde desempeñar en la consolidación del proyecto social cubano, plantea la necesidad de elevar el rigor y la calidad del proceso de formación de los profesionales universitarios. En tal sentido, se precisa la universidad debe caracterizarse por:

La formación de valores y por el aseguramiento de la calidad de sus procesos sustantivos, en aras de lograr un egresado que posea cualidades personales, cultura y habilidades profesionales que le permitan desempeñarse con responsabilidad social, y que propicie su educación para toda la vida. (MES, 2018).

Resulta importante el criterio anterior, ya que refuerza la idea de que el proceso de enseñanza-aprendizaje en las universidades debe potenciar en los estudiantes, la formación y el desarrollo de las habilidades necesarias para el cumplimiento de sus funciones profesionales; para así lograr una mayor inserción en las dinámicas sociales y productivas que demanda la situación actual del país.

En consecuencia, se retoma un planteamiento de la Unesco (2009) al fundamentar la importancia de lograr una educación de calidad, donde se explicita que esta “permite a todas las personas ser miembros activos de la sociedad. Por ello, debe abarcar ciertos conocimientos de base, valores, comportamientos y habilidades que se correspondan con las necesidades de la vida actual” (p. 15).

Desde esta perspectiva, el Modelo del Profesional (2017) de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas destaca que los profesionales de la contabilidad desempeñan un significativo papel en el desarrollo del país; es por ello que se considera importante prestar una especial atención a su proceso de formación inicial. También se destaca que, en el propio documento, que es necesario proveer al futuro

egresado de métodos económico-matemáticos que le permitan expresar mediante variables el comportamiento económico de las entidades, su situación actual y predecir futuros comportamientos que contribuyan al perfeccionamiento de la economía nacional.

Siendo consecuente con esta idea, se define en el Modelo del Profesional (2017) como una función básica para la que deben prepararse los estudiantes: “la aplicación de técnicas y procedimientos en la determinación y gestión de los costos, a través de su planeación, cálculo, análisis y control, que garanticen su utilización como herramienta de dirección” (p. 8). Al respecto, se reconoce que los contenidos matemáticos aportan significativamente a la preparación de los estudiantes para el cumplimiento de la referida función.

En tal sentido, se le asigna un rol fundamental al aprendizaje de los contenidos de la asignatura Matemática Superior I y, en particular, a los relacionados con el cálculo de integrales definidas por lo que aportan a la comprensión y solución de diversas problemáticas propias de la profesión.

Sobre este conocimiento específico afirmó Koroupatov y Dreyfus (2009) que:

Ciertamente, no es posible imaginar la cultura científica moderna sin las integrales. Junto con la derivada, la integral forma el núcleo de un dominio matemático que es un lenguaje, un dispositivo, y una herramienta útil para otros campos como la física, la ingeniería, la economía, y la estadística. (p. 417)

También, Jara (2017) expresó que la integración constituye una herramienta muy importante de cálculo; y enfatiza en que sus aplicaciones reales a la Administración y la Economía, están dadas por sus potencialidades para: la determinación de coeficientes de desigualdad en las distribuciones de ingresos, del valor presente de un ingreso continuo y del superávit; así como la maximización de utilidad con respecto al tiempo, entre otras.

No obstante, a partir de la experiencia del autor de la tesis y de las opiniones de otros profesores de la Universidad “José Martí Pérez” es posible afirmar que los

estudiantes de las diferentes carreras universitarias no siempre comprenden la importancia del aprendizaje de este contenido durante su formación profesional.

Igualmente, el estudio exploratorio realizado permite señalar como dificultades manifiestas en el aprendizaje de las integrales definidas por parte de los estudiantes de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas, las siguientes:

- Con frecuencia no logran una adecuada comprensión de los conceptos y procedimientos asociados al cálculo de integrales definidas.
- Generalmente, no identifican correctamente las reglas u operaciones de integración a utilizar; o en ocasiones, no las dominan.
- Es insuficiente el desarrollo de la habilidad resolver problemas de cálculo de integrales definidas, donde intervienen situaciones prácticas o profesionales.
- Resultan limitadas las estrategias de aprendizaje que utilizan al resolver los ejercicios y problemas de cálculo de integrales definidas y demuestran dependencia de los impulsos del profesor o de otros estudiantes.
- No siempre manifiestan una adecuada disposición por el estudio de estos contenidos y sus comportamientos durante la búsqueda de vías de solución para los ejercicios y problemas, con frecuencia, son reproductivos y poco originales.

Ante estos planteamientos, fue necesario remitirse a las investigaciones de Didáctica de la Matemática que centran su atención en las particularidades del proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo integral. Entre los estudiosos internacionales, destacan los trabajos de Souto y Pérez (2010), Cantor (2013), Briceño (2016) y Suárez (2018); en los mismos, se resalta la necesidad de utilizar novedosos recursos que faciliten el aprendizaje de los contenidos referentes al cálculo diferencial e integral; así como de contextualizar los contenidos matemáticos a las problemáticas propias de cada carrera, y en el uso de la enseñanza problémica durante el tratamiento del contenido.

También, Contreras (2003), Azcárate (2005), Camacho; DEPOOL; Santos-Trigo, (2005), Uribe (2006), Inés (2010), Camacho; DEPOOL; Santos-Trigo (2010) y Acosta (2011) estudiaron el proceso de enseñanza-aprendizaje de las integrales. Para ellos

es importante utilizar los asistentes matemáticos; criterio que comparte el autor, ya que propician la motivación, la originalidad y el desarrollo de la independencia cognoscitiva de los estudiantes y, además, constituye una exigencia actual de la Didáctica de la Matemática.

Por otra parte, Anarela (2012), Acosta (2013), Rodríguez (2015), Otal (2015), Granera (2017) y Hernández (2018) coinciden al plantear que aprender los contenidos referentes al cálculo integral significa comprender el significado de los conceptos, además de dominar los procedimientos. También, consideran necesario la utilización de métodos de enseñanza que propicien el desarrollo de un pensamiento matemático avanzado y el uso de las tecnologías.

De forma similar, es posible analizar investigaciones de autores cubanos que constituyen punto de partida para el tratamiento de las integrales definidas y sus aplicaciones. Entre ellos, sobresalen los resultados, Rodríguez y Bravo (2013), Hernández (2013), Cuellar (2016), Barroso (2016), Noa (2016), Rodríguez (2018) y Solano (2018) entre otros. En sus trabajos, se insiste en la tipología de tareas docentes a utilizar y en las ventajas del uso de los ordenadores o de asistentes matemáticos durante su proceso de enseñanza-aprendizaje.

El estudio realizado permite al autor, identificar importantes resultados científicos que constituyen fundamentos a considerar durante el proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo integral. No obstante, se identificaron las siguientes problemáticas:

- Las orientaciones metodológicas dirigidas a la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas resultan insuficientes.
- Los indicadores para evaluar el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas no se precisan con claridad.
- Las estrategias de aprendizaje que se sugieren durante el tratamiento de las integrales definidas no siempre propician aprendizajes creativos.

En tal sentido, se puede afirmar que resulta pertinente realizar nuevas investigaciones que actualicen los aspectos teórico-metodológicos que se relacionan con la utilización de métodos y medios de enseñanza-aprendizaje, así como con la utilización de

estrategias de aprendizaje que propicien la apropiación y fijación de manera creativa de los contenidos relativos al cálculo de integrales definidas y sus aplicaciones.

Es por ello que, se requiere investigar el siguiente **problema científico**: ¿Cómo perfeccionar el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas desde el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática Superior?

En correspondencia con el problema científico, se precisa como **objeto de estudio**: el proceso de enseñanza-aprendizaje de las integrales definidas y como **campo de acción**: la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas.

Al considerar las dificultades que se señalaron en relación al aprendizaje de los contenidos del cálculo integral y las carencias que resultaron del estudio de las investigaciones realizadas, se declara como **objetivo general**: Proponer una estrategia didáctica que perfeccione el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas, desde un proceso de enseñanza-aprendizaje creativo de la asignatura Matemática Superior.

Para dar solución al problema se formularon las **preguntas científicas** que a continuación se relacionan:

1. ¿Qué fundamentos teóricos y metodológicos sustentan el proceso de enseñanza-aprendizaje de las integrales definidas y, en particular, la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas desde la perspectiva del aprendizaje creativo?
2. ¿Cuál es el estado actual del desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas en los estudiantes de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas?
3. ¿Qué características debe tener una estrategia didáctica para perfeccionar el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas desde el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática Superior?
4. ¿Qué transformaciones ocurren en el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas en los estudiantes de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas, luego de la aplicación práctica de la estrategia didáctica?

Como respuestas a las preguntas, se desarrollaron las siguientes **tareas de investigación**:

1. Determinación de los fundamentos teóricos y metodológicos que sustentan el proceso de enseñanza-aprendizaje de las integrales definidas y, en particular, la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas desde la perspectiva de un aprendizaje creativo.
2. Diagnóstico del estado actual del desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas en los estudiantes de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas.
3. Elaboración de una estrategia didáctica para perfeccionar el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas desde el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática Superior.
4. Evaluación de las transformaciones que ocurren en el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas en los estudiantes de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas, luego de la aplicación práctica de la estrategia didáctica.

La investigación se sustenta en una concepción materialista dialéctica que tiene en cuenta las características de la educación como fenómeno histórico-social, donde lo teórico y lo empírico se complementan.

En esta tesis, se considera como unidad de estudio a los estudiantes de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas y como variable de estudio el nivel de desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas.

Para profundizar, desde el punto de vista teórico, en el objeto de estudio y en el campo de acción, se utilizaron métodos teóricos, empíricos y estadístico-matemáticos.

El **histórico-lógico** permitió determinar las regularidades que caracterizan la evolución del proceso de enseñanza-aprendizaje de las integrales definidas, así como las particularidades de la formación y el desarrollo de habilidades matemáticas.

El **analítico-sintético** se empleó durante el procesamiento y la interpretación de la información teórica y empírica que se relaciona con la formación y el desarrollo de la

habilidad calcular integrales definidas. Se utilizó, además, en la elaboración de las conclusiones parciales y finales de la investigación.

El **sistémico** permitió establecer las relaciones estructurales y funcionales entre las invariantes de la habilidad calcular integrales definidas, y de las acciones y operaciones correspondientes, sobre la base de las exigencias del proceso de enseñanza-aprendizaje de las integrales definidas.

El **inductivo-deductivo** se utilizó durante el estudio de los fundamentos teórico-metodológicos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje de las integrales definidas y de la formación y desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas, a partir del cual fue posible hacer generalizaciones en torno a la temática.

También, se utilizaron métodos empíricos que facilitaron la comprensión del tema investigado, en particular su concreción en la práctica pedagógica.

El **análisis documental** permitió la interpretación y adopción de posiciones teóricas relativas al tema que se investiga a partir del análisis de los documentos rectores vigentes y de los resultados de investigaciones afines. En igual medida **el análisis del producto de la actividad** hizo posible la valoración del nivel de desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas en los estudiantes e identificar sus principales potencialidades y dificultades al respecto.

La **observación pedagógica** se utilizó con el fin de obtener información sobre el nivel de formación y desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas en los estudiantes de la carrera Contabilidad y Finanzas, lo cual contribuyó a la realización del diagnóstico inicial y a la valoración final de la efectividad de la estrategia didáctica.

La **entrevista** permitió conocer los criterios acerca del nivel de formación y desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas en los estudiantes de los diferentes años de la carrera, así como la valoración sobre su formación y desarrollo.

El método **experimental**, en su variante de pre-experimento pedagógico, hizo posible evaluar la contribución del resultado científico propuesto al perfeccionamiento de la formación y desarrollo de la habilidad objeto de análisis en la tesis.

Por otra parte, se utilizó la **triangulación metodológica** para lograr una mayor objetividad y credibilidad de los resultados de los métodos empíricos antes descritos.

El procesamiento de la información resultante del diagnóstico y de la implementación de la estrategia didáctica, implicó la utilización de métodos **estadístico-matemáticos**. Se utilizó la estadística descriptiva, en particular, las medidas de tendencia central y la representación gráfica de los datos obtenidos para interpretar los resultados de los instrumentos utilizados durante la aplicación de la estrategia didáctica.

La **novedad científica** de la investigación consiste en el diseño de una estrategia didáctica que enfatiza en la utilización de métodos, medios y estrategias que estimulan el aprendizaje creativo para el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas desde el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática Superior.

El **aporte práctico** de la tesis radica en las acciones de la estrategia didáctica que estimulan el aprendizaje creativo en función del desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas desde el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática Superior.

La tesis se estructura en introducción, desarrollo, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos. El desarrollo, contiene tres capítulos divididos en epígrafes.

En el capítulo I, se exponen los fundamentos teóricos del proceso de enseñanza-aprendizaje de las integrales definidas y, en particular, los aspectos a considerar para la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas. En el capítulo II, se muestran los resultados del diagnóstico inicial y se describe la estrategia didáctica propuesta para el perfeccionamiento del desarrollo de la habilidad matemática que se estudia. En el capítulo III, se presentan los resultados de la implementación práctica de la estrategia didáctica mediante un pre-experimento pedagógico.

CAPÍTULO # 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS Y METODOLÓGICOS QUE SUSTENTAN LA FORMACIÓN Y EL DESARROLLO DE LA HABILIDAD CALCULAR INTEGRALES DEFINIDAS

En este primer capítulo se exponen los fundamentos teóricos y metodológicos que caracterizan el proceso de enseñanza-aprendizaje de las integrales, las exigencias a considerar para la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas y los criterios que justifican la pertinencia y necesidad de un aprendizaje creativo de los contenidos correspondientes.

1.1. EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS INTEGRALES. ANTECEDENTES Y EXIGENCIAS ACTUALES

Ante los acelerados cambios sociales y tecnológicos que suceden en la actualidad y su vínculo con los problemas más contemporáneos, el proceso de enseñanza-aprendizaje precisa de renovados enfoques que propicien aprendizajes creativos, duraderos y aplicables a los diversos contextos profesionales y personales.

En tal sentido, Miranda, Achiong y García (2011) destacan como elemento distintivo: “el carácter activo y transformador de la educación superior y, en particular, del proceso de enseñanza-aprendizaje y de los sujetos que participan en él...” (p. 9). De ahí, la conveniencia de estudiar el mencionado proceso y la necesidad de actualización de nuevos y variados métodos que así lo propicien.

La revisión de la bibliografía conduce al autor a seguir una lógica que transita de lo general a lo particular; es decir, se analizan las posiciones teóricas que desde la Didáctica General y la Didáctica de la Matemática se asumen para luego precisar su concreción en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las integrales.

Se comienza el estudio precisando la relación dialéctica entre las categorías enseñanza y aprendizaje, pues se reconoce que el fin fundamental de la enseñanza es hacer posible el aprendizaje. Al respecto, se comparte el criterio de Addine (2013) cuando manifiesta que la enseñanza potencia no solo el aprendizaje sino también el desarrollo, siempre que se creen situaciones que permitan operar con la realidad y enfrentar el mundo con una actitud científica, personalizada y creadora.

Siendo consecuente con las ideas anteriores, estudiosos del proceso de enseñanza-aprendizaje en Cuba dentro de los que destacan:

Otros autores como Addine (2004, 2013), Rico (2013), Silvestre y Zilberstein (2000, 2002), Castellanos (2002, 2004, 2005), lo caracterizan como un proceso desarrollador que responde a los cambios sociales y tecnológicos de cada contexto, y que tiene la intención de promover aprendizajes cada vez más duraderos y aplicables a la realidad del país. Según lo anterior, el proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador se asume como:

El proceso sistémico de transmisión y apropiación de la cultura en la institución escolar en función del encargo social, que se organiza a partir de los niveles del desarrollo actual y potencial de los estudiantes y las estudiantes, y conduce al tránsito continuo hacia niveles superiores de desarrollo, con finalidad de formar una personalidad integral y autodeterminada, capaz de transformarse y transformar su realidad en un contexto histórico concreto. (Castellanos et al., 2002, p.42)

En sintonía con esta posición, Soto y García (2013) destacan que el proceso de enseñanza-aprendizaje es desarrollador si:

- Promueve el desarrollo integral de la personalidad de los estudiantes.
- Potencia el tránsito progresivo de niveles de dependencia a la independencia y a la autorregulación.
- Desarrolla en los estudiantes la capacidad de conocer, controlar y transformarse a sí y a su medio creadoramente.
- Desarrolla la capacidad para realizar aprendizajes a lo largo de la vida, a partir de poseer habilidades, hábitos y estrategias para aprender.

Silvestre y Zilberstein (2000, 2002) defienden el criterio de la relación entre la enseñanza y el aprendizaje. A su juicio el maestro debe organizar y dirigir situaciones de aprendizaje que impliquen la participación consciente y creadora de los escolares,

como vía esencial para la sistematización de los contenidos y su aplicación a la solución de los nuevos problemas de la práctica social.

Para Rico y otros (2013), al referirse al proceso de enseñanza-aprendizaje, este se analiza como un todo integrado, en el cual ambos resultan inseparables y, a través de la primera, se potencia no solo el segundo, sino el desarrollo humano. Estas posiciones se comparten por el autor de la ponencia debido a lo que aportan a la formación integral de los estudiantes.

También, se insiste en que el proceso de enseñanza–aprendizaje es desarrollador si los estudiantes logran adquirir los conocimientos, las habilidades y las capacidades requeridas para un aprendizaje durante toda la vida (Leiva, 2007).

Para Addine, (2013) a través de la enseñanza se potencia no solo el aprendizaje sino también el desarrollo humano, siempre y cuando se creen situaciones en las que el sujeto se apropie de las herramientas que le permitan operar con la realidad y enfrentar el mundo con una actitud científica, personalizada y creadora. En tal sentido, se coincide con el criterio de la investigadora antes referida de que la tarea central de la enseñanza es permitir al estudiante lograr el aprendizaje.

Las ideas antes expresadas, toman su expresión en la Didáctica de la Matemática; en particular, son consideradas desde el contexto universitario. Al respecto, se reconoce por el Ministerio de Educación Superior (MES) en Cuba (2013) que el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática debe estimular en los estudiantes de todas las carreras universitarias una cultura general integral y un pensamiento científico que les permita extraer regularidades, procesar información y buscar vías de solución a los problemas profesionales y de la vida cotidiana.

En tal sentido, se reconoce la necesidad de cambiar el enfoque metodológico de la asignatura Matemática; para ello, Álvarez, Almeida y Villegas (2014) precisan los lineamientos metodológicos que deben caracterizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta asignatura en todos los niveles educativos. En esta investigación, se jerarquizan los siguientes:

- Plantear el estudio de los contenidos matemáticos en función de resolver nuevas clases de problemas de modo que la resolución de problemas no sea solo un medio para fijar, sino también para adquirir nuevos conocimientos.
- Potenciar el desarrollo hacia niveles superiores de desempeño, a través de la realización de tareas de carácter interdisciplinario y el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y la creatividad.
- Propiciar la reflexión, el análisis de los significados y de las diferentes formas de representación de los contenidos, así como el establecimiento de sus relaciones mutuas, dando posibilidades para que los alumnos elaboren y expliquen sus propios procedimientos.
- Utilizar las tecnologías con fines heurísticos, con el objetivo de adquirir conocimientos y también racionalizar el trabajo mental.

Al explicar el segundo lineamiento, Álvarez, Almeida y Villegas (2014) plantean que para potenciar el tránsito de la dependencia a la independencia cognoscitiva y la creatividad; se debe lograr incluso “que aquellos alumnos que tengan más dificultades se motiven y activen en la realización de tareas variadas, sin descartar que puedan desarrollar modelaciones y argumentaciones” (p. 11).

Igualmente, Álvarez, Almeida y Villegas (2014) comentan sobre el último lineamiento que de esta manera se: “contribuye al desarrollo de su pensamiento matemático y su creatividad, en tanto les permite visualizar propiedades y relaciones, experimentar, efectuar simulaciones, elaborar conjeturas, y obtener ideas para argumentar su validez” (p.111).

El autor de la tesis, comparte y asume las posiciones anteriores; las mismas, se enriquecen desde el punto de vista metodológico al precisar los fundamentos del aprendizaje creativo en la asignatura Matemática Superior y se consideran al diseñar la estrategia didáctica que se propone en el capítulo siguiente.

Respondiendo a esta misma lógica del análisis, desde la Didáctica de la Matemática Ballester, García, Almeida, Álvarez, Rodríguez, González, Púig (2016) entienden el

proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática desde un enfoque desarrollador:

Como aquel que constituye un sistema en el cual tanto la enseñanza como el aprendizaje son subsistemas que garantizan la apropiación activa, creadora, reflexiva, significativa y motivada del contenido como parte de la cultura general integral, teniendo en cuenta el desarrollo actual, con el propósito de ampliar continuamente los límites de la zona de desarrollo próximo potencial. Ello implica una comunicación afectiva y el desarrollo de actividades intencionales, cuyo accionar didáctico genere estrategias de aprendizaje que permitan aprender a aprender Matemática, como expresión del desarrollo constante de una personalidad integral y autodeterminada del estudiante. (p. 13)

En correspondencia con la definición anterior, el propio colectivo de autores (citando a Gibert, 2012) asume como dimensiones del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de la Matemática las siguientes:

- La activación-regulación conformada por la actividad intelectual productivo, creadora y la reflexión-regulación metacognitiva.
- La significatividad conformada por el establecimiento de relaciones significativas en el aprendizaje y su implicación en la formación de sentimientos actitudes y valores.
- La motivación para aprender conformada por las motivaciones predominantemente intrínsecas hacia el aprendizaje y el sistema de autovaloraciones y expectativas positivas con respecto al aprendizaje escolar.

Los criterios analizados constituyen premisas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática; entre ellas, destaca la necesidad de lograr el desarrollo de la creatividad en los estudiantes. A continuación, se profundiza en las características del proceso de enseñanza-aprendizaje de las integrales.

1.1.1 EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DEL ANÁLISIS MATEMÁTICO

El desarrollo sistemático de la Matemática como ciencia ha exigido, a partir de las particularidades de sus contenidos, la división en diferentes áreas o ramas de relevancia para la formación de los profesionales universitarios; una de ellas es precisamente el Análisis o Cálculo Matemático. En esta investigación se analizarán los criterios asociados al proceso de enseñanza-aprendizaje del Análisis Matemático ya que este incluye lo relativo a las integrales definidas.

El proceso de enseñanza-aprendizaje del Análisis Matemático posee una historia relativamente corta. Sin embargo, diversos autores como Cantoral (2000, 2003), Contreras (2003), Font y Ramos (2005), Azcárate y Camacho (2005), Souto y Gómez (2010), Valle, Angélica y Mentz (2012), Abreu (2016) y Solano (2018) se han referido a la importancia de su estudio y, en particular, a la solución de los problemas didácticos más apremiantes relacionado con la promoción de nuevas formas de aprendizaje de estos contenidos y el empleo de nuevos medios de enseñanza para lograr este fin.

Como primer aspecto de interés, destaca que el proceso de enseñanza-aprendizaje del Análisis Matemático en el nivel universitario se organiza en torno a la noción de límite, aunque fluctúa entre los conceptos de continuidad, límite, derivada e integral. Sobre este particular, Cantoral (2000) refiere que:

La visión más extendida, la más dominante, entre los cursos de Análisis Matemático consiste en asumir al análisis escolar como un aparato simbólico que opera sobre variables, que se ocupa de su optimización, de sus derivadas e integrales, así como de resolver problemas que involucren tasas de crecimiento, cálculos de longitud de curvas, áreas y volúmenes. (p. 17)

De lo anterior, se infiere la importancia del Análisis Matemático para describir procesos y fenómenos inherentes a diferentes áreas del conocimiento, razón por la cual sus contenidos se incluyen en el currículo de las carreras de las ciencias económicas, la administración y la contabilidad.

Por otra parte, Contreras (2003) destaca la complejidad de sus contenidos y la necesaria utilización del conocimiento, de la lógica y de los métodos para el análisis de las dependencias funcionales entre las magnitudes variables. En tal sentido, se afirma la necesidad del desarrollo de un pensamiento matemático avanzado que permita un nivel de abstracción y flexibilidad mayor durante su proceso de enseñanza-aprendizaje.

En tal sentido, se coincide con Font y Ramos (2005) al insistir en la necesidad de utilizar problemas contextualizados al inicio de cada uno de los temas propios del Análisis Matemático, con el objetivo de que sirvan para la construcción de los objetos matemáticos que se van a estudiar y que tengan aplicaciones para el futuro desempeño profesional de los estudiantes.

Desde otra perspectiva, Azcárate y Camacho et al., 2005, enfatizan en el desarrollo de un pensamiento matemático avanzado y en la necesidad de utilizar nuevos métodos de enseñanza-aprendizaje para lograrlo; también caracterizan los procesos cognitivos que implica este tipo de pensamiento. A juicio del autor de esta obra, los procesos que se precisan tienen múltiples nexos con el pensamiento divergente uno de los pilares básicos para el desarrollo de la creatividad.

En los trabajos de Souto y Gómez (2010) se centra la atención en la coordinación entre el registro visual y el analítico de diferentes conceptos matemáticos entre los que destaca el concepto de integral. Al respecto, se relaciona esta posición con la importancia de que los estudiantes comprendan el significado de los conceptos vinculados al análisis matemático.

Desde las experiencias de Valle, Angélica y Mentz (2012), la creación y utilización de aulas virtuales o de entornos informáticos posibilita al estudiante una manera diferente de interactuar con el contenido y estimula un proceso de enseñanza-aprendizaje del Cálculo más dinámico. De ahí que, el autor de la tesis comparte el criterio referido al empleo de medios variados que estimulen la motivación de los estudiantes por aprender los contenidos relativos al Análisis Matemático.

En esta posición, se identifica que los contenidos del Análisis Matemático constituyen el sustento teórico de muchas de las operaciones que se suceden en la práctica profesional de los Licenciados en Contabilidad; entre las que destacan: el cálculo aproximado aplicado a las finanzas, el concepto de marginalidad en economía, el estudio de funciones marginales, el análisis de la elasticidad de una función, la resolución de problemas de optimización, el cálculo de integrales obteniendo funciones totales a partir de las marginales, en la determinación del excedente del consumidor y del productor dado la función oferta y demanda, entre otras muchas.

Por su parte, Rodríguez et al. (2016) reconoce que los contenidos del Análisis Matemáticos deben coadyuvar al desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes; así como a su formación integral y profesional. Este criterio se tiene en cuenta al diseñar la estrategia didáctica para el tratamiento de las integrales definidas. Estos mismos autores recomiendan que durante su proceso de enseñanza-aprendizaje se deben ofrecer impulsos que garanticen la actividad reflexiva, la comprensión y el intercambio de modos y estrategias generales de pensamiento.

Por otra parte, Cuellar (2016) y Barroso (2016) consideran que el rol de las TIC en el logro de una enseñanza productiva e individualizada en el estudiante es fundamental y necesario. En sus trabajos ofrecen sugerencias para el tratamiento metodológico del Cálculo Integral de funciones reales en una variable real.

Igualmente, Noa (2016) y Rodríguez (2016) insisten en la necesidad de la actualización docente universitaria, especialmente en lo relacionado al uso de las TIC en el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática I, por la complejidad de sus contenidos. Por lo tanto, se comparte el criterio de que las TIC permiten conducir un proceso más eficiente y motivador.

Sobre esta misma temática, Abreu (2016) y Rodríguez (2018) refieren consideraciones didácticas para el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática Superior a partir del planteamiento y solución de problemas contextualizados, donde se hace uso de la modelación matemática y la integración

de las TIC para el logro de una clase activa, reflexiva y contextualizada a la profesión en la que se van a desempeñar los estudiantes.

En tal sentido, Solano (2018) apunta que el desarrollo de nuevos métodos y medios de enseñanza para el aprendizaje del cálculo es una tarea apremiante; en sus propuestas destaca la necesidad de emplear aquellos que propicien la realización de actividades experimentales y la utilización de recursos informáticos.

Sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de estos contenidos, expresó Boullosa (2000) que resulta importante determinar las relaciones entre los contenidos matemáticos y la ciencia de la profesión, en este caso la contabilidad y las finanzas. El propio autor señaló que estas se sintetizan en:

- Las relaciones cuantitativas y cualitativas de hechos o fenómenos contables financieros y su expresión mediante procedimientos de registro, clasificación, control, análisis e interpretación de la información para inferir su comportamiento.
- El procesamiento de cálculos numéricos y estadísticos en el tratamiento de la información y sus efectos en la actividad contable financiera.
- Los procedimientos de modelación para predecir el comportamiento de la realidad, su análisis, interpretación, explicación y toma de decisiones.
- La exactitud y rigor en los cálculos, en las operaciones, la organización, objetividad, verificabilidad y probidad (Boullosa, 2000, p. 53).

De los temas del Análisis Matemático que se estudian en las especialidades de las ciencias económicas, el referente al cálculo de integrales definidas posee una significación especial por lo que aporta indirectamente a la formación general de economistas, administradores y contadores en correspondencia con el perfil de salida del egresado de estas especialidades; a continuación, se profundiza en el estudio de su proceso de enseñanza-aprendizaje.

1.1.2 EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS INTEGRALES DEFINIDAS

La enseñanza del Análisis Matemático asigna al estudio de las integrales un significado especial, por lo que representan para el desarrollo de esta ciencia y por sus aplicaciones para comprender fenómenos relacionados con la vida práctica.

Muchos fenómenos de la ciencia y la técnica encuentran solución a través del cálculo de integrales definidas; un ejemplo de ellas, lo constituyen las aplicaciones en la economía y la contabilidad a la hora de calcular el superávit de un consumidor. Esta y otras razones, justifican la importancia de este contenido en el currículo de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas y, aún más, la necesidad de continuar perfeccionando su proceso de enseñanza-aprendizaje, a la luz de las tendencias más actuales de la Didáctica de la Matemática.

Autores como Ballester (2003), Cordero (2005), Otal (2015), Bravo y Rodríguez (2016), Barroso (2016), Rodríguez, Hernández y Pérez (2018) y Villenas y Rivas (2019) refieren en sus trabajos la importancia de aprender los contenidos referentes al cálculo integral y centran la atención en la comprensión del concepto de integral y su significado y en la importancia de dominar los procedimientos para el cálculo. También, consideran necesario la utilización de métodos de enseñanza-aprendizaje que propicien el desarrollo de un pensamiento matemático avanzado y el uso adecuado de las tecnologías.

En relación a la temática que se analiza, se coincide con Ballester (2003) cuando destaca que el proceso de enseñanza-aprendizaje de las integrales definidas debe enfocarse hacia la comprensión de los fenómenos sujetos a cambio y a la solución de problemas reales que se modelan a través de ellas.

Desde sus criterios, los contenidos de esta temática no pueden ser reducidos a reproducción de la definición de integral, ni tampoco a la utilización de procedimientos algorítmicos para calcular el valor de una integral para un intervalo dado o para determinar el área bajo la curva de una función. Es por ello, que en la tesis se insiste en la necesidad de lograr aprendizajes creativos a partir de la

utilización de métodos y medios variados que propicien la aplicación de estos conocimientos a la solución de problemas profesionales y de la vida práctica.

También, resulta el criterio de Cordero (2005) al sugerir que las situaciones de enseñanza-aprendizaje utilizadas para el estudio de las integrales debe enfocarse más en situaciones específicas de variación continua y cambio; así como en situaciones que reflejen la noción de acumulación. Lo anterior, destaca la necesidad y las potencialidades de lograr un adecuado enfoque profesional de estos contenidos en la carrera con que se trabaja en esta investigación.

Por su parte, Otal (2015) ofrece una metodología para introducir el concepto de integral definida que se sustenta en la estructuración de tareas que implican la resolución de problemas y el uso de las tecnologías de la informática y las comunicaciones. En opinión del autor de la tesis, la propuesta puede ser enriquecida partiendo del tratamiento de la integral definida no solo desde su concepto geométrico, intuitivo e histórico, sino empleando otros problemas vinculados con la esfera de actuación profesional en la que se desenvolverá el estudiante y en relación al empleo de diferentes métodos de integración.

Igualmente, Barroso (2016) reconoce la necesidad de emplear las TIC para el tratamiento de las integrales definidas, pues con su utilización es posible representar o modelar las más diversas situaciones problemáticas; además, de que propician el tránsito gradual hacia la independencia cognoscitiva de los estudiantes. Este criterio constituye una premisa básica para el desarrollo de aprendizajes donde los estudiantes logren soluciones originales de las tareas.

También, Bravo y Rodríguez (2016) refieren que para el proceso de enseñanza-aprendizaje de las integrales definidas se utiliza una metodología monótona, donde predomina la explicación del profesor y, al respecto, señalan la pertinencia de generar estrategias que estimulen la participación de los estudiantes en las tareas que se efectúan en el aula, criterio que comparte el autor de la tesis.

Se considera oportuno retomar el criterio de Rodríguez, Hernández y Pérez (2018) cuando insisten en la importancia de elevar el nivel de motivación y participación

activa de los estudiantes durante las clases de cálculo integral; esta idea apunta como una de las necesidades más apremiantes que sin duda tiene la enseñanza de estos contenidos.

En tal sentido, Villenas y Rivas (2019) consideran que para mitigar el impacto negativo del proceso de enseñanza-aprendizaje del Cálculo Integral una alternativa es lograr la integración efectiva entre profesor-alumno-conocimiento-tecnología, relacionados todos con el contexto.

Al respecto, se destaca la importancia de innovar con nuevos métodos y medios de enseñanza que ofrezcan una manera distinta de motivar hacia el aprendizaje y despierten en los estudiantes la originalidad en su actuar con los mismos, de manera que estos sean una herramienta a utilizar activamente por el alumno.

Siendo consecuente con las ideas expresadas hasta aquí, se puede afirmar que es preciso continuar perfeccionando el proceso de enseñanza-aprendizaje de las integrales definidas; de ahí que en próximos epígrafes se profundice en cómo lograr que el citado proceso sea creativo.

También se analizó lo que exigen los documentos rectores de la carrera para el tratamiento de estos contenidos. Desde los mismos se enfatiza en lograr la utilización de métodos que estimulen la actividad productiva y que propicien la independencia y el pensamiento creador, motivando su estudio a partir de la utilización de aplicaciones económicas que evidencien la importancia profesional de su aprendizaje.

Se precisan como objetivos generales de la disciplina (MES, 2017) relacionados con este contenido los siguientes:

1. Utilizar modelos y métodos económicos matemáticos para la solución de problemas económicos.
2. Interpretar y aplicar conceptos, teoremas y métodos propios del cálculo diferencial e integral y del álgebra lineal, que sirven de base a distintas disciplinas, así como modelar procesos económicos mediante funciones matemáticas y ecuaciones sencillas. (p. 50)

Para el cumplimiento de estos objetivos, se considera necesario el desarrollo de los siguientes conocimientos: definición de primitiva de una función y de integral indefinida, propiedades, métodos fundamentales de integración, definición de integral definida, condiciones de integrabilidad, propiedades y teoremas más importantes de la integral definida, interpretación geométrica de la integral definida para el cálculo de áreas y aplicaciones económicas dentro de las que destaca el cálculo del excedente del productor y del consumidor.

En tal sentido, se deben formar y desarrollar las siguientes habilidades específicas: integrar funciones por sustitución, integrar funciones por partes, integrar funciones racionales por descomposición en fracciones simples, calcular integrales indefinidas, calcular integrales definidas, calcular área bajo curvas, resolver problemas vinculados a las aplicaciones económicas del cálculo integral.

Igualmente, se precisa entre los valores a potenciar la creatividad de los estudiantes; a juicio de los autores del programa de la disciplina, esta se expresa mediante el desarrollo del pensamiento lógico y de las habilidades asociadas a la solución de problemas.

Entre las orientaciones metodológicas que se ofrecen, se reitera la idea de vincular siempre que sea posible los contenidos matemáticos a los problemas propios de la profesión; aspecto en el que se insiste en la estrategia que se diseña más adelante.

De esta manera, se concluye destacando el rol fundamental que ocupa en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las integrales definidas la comprensión de los conceptos y el significado de los procedimientos asociados al cálculo. Igualmente, las investigaciones consultadas insisten en la utilización de las tecnologías informáticas y en la combinación de métodos y medios que propicien la participación activa de los estudiantes y su vínculo con la profesión.

1.4. LA FORMACIÓN Y EL DESARROLLO DE LA HABILIDAD CALCULAR INTEGRALES DEFINIDAS. EXIGENCIAS METODOLÓGICAS

La formación y el desarrollo de habilidades es una de las problemáticas fundamentales que aborda la práctica educativa contemporánea; su análisis parte

necesariamente del estudio de la categoría habilidad teniendo en consideración los criterios de autores clásicos que estudiaron la temática.

En este sentido, Pérez (2015) al analizar las posiciones teóricas de diferentes autores internacionales (Savin (1972), Lerner y Skatkin (1978), Petrovsky (1980) y Danilov (1985)) y nacionales (Brito (1984), López (1990), González (1995) y Álvarez (1996) precisó que en sus trabajos se destaca: el papel de las acciones y operaciones sobre la base de la experiencia recibida por los sujetos, y las relaciones entre ellas; la utilización creadora de los conocimientos, tanto durante el proceso de actividades teóricas como prácticas; así como el dominio de un sistema de acciones psíquicas y prácticas necesarias para la regulación de la actividad, con ayuda de los conocimientos que la persona posee.

Siendo consecuente con las ideas antes dichas, el autor asume el criterio de Álvarez de Zayas (1996) cuando plantea que desde la didáctica general las habilidades se analizan como: “un elemento del contenido que expresa un lenguaje didáctico, un sistema de acciones y operaciones para alcanzar un objetivo” (p.16) y que constituyen “el componente del contenido que caracteriza las acciones que el estudiante realiza al interactuar con el objeto de estudio: el conocimiento”, según expresó (Montes de Oca, 2004, p. 25).

Igualmente, se considera importante el criterio de Álvarez de Zayas (1996) al señalar que para cada habilidad es posible determinar acciones y operaciones, cuya integración permite el desarrollo de modos de actuación en los estudiantes. Esta idea, se retomará más adelante en este mismo epígrafe al precisar la habilidad matemática que se estudia.

Por otra parte, desde el punto de vista metodológico, es necesario tener en cuenta los elementos que se relacionan con la formación y el desarrollo de una habilidad; vistas estas como dos etapas que se interrelacionan dialécticamente. La etapa de formación es comprendida como “la adquisición consciente de los modos de actuar, cuando bajo la dirección del maestro o profesor el alumno recibe la orientación adecuada sobre la forma de proceder”, y la etapa de desarrollo como aquella que:

“(…) ocurre una vez adquiridos los modos de acción, se inicia el proceso de ejercitación, es decir, de uso de la habilidad recién formada en la cantidad necesaria y con una frecuencia adecuada, de modo que vaya haciéndose cada vez más fácil de reproducir o usar, y se eliminen los errores (…)” (López, 1990, p. 2).

Sobre la primera etapa, Talízina (1988) precisa la necesidad de que el profesor ofrezca una imagen generalizada de cada acción; lo cual se enriquece con el criterio de Álvarez (1988) al referir que la formación de una habilidad ocurre mediante la articulación sistémica de otras de orden menor, cuya sistematización posibilita el desarrollo de la que se pretende formar. Estos aspectos se retoman en lo adelante por el autor de la tesis.

Desde la perspectiva anterior, se enfatiza en la complejidad e interrelación de ambos procesos, ya que la formación necesita del desarrollo para lograr su continuidad. En sintonía con esta idea, se asume que para desarrollar una habilidad es pertinente:

- Trabajar primero las ejecuciones más simples y después las más complejas, de manera que se exprese el grado de dificultad de los conocimientos y la complejidad de cada habilidad.
- Distribuir temporalmente las acciones y las operaciones para no ejecutarlas ni muy separadas ni muy cercanas; ya que es necesario graduar su periodicidad.
- Variar los conocimientos y los contextos de actuación en que son aplicadas las habilidades desde posiciones flexibles.
- Propiciar el perfeccionamiento continuo de la habilidad, a partir de la retroalimentación que se logra durante su sistematización.
- Evitar el cansancio, la monotonía, la fatiga, que disminuyen la capacidad de trabajo y conspiran en contra de la adquisición de las habilidades.
- Fomentar el papel de la motivación y la conciencia: la presencia de estos factores facilita mucho la adquisición de las ejecuciones (Barreras, 2003).

De forma similar, se reconoce que para la formación y el desarrollo de una habilidad hay que considerar los siguientes requerimientos:

- Conocer el objetivo y la esfera de aplicación de las habilidades o los hábitos,
- Comprender las particularidades de los objetos y fenómenos que constituyen fuentes de los conocimientos con los cuales interactúa el estudiante,
- Conocer el contenido y la secuencia de acciones u operaciones,
- Demostrar la aplicación de la secuencia de acciones u operaciones,
- Aplicar de manera conjunta con el profesor y otros alumnos esta secuencia de acciones u operaciones,
- Realizar un proceso de ejercitación para el perfeccionamiento de la ejecución, con eliminación de errores y acciones u operaciones realmente innecesarias,
- Aplicar con independencia la secuencia de acciones u operaciones en nuevas situaciones docentes (Ginoris, Addine y Turcaz, 2006, p. 33).

Desde la perspectiva de González, Vega y Francisco (2015) para la formación y el desarrollo de las habilidades en una asignatura se deben seguir los siguientes pasos: planificación, organización, ejecución y control; y explican que:

- La planificación consiste en la determinación de las habilidades terminales y sus invariantes funcionales.
- La organización debe establecer cuándo y con qué conocimientos se ejecutan las acciones y sus invariantes funcionales.
- La ejecución, garantiza la orientación adecuada acerca de cuáles son las invariantes de la acción que corresponde y proponérsela como objetivo.
- El control implica establecer una escala analítica sintética para la evaluación de los indicadores de las diferentes operaciones que conforman la habilidad.

De acuerdo con los puntos de vista analizados, se considera necesario profundizar en las particularidades del proceso de formación y desarrollo de las habilidades matemáticas; por ser esta la problemática que da origen a la investigación.

1.2.1 HABILIDADES MATEMATICAS. EXIGENCIAS METODOLÓGICAS PARA SU FORMACIÓN Y DESARROLLO

El dominio de una habilidad implica en el sujeto el desarrollo de un modo de actuación, imprescindible para darle solución a determinados problemas o tipos de tareas específicos; de ahí, la importancia que los estudiosos de la Didáctica de la Matemática ofrecen a esta temática.

En tal sentido, Siegenthaler, Casas, Mercader y Herrero (2017) plantean que las dificultades en el aprendizaje de la Matemática pueden tener consecuencias negativas, ya que las habilidades matemáticas resultan básicas para muchos aspectos de la vida y el trabajo. Al ser consecuente con este criterio, en esta tesis se profundiza en una de ellas; particularmente, asociada a la formación del Licenciado en Contabilidad y Finanzas.

Igualmente, en un informe de la Unesco (2009) se precisa que las habilidades matemáticas deben tener sentido también fuera del contexto escolar, ya que estas proporcionan al estudiante la preparación para desenvolverse con éxito en la vida social y para afrontar los retos del futuro en un mundo de cambio permanente.

Sobre el concepto de habilidad matemática, Talízina (1984) precisó que constituye una premisa fundamental la comprensión del objeto matemático sobre el que actuará el individuo (concepto o definición, teorema, demostración, procedimiento, etc.). De ahí, que se defienda la necesaria relación entre el saber y el saber hacer.

Dada esta posición, se reconoce que todo contenido matemático exige un modo de actuación específico; por tanto, las habilidades matemáticas que se le asocian expresan esas particularidades teniendo en cuenta el campo a que se refieren y los niveles de sistematicidad y complejidad de la actividad a ejecutar.

A continuación, se analizan los criterios en torno al concepto de habilidad matemática, así como las principales consideraciones metodológicas para su formación y desarrollo. Sobre esta categoría, destacan los estudios de Hernández (1990), Rebollar (1994), Ferrer y Rebollar (1995), Delgado (1995), Montenegro (2004) y Álvarez, Almeida y Villegas (2014) entre otros que coinciden en precisar que son aquellas que se forman durante la ejecución de acciones y operaciones que tienen un carácter esencialmente matemático.

Se asume la definición dada por Ferrer y Rebollar (1995) que precisa:

La habilidad matemática es la construcción, por el alumno, del modo de actuar inherente a una determinada actividad matemática, que le permite buscar o utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, utilizar estrategias de trabajo, realizar razonamientos, juicios que son necesarios para resolver problemas matemáticos. (p. 5)

En esta posición, se explicita la necesaria relación entre los diferentes tipos de conocimiento matemático y se reconoce que el dominio de una habilidad matemática permite evidenciar no sólo la preparación para aplicar su sistema de acciones, sino también comprender la posibilidad y necesidad de buscar y explicar ese sistema de acciones y los resultados que de él se derivan.

Por otra parte, al estudiar una habilidad que básicamente se asocia al dominio de un procedimiento, se considera de interés el criterio de Ruiz (2016) cuando plantea que una habilidad es una formación psicológica predominantemente ejecutora, donde se integran lo afectivo y lo cognitivo en el dominio efectivo, eficaz y eficiente de un procedimiento, expresado en una ejecución rápida y consciente para cumplir un objetivo en cada situación en que su aplicación sea pertinente.

El propio Ruiz (2016) explica que la efectividad del dominio de un procedimiento expresa el grado en que el resultado de su ejecución coincide con el objetivo e indica si el estudiante aplica sus operaciones correctamente en correspondencia con las condiciones y exigencias de la tarea de aprendizaje; la eficacia es la permanencia de la efectividad al variar el tipo de tarea y la situación de enseñanza-aprendizaje y la

eficiencia es la efectividad alcanzada en el menor tiempo posible, gracias al aprovechamiento de los recursos y medios disponibles.

Al ser consecuente con la definición asumida, se precisan las ideas de Hernández (1990) referentes a los tipos de habilidades matemáticas. Para ella, el hecho de que muchas de las habilidades que son consideradas como habilidades matemáticas tengan sentido en otros contextos no desdice su presencia insustituible en el quehacer matemático y, además, confirma sus potencialidades para resolver situaciones prácticas desde diversas ciencias.

Por el tipo de función que realizan, según Hernández (1990) las habilidades pueden ser agrupadas de la siguiente forma:

- Habilidades conceptuales: Aquellas que operan directamente con los conceptos (definir, demostrar, identificar y comparar).
- Habilidades traductoras: Aquellas que permiten pasar de un dominio a otro del conocimiento (interpretar, modelar, recodificar).
- Habilidades operativas: Aquellas que funcionan generalmente como auxiliares de otras más complejas y que están relacionadas con la ejecución en el plano material o verbal (graficar, algoritmizar, aproximar, optimizar y calcular).
- Habilidades heurísticas y metacognitivas: Aquellas que emplean recursos heurísticos y metacognitivos y están presentes en un pensamiento reflexivo, estructurado y creativo (resolver).

Aunque en esta investigación se profundiza en una habilidad operativa, es decir en la habilidad calcular integrales definidas; se reconoce la necesaria interrelación entre las habilidades del resto de los tipos, sobre todo al ser puestas en acción ante la solución de los diferentes tipos de tareas a los cuales se enfrentan los estudiantes según el contexto en que se utilicen.

En sintonía con lo anterior, Rebollar (1994) destaca que cada habilidad matemática adquiere su significación cuando el sujeto logra ubicarla como un eslabón necesario en la solución de uno u otro ejercicio o problema. En tal sentido, hay que apuntar que en la tesis sería entonces necesario verlo en dos direcciones; es decir, cuando los

estudiantes reconocen que la tarea matemática exige el cálculo de una integral definida y cuando identifican que para resolver o comprender una situación propia de las ciencias contables es necesario el cálculo de una integral definida.

Por otra parte, referente al proceso de formación de habilidades matemáticas Ferrer y Rebollar (1995) enfatizan en la concepción de un proceso donde se tome como principio que no sólo se atiende a la estructura de la actividad (sistemas de acciones y operaciones), sino que se tenga también en cuenta la actitud y disposición de los sujetos ante las tareas en que se aplica cada habilidad específica. A juicio del autor de este trabajo, esta posición constituye un pilar fundamental para el logro de aprendizajes creativos.

Los mismos autores destacan que la habilidad se ha formado cuando el sujeto es capaz de integrarla con otras en la determinación de vías de solución, cuando deja de ser un eslabón aislado para ubicarla en contextos variados. También, se plantea que la adquisición de una habilidad matemática contribuye a la construcción del significado de un determinado objeto matemático.

Igualmente, Ferrer y Rebollar (1995) precisan desde el punto de vista didáctico tres etapas para el proceso de formación de las habilidades matemáticas:

1. Planteamiento, comprensión y análisis de los problemas esenciales y sus subproblemas.
2. Elaboración, ejercitación y sistematización de las habilidades matemáticas básicas y elementales.
3. Aplicación del sistema de conocimientos y habilidades a la resolución de problemas variados. (Ferrer y Rebollar, 1995).

En la primera etapa, se identifican las situaciones o problemas que evidencian las posibilidades de aplicación de la teoría matemática a estudiar y, a partir de ellos, se introducen los conceptos, teoremas o procedimientos específicos y generales; así como las habilidades elementales que le permitirán comprender y fundamentar la solución de tipos de tareas más complejos propios de la habilidad a formar.

Durante la segunda etapa, se inicia la formación de las habilidades referidas a la elaboración y utilización de los conceptos, teoremas y procedimientos antes estudiados; en esta se proponen ejercicios que propicien el ordenamiento, integración y estructuración del sistema de conocimientos y habilidades básicas y elementales necesarias para la formación de la habilidad a formar.

En la tercera etapa, a partir del aprendizaje logrado por los estudiantes se aplican los conocimientos y habilidades a una diversidad de tipos de tareas y contextos en los que tomen sentido los conceptos, teoremas y procedimientos estudiados. Este momento, se deben buscar y fundamentar nuevas vías de solución a los tipos de tareas en que se aplica la habilidad que se está formando.

Aunque se diferencian tres etapas, es importante destacar que estas se interrelacionan entre sí, y que ellas expresan la relación dialéctica entre el saber y poder matemático; o también entre el saber y el saber hacer.

Por otra parte, para el desarrollo de una habilidad se considera oportuno considerar lo que refiere Williner (2014) citando a Delgado (2006) en relación a la tipología de tareas a utilizar. Este señala las tareas de: generalización, de estudio de casos, de aplicación de resultados teóricos a problemas prácticos, de aplicación de algoritmos dados y conocidos y de construcción. Cada tipo, según su opinión responde a las habilidades que favorece.

Relacionado con este último criterio Álvarez, Almeida y Villegas (2014) expresan que no es suficiente determinar los conocimientos y las habilidades a desarrollar en los estudiantes. Para ellos, es necesario considerar las diferentes formas y situaciones en que los conocimientos y las habilidades se representan y su relación con otros contenidos a partir del fin educativo que persiguen.

Ante este reclamo, es necesario que durante el tratamiento de la habilidad matemática que se estudia se logre un adecuado enfoque profesional, es decir, que los estudiantes comprendan su aplicación en las futuras funciones que deberán cumplir como Licenciados en Contabilidad y Finanzas.

De acuerdo con los elementos que se analizaron, se considera necesario profundizar entonces en las particularidades del proceso de formación y desarrollo de la habilidad matemática específica calcular integrales definidas; por ser esta la problemática central de la investigación.

1.2.2 LA HABILIDAD CALCULAR INTEGRALES DEFINIDAS. SU PROCESO DE FORMACIÓN Y DESARROLLO

Al tomar en cuenta las ideas descritas en los epígrafes anteriores es necesario precisar el significado de la habilidad calcular integrales definidas, así como las acciones y operaciones que deben sistematizar los estudiantes para lograr su adecuada formación y desarrollo.

La habilidad calcular integrales definidas o simplemente integrar se considera como una de las habilidades específicas a formar y desarrollar como parte de cualquier programa que incluya los contenidos relacionados con el estudio de las integrales. A continuación, se profundiza en su significado y las particularidades de su proceso de formación y desarrollo a partir de las etapas que se asumieron en el subepígrafe anterior.

La habilidad calcular la integral definida es entendida como la operación mediante la cual se obtiene el valor del área determinada entre la curva que determina la función y un segmento de eje coordenado determinado por un intervalo $[a,b]$ en el cual dicha curva es integrable. Dicho valor, resulta del cálculo de la primitiva correspondiente a la expresión analítica de la curva y la aplicación de la fórmula fundamental del cálculo integral.

Esta habilidad, puede plantearse mediante dos tipos de tareas generales; el primero de ellos, cuando la integral se calcula de forma inmediata y, el segundo, cuando la integral no puede ser calculada de forma inmediata; es decir, cuando exige la aplicación de los métodos de integración. Seguidamente, se describe un procedimiento general aplicable a ambos tipos de tareas luego de haber determinado previamente, como resultado del análisis del integrando, si la integral es inmediata o no.

1. Análisis del integrando para decidir si la integral es inmediata o no (si se calcula su primitiva utilizando solo las propiedades y reglas de integración o si se necesita además de algún método de integración)
2. Si la integral es inmediata:
 - 2.a. Identificación de las propiedades de la integral indefinida
 - 2.b. Identificación de la regla de integración a utilizarSi la integral no es inmediata:
 - 2.a. Selección del método de integración a utilizar
3. Cálculo de la primitiva de la función, $f(x)$: $F(x)$
4. Aplicación de la fórmula fundamental del cálculo integral $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$
5. Cálculo de los valores numéricos de $F(b) = B$ y $F(a) = A$; $A, B \in R$
6. Cálculo del valor de $\int_a^b f(x)dx = B - A$.

Teniendo en cuenta, las precisiones antes dichas se ofrecen las siguientes recomendaciones metodológicas para el proceso de formación y desarrollo de la habilidad que se estudia:

- Asegurar las condiciones previas para el cálculo de integrales definidas, lo cual supone el dominio de las reglas, propiedades y métodos de integración. Así como del procedimiento para calcular la primitiva de una función.
- Propiciar la comprensión del significado de la definición de integral definida mediante la utilización de variadas situaciones matemáticas y profesionales, así como de las tecnologías de la información y las comunicaciones.
- Utilizar los procedimientos planteados para el cálculo de integrales definidas, logrando su ajuste didáctico según las particularidades de los ejercicios y el diagnóstico de los estudiantes.

- Propiciar la personalización de los procedimientos a partir de la elaboración de programas heurísticos particulares para resolver tipos de tareas propios del cálculo de integrales definidas.
- Seleccionar los tipos de tareas propios del cálculo de integrales definidas y los ejercicios y problemas (matemáticos y profesionales) que corresponden a cada tipo de tarea.
- Ofrecer los modelos más apropiados para resolver los diferentes tipos de tareas propios del cálculo de integrales definidas.
- Formular preguntas que constituyan medios heurísticos para la búsqueda de vía de solución y el razonamiento matemático.

Finalmente, plantear que las posiciones teóricas que el autor asume luego del estudio realizado le permiten considerar las habilidades desde la teoría de la actividad y destacar el papel de las acciones y operaciones, así como de sus interrelaciones durante el proceso de formación y desarrollo.

Igualmente, se comprende la habilidad matemática como el modo de actuar inherente a una determinada actividad matemática; lo cual en la tesis toma especificidad en la habilidad matemática específica calcular integrales definidas. La que destaca por su importancia para la solución de problemas profesionales propios de los Licenciados en Contabilidad y Finanzas.

1.3. EL APRENDIZAJE CREATIVO DEL CÁLCULO DE INTEGRALES DEFINIDAS EN LA LICENCIATURA EN CONTABILIDAD Y FINANZAS

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la actualidad necesita de la implementación de métodos capaces de promover diversos tipos de aprendizajes que propicien la producción y el desarrollo de ideas novedosas y originales en los estudiantes. Solo de esta forma se logrará dotarlos de herramientas para enfrentar los retos de la contemporaneidad.

En consecuencia, con los fundamentos teóricos que se analizaron en los epígrafes anteriores, el autor de la tesis considera pertinente profundizar en el logro de un aprendizaje creativo del cálculo de integrales definidas en los estudiantes de la

carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas por lo que este contenido aporta a su formación profesional. A continuación, se precisan las posiciones teóricas sobre la creatividad y el aprendizaje creativo.

La creatividad es un problema social indisolublemente ligado al desarrollo humano; es por ello que no puede analizarse al margen de las condiciones en que vive el hombre, ni de la educación que recibe. Al respecto, Sosa (2015) refiere que todo análisis en torno a la creatividad debe tener en cuenta la teoría marxista del desarrollo, la cual parte de que el hombre, ante todo, es un ser social y sus relaciones con otras personas son las premisas más importantes para el desarrollo de su personalidad.

Alrededor de esta categoría, destacan los estudios de Guilford (1978,1980), Osborn (1953), Ponomarev (1973), Sternberg (1992), Gardner (1995), Csikszentmihalyi (1998), De Bono (1999, 2000), De Prado (2005) y Torrance (2013). Estos autores coinciden al plantear que el proceso creativo potencia el desarrollo del pensamiento y se relaciona con la solución creativa de problemas en el ámbito educacional.

Por otra parte, Rodríguez (1988), De la Torre (2000, 2003), Martínez (2003, 2009), Mitjans et al. (2008, 2013) y Remedios et al. (2005, 2009, 2012, 2016) profundizan en la creatividad desde el contexto educacional. Los mismos, realizan aportes interesantes sobre el problema del desarrollo y la educación de la creatividad en la escuela y ofrecen propuestas de estrategias para su estimulación desde el proceso de enseñanza-aprendizaje; aunque en su mayoría, centran la atención en la actuación de los docentes.

Los investigadores Csikszentmihalyi (1998), Alonso (2000), Torre (2003) y Ruiz-Gutiérrez (2010) revelan, a modo de principales fundamentos relacionados con la definición de creatividad las siguientes ideas:

- El potencial creativo es inherente al ser humano y, por tanto, siempre que se trabaje de manera adecuada se puede potenciar.
- Todo sujeto tiene la capacidad creativa, la diferencia está en que la desarrollen o no.

- La creatividad no es algo específico de un aspecto, sino que es común a todos los ámbitos.
- La creatividad se pone de manifiesto como algo novedoso, como la capacidad de generar algo desconocido.

Por otra parte, según Martínez (2003) los análisis teóricos y prácticos sobre la creatividad plantean que esta expresa la esencia sociotransformadora del hombre, lo cual no quiere decir que todos los hombres sean creadores; pero sí que todos pueden serlo potencialmente. Elemento de interés para la propuesta que se pretende realizar más adelante.

Igualmente, resultan de utilidad los criterios de Mitjans (2008) cuando plantea que la creatividad es esencialmente la forma como el sujeto, en contexto, produce una acción singular, marcada por los sentidos subjetivos que muestran la indisoluble unidad de lo cognitivo y de lo afectivo.

Siguiendo las ideas de estas autoras, se asume la definición dada por Díaz y Mitjans (2013) donde plantean que la creatividad es:

Una expresión de la subjetividad en toda su complejidad. Es la posibilidad que tienen los humanos de producir novedades con diferentes niveles de significación en función de los contextos. La creatividad está dada, precisamente, por la configuración de los procesos subjetivos. (p. 430)

En consecuencia, se reconoce entonces la necesidad de potenciar desde la enseñanza la producción de sentidos subjetivos que promuevan la actuación autónoma y comprometida de los estudiantes en diferentes contextos.

Para Moreno (2019) precisamente esos procesos o sentidos subjetivos pueden ser: la autonomía, la imaginación y la capacidad de reflexionar, argumentar, elaborar hipótesis o de tomar decisiones, entre otros. De ahí, que sea pertinente incentivar un aprendizaje que potencie los procesos anteriores en los estudiantes.

En este sentido, Mitjans (2013) considera oportuno la promoción de formas de aprender que promuevan el carácter activo de los estudiantes en sus más diversos

contextos de actuación; al respecto, llama la atención sobre la promoción de un tipo de aprendizaje cuyas características y procesos constitutivos son de alta complejidad: el aprendizaje creativo.

Sobre el aprendizaje creativo plantea Córdova (2018) que es un tipo especial de aprendizaje autónomo y personalizado, donde los estudiantes manifiestan una elevada motivación y utilizan sus capacidades de manera óptima, independiente y original; a la vez que descubren y/o producen conocimientos asociados a situaciones variadas. Se precisan en este criterio, a juicio del autor de la tesis, características importantes del aprendizaje creativo.

También Martínez y Guanche (2017) plantean que el aprendizaje creativo apela a la inventiva o a la iniciativa de los estudiantes, se desarrolla en un ambiente problémico y ofrece libertad de creación. Para ellas, el aprendizaje creador está centrado en el estudiante y es un aprendizaje interno.

Al tomar en cuenta las posiciones que se analizaron, en esta investigación se asume el aprendizaje creativo como:

Una forma de aprender que se diferencia de las formas de aprendizaje comunes en el medio escolar, y se caracteriza por el tipo de producción que el aprendiz hace y por los procesos subjetivos en ella implicados (...) Este aprendizaje tiene diferentes formas de expresión y en él participan un conjunto de recursos subjetivos y se expresa en la configuración, como mínimo de tres procesos: la personalización de la informatización, la confrontación con lo dado y la producción de ideas propias y nuevas (Mitjás, 2013, p. 317).

Seguidamente se explica cada uno de los procesos, según Mitjás (2013):

La personalización de la información ocurre cuando la información tiene significado para los estudiantes. Es decir, cuando no se trata de una información asimilada de forma comprensiva, sino que esta se transforma al operar con ella en condiciones y contextos diferentes.

La confrontación con lo dado implica el cuestionamiento y la problematización de la información; la no aceptación de lo dado como verdad o como única alternativa. Lo anterior, permite a los estudiantes identificar o plantearse contradicciones que estimulan la producción y generación de nuevas ideas.

Para la producción y generación de ideas propias sobre lo estudiado es necesario que los estudiantes identifiquen nuevas alternativas y se formulen hipótesis sobre el objeto que se estudia.

A juicio del autor de la tesis, estas ideas fundamentan las formas esenciales de expresarse el aprendizaje creativo, las mismas serán consideradas al plantear las exigencias para el logro de un aprendizaje creativo del cálculo de integrales definidas y al diseñar la estrategia didáctica que se propone.

También resultan significativos los criterios de Mitjans (2013) al plantear que un estudiante es creativo si: formula preguntas, no cree ciegamente en lo que el profesor dice, trabaja con constancia en las tareas que le interesan y ocupa en ellas su tiempo libre, carece de rigidez y es menos miedoso, es seguro de sí mismo y sus inclinaciones profesionales se destacan prematuramente.

Siguiendo las ideas de estos autores, en la tesis se considera que la estrategia didáctica a diseñar deberá considerar las características antes mencionadas y plantear acciones que estimulen su desarrollo en los estudiantes de la carrera con que se trabaja en la investigación.

Igualmente, Macías (2015) refiere que el desarrollo de la creatividad exige de un pensamiento crítico que permita a los estudiantes formular preguntas, exponer criterios personales sobre los contenidos y analizar las situaciones desde ángulos diferentes. A la par, deben mostrar compromiso con las tareas, es decir, ocuparse de ellas incluso fuera del aula, vincularlas con experiencias anteriores y plantearse objetivos personales.

La propia autora, destaca la importancia de que los estudiantes sean independientes, se planteen objetivos, busquen los medios para lograrlos y que se enfrenten a los retos que le plantea cada nueva situación de aprendizaje.

Según los planteamientos analizados, se reconoce que el desarrollo de la creatividad y el aprendizaje creativo constituye un aspecto que se estudia desde la Didáctica de la Matemática. Al decir de Rico (1995) citado por Arteaga (2016): “La creatividad no es un ingrediente que se añade o se quita a la Didáctica de la Matemática (...) la creatividad es ya parte misma de la actividad matemática” (p. 11); de ahí que, desde su proceso de enseñanza-aprendizaje sea posible potenciarla y desarrollarla.

Sobre este particular, se plantea por Sequera (2007) que los estudiosos de la creatividad en la matemática diferencian dos corrientes que dependen de cómo se realice el proceso enseñanza-aprendizaje: por un lado, se categoriza como sustantivo y, por otro lado, como adjetivo.

Según Sequera (2007), si se utiliza la creatividad como sustantivo se habla de “la creatividad en la educación matemática”. Es decir, el énfasis se pondría en la creatividad y, en este caso, la aplicaríamos al campo de las matemáticas. Mientras que, si se utiliza la creatividad como adjetivo, se dice “la educación matemática creativa”. Es decir, se pueden diferenciar entre dos tipos de educación en matemáticas, dependiendo si esta es o no creativa.

Sin embargo, se considera que la creatividad es algo inherente a las matemáticas y que esta engloba lo cognitivo y lo emocional, teniendo en cuenta el carácter psicológico del sujeto.

Por otra parte, Sheffield (2005) refiere como técnicas creativas que se pueden utilizar para mejorar la creatividad matemática: la apreciación (aumento de la conciencia), la animación (motivación participativa), la asociación (establecer conexiones no explícitas), la alteración (cambios sistemáticos de las partes) y la abdicación (pasar del trabajo consciente al subconsciente).

Importante resulta el criterio de Zalamea (2008), al señalar la idea de que las matemáticas consistían solo en la aplicación de fórmulas preestablecidas para llegar a soluciones únicas queda atrás; pues no cabe duda de que las matemáticas están estrechamente ligadas a la creatividad y de que la creatividad matemática llega al producto a través de una combinación diferentes procesos mentales.

Asimismo, Álvarez, Aleida y Villegas (2014) refieren que para potenciar el desarrollo de la creatividad en los estudiantes se requiere que estos se motiven y activen en la realización de tareas variadas; además de que puedan desarrollar modelaciones y argumentaciones.

Igualmente, plantean que establecer relaciones entre el razonamiento inductivo y deductivo, en tanto se formulan conjeturas y se demuestra la validez de estas puede propiciar aprendizajes creativos. Además, para ellos los asistentes matemáticos permite la búsqueda activa y la producción de conocimientos en distintas áreas matemáticas de una manera creativa.

Por otra parte, González (citado en Arteaga, 2016) señala que la enseñanza de la matemática se distingue por dos tendencias:

La matemática es una ciencia codificada, hecha, en la cual no hay nada que modificar y que está constituida por un conjunto de verdades inalterables descubiertas desde la antigüedad; y la matemática es una ciencia abierta que está en constante evolución y expansión (p. 17).

Ante este planteamiento, Moreno (2019) afirma que el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática debe permitir la reinención de lo que es conocido por quien aprende, condición necesaria para que los estudiantes sean capaces de inventar o descubrir hechos matemáticos nuevos.

A juicio del autor de la tesis, existen recursos propios de la Didáctica de la Matemática que pueden estimular el aprendizaje creativo si son utilizados adecuadamente; algunos de ellos son: los procedimientos heurísticos y la propia actividad de resolución de problemas, ambos resultan significativos en desarrollo de los contenidos del cálculo de integrales definidas.

Todo lo expresado hasta aquí permite afirmar que la Matemática Superior y, en particular, el cálculo de integrales definidas necesita del desarrollo de aprendizajes creativos que aseguren en los estudiantes las herramientas necesarias para su profesión.

A continuación, se precisan las exigencias que debe cumplir el proceso de enseñanza-aprendizaje para el logro de un aprendizaje creativo del cálculo de integrales definidas en los estudiantes de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas.

- Propiciar la comprensión de problemáticas contables y financieras relacionadas con el cálculo de integrales definidas.
- Potenciar el cuestionamiento y la problematización de los contenidos relacionados con el cálculo de integrales.
- Estimular la argumentación de las vías de solución de los problemas de cálculo de integrales definidas y las decisiones profesionales que se derivan de estos.
- Promover la elaboración de hipótesis para la solución de problemas matemáticos y profesionales relacionados con el cálculo de integrales definidas.
- Elaborar los procedimientos cuasi algorítmicos para la solución de ejercicios y problemas de cálculo de integrales definidas.
- Elaborar programas heurísticos particulares para la solución de ejercicios y problemas de cálculo de integrales definidas.
- Promover una actuación autónoma, motivada y comprometida durante la solución de los ejercicios y problemas de cálculo de integrales definidas.

El estudio realizado en este capítulo permite concluir la necesidad de un proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador que promueva, en general, nuevos y pertinentes modelos de actuación en la formación profesional del contador y, en particular, una mejora continua en sus resultados del aprendizaje. De igual forma, el tratamiento de las integrales definidas en función de la solución de problemáticas profesionales exige primero, asegurar la comprensión de los conceptos y segundo, de un acertado proceso de formación y desarrollo de la habilidad matemática específica calcular integrales definidas; teniendo como referencia la utilización de métodos y medios que propicien el aprendizaje creativo en los estudiantes.

Capítulo 2. Estrategia didáctica para la formación y desarrollo de la habilidad matemática “calcular integrales definidas” en la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas

Este capítulo contiene los resultados del diagnóstico inicial que se realizó para profundizar en el estado actual del problema científico en los estudiantes de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas. En él, se fundamenta y describe la estrategia didáctica dirigida a perfeccionar la formación y el desarrollo de la habilidad “calcular integrales definidas” desde la perspectiva del aprendizaje creativo.

2.1. Resultados del diagnóstico inicial realizado para evaluar el desarrollo de la habilidad “calcular integrales definidas” en los estudiantes de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas

Para la organización y realización del diagnóstico se consideró el criterio de Valle (2011) en relación al carácter de proceso y resultado que tiene el diagnóstico. Igualmente, se tuvo en cuenta las medidas que este autor propone para su realización; así como el carácter sistemático, dinámico e integral con que se asume en el contexto pedagógico.

En consecuencia, se describen las acciones realizadas: determinación y operacionalización del constructo a evaluar, elaboración de la matriz de valoración de los indicadores y de la variable dependiente, elaboración y aplicación de los instrumentos, análisis de los resultados de cada instrumento y determinación de potencialidades y dificultades resultantes de la triangulación.

Se precisa como objeto a diagnosticar el desarrollo de la habilidad “calcular integrales definidas” en los estudiantes de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas; el cual se considera como la variable dependiente.

A partir de los fundamentos teóricos asumidos en el primer capítulo, se conceptualiza la variable dependiente como: el nivel de conocimientos, habilidades y actitudes que evidencian los estudiantes ante la solución creativa de los tipos de tareas matemáticas y profesionales que exigen del cálculo de integrales definidas.

Para su medición se determinaron las dimensiones e indicadores, los cuales permitieron obtener información acerca del nivel de desarrollo de la variable dependiente en los estudiantes. A continuación, se relacionan las mismas.

La dimensión cognitiva: expresa el nivel de conocimientos (matemáticos y profesionales) necesarios para la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas. Sus indicadores son:

- 1.1 Conocimientos necesarios para el cálculo de una integral indefinida.
- 1.2 Conocimientos necesarios para cálculo de una integral definida.
- 1.3 Conocimientos profesionales que se relacionan con las integrales definidas.

La dimensión procedimental: expresa el nivel de desarrollo de las habilidades generales y específicas (matemáticas y profesionales) necesarias para el cálculo de integrales definidas. Sus indicadores son:

- 2.1 Aplicación del procedimiento asociado al cálculo de integrales indefinidas.
- 2.2 Aplicación del procedimiento asociado al cálculo de integrales definidas.
- 2.3 Aplicación del cálculo de integrales definidas a la solución de problemas matemáticos y profesionales.

La dimensión actitudinal: expresa el nivel de desarrollo de las actitudes que evidencian los estudiantes durante la realización de tareas matemáticas o profesionales que exigen el cálculo de integrales. Sus indicadores son:

- 3.1 Implicación en la solución de tareas de cálculo de integrales definidas.
- 3.2 Satisfacción por la solución de tareas de cálculo de integrales definidas.
- 3.3 Disposición para la solución de tareas de cálculo de integrales definidas.

Para evaluar los indicadores de cada dimensión se utilizó una escala ordinal de medición (Anexo # 1) con las categorías muy adecuada (MA), bastante adecuada (BA), adecuada (A), poco adecuada (PA) e inadecuada (I).

Las dimensiones se evaluaron a partir del resultado que se obtiene de cada indicador. Para ello, se calcula un índice de cada indicador teniendo en cuenta los índices (1, 2, 3, 4 y 5) que se introducen según la categoría asignada respectivamente (MA, BA, A, PA y I), de manera que los valores 1, 2, 3, 4 y 5 se convierten, respectivamente, en los números 0, 25, 50, 75 y 100.

Finalmente, la categoría de la variable dependiente resulta de la evaluación de las dimensiones, esta se analiza al asociar los intervalos de valores de índices [0, 20), [20, 40), [40, 60), [60, 80) y [80, 100] a cada uno de los valores de la escala utilizada.

La realización del diagnóstico implicó utilizar los siguientes métodos empíricos: entrevistas, encuestas y el análisis del producto de la actividad de los estudiantes. A continuación, se describen los resultados que ellos ofrecieron.

Se inició con **la observación del desempeño** (Anexo # 2) de los estudiantes durante la realización de tareas de cálculo de integrales definidas en clases prácticas. La información obtenida permitió conocer que:

Solo el 33.3 % (6) de los estudiantes mostró un dominio adecuado de los conocimientos necesarios para el cálculo de una integral indefinida, el 44.4 % (8) y el 22.2 % (4) restante alcanzó un dominio poco adecuado o inadecuado respectivamente. Se comprobó que los estudiantes conocen la definición de integral indefinida, aunque no siempre comprenden su significado; identifican las propiedades y reglas de integración relacionadas con las funciones elementales; y, por último, reconocen los métodos de integración, pero no siempre comprenden la esencia de sus pasos.

Lo anterior incidió en el comportamiento del segundo indicador, donde solo el 11.1% (2) mostró un dominio adecuado de los conocimientos necesarios para calcular integrales definidas; el 55.6 % (10) y el 33.3% (6) lograron un nivel poco adecuado o inadecuado respectivamente. Aunque se reconoce que el cálculo de integrales indefinidas se convierte en un contenido necesario para el cálculo de integrales definidas, se identifican dificultades en el dominio de los métodos de integración y de

los siguientes teoremas, el fundamental, el del valor medio y la regla de Barrow; pues no distinguen las condiciones necesarias y suficientes de los mismos.

El dominio de los conocimientos profesionales relacionados con las integrales definidas se comportó en un nivel poco adecuado en el 66.7% (12) de los estudiantes; en el 33.3% (6) restante fue inadecuado. A pesar de comprobar la utilización de ejercicios relacionados con la profesión, estos no se aprovechan pues se prioriza lo relativo a la matemática que se pretende que los estudiantes aprendan. En esto incide, además, la limitada preparación de los estudiantes para graficar y modelar situaciones problemáticas.

Por otra parte, la aplicación del procedimiento para el cálculo de integrales indefinidas fue bastante adecuado en el 11.1% (2) de los estudiantes, el 22.2% (4) lo aplicó de forma adecuada, mientras que un 33.3% (6) lo hizo de forma poco adecuada, e igual por ciento de forma inadecuada. Se apreció que conocían las acciones a realizar, pero mostraron la tendencia a utilizarlo sin un previo análisis del integrando; en ocasiones seleccionaron bien el método, pero no realizaron bien las acciones de este; los errores más frecuentes estuvieron al tener que integrar funciones muy complejas y al emplear los métodos de integración por parte y de fracciones simples.

Como consecuencia de los resultados del indicador anterior, también el referente a la aplicación del procedimiento para el cálculo de integrales definidas mostró que solo el 22.2 % (4) se encontraba en un nivel adecuado; mientras que el 44.4 % (8) y el 33.3 % (6) lograron un nivel poco adecuado o inadecuado respectivamente. Las principales carencias se observaron en la aplicación de los métodos de integración a la hora de determinar la primitiva y durante la implementación del teorema fundamental del cálculo integral, el teorema del valor medio y la regla de Barrow.

Al analizar la aplicación del cálculo de integrales definidas a la solución de problemas matemáticos y profesionales se observó que solo el 11.1% (2) lo hizo de forma adecuada, el 44.4% (8) alcanzó un nivel poco adecuado e igual por ciento mostró un nivel inadecuado. Las mayores dificultades se dieron en la modelación de situaciones

problémicas y en la relación de estas con las integrales definidas; se pudo corroborar además que en pocas ocasiones se propusieron problemas matemáticos y, en ningún caso se profundizó en el significado profesional de las situaciones que se utilizaron.

Al observar los estudiantes durante la solución de las tareas de cálculo de integrales definidas se comprobó que solo el 22.2 % (4) se implicaban adecuadamente, el 44.4 % (8) y el 33.3 % (6) lo hicieron de forma poco adecuada o inadecuada respectivamente. En este sentido, se pudo identificar que los estudiantes no siempre se mostraron animados y activos; en pocas ocasiones las consideraban importante para su profesión y tampoco generan ideas y vías de solución propias. Llama la atención, que aun sin saber qué hacer, en muchos de los casos no solicitaron ayuda.

En cuanto a la satisfacción por la solución de tareas de cálculo de integrales definidas se comportó de manera bastante adecuada solo en el 11.1% (2) de los estudiantes; en tanto, el 11.1% (2), el 55.6 % (10) y el 22.2% (4) mostraron un nivel de satisfacción adecuado, poco adecuado o inadecuado respectivamente. Estos resultados se asociaron a los errores frecuentes en los resultados obtenidos y a la no comprensión del contenido estudiado y de su aplicación práctica.

Finalmente, la disposición mostrada durante la solución de tareas de cálculo de integrales definidas se comportó en un nivel adecuado en el 44.4%(8) de los estudiantes; el 22.2 % (4) y el 33.3 % (6) lo hicieron de forma poco adecuada o inadecuada respectivamente. Este resultado evidenció que los estudiantes no perciben un interés hacia el aprendizaje de estos contenidos durante las clases y persiguen fines promocionistas en lo referente al contenido tratado.

Posteriormente, se aplicó **una entrevista en profundidad (Anexo # 3) a estudiantes**, con la finalidad de obtener información sobre la autoevaluación que estos realizan en relación al nivel de desarrollo que logran de la habilidad calcular integrales definidas y sus causas. Los resultados evidencian que:

En lo concerniente a los conocimientos necesarios para el cálculo de una integral indefinida el 44.4% (8) se evalúa de adecuado mientras el restante 55.6% (10) lo

considera poco adecuado. La principal dificultad señalada fue el dominio de los métodos de integración fundamentales, motivado por el nivel de complejidad que presentan los mismos.

Por otra parte, el 33.3% (6) afirmó que tenían un dominio adecuado de los conocimientos necesarios para el cálculo de una integral definida, mientras que el 44.4% (8) opinó que su dominio era poco adecuado y el 22.2% (4) restante planteó que no dominaban los conocimientos correspondientes. Generalmente, opinaron que las mayores dificultades estaban en el dominio de los métodos de integración, y en la aplicación correcta del teorema fundamental del cálculo integral, el teorema del valor medio y la regla de Barrow.

En cuanto al dominio sobre los conocimientos profesionales relacionados con el cálculo de integrales definidas, el 33.3% (6) lo consideró bastante adecuado y adecuado respectivamente; mientras que el 44.4%(8) lo consideró poco adecuado y el restante 22.2% (4) lo reportó de inadecuado. Al respecto opinaron que durante las clases solo se centró la atención en el cálculo de integrales y no en la comprensión del concepto con el que se trabaja y su aplicación práctica.

En los indicadores relacionados con la aplicación del procedimiento para el cálculo de integrales indefinidas y definidas, el 100 % (18) de los estudiantes planteó hacerlo de forma poco adecuada. Señalaron como las acciones de mayores dificultades la incorrecta aplicación de los métodos de integración a la hora de determinar la primitiva y durante la implementación del teorema fundamental del cálculo integral, el teorema del valor medio y la regla de Barrow.

Igualmente, al referirse a la aplicación del cálculo de integrales definidas a la solución de problemas matemáticos y profesionales el 100% de los entrevistados se consideró en un nivel inadecuado. Señalaron como deficiencias más frecuentes la dificultad de modelar matemáticamente problemas donde era necesaria la aplicación de estos contenidos, esto unido a las deficiencias en el cálculo de áreas entre curvas y otras situaciones donde se aplica la integral definida.

El 44.4% (8) precisó que su disposición por la solución de tareas de cálculo de integrales definidas era adecuada; igual por ciento planteó que era poco adecuado. El 11.1% (2) restante se evaluó de inadecuado. Como causas fundamentales precisaron que no comprenden la necesidad del aprendizaje de estos contenidos, en las clases no se logra vincular el contenido con la práctica profesional y la complejidad del contenido.

En relación a sus actitudes, el 55.6% (10) opinó que su implicación en la solución de tareas de cálculo de integrales era poco adecuada; para el 44.4% (8) restante era inadecuada. Señalaron, en este sentido, que no se implicaban en la solución de las tareas por las dificultades que les reporta el contenido y por la poca significación que tiene el mismo para su desempeño profesional.

Referente a su satisfacción por la solución de tareas de cálculo de integrales definidas el 100 % (18) la consideran de poco adecuada, comentaron que sería necesario sistematizar en el futuro estos contenidos por la utilidad que tienen para otras asignaturas y para la solución de problemáticas de la práctica profesional, destacaron además la utilidad de la modelación en la solución de estos problemas.

También se revisó **el producto de la actividad (Anexo # 4)** de estudiantes de 1er. año de la carrera (pruebas parciales, trabajos investigativos y exámenes finales) con la intención de evaluar el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas. Se pudo apreciar que:

En lo referente al dominio de los conocimientos necesarios para el cálculo de una integral indefinida el 22.2% (4) de los estudiantes mostraron un dominio poco adecuado, en otro 44.4% (8) se consideró de poco adecuado, mientras que en el 33.3% (6) restante fue de inadecuado. Las principales dificultades analizadas fueron: la selección incorrecta de los métodos de integración, derivado el mismo de errores en el análisis de la función integrando.

En relación al dominio de los conocimientos necesarios para cálculo de una integral definida, se pudo precisar que en solo el 11.1% (2) de los estudiantes era adecuado, mientras que en el 55.6% (10) era de poco adecuado y en el 33.3% (6) restante se

evalúa este indicador de inadecuado. Las principales dificultades se dieron en el desconocimiento del método de integración por sustitución y por partes, en particular en funciones donde se requiere integrar más de una vez y al utilizar el teorema fundamental del cálculo integral en su primera parte.

En cuanto a los conocimientos necesarios para la solución de problemas profesionales donde se exige el cálculo de integrales definidas se reveló que en solo el 22.2% (4) de los estudiantes se muestra adecuado en tanto en el 55.6% (10) se evalúa de poco adecuado y el restante 22.2%(4) de inadecuado. Sobre este aspecto, se constató que los estudiantes desconocen en la mayoría de los casos las aplicaciones que tiene el contenido a la práctica profesional, además de las dificultades relativas a cómo modelar situaciones de la contabilidad mediante operaciones del cálculo integral esto motivado por desconocer que representa el concepto de integral definida.

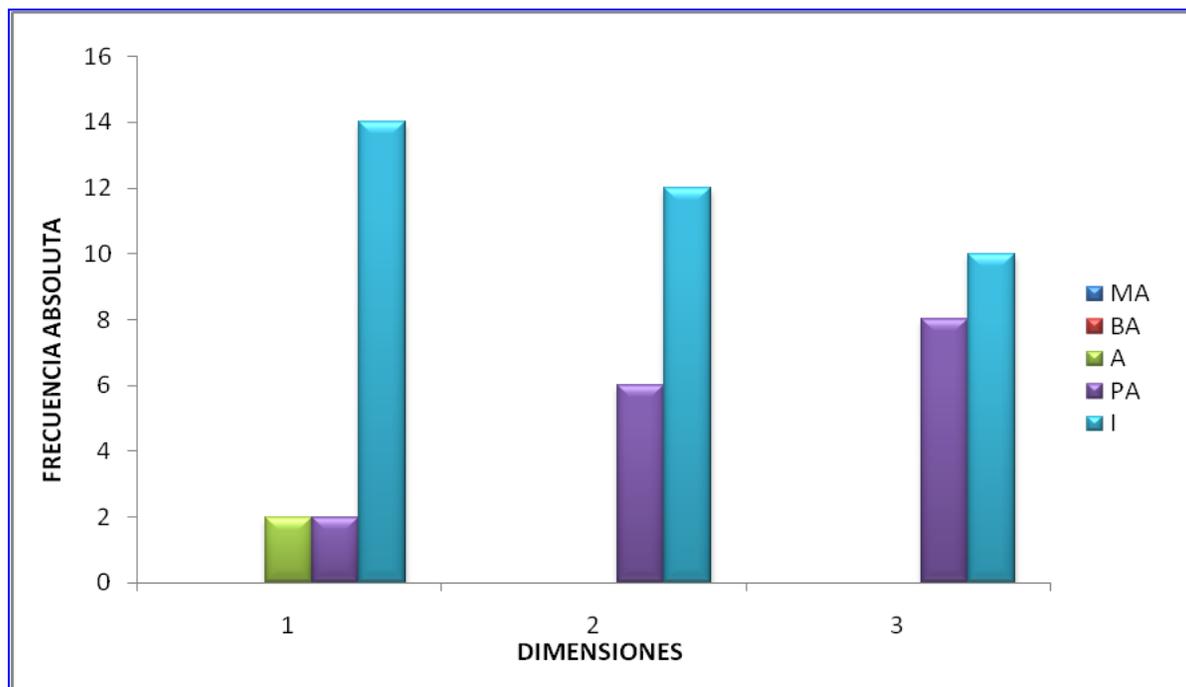
Por otra parte, en los documentos revisados se pudo analizar que solo el 22.2% (4) de los estudiantes lograba aplicar adecuadamente el procedimiento para el cálculo de integrales indefinidas; en tanto, el 44.4% (8) lo hacía de forma poco adecuada y el restante 33.3% (6) de manera inadecuada. Las acciones más afectadas resultaron ser la selección del método de integración correspondiente y su correcta aplicación.

Al analizar la aplicación del procedimiento para el cálculo de integrales definidas se determinó que solo el 11.1% (2) de los estudiantes lo hacía adecuadamente; mientras que el 55.6 % (10) lo hacía de forma poco adecuada y el 33.3% (6) restante de manera inadecuada. Las acciones más afectadas resultaron ser la aplicación de las propiedades para comparar integrales, los métodos de integración, la selección del método de integración correspondiente; todo ello motivado por un incorrecto análisis de la naturaleza de la función integrando y por la implementación adecuada del teorema fundamental del cálculo integral.

La aplicación del cálculo de integrales definidas a la solución de problemas profesionales, en los documentos revisados, se mostró de forma adecuada en el 22.2% (4) de los estudiantes. En tanto, el 55.6% (10) lo hacía de forma poco

adecuada y el restante 22.2%(4) de manera inadecuada. Los elementos más afectados fueron: el desconocimiento de los pasos para el trazado de curvas a la hora de graficar y calcular áreas bajo curvas y en recintos encerrados entre estas, así como modelar situaciones problémicas y resolverlas con el uso de integrales definidas.

Una vez analizados los resultados de los tres instrumentos se procedió a la evaluación del comportamiento de las dimensiones y de la variable en este momento de la investigación; para lo cual fue preciso la triangulación de la información obtenida en los diferentes instrumentos y la utilización del procedimiento descrito al inicio del epígrafe. El siguiente gráfico muestra los resultados cuantitativos obtenidos:



Se puede inferir a partir de la información que ilustra el gráfico un comportamiento negativo en las tres dimensiones, lo que evidenció un nivel de desarrollo poco adecuado de la habilidad calcular integrales definidas en los estudiantes de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas.

Como conclusiones de este epígrafe se presentan los resultados cualitativos de la triangulación de la información obtenida en los diferentes instrumentos, la cual permitió identificar las potencialidades y dificultades a tener cuenta al diseñar la estrategia didáctica que se propone. Como potencialidades destaca que los estudiantes:

- Identifican las reglas y las propiedades fundamentales para el cálculo de integrales.
- Dominan las acciones de los procedimientos para el cálculo de integrales y el teorema fundamental para el cálculo de integrales definidas.
- Reconocen las aplicaciones matemáticas del cálculo integral y, en particular, para el cálculo de áreas entre curvas.

Por otra parte, las principales dificultades identificadas fueron:

- No siempre identifican correctamente el método de integración a aplicar para resolver una integral definida según las características del integrando.
- Con frecuencia, no logran la aplicación adecuada de las acciones propias de cada método de integración.
- Generalmente, no son capaces de modelar situaciones propias de la contabilidad que necesitan del cálculo de integrales definidas para su solución.
- Evidencia una limitada disposición y satisfacción por la solución de tareas relacionadas con el cálculo de integrales definidas y la resolución de problemas de aplicaciones.

2.2. Fundamentos teóricos de la estrategia didáctica para la formación y desarrollo de la habilidad “calcular integrales definidas”

En este epígrafe, se asumen las posiciones teóricas que fundamentan los conceptos de estrategia y estrategia didáctica; a partir de ellos, se describen los principales fundamentos de la estrategia didáctica y se precisan sus características generales y distintivas; así como las exigencias a cumplir durante su aplicación en la práctica.

Las estrategias, como uno de los tipos de resultados científicos reconocidos por las ciencias pedagógicas, penetran cada vez con mayor fuerza en la esfera educacional, y se convierten en una herramienta de dirección de las más empleadas en la actualidad. Para su diseño se hace necesario considerar los elementos teóricos y estructurales que la fundamentan.

En la literatura, de forma general, se analizan las estrategias como el arte de dirigir y coordinar acciones y operaciones, encaminadas al cumplimiento de objetivos específicos. Por otra parte, estudiosos de las ciencias pedagógicas como De Armas (2003), Torres (2003), Achiong(2006), Leal (2008) y Rodríguez y Rodríguez (2011) coinciden en que la elaboración de una estrategia vista como resultado científico implica establecer acciones conscientes y encaminadas al logro de uno o más objetivos, siempre dirigidas a la solución de un problema práctico.

Desde esta perspectiva, en esta investigación se asume el criterio de Rodríguez y Rodríguez (2011) cuando reconocen una estrategia como:

Cierto ordenamiento de las acciones en el curso de la resolución de un problema en el que cada paso es necesario para el siguiente. Estas secuencias de acciones están fuertemente orientadas hacia el fin a alcanzar. La persistencia en un procedimiento o su cambio está también relacionado con el éxito logrado en la consecución de un fin. (p. 34)

Estos autores, consideran las estrategias desde una perspectiva amplia y global, donde las acciones encaminadas a resolver el problema que la origina necesariamente deben articular dialécticamente con los objetivos y las vías que se utilizan para su cumplimiento.

Según este criterio y teniendo en cuenta las características del problema científico que se investiga en la tesis se profundiza en las estrategias didácticas. Sobre este tipo particular de estrategias, resultan interesantes los aportes de Zilberstein (1998), Addine (1999, 2006), Delgado (2000) y De Armas(2003); estos autores destacan que las acciones deben transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje y promover transformaciones del estado real al estado deseado en el aprendizaje.

Igualmente, Achiong y Denis (2008) consideran oportuno tener en cuenta que las estrategias didácticas determinan las tareas docentes según las características de los estudiantes y que estas a su vez generan estrategias de aprendizaje.

Las ideas anteriores, permiten asumir la siguiente definición de estrategia didáctica:

La proyección de un sistema de acciones a corto, mediano y largo plazos que permite la transformación del proceso de enseñanza-aprendizaje en una asignatura, nivel o institución tomando como base los componentes del mismo y que permite el logro de los objetivos propuestos en un tiempo concreto. (Rodríguez, M. A. y A. Rodríguez, 2011, p. 39)

En correspondencia con lo anterior, la estrategia didáctica que se propone se caracteriza desde lo general, por ser objetiva, tener un carácter sistémico, tener un carácter dialéctico y por ser contextual. Seguidamente, se explica cada una de las características.

Su objetividad se evidencia desde la planeación consciente y dirigida hacia la solución de un problema de aprendizaje. Además, su diseño tiene en cuenta los documentos rectores de la carrera; así como los resultados del diagnóstico de los estudiantes; lo que propiciaría el perfeccionamiento del desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas.

El carácter sistémico se expresa mediante el predominio de las relaciones de coordinación, subordinación y dependencia entre los diferentes componentes del proceso de enseñanza aprendizaje y, también, en las relaciones que se consideran al diseñar y realizar las acciones propias de cada etapa.

El carácter dialéctico se manifiesta en la búsqueda del cambio cualitativo que se producirá en el estudiante por las constantes adecuaciones que se implementaran para logran un cambio en la metodología en que se emplea para tratar el contenido.

Además, es contextual porque puede ser empleada en varios contextos, atendiendo a diferentes objetivos y, particularmente, a la formación y desarrollo de otras habilidades específicas relacionadas con el cálculo integral, además, con el avance de su aplicación y el desarrollo de la habilidad matemática que se analiza en los estudiantes es posible acercar cada vez más a situaciones profesionales cotidianas.

Desde lo particular, la estrategia se distingue por promover aprendizajes creativos, lo cual se expresa en: la personalización de la información a transmitir al estudiante, la confrontación con lo dado, lo cual implicará el cuestionamiento y la problematización de la información dada y la producción y generación de ideas propias sobre lo estudiado.

Al ser consecuente con las ideas expresadas y con las posiciones teóricas que se asumieron en el capítulo anterior, se plantean como exigencias de la estrategia las siguientes:

- Utilizar métodos y estrategias de enseñanza-aprendizaje que promuevan desafíos y estimulen el interés de los estudiantes por la producción de conocimientos.
- Desarrollar los contenidos mediante la utilización de métodos que estimulen la imaginación, la curiosidad, la capacidad de problematización y la generación de ideas propias.
- Utilizar tareas que estimulen la participación activa de los estudiantes en la adquisición y fijación del conocimiento.
- Utilizar los problemas matemáticos y profesionales como medio para la adquisición y fijación del conocimiento.
- Utilizar las tecnologías (TIC) como un medio para obtener información y generar nuevos aprendizajes.
- Relacionar el cálculo de integrales definidas a la resolución de problemas vinculados a la práctica profesional.

A continuación, se expresan los principales fundamentos teóricos de la estrategia didáctica, desde las diferencias ciencias.

La estrategia se sustenta en el concepto filosófico de formación del hombre el cual constituye punto de partida al referir la necesidad de que en el proceso educativo el estudiante no solo se apropie de conocimientos y habilidades, sino también de modos de actuación que logren la formación de una personalidad integra y plena acorde a los intereses y principios de la sociedad cubana actual.

Se considera como fundamento filosófico, el principio de la unidad de lo sensible y lo racional; ya que las acciones de esta estrategia no solo conducen a la formación y

desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas; sino que estimulan también en los estudiantes el ser independientes y creativos.

Igualmente, se considera necesario que los estudiantes transiten de la contemplación viva al pensamiento abstracto y de ahí a la práctica (Lenin, 1978) al entender que la estrategia se diseña para perfeccionar la formación y desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas y, por ende, lograr su expresión en los modos de actuación profesional de los estudiantes.

Desde el punto de vista psicológico la estrategia didáctica se sustenta en la psicología marxista, con énfasis en el principio del determinismo social de la psiquis, conforme al cual, lo externo actúa a través de lo interno, modificándolo, y lo interno modificado a su vez actúa sobre lo externo.

De esta manera, las acciones propuestas consideran la ley de la doble formación y siguen un proceder que va de lo externo, social e intersubjetivo, hacia lo interno, individual e intrasubjetivo, en la medida que las tareas docentes promueven el intercambio cooperado de experiencias y la producción de conocimientos.

Se refuerza, también, la relación que se establece entre la enseñanza, el aprendizaje, el desarrollo y la formación de los estudiantes, al considerarlos como sujetos activos y conscientes de la actividad de aprendizaje y tener en cuenta el diagnóstico de sus necesidades y potencialidades, durante la concepción de cada acción de la estrategia didáctica.

La estrategia se sustenta en las leyes que rigen la formación y el desarrollo de la personalidad y las formaciones psicológicas asociadas lo que permite profundizar en el proceso de aprendizaje y brindar orientaciones adecuadas para dirigir el proceso de apropiación de conocimientos de una manera activa y creadora.

La apropiación constituye la categoría psicológica fundamental sobre la que se sustenta esta estrategia, pues en el acto de aprender el estudiante no solo se apropia del conocimiento, sino que también lo critica, lo enriquece y lo transforma; constituyendo un pilar clave para el desarrollo de la creatividad.

Desde la sociología la estrategia didáctica se sustenta en el principio que expone que su materialización presupone una interacción entre sujetos sociales que sustentada en determinados conocimientos, normas, costumbres, intereses y motivaciones tiene

como finalidad el continuo perfeccionamiento en la formación y transformación del estudiante y la sociedad.

Se aprovechan las potencialidades del contenido para fomentar entre los profesores y estudiantes una verdadera comunicación, a la vez que realizan las actividades correspondientes al cálculo de las integrales definidas y sus aplicaciones. También se insiste en el protagonismo que deben lograr los sujetos durante la formación y desarrollo de las habilidades matemáticas específicas, con la intervención activa a partir de sus intereses, motivaciones y necesidades en cada una de las tareas docentes a realizar.

La estrategia contribuye a formar un pensamiento científico en los profesionales de la contabilidad de manera que puedan comprender la importancia social que tiene el dominio de un contenido y su implementación para resolver problemas de la práctica profesional, destacando la influencia que pueda tener en la transformación del individuo y la sociedad.

La estrategia logra la articulación entre teoría y práctica educativa en la medida que los aportes de la investigación proporcionan elementos teóricos y prácticos que desde perspectivas sociológicas orientan al estudiante al análisis de los problemas de su propia práctica.

Desde la didáctica la estrategia precisa las formas en que los componentes del proceso de enseñanza aprendizaje deben favorecer el carácter activo y creativo del estudiante en el proceso de aprender, sin dejar de insistir en que todos estos principios generales toman forma en estrategias y acciones concretas en función de la singularidad de las situaciones y de los estudiantes con los cuales se trabaja.

Sobre los objetivos de aprendizaje: estimular a que el estudiante participe y se involucre en la definición y acompañamiento de sus objetivos de aprendizaje. Para la selección y organización de los contenidos, habilidades y competencias: el mínimo de contenidos y el máximo de profundidad, con foco en la estimulación de la imaginación, la curiosidad, la capacidad de problematización, la asertividad y la generación de ideas propias.

En las estrategias y métodos de enseñanza: estrategias y actividades diversificadas y potencialmente desafiantes, vinculadas con lo cotidiano y con los intereses de los alumnos, direccionadas a la producción y no a la reproducción de lo dado. Utilización de los principios de la enseñanza por medio de problemas, del aprendizaje colaborativo, de la pedagogía de proyectos y otros métodos activos de enseñanza. Explorar la utilización de las nuevas tecnologías (TICS), no como un medio más para obtener información, sino como una herramienta para nuevos aprendizajes y como espacio de producción de sentidos subjetivos favorables a ellas.

En la naturaleza de las tareas: ellas deben ser de carácter productivo y no reproductivo. También deben conllevar la producción de ideas propias por parte del alumno.

En la naturaleza del material didáctico y las orientaciones para su lectura: para estimular el trascender las ideas del autor, se prefieren textos potencialmente desafiantes, no lineales, incluso con posiciones opuestas sobre un mismo tema. El profesor debe orientar la lectura crítica y creativa, más que la simple asimilación comprensiva del contenido. Igualmente, se debe incentivar y orientar cómo ir más allá del momento comprensivo y reproductivo de la lectura.

En el sistema de evaluación y autoevaluación del aprendizaje: recomendamos cambiar el énfasis de la evaluación. Así, se debe pasar del énfasis en la reproducción de los contenidos al de la producción en la elaboración y la asimilación reflexiva e individualizada del objeto del conocimiento. Consecuentemente, se recomienda el carácter productivo y no reproductivo de las actividades utilizadas con fines evaluativos. Trabajar la co-evaluación (Ardoino, 2005) orientando y estimulando sistemáticamente el ejercicio de la autoevaluación del propio aprendizaje.

En las relaciones profesor-alumno y el clima comunicativo-emocional que caracteriza al salón de clases: la comunicación debe centrarse en la estimulación y valoración, más que en el momento comprensivo del aprendizaje, específicamente, en su expresión creativa. Se propone incentivar la curiosidad, el cuestionamiento, la reflexión, la imaginación, la auto-reflexión crítica sobre el aprendizaje y sobre sí mismo; todo ello en una relación simultánea de confianza y de exigencia. Se arguye por una valoración positiva del esfuerzo y la producción propia de los alumnos,

situando al alumno en escenarios potencialmente desafiantes, siempre suministrando la retroalimentación y orientaciones pertinentes. Planteamos trabajar para contribuir a que el salón de clases se convierta en un espacio potencial de producción de sentidos subjetivos movilizados de la creatividad.

Teniendo en cuenta que se trata de modificaciones profundas y sistémicas a partir de principios generales, se requiere, en alguna medida, que el profesor exprese creatividad en su trabajo pedagógico. La creatividad en el trabajo pedagógico depende de las configuraciones subjetivas constituidas en el profesor a lo largo de su historia de vida, de la condición del profesor como sujeto, de la configuración de la subjetividad social que caracteriza al espacio escolar, y de los sentidos subjetivos que produce en el desarrollo de la actividad docente. De esta forma, trabajar en función del aprendizaje creativo exige el desarrollo de la creatividad del propio profesor como un desafío adicional.

2.3. Estrategia didáctica para la formación y el desarrollo de la habilidad “calcular integrales definidas”

Teniendo como referencia las ideas del capítulo anterior, en este epígrafe se describe la estrategia didáctica a partir de los resultados del diagnóstico real del proceso de desarrollo de la habilidad que se estudia y de la introducción-fundamentación, presentada en los dos primeros epígrafes de este capítulo.

Seguidamente, se describen los aspectos siguientes: planteamiento del objetivo general, planeación estratégica, instrumentación y evaluación de la estrategia; siguiendo los criterios de Rodríguez y Rodríguez (2011).

El **objetivo general** de la estrategia didáctica es: perfeccionar el desarrollo de la habilidad “calcular integrales definidas” en los estudiantes de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas.

Para su **planeación estratégica** se determinaron tres etapas que se interrelacionan entre sí, ellas son: diagnóstico, planeación y ejecución. En cada una de ellas se precisan los objetivos específicos a cumplir y las acciones que deben realizar los

profesores y los estudiantes para lograr el nivel de desarrollo deseado de la habilidad “calcular integrales definidas”.

Etapa de diagnóstico

Objetivos:

- Evaluar el dominio de los contenidos antecedentes necesarios para la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas.
- Identificar las condiciones existentes para propiciar aprendizajes creativos en los estudiantes de la carrera.

Acciones a realizar:

1. Determinación de los contenidos necesarios para la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas; así como las manifestaciones que evidencien el desarrollo de aprendizajes creativos.
2. Elaboración de los instrumentos a utilizar para el diagnóstico de los contenidos antecedentes y de las manifestaciones que evidencien el desarrollo de aprendizajes creativos.
3. Aplicación de los instrumentos y análisis triangulado de los resultados obtenidos.
4. Determinación de las potencialidades y dificultades a considerar durante la planificación y ejecución del proceso de formación y desarrollo de la habilidad “calcular integrales definidas”.
5. Proyección de acciones correctivas para solucionar las dificultades que se relacionan con los contenidos antecedentes y con las manifestaciones que evidencien el desarrollo de aprendizajes creativos.

Atendiendo al carácter sistémico y sistemático de la estrategia, es oportuno precisar que, aunque esta constituye la primera etapa, durante todas las que siguen es necesario actualizar los resultados que se derivan del diagnóstico y, además, realizar acciones diversas según las dificultades identificadas como barreras que limitarían el cumplimiento del objetivo general de la estrategia y de sus objetivos específicos en cada momento de desarrollo de la misma.

Orientaciones generales para su realización

Se sugiere que la determinación de los contenidos necesarios para la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas se realice a partir de la consulta de los programas de disciplina y asignatura; así como de los libros de texto y materiales docentes que se utilizan en las clases. De forma similar, al analizar las manifestaciones asociadas al desarrollo de aprendizaje creativo se debe retomar el análisis teórico que se realizó en el epígrafe 1.3.

Para la elaboración de los instrumentos se recomienda priorizar aquellos en que se interactúa directamente con los estudiantes; es decir: la observación, la revisión del producto de la actividad y la entrevista en profundidad. En el caso de las manifestaciones asociadas al desarrollo de aprendizaje creativo es importante también intercambiar con los profesores del colectivo de año.

Durante la aplicación de los instrumentos, es imprescindible contar con el compromiso de los estudiantes para así asegurar la veracidad y validez de la información. Los instrumentos se analizarán primero de forma independiente y luego, se triangularán los resultados obtenidos para identificar potencialidades y dificultades asociadas a los aspectos precisados en la primera acción.

También se recomienda analizar con cada estudiante sus potencialidades y dificultades para que comprendan la importancia de las acciones correctivas y se comprometan con su realización. En general, las potencialidades y debilidades, deberán tenerse en cuenta al planificar y ejecutar las acciones para el desarrollo de la habilidad que se trabaja.

Según las potencialidades que se identifiquen y, en función de resolver las debilidades, se deben proyectar acciones correctivas como consultas y prácticas de estudio encaminadas a la fijación de los contenidos antecedentes. En lo relativo al desarrollo de aprendizajes creativos, se sugiere intercambiar estrategias y recursos didácticos que lo faciliten.

En todos los casos, resulta necesario considerar las orientaciones y los criterios de los profesores que integran el colectivo de año. Dada la importancia que tiene para la

implementación de las acciones de la estrategia que corresponden a las etapas posteriores, se deben precisar los contenidos antecedentes necesarios para la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas e identificar las posibles manifestaciones que evidencian el desarrollo de aprendizajes creativos en los estudiantes.

Etapa de planificación

Objetivo: Diseñar, a mediano y corto plazo, el proceso de formación y desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas.

Acciones a realizar:

1. Formulación de los objetivos a cumplir durante la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas.
2. Selección de los contenidos a desarrollar durante la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas.
3. Determinación de los métodos que propicien aprendizajes creativos durante la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas.
4. Selección o elaboración de medios de enseñanza que propicien aprendizajes creativos durante la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas.
5. Identificación de los tipos de tareas que propicien un aprendizaje creativo durante la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas y selección o diseño de las mismas.
6. Diseño de vías de evaluación creativas para evaluar la formación y el desarrollo de la habilidad matemática que se analiza.
7. Selección de formas de organización de la docencia que propicien aprendizajes creativos durante la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas.

Las acciones de esta etapa deben ser realizadas desde la planificación a mediano y largo plazo de la asignatura Matemática Superior I. Teniendo en cuenta el objetivo de

la etapa, los profesores juegan un papel protagónico en ella; durante la ejecución de todas las acciones se debe considerar el diagnóstico integral de los estudiantes.

Orientaciones generales para su realización:

Para la formulación de los objetivos relacionados con la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas se sugiere analizar los propuestos en el programa de la disciplina y en la asignatura correspondiente. Igualmente, resulta necesario conectar los objetivos que se precisen con los problemas profesionales de la carrera.

Al respecto, se sugiere explicitar la relación de los contenidos matemáticos con la profesión del contador y cómo estos responden a los fines del proceso de formación profesional de los estudiantes de la carrera. Por la importancia que tiene para la realización exitosa de las acciones que siguen, se sugiere realizar una propuesta de los objetivos específicos a lograr para el tema correspondiente.

La determinación de los contenidos a desarrollar como parte de la estrategia exige diferenciar: conocimientos, habilidades y actitudes profesionales que necesitan adquirir los estudiantes. Al respecto, se sugiere considerar los resultados del diagnóstico y, también, identificar las formas de trabajo y de pensamiento; así como, las estrategias de aprendizaje que mayores posibilidades ofrecen para potenciar el aprendizaje creativo en los estudiantes. Es por ello que se recomienda explicitar desde el programa de la asignatura los contenidos a darle tratamiento durante la estrategia.

Para la selección de los métodos que más propicien el aprendizaje creativo durante la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas se recomienda priorizar los métodos productivos. Estos deben estimular la búsqueda y generación de los conocimientos en interrelación con los contenidos propios de la profesión, la aplicación de la habilidad en una variedad de contextos donde las integrales tomen un significado profesional y la participan activa, independiente y autónoma de los estudiantes.

En sentido general, se sugiere utilizar los siguientes métodos: la exposición problémica, la búsqueda parcial o heurística, la conversación heurística y el método investigativo. Estos, pueden integrarse al empleo de metodologías como el aprendizaje basado en problemas o el aprendizaje por proyectos. Al respecto, se identifican como principales procedimientos a utilizar los heurísticos por sus potencialidades para la obtención de soluciones originales y diversas, desde posiciones protagónicas de los estudiantes.

La selección de medios de enseñanza-aprendizaje implica considerar los métodos y procedimientos antes precisados. En todos los casos, se sugiere considerar aquellos que permiten adquirir y sistematizar los conocimientos relacionados con el cálculo de integrales; en consecuencia, se recomienda utilizar los libros: Cálculo con trascendentes tempranas (Parte I y II) de James Stewart y Matemática Superior I y II de Raquel Maqueira Mayanf.

También se sugiere utilizar los asistentes matemáticos (Geogebra y Derive) en función del tratamiento del contenido que se analiza; tanto para su introducción como para su fijación. El empleo de estos medios, se hará siempre propiciando la formulación y comprobación de hipótesis que favorezcan el redescubrimiento del conocimiento y la búsqueda de vías de solución a las tareas que se propone en clase o para el estudio independiente.

En tal sentido, se sugiere que se elaboren guías de estudio que incluyan tipos de tareas variadas y que sugieran las estrategias de aprendizaje que más pudieran aportar al logro de aprendizajes creativos; al respecto, es pertinente realizar una propuesta de las estrategias de aprendizaje que más pueden aportar en el contexto donde se utilizará la estrategia didáctica.

A continuación, se identifican los tipos de tareas que se recomienda utilizar durante el proceso de formación y desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas. Los tipos de tareas son de:

- Identificación y formulación de problemas propios de la contabilidad que necesitan de las integrales definidas para su solución.

- Cálculo de integrales definidas de forma inmediata.
- Cálculo de integrales definidas aplicando los diferentes métodos de integración.
- Resolución de problemas cuya solución exige el cálculo de integrales definidas.

El diseño de cada uno de los tipos de tareas antes precisados, implica el cumplimiento de tres aspectos fundamentales: que respondan al objetivo para el cual son elaboradas, que integren conocimientos y habilidades matemáticos y profesionales y que propicien actitudes y formas de actuar propias del aprendizaje creativo.

Al diseñar las tareas docentes, el profesor debe tener presente que:

- Ofrezcan la posibilidad de profundizar ilimitadamente en los contenidos.
- Expliciten las posibilidades de aplicación del contenido matemático a la profesión.
- Inciten la reflexión y poner en función sus conocimientos y capacidades, a la vez que se desarrollan en un plano cualitativamente superior.
- Estimulen las posibilidades de elección, la toma de decisiones y la autovaloración por parte de los estudiantes.
- Las tareas deben elaborarse tomando en consideración el incremento gradual de su complejidad, así como el grado de dificultad.

Las vías y formas de evaluación que se seleccionen, primero deben poner a los estudiantes ante situaciones donde demuestren el dominio de los conocimientos teóricos y su aplicación al cálculo de integrales definidas; pero siempre de una forma diferente, propiciando que ellos elaboren y comprueben hipótesis, problematicen, cuestionen y utilicen vías propias y novedosas para la solución de ejercicios y problemas.

En segundo lugar, se sugiere que las actividades evaluativas prioricen la realización de trabajos investigativos en los que se estimule la generación de conocimientos relacionados con el cálculo de integrales y su vínculo con el perfil del profesional de la carrera. Al respecto, se recomienda diseñar un sistema de evaluación que incluya e integre coherentemente ambas ideas.

Al seleccionar las formas de organización de la docencia se debe tener en cuenta aquellas que mayores potencialidades ofrecen para el logro de un aprendizaje creativo; es decir, las que propicien que los estudiantes busquen, reflexionen, elaboren sus propias teorías y, sobre todo, lo hagan de forma autónoma. Se sugiere desarrollar diferentes tipos de clases, tutorías, prácticas de estudio y consultas.

En relación a las clases, aunque estas sean del tipo clásico por las características propias del contenido se sugiere entonces que las tareas docentes que se incluyan en ellas sean variadas y que respondan a las formas de expresar aprendizajes creativos en los estudiantes.

En las conferencias y clases prácticas que se desarrollen, se sugiere potenciar el empleo de los asistentes matemáticos para la modelación de situaciones problemáticas relacionadas con la contabilidad. En ambos tipos de clases es pertinente intencionar la participación activa del estudiante de manera que este se implique en la construcción del conocimiento y sea capaz de realizar preguntas que le permitan indagar y cuestionar la información que se les brinda; posibilitando así la elaboración personalizada del contenido y la generación de ideas propias.

Etapa de ejecución

Objetivo: Ejecutar el proceso de formación y desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas.

Acciones a realizar por los profesores:

- Orientación de las tareas a realizar por los estudiantes en cada momento de la clase o durante otras formas de organización.
- Desarrollo de intercambios sistemáticos con los estudiantes.
- Controlar el proceso y el resultado de las tareas orientadas a los estudiantes.
- Evaluación del cumplimiento del objetivo por parte de los estudiantes.
- Creación de un clima favorable durante el aprendizaje.

Acciones generales (se realizan sistemáticamente durante todo el desarrollo del tema y pueden ser utilizadas para la realización de otras acciones específicas) a realizar por los estudiantes:

- Problematización acerca de los contenidos relacionados con el cálculo de integrales.
- Formulación de preguntas teóricas y prácticas asociadas a los contenidos relacionados con el cálculo de integrales definidas.
- Modelación de situaciones problemáticas contables y financieras relacionadas con el cálculo de integrales definidas.
- Planteamiento y comprobación de hipótesis asociadas a la solución de ejercicios y problemas de cálculo de integrales definidas.
- Exposición y argumentación de vías de solución y de los resultados obtenidos durante la solución de ejercicios y problemas de cálculo de integrales definidas.
- Valoración crítica y autocrítica de las vías de solución y de los resultados obtenidos durante la solución de ejercicios y problemas de cálculo de integrales definidas.

Acciones específicas (se ejecutan en un momento específico o en un período de tiempo y para su desarrollo se necesita de algunas de las acciones generales) a realizar por los estudiantes:

- Identificación y/o formulación de problemas o situaciones profesionales en los que tomen sentido las integrales definidas.
- Elaboración y aplicación de un procedimiento para el cálculo de integrales definidas.
- Elaboración y aplicación de un programa heurístico particular para la solución de problemas de cálculo de integrales definidas.
- Elaboración de un material contentivo de situaciones profesionales que son resueltas mediante el calcula de integrales definidas.

Esta etapa describe las acciones a realizar durante el proceso de formación y desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas. En ellas se expresa el deber ser de la actuación de profesores y estudiantes durante las diferentes formas de organización que se utilicen para lograr el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas.

Orientaciones generales para su realización:

Para orientar las tareas docentes a los estudiantes se sugiere que los profesores precisen el qué deben hacer, la intención o el objetivo específico de la misma y que les sugieran las herramientas o medios de aprendizaje, así como las posibles estrategias de aprendizaje que pueden propiciarle un aprendizaje creativo. Es importante, que siempre destaquen lo que cada tarea docente aporta a su formación profesional y que se estimule la producción de sentidos subjetivos favorecedores de generación de novedad.

Durante todo el proceso, se recomienda que el profesor realice intercambios sistemáticos con los estudiantes. La comunicación, durante estos intercambios, debe centrarse en la estimulación y valoración de las formas de aprendizaje que evidencian los estudiantes; además, se deben respetar las opiniones divergentes y promover la innovación. En dichos intercambios, el profesor debe promover la producción de conocimientos y la motivación a partir de la variabilidad de los contextos en que pueden ser aplicadas las integrales definidas. Para ello, se debe estimular el trabajo cooperativo, la crítica, la colaboración, la discusión y la defensa de ideas propias.

Igualmente, el profesor debe controlar el proceso y el resultado de cada una de las tareas que orienta a los estudiantes. Se recomienda que en este sentido sea flexible y que preste especial importancia en lo relativo al desarrollo de la habilidad que se pretende formar y también en el logro de aprendizajes creativos. El profesor, debe contribuir a que el aula se convierta en un espacio potencial de producción de sentidos subjetivos movilizados de la creatividad y desde el propio control, potenciar la reflexión y brindar los impulsos heurísticos necesarios que inciten al

estudiante a reflexionar y poner en función sus conocimientos y capacidades, para propiciar la realización de la tarea propuesta.

Durante la evaluación del cumplimiento del objetivo, por parte de los estudiantes, el profesor debe propiciar la valoración positiva del esfuerzo y la producción propia de los estudiantes, situarlos en escenarios potencialmente desafiantes, siempre propiciando la retroalimentación. A partir de promover la reflexión sobre las vías de solución empleadas y la pertinencia de emplear diferentes recursos matemáticos en dependencia del camino elegido, se potenciará también el tratamiento a los errores encontrados esclareciendo los mismos y sus causas.

Se recomienda, que el profesor logre la creación de un clima favorable durante el aprendizaje donde los estudiantes puedan demostrar confianza, seguridad y empatía. Para ello, se sugiere incentivar la curiosidad, el cuestionamiento, la reflexión, la imaginación, la auto-reflexión crítica sobre el aprendizaje y sobre sí mismo. En tal sentido, la comunicación debe centrarse en la estimulación y valoración, más que en el momento comprensivo del aprendizaje, específicamente, en su expresión creativa.

Las acciones (generales y específicas) que se proponen para los estudiantes se explican de manera integrada, dada las relaciones entre ellas.

En relación a la problematización acerca de los contenidos relacionados con el cálculo de integrales el estudiante debe desarrollar su capacidad de pensamiento para lo cual el descubrimiento de relaciones, la deducción de consecuencias y la definición de conceptos juega un rol central. También, deberá identificar el elemento que provoca la dificultad intelectual (revelar la contradicción) y definir o formular el nuevo problema mediante el uso de integrales definidas.

Durante la formulación de preguntas teóricas y prácticas asociadas a los contenidos relacionados con el cálculo de integrales definidas el estudiante debe revelar las condiciones necesarias (datos) para solucionar el problema, establecer las dependencias causales entre lo conocido y lo desconocido lo que le permitirá

establecer nuevos nexos y relaciones entre lo conocido, así como, entre lo conocido y lo desconocido.

Para la modelación de situaciones problemáticas contables y financieras relacionadas con el cálculo de integrales definidas el estudiante debe comprender el significado del concepto de integral definida y aplicarlo en dependencia de las condiciones del problema docente planteado, de manera que se promueva el desarrollo de la capacidad de trabajo científico y de búsqueda en correspondencia con sus posibilidades; permitiéndoles identificar, formular y resolver sus propios problemas

Para el planteamiento y comprobación de hipótesis asociadas a la solución de ejercicios y problemas de cálculo de integrales definidas el estudiante debe encontrar nuevos conocimientos (conceptos, leyes, relaciones, reglas), así como determinar vías novedosas y originales para demostrar las mismas y poner de relieve su esencia mediante generalizaciones primarias.

En la exposición y argumentación de vías de solución y de los resultados obtenidos durante la solución de ejercicios y problemas de cálculo de integrales definidas el estudiante debe idear nuevos métodos o procedimientos de solución que permitan solucionar las tareas propuestas combinando varios métodos de integración, proponiendo algoritmos de solución alternativos y fundamentándolos rigurosamente, así como ofrecer nuevas vías de solución y soluciones a problemas ya resueltos por otros estudiantes.

El estudiante debe realizar una valoración crítica y autocrítica desempeñar un trabajo cooperativo, participar y colaborar, durante la discusión, y la defensa de las propias ideas y vías de solución y de los resultados obtenidos durante la solución de ejercicios y problemas de cálculo de integrales definidas de manera que le permita detectar y formular nuevos problemas docentes así como asumir la toma conjunta de decisiones

Instrumentación y evaluación de la estrategia didáctica.

La estrategia se aplicará durante la preparación y el desarrollo de la asignatura Matemática Superior I, en la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas. Seguidamente, se explica cómo será su instrumentación y evaluación.

Se inicia precisando que las acciones de la etapa de diagnóstico y planificación se aplicarán básicamente antes de iniciar el tratamiento de los contenidos relacionados con las integrales definidas; es decir, formarán parte de la planificación a mediano plazo y sus resultados quedarán incluidos en el programa y el esquema de contenido de la asignatura ya mencionada; de ellas podrán resultar otros materiales didácticos para el tratamiento del contenido.

Las restantes, se realizan durante la planificación a corto plazo, es decir, al planificar cada una de las clases y el resto de las formas de organización previstas para el desarrollo de los contenidos correspondientes.

El responsable de la aplicación de la estrategia didáctica debe ser el profesor de la asignatura Matemática Superior I; aunque, para lograr un mejor desarrollo de las acciones diseñadas en algunos momentos se sugiere que participen otros profesores de colectivo de año y del colectivo metodológico de la disciplina correspondiente.

Atendiendo a las características del problema científico que dio origen a la investigación, se justifica que sean los estudiantes los principales participantes de la estrategia didáctica, pues en ellos se evaluará finalmente las transformaciones que se logran en el nivel de desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas.

Es necesario aclarar, según la tipología de la estrategia, que tanto estudiantes como profesores juegan un rol fundamental; pues han sido precisadas acciones relativas a la enseñanza y otras propiamente para el aprendizaje. En las dos primeras etapas, se jerarquiza la actuación del profesor, aunque en algunas de las acciones incluidas la participación de los estudiantes es indiscutible.

Las acciones de la etapa de ejecución se concretan al impartir cada una de las clases y otras formas de organización previamente planificadas. En esta etapa, los estudiantes deben asumir una participación activa.

Por último, para la evaluación de la estrategia didáctica se precisan dos intenciones: primero, la evaluación y el perfeccionamiento de las acciones relativas a las etapas de diagnóstico, planificación y ejecución del proceso de formación y desarrollo de la habilidad calcular integrales y segundo, la evaluación de las transformaciones que se logran en el nivel de desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas.

La evaluación de las acciones de la estrategia se realizará a partir del desarrollo de un grupo de discusión (Anexo # 9) con los profesores del colectivo de año y del colectivo metodológico de la disciplina a la que corresponde la asignatura Matemática Superior I. En ellos, se priorizará el análisis y la valoración de los resultados que resultaron del diagnóstico y de la planificación del proceso de enseñanza-aprendizaje.

De forma similar, para la evaluación del nivel de desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas que se logra en los estudiantes se sugiere realizar las siguientes acciones:

- Observación (Anexo # 2) sistemática de los resultados de aprendizaje de los estudiantes.
- Revisión de documentos (Anexo # 4) que reflejen el proceso seguido durante la solución de ejercicios y problemas relacionados con el cálculo de integrales definidas.
- Aplicación y análisis de los resultados de una prueba pedagógica (Anexo # 11) que integre los contenidos relacionados con el cálculo de integrales definidas.

La realización de cada una de las acciones antes precisadas exigirá la utilización de métodos y técnicas que serán explicitadas al describir la experimentación de la estrategia didáctica en el próximo capítulo.

Finalmente, el autor considera pertinente precisar que la estrategia didáctica se elabora a partir de los fundamentos teóricos y metodológicos que se asumen y

teniendo como punto de referencia los resultados empíricos que aportó el diagnóstico inicial realizado. La misma incluye acciones conscientemente planificadas y organizadas para perfeccionar el desarrollo de la habilidad matemática calcular integrales definidas, estructurada a partir de tres etapas (diagnóstico, planeación, ejecución) que se complementan con las orientaciones para su instrumentación y evaluación.

CAPÍTULO 3. EVALUACIÓN DEL DESARROLLO DE LA HABILIDAD CALCULAR INTEGRALES DEFINIDAS LUEGO DE LA APLICACIÓN DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA

En el presente capítulo se evalúa cómo la estrategia didáctica puede contribuir al desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas. Para ello, se describen las bases, la organización y los resultados de la aplicación del pre-experimento pedagógico y los de su implementación en la práctica, con la finalidad de constatar las transformaciones que se producen.

3.1. Bases teóricas para la utilización del pre-experimento pedagógico y acciones para su desarrollo

En este epígrafe se describen los resultados de la implementación de la estrategia didáctica en la práctica educativa, a partir de un pre-experimento dirigido a valorar la transformación que se produce en el nivel de desarrollo de la habilidad matemática específica calcular integrales definidas.

Se inicia precisando las posiciones en torno al experimento, el pre-experimento pedagógico y las acciones a realizar para su diseño y realización. Al respecto, se considera que un experimento no es más que: “Un estudio en el que se manipulan intencionalmente una o más variables independientes, para analizar las consecuencias que la manipulación tiene sobre una o más variables dependientes, dentro de una situación de control para el investigador” (Hernández, Fernández y Batista, 2006, p.199).

Por otra parte, en la literatura se reconocen diferentes tipos de experimentos; en esta investigación se utiliza uno de ellos, el pre-experimento, que según Hernández (2004) no es más que un estudio donde, por lo general, se manipula la variable independiente para analizar sus consecuencias sobre la variable dependiente, a la vez que son observados e interpretados sus resultados con alguna finalidad.

Siendo consecuente con lo anterior, la implementación de la estrategia didáctica se realiza mediante un pre-experimento pedagógico en la modalidad de grupo único solo con medida post (Borges, 2006, p.173).

El pre-experimento se realiza de septiembre hasta diciembre del 2019, considerando tres momentos: la preparación, la ejecución y el análisis de los resultados. Se tiene en cuenta que la estrategia es implementada durante el transcurso del tema # 3: “Elementos de Calculo Integral”, del programa de la asignatura Matemática Superior I, impartida en el primer año de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas.

El momento de la preparación del pre-experimento inició con la selección de la muestra; determinando, intencionalmente, a los nueve estudiantes del primer año de la carrera Contabilidad y Finanzas de la Universidad “José Martí Pérez” de la provincia de Sancti Spíritus, que representan un 21.7% de la población. Se tuvo en cuenta que en ese momento comenzaba el estudio del tema relacionado con elementos de cálculo integral, específicamente el tratamiento de las integrales definidas y el trabajo con sus aplicaciones intra y extra matemáticas, además de las características individuales que distinguen a los estudiantes.

Posteriormente, se procedió a la determinación de las variables a considerar durante el pre-experimento. Precisándose como variable independiente la estrategia didáctica y como variable dependiente la planteada en el epígrafe 2.1 de esta tesis: el desarrollo de la habilidad “calcular integrales definidas” en los estudiantes de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas.

Es importante apuntar que se analizan las transformaciones que ocurren durante el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas, como resultado de las

acciones de enseñanza y el aprendizaje que ocurren durante la implementación de la estrategia didáctica; ya que el autor es consecuente con las relaciones dialécticas entre las categorías enseñanza y aprendizaje.

La evaluación de los indicadores, de las dimensiones y de la variable dependiente durante el pre-experimento se realizó a partir de utilizar los métodos empíricos: observación, revisión de documentos y prueba pedagógica. Estos serán utilizados con la intención que fue precisada al describir la estrategia didáctica.

Para el análisis y la comprensión de los resultados de la medición de los indicadores se utilizó la estadística descriptiva. La medición se realizó siguiendo el mismo proceder descrito en el epígrafe 2.1 de la tesis y la matriz de valoración elaborada (Anexo # 1).

Se representó simbólicamente el desarrollo del pre-experimento según los criterios de Campbell-Stainly (1966); de modo que se denotó con X la implementación de la estrategia didáctica y con la letra O con un subíndice las mediciones realizadas. En consecuencia, la medición del nivel de desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas se realizó inicialmente a través de la observación (O1) (Anexo # 2) sistemática de los resultados de aprendizaje de los estudiantes. Esta contribuyó a la evaluación de todos los indicadores de la dimensión cognitiva e instrumental y fue el método fundamental para medir los indicadores de la dimensión actitudinal.

Por otra parte, la revisión de documentos (O2) (Anexo # 4) reflejó el proceso seguido por los estudiantes durante la solución de ejercicios y problemas relacionados con el cálculo de integrales definidas. Esta permitió obtener información sobre las dos primeras dimensiones que se analizaron.

Finalmente, la prueba pedagógica (O3) aplicada al concluir el tema 3 “Elementos de Cálculo Integral” (Anexo # 11), permitió comprobar la aplicación integrada de los contenidos relacionados con el cálculo de integrales definidas durante la solución de ejercicios y problemas relacionados con el cálculo de integrales definidas; aportando datos sobre los indicadores correspondientes a las tres dimensiones analizadas.

Siendo consecuente con lo descrito, se precisa que el pre-experimento se llevó a cabo según el esquema X O1 O2 O3.

3.2. Acciones realizadas y resultados del pre-experimento pedagógico.

3.2.1. Descripción de las acciones realizadas

La aplicación de la estrategia didáctica inició con la realización de las acciones correspondientes a la etapa de diagnóstico. Se determinaron los contenidos necesarios para la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas a partir del estudio de los documentos rectores de la asignatura y de los expedientes confeccionados por profesores que con anterioridad habían impartido la asignatura (Anexo # 5). Igualmente, se precisaron las manifestaciones que podrían evidenciar aprendizajes creativos durante el estudio de las integrales definidas (Anexo # 5).

Se elaboraron y aplicaron los instrumentos de diagnóstico de los contenidos antecedentes y de las manifestaciones que evidencian aprendizajes creativos (Anexo # 2, 4 y 6); los resultados obtenidos permitieron identificar como potencialidades el conocimiento de las reglas y propiedades para el cálculo de integrales indefinidas y la comprensión de la importancia de este contenido para su profesión; igualmente, destacaron como principales dificultades la no identificación y aplicación adecuada de los métodos de integración; centrándose las dificultades en los métodos de sustitución y por partes, cuando el integrando requiere más de una integración.

También se comprobó que los estudiantes no utilizaban estrategias o mostraban actitudes que reflejaran aprendizajes creativos ya que predominaba lo reproductivo y un aprendizaje mecánico.

Para resolver estas dificultades fue necesario impartir consultas dirigidas a la comprensión y aplicación de los métodos de integración y se desarrolló una práctica de estudio encaminada a socializar estrategias y técnicas de aprendizaje que pueden propiciar aprendizajes creativos desde el uso de los asistentes matemáticos.

Seguidamente, se realizaron las acciones correspondientes a la etapa de planificación. Primero, se trabajó en la planificación a mediano plazo, cuyos resultados se expresan en el programa de la asignatura (Anexo # 7).

Particular énfasis se puso en la identificación de los tipos de tareas que se utilizarían para el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas mediante estrategias y estilos de aprendizaje creativo. Los tipos de tareas y las estrategias de aprendizaje que pueden propiciar aprendizajes creativos se expresan en las clases y otras actividades docentes diseñadas como parte de la planificación a corto plazo (Anexo # 8) y estas se utilizaron durante la aplicación de las acciones de la estrategia correspondiente a la etapa de ejecución.

En este momento, se realizó una evaluación parcial de los resultados de las acciones ya aplicadas. Para ello se realizó la sesión en profundidad (Anexo # 9) prevista en el colectivo de año y con los profesores de la disciplina Matemática Superior, la misma permitió sistematizar las siguientes opiniones:

- Las acciones previstas para la realización de la planificación a mediano y corto plazo tienen en cuenta lo establecido por el reglamento de trabajo metodológico para la Educación Superior.
- En los documentos que evidencian la planificación a corto plazo se expresan novedosas vías para el tratamiento del contenido y su aplicación a problemas propios de la profesión, aunque se debe seguir potenciando más lo relativo al logro de aprendizajes creativos.
- Lo diseñado puede potenciar el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas en los estudiantes, siempre que se logre que estos se motiven por el estudio de estos contenidos.

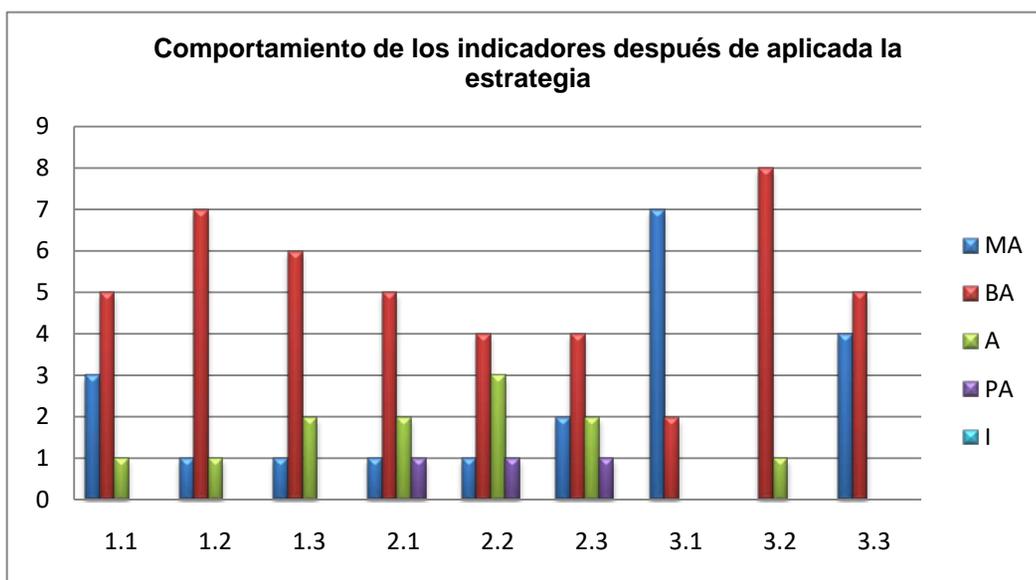
A partir de lo planificado y de las opiniones antes planteadas se procedió a la aplicación de las acciones de la etapa de ejecución, es decir, se impartieron las clases diseñadas y se realizaron otras formas de organización según los resultados de aprendizaje lo fueron exigiendo (Anexo # 10).

Durante el desarrollo de cada una de las actividades docentes se utilizó la observación (Anexo # 2) y la revisión de documentos (Anexo # 4) con el objetivo de recopilar información valiosa para evaluar el nivel de desarrollo de la habilidad que se estudiaba como parte del pre-experimento.

Al finalizar se aplicó una prueba pedagógica (Anexo # 11) que permitió arribar a conclusiones sobre el nivel de desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas en los estudiantes una vez concluida la aplicación de la estrategia didáctica. Los resultados se exponen en el sub-epígrafe siguiente.

3.2.2. Resultados de la evaluación del nivel de desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas una vez concluida la aplicación de la estrategia didáctica

A continuación, se describen los resultados de la triangulación metodológica de los resultados de cada instrumento aplicado durante la realización de las acciones de la estrategia y una vez concluida esta. Para el análisis se utilizó la escala (Anexo # 1) y el procedimiento descrito en el epígrafe 2.1 para evaluar los indicadores, dimensiones y la variable dependiente que se estudia como parte del pre-experimento. El siguiente gráfico muestra el resultado de los indicadores evaluados.



Se pudo comprobar que el 100 % (9) de los estudiantes mostró un dominio entre muy adecuado, bastante adecuado y adecuado de los conocimientos necesarios para el cálculo de una integral indefinida. Los estudiantes conocían la definición de integral indefinida y su significado, identificaban las propiedades, las reglas y los métodos de integración. A pesar de lo anterior, existían aun dificultades en el dominio de los métodos de integración por sustitución y por partes.

Se evidenció que el 88.9 % (8) logró alcanzar un dominio entre muy adecuado y bastante adecuado de los conocimientos necesarios para calcular integrales definidas. El 11.1 % (1) restante logró solo un nivel adecuado. En este sentido, se reconoce que los estudiantes dominaban mejor los conocimientos relativos al cálculo de integrales indefinidas vistos estos como necesarios para el cálculo de integrales definidas; además, dominaban la definición de integral definida y su significado, así como el teorema fundamental del cálculo integral.

También el dominio de los conocimientos profesionales mostró un comportamiento favorable, pues el 77.8 % (7) de los estudiantes alcanzó un nivel muy adecuado o bastante adecuado relacionados con las integrales definidas se comportó en un nivel bastante ya que conocían las aplicaciones del cálculo de integrales a los problemas relacionados con la contabilidad y las finanzas. El por ciento restante no comprendía las situaciones profesionales que se modelaban empleando elementos del cálculo integral (22.2 %, adecuado).

El comportamiento del indicador relacionado con la aplicación del procedimiento asociado al cálculo de integrales indefinidas mostró transformaciones favorables pues ya el 88.9 (8) de los estudiantes lo aplicaba de forma muy adecuada, bastante adecuada o adecuada; solo el 11.1% (1) lo hizo de forma poco adecuada. Los estudiantes conocían las acciones a realizar y las aplicaban correctamente, aunque en ocasiones el análisis de la naturaleza de la función integrando le resultaba complejo. Los errores más frecuentes estuvieron al integrar funciones por sustitución y por partes en las que debían repetir el procedimiento.

Como consecuencia de los resultados del indicador anterior, también el referente a la aplicación del procedimiento para el cálculo de integrales definidas mostró avances pues fue muy adecuado, bastante adecuado o adecuado en el 88.9 % (8) de los estudiantes, el 11.1 % (1) restante hizo de una forma poco adecuada. Los estudiantes conocían y aplicaban correctamente las acciones, aunque en ocasiones presentaban dificultad al determinar la primitiva de la función. Siempre aplicaban bien el teorema fundamental del cálculo integral y el teorema del valor medio.

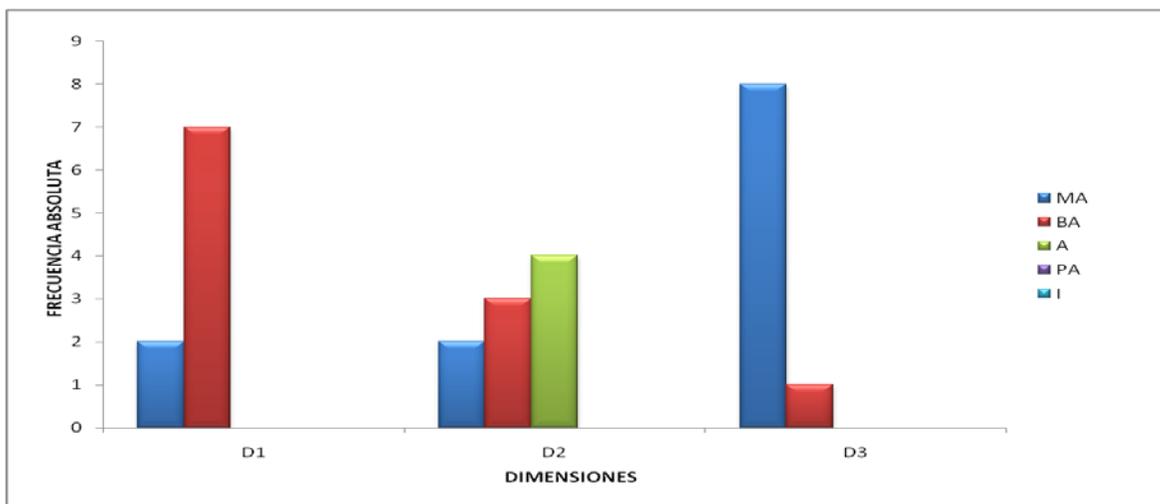
Al analizar la aplicación del cálculo de integrales definidas a la solución de problemas matemáticos y profesionales se observó que solo el 88.9 % (8) lo hizo de forma muy adecuado, bastante adecuada o adecuada; el 11.1 % (1) restante alcanzó un nivel poco adecuado. En este sentido, se pudo corroborar que los estudiantes lograban modelar situaciones de la práctica profesional y resolverlas e interpretar los resultados desde la perspectiva de la contabilidad.

Referido a la implicación en la solución de tareas de cálculo de integrales definidas, durante la aplicación de la estrategia didáctica el 100 % (9) se mostró con una implicación muy adecuada o bastante adecuada. En este sentido, se pudo identificar que los estudiantes casi siempre se mostraron animados y activos durante las actividades docentes y consideraban importante el estudio de estos contenidos para su profesión.

En cuanto a la satisfacción por la solución de tareas de cálculo de integrales definidas, los instrumentos aportaron que el 100 % (9) de los estudiantes se comportó de manera bastante adecuada o adecuada. Estos resultados se asociaron a la mejoría en los resultados obtenidos y a la mejor comprensión del contenido estudiado y de su aplicación práctica.

Finalmente, la disposición mostrada durante la solución de tareas de cálculo de integrales definidas por parte de los estudiantes fue muy adecuada o bastante adecuada para el 100 % (9), en el por ciento restante fue de poco adecuada. Este resultado evidenció que los estudiantes perciben y muestran un interés hacia el aprendizaje de estos contenidos durante las clases.

La información descrita hasta aquí confirma la transformación lograda en cada de las una de las dimensiones y de la variable operacional, lo cual se muestra en el siguiente gráfico.



Como se puede observar el 22.2 % (2) y el 77.8 % (7) de los estudiantes demostró un nivel muy adecuado o bastante adecuado en lo relativo al dominio de los conocimientos matemáticos necesarios para el cálculo de integrales definidas. En lo relacionado con la aplicación de los conocimientos al cálculo de integrales definidas y la resolución de problemas el 22.2 % (2) de los estudiantes se comporto de manera muy adecuada, el 33.3 (3) lo hizo de manera bastante adecuada y el 44.4 % (4) de manera adecuada, confirmando la efectividad de la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas.

De manera similar, en la dimensión relacionada con las actitudes asociadas al desarrollo de la habilidad correspondiente el 88.9 % (8) se mostró de forma muy adecuada y el 11.1% (1) lo hizo de manera muy adecuada.

Todo lo anterior permite finalmente afirmar la transformación lograda en el nivel de desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas, lo cual se manifiesta en:

- El dominio de los conocimientos necesarios para la realización del cálculo de integrales definidas y hacerlo mostrando creatividad durante el proceso.

- La apropiación y aplicación de las acciones y operaciones para realizar el cálculo de integrales definidas y aplicarlos a la resolución de problemas de la práctica profesional creativamente.
- Manifestar actitudes favorables asociadas a la realización de las tareas de cálculo de integrales definidas y de aprendizajes creativos.

CONCLUSIONES

El estudio de los fundamentos teóricos y metodológicos del proceso de enseñanza-aprendizaje del Análisis Matemático y del Cálculo integral permitió identificar como momentos importantes en su evolución histórica, la aplicación de las integrales definidas a la modelación y la solución de problemas profesionales creativamente. Asimismo, se centra la atención en la vinculación de su sistema de contenidos con la práctica y en la necesidad de caracterizar desde la habilidad calcular integrales definidas; así como de identificar los fundamentos que justifican el aprendizaje creativo y su contextualización al cálculo de integrales definidas.

Los resultados del diagnóstico realizado evidencian que los estudiantes de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas en la Universidad de Sancti Spíritus identifican las reglas y las propiedades fundamentales para el cálculo de integrales, dominan las acciones del procedimiento para el cálculo de integrales y reconocen las aplicaciones de este contenido. Sin embargo, no identifican el método de integración a aplicar, ni desarrollan sus acciones de forma adecuada; además su disposición y satisfacción por la solución de tareas relacionadas con el cálculo de integrales definidas es limitada.

La estrategia didáctica elaborada para perfeccionar el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas está conformada por etapas, acciones y orientaciones metodológicas para su instrumentación que estimulan el logro de un proceso de enseñanza-aprendizaje creativo de la asignatura Matemática Superior I.

Los resultados obtenidos a partir de la introducción de la estrategia didáctica en la práctica, mediante un pre-experimento pedagógico, corroboraron la transformación en el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas, según las exigencias planteadas por la Didáctica del Análisis Matemático y las particularidades de un proceso de enseñanza-aprendizaje creativo.

RECOMENDACIONES

Continuar investigando en los aspectos relacionados con el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas y su la pertinencia de implementar formas de trabajo que posibiliten el desarrollo de aprendizajes creativos para profundizar en los contenidos que aún son susceptibles de ser perfeccionados, como por ejemplo en las cuestiones relacionadas con otras áreas del saber matemático.

Divulgar los resultados de la investigación en diferentes espacios de la actividad científico-educacional y estudiar la posibilidad de su generalización en otras instituciones.

BIBLIOGRAFÍA

- Abreu, L. (2016). Consideraciones didácticas para la enseñanza de las matemáticas en las carreras de ingeniería. Universidad politécnica del golfo de México. México.
- Achiong, G. y otros. (2006). *Sistematización acerca de las exigencias y requerimientos del proceso de diseño de la formación didáctica del futuro docente en condiciones de universalización*. Universidad de Ciencias Pedagógicas “Cap. Silverio Blanco Núñez”, Sancti Spíritus.
- Acosta, R (2011). *La noción de linealidad. Una aproximación epistemológica, cognitiva, didáctica y sociocultural*. Tesis de doctorado no publicada. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Instituto Politécnico Nacional, México.
- Acosta, R (2012). *Procedimientos geométricos para evaluar integrales definidas y sus implicaciones didácticas*. Universidad de las tunas. Cuba
- Addine, F y otros (compil.). (2004). *Didáctica: teoría y práctica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Addine, F. (2013). ***La didáctica general y su enseñanza en la educación superior. Apuntes e impacto***. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Addine, F. (2006). *Modelo de actuación profesional pedagógico. De la teoría a la práctica*. La Habana: Editorial Academia.
- Addine, F. (1999). *Aproximación a la sistematización y contextualización de los contenidos didácticos y sus relaciones*. Cátedra de Pedagogía y Didáctica del Instituto Superior Pedagógico “Enrique José Varona”. La Habana. Cuba.
- Almeida, B. (2014). *Algunas experiencias en el tratamiento metodológico del contenido matemático con Geogebra y descarte en el instituto medio industrial de Luanda*. Instituto Medio Industrial de Luanda, Angola.
- Álvarez, M. y otros. (1996). *Diseño Curricular*. Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño. Cátedra Unesco en Ciencias de la Educación. Material impreso.

- Álvarez, M. (1988). *Fundamentos teóricos de la dirección del proceso de formación del profesional de perfil amplio*. Universidad Central de Las Villas.
- Álvarez, M., Almeida, B. y Villegas, E. V. (2014). *El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática*. Documentos metodológicos. Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Anarela, E. (2012). *Registros semióticos y enseñanza del tema integrales*.
- Universidad de Camagüey "Ignacio Agramonte y Loynaz". Cuba
- Armas, N. de y Valle, A. (2011). *Resultados científicos en la investigación educativa*. Ciudad de la Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Armas, N. de (2003). *Caracterización y diseño de los resultados científicos como aportes de la investigación educativa*. Universidad Pedagógica "Félix Varela". Curso Pre-reunión número 85. Pedagogía. La Habana.
- Arteaga, E y otros (2010). *El desarrollo de la creatividad en la Educación Matemática*. Universidad de Ciencias Pedagógicas "Conrado Benítez García". Cienfuegos. Cuba.
- Azcárate, C. y Camacho, M. (2003): "Sobre la Investigación en Didáctica del Análisis Matemático". *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*. X (2). 135- 149. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática*, VI. 21-46.
- Ballester, S. y otros (1992). *Metodología de la enseñanza de la Matemática*. (tomo I). La Habana: Editorial Pueblo y Educación
- Barquero, B. y otros (2010). *Promoviendo la creatividad matemática a través del diseño colaborativo de c-unidades*. Universidad de Barcelona. España.
- Barreras, F. (2003). *Material docente básico del curso modelo pedagógico para la formación y desarrollo de habilidades, hábitos y capacidades*. Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño. Cátedra Unesco en Ciencias de la Educación. La Habana, Cuba.

- Barroso, Y. (2016). *El uso de las tic para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo integral*. Evento Universidad 2016.
- Borges, J. T. (2000). La integración de los componentes organizacionales en las tareas docentes de la metodología de la enseñanza de la matemática. Tesis presentada en opción al título de Máster en Didáctica de la Matemática. Instituto Superior Pedagógico “Enrique José Varona”, La Habana.
- Bravo, Z. (2016). Comunidad virtual para el aprendizaje de integrales definidas. Universidad de Carabobo. Venezuela.
- Briceño, E. (2016). *Reflexión sobre la enseñanza de la integral definida con el uso de tecnología una experiencia de aula en el nivel medio superior*. Universidad Autónoma de Zacatecas México.
- Brito, H. (1984). Hábitos, habilidades y capacidades. En: *Revista Varona* (13) 73-88.
- Cabañas-Sánchez, G. (2011). *El papel de la noción de conservación del área en la resignificación de la integral definida. Un estudio socioepistemológico* (tesis de doctorado inédita). México: Cinvestav-IPN.
- Cabañas-Sánchez, G. & Cantoral, R. (2010). *Exploring de notions of comparison, conservation and measurement of the area in university students. A study through their arguments*. In M.M. Pinto and T.F. Kawasaki (Eds), *Proceedings 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 241-248). Belo Horizonte, Brazil: PME.
- Cabañas, G. & Cantoral, R. (2009). *Perception of the notions of conservation, comparison and measurement of the area. A study through arguments in the classroom*. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica), Supplemento n.4 al n. 19*, 97-104.
- Cantor, G. (2013). *Elementos para la enseñanza de la integral definida como área bajo la curva*. (Tesis inédita de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.
- CAMACHO, M.; DEPOOL, R.; Santos-Trigo, M. (2005). La comprensión del concepto de área e integral definida en un entorno computacional.

Perfiles de actuación. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática*, VI. 21-46.

- CAMACHO, M., DEPOOL, R. y Santos-Trigo, M. (2010). Students' use of DERIVE software in comprehending and making sense of definite integral and area concepts. *CBMS Issues in Mathematics Education*, 16, 35-67.
- Campos, A.M. (2015). *Implementación de un programa de creatividad matemática a través de resolución de problemas en educación primaria*. Facultad de Educación de Segovia. España. Tesis de maestría.
- Castellanos, D. y otros. (2001). *Hacia una concepción del aprendizaje desarrollador*. Colección "Proyectos". Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona., Ciudad de La Habana.
- Castellanos, D. y otros. (2004). *Vivimos aprendiendo*. En García, G. (compil.). *Temas de Introducción a la Formación Pedagógica*. (pp. 70-95). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Castellanos, D. y otros. (2005). *Aprender y enseñar en la escuela. Una concepción desarrolladora*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- CONTRERAS, A. (2003). *Análisis de manuales de 1º y 2º de bachillerato, en cuanto a los conceptos básicos del Cálculo infinitesimal derivada e integral, bajo la perspectiva de los obstáculos epistemológicos*. Proyecto de investigación. Jaén: Instituto de Estudios Gienenses.
- Colomé, D.M. (2013). *Ambiente de Trabajo para la Producción de Objetos de Aprendizaje en la Educación Superior*. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Técnicas. Universidad de las Ciencias Informáticas. La Habana. Cuba.
- Córdova (2018). *Aprendizaje Creativo*. Material del curso de postgrado.
- Crisóstomo, E. (2011). *Conocimiento profesional de los profesores-formadores sobre la didáctica del cálculo*. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil.
- Cuellar, O.A. y otros. (2016). *La motivación y las estrategias de aprendizaje en estudiantes de un curso intensivo de cálculo diferencial*. IX Congreso internacional Didáctica de las ciencias.

- Csikszentmihalyi, M. (1998). *Creatividad. El flujo y la psicología del descubrimiento y la invención*. Paidós. Barcelona.
- Danilov, M. (1985). *El proceso de enseñanza en la escuela*. La Habana: Editorial Libros para educación.
- Delgado, J.R. 1995. "Un sistema de habilidades generales para la enseñanza de la Matemática". Memorias de la 9na. Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Docentes e Investigación en Educación Matemática". Ciudad de la Habana, Cuba.
- Delgado, M.I. (2000). Estrategia didáctica para el establecimiento del enfoque integrador de la disciplina Microbiología de los Institutos Superiores Pedagógicos. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctora en Ciencias Pedagógicas. ISP "Enrique José Varona", Ciudad de La Habana.
- Denis, O. (2008). *El diseño didáctico: una concepción de la dirección metodológica del proceso de formación del profesional de la educación en la universalización*. CD Evento Científico Pedagogía 2009. Instituto Superior Pedagógico Capitán "Silverio Blanco Núñez", Sancti Spíritus.
- De Bono. (1999). *El pensamiento creativo. El poder del pensamiento lateral para la creación de nuevas ideas*. México. Editorial Paidós Plural.
- De Bono. (2000). *El pensamiento lateral. Manual de creatividad*. Buenos Aires: Editorial Paidós. Ibérica S. A.
- De Prado. (2005). *La relajación creativa integral. Creación integral*. Santiago.
- Font, V. y Ramos, A. B (2005). *Contexto y contextualización en educación matemática. Una perspectiva ontosemiótica*. En Actas del V Congreso Iberoamericano (pp. 1–8). Oporto, Portugal: Asociación de Profesores de Matemática.
- Ferrer, M. y Rebollar, A. (1995). *Cómo dirigir el proceso de formación de habilidades matemáticas*. Instituto superior pedagógico "Frank País García" Santiago de Cuba.
- González A.S. (2006). *La generalización de la integral definida desde las perspectivas numérica, gráfica y simbólica utilizando entornos*

informáticos. Problemas de enseñanza y de aprendizaje Tesis doctoral. Tenerife.

- García, L., Azcárate, C. y Moreno, M. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Vol. 9, número 1, 85-116.
- Gardner, H. (1995). *Inteligencias múltiples, La teoría en la práctica*, Barcelona, Piados.
- Ginoris, O. Addine, F. y Turcaz, J. (2006). *Curso Didáctica General. Material Básico Maestría en Educación. Material en soporte digital*.
- González, V. y otros. (1995). *Psicología para Educadores*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. Cuba.
- González, M. C., Vega, F. y Francisco, L. (2015). *Las habilidades profesionales pedagógicas en la formación de profesores de Matemática-Física. Curso 27*. En: CD Pedagogía 2015. Educación Cubana. Ministerio de Educación. ISBN 978-959-18-62- 5
- Guilford, J. (1978). *Creatividad y Educación –España*: Ediciones Piados, p.22.
- Guilfort, J. (1980). *La creatividad*. Madrid: editorial Narcea.
- Hernández, H. (1989). *El perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática en la Educación Superior cubana, experiencias en el Álgebra Lineal*, Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, La Habana.
- Hernández, R. (2004). *Metodología de la investigación*. La Habana: Editorial Félix Varela.
- Hernández, C y Quintero, E. (2009). “*La integración de las TIC en el currículo: necesidades formativas e interés del profesorado*”. *REIFOP*, 12(2): 103–119.
- Hernández, C. Ramírez, C.A y Rincón, S.C (2013). *Pensamiento matemático en estudiantes universitarios. Ecomatemático*, 4---10.
- Hernández, N. D., Castillo Rodríguez, M. y Valdés Delgado, S. (2013). *El proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática a partir del*

tratamiento de las habilidades. En: CD Memorias del Evento Internacional COMPUMAT.

- Hernández, R., R. Hernández y Baptista, P. (2006). *Metodología de la Investigación.* Ciudad de México, México: Editorial McGraw-Hill Interamericana.
- Inés, M. (2010). *Valoración de las prácticas de aula virtual en el aprendizaje de la matemática.* Facultad de Ciencias Económicas Universidad Nacional de Tucumán. México.
- Leal, M. B. (2008). Una estrategia pedagógica para el desarrollo de habilidades profesionales durante el período de prácticas preprofesionales en los estudiantes de cuarto año de Gastronomía del IP “Ramón Paz Borroto. Tesis en opción al título Académico de Máster en Ciencias de la Educación. Mención Educación Técnica y Profesional, Ciudad de La Habana. Cuba.
- Leiva, C. S. (2008). *La Evaluación de los Conocimientos y Habilidades en los Contenidos Didácticos en la Formación Inicial de los Profesionales de la Educación.* Tesis en opción al título académico de Máster en Educación. Holguín: UCP José de la Luz y Caballero.
- Lenin, V.I. (1984). *Materialismo y Empiriocriticismo.* Moscú: Progreso.
- Lerner, I. Y. y Skatkin, M. N. (1978). Tareas y contenido de la enseñanza general y politécnica. En: *Didáctica de la escuela media.*
- López, M. (1990). *Sabes enseñar a describir, definir y argumentar.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Majmutov, I. (1972). *Problemas de la organización del proceso de enseñanza problémica.* Kazán.
- Majmutov, I. (1983). *La enseñanza problémica.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Martínez, M. (1986). *Categorías, principios y métodos de la enseñanza problémica.* La Habana: Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona.
- Martínez, M. (1986). *Principios de la enseñanza problémica.* La Habana: Universidad de La Habana.

- Martínez, M. (1997). "Educación de la creatividad". Material de apoyo del curso Educación de la creatividad. IPLAC.
- Martínez, M. (1998). *Calidad educacional, actividad pedagógica y creatividad*. La Habana: Editorial Academia.
- Martínez, M. (2001). *Diagnóstico de la creatividad en el aula*. Curso en Congreso Internacional Pedagogía 2001, La Habana: IPLAC.
- Martínez, M. (2003). *Nuevos Caminos en la Formación de los Profesionales de la Educación*. La Habana: Dirección de Ciencia y Técnica.
- Martínez, M. y otros (2004). *Reflexiones teórico-prácticas desde las ciencias de la Educación*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Martínez, M. (2009). Creatividad y educación. En M. Martínez y Guanche, A. (compil.). En *El desarrollo de la creatividad. Teoría y práctica en la educación*. (pp. 1-16). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Martínez, M. (2009). Maestro y creatividad ante el siglo XXI. En M. Martínez Llantada y Guanche, A. (compil.). En *El desarrollo de la creatividad. Teoría y práctica en la educación*. (pp. 109-116). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Mitjás, A. (1995). *Creatividad personalidad y educación*. Editorial Pueblo y Educación.
- Mitjás, A. (1999). "Los estudios de la creatividad en Cuba: actualidad y perspectiva". *Educación 10*. Disponible en: <http://educacion.jalisco.gob.mx/consulta/educar/10/10/albert.html>.
- Mitjás, A. y otros. (1999). *Pensar y crear. Estrategias, métodos y programas*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Mitjás, A. (2008b). A criatividade de como principio funcional da aula. En I. P. A. Veiga (Coord.), *Aula: Gênese, Dimensões, princípios e práticas* (pp. 115-143) Campinas, Brasil: Papirus.
- Mitjás, A. (2013). *Aprendizaje creativo: desafíos para la práctica pedagógica*. www.scielo.org.co/pdf/recs/n11/n11a11.pdf.
- Miranda, T., Achiong, G. y García, L. (2011). *La didáctica de la formación de educadores: resultados teóricos y experiencias prácticas*. Pedagogía 2011, Curso 15. Educación Cubana. Cuba.

- Montes, N. (2004). *La formación y desarrollo de habilidades en el proceso docente*. Camagüey. Monografía recuperable en Internet.
- Montenegro, E.I. (2004). *Modelo para la estructuración y formación de habilidades lógicas a través del Análisis Matemático*. Tesis en opción al Grado Científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Santiago de Cuba.
- Noa, L. (2010). *Wiki para el aprendizaje en espacios virtuales*. Evento Internacional Universiad-2010. La Habana
- Noa, L. (2016). *Actualización Docente En La Universidad: Empleo de la Wiki, Una Experiencia En Matemáticas I*. Universidad de La Habana. Cuba
- Otal, N. (2015). *Introducción a la Integral Definida: una propuesta didáctica para 2º de Bachillerato. Tesis de Maestría*. Universidad de Zaragoza. España.
- Ordoñez, L. y Contreras, A. (2010). La Integral Definida en las Pruebas de Acceso a la Universidad (pau): Sesgos y Restricciones en la Enseñanza de este objeto en 2o de bachillerato. *Memoria de la Sociedad Española de Investigación en educación Matemática*. 23- 41.
- Osborn, A. (1953). Edición revisada en 1957) Applied imagination. New York: Charles Schibner's Sons. (Traducción española: Traducción española: Imaginación aplicada. Principios y procedimientos para pensar creando. Madrid: Verflex, 1960).
- Pérez, A. (2015). *La integración de las invariantes de la habilidad profesional planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje desde la didáctica de la matemática*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Sancti Spiritus "José Martí Pérez".
- Petrovsky, A.V. (1980). *Psicología evolutiva y pedagógica*. Moscú: Editorial Progreso.
- Ponomariov, A. (1973). Investigación sobre psicología de la Creatividad. Editora Nauka, Moscú.
- Puga, K.L. y Miranda, E. (2012). *Construcción del esquema mental para la apropiación del concepto de la integral*. Instituto Tecnológico de Cd. Guzmán. México.

- Rebollar, A. (1995). *Una variante para la estructuración del contenido de la Matemática en la escuela media. Informe de investigación*. ISP "Frank País García". Santiago de Cuba.
- Remedios, J.M, Hernández, T, Concepción, M.L y Medina, N. (2001). *Vías que contribuyen a transformar los modos de actuación y a desarrollar potencialidades creadoras de los docentes en la Secundaria Básica*. Informe del Proyecto Asociado al Programa Ramal II. Sancti Spíritus: Centro de Documentación e Información Pedagógica. Instituto Superior Pedagógico "Capitán Silverio Blanco Núñez".
- Remedios, J.M, Hernández, T, Medina, N, Concepción, M.L, Rojas, M Ríos, M y Trujillo, N.A (2003). *Modelo teórico-metodológico para evaluar el desempeño profesional de los docentes del Instituto Superior Pedagógico "Capitán Silverio Blanco Núñez"*. Informe del Proyecto Asociado al Programa Ramal 4 "Evaluación del desempeño profesional de los docentes del Instituto Superior Pedagógico". Sancti Spíritus, Cuba.
- Remedios, J.M. (2005). *Desempeño, creatividad y evaluación de los docentes en el contexto de los cambios educativos de la escuela cubana*. En Ponencia presentada al Congreso internacional Pedagogía 2005. La Habana, Cuba.
- Remedios, J.M, Hernández, T. Concepción, M.L, Rojas, M, Ríos, M, Echemendía, D y Trujillo, N.A. (2006). *Desempeño profesional y evaluación de los docentes del Instituto Superior Pedagógico. Propósitos y perspectivas*. La Habana: Editorial Academia.
- Remedios, J.M. y Calero, N. (2009). Modo de actuación creativo del educador desde la dirección del aprendizaje: reflexiones para el debate. En M. Martínez y Guanche, A. (compil.). En El desarrollo de la creatividad. Teoría y práctica en la educación. (pp. 1-16). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Remedios, J.M. y otros. (2012). *Pedagogía para el desarrollo de la creatividad en educación y para la educación*. Lima, Perú: Editora Magisterial.
- Remedios, J.M. Alfonso, M. Cueto, R. Valdés, M. Hernández, T. Palau, C.M. y Concepción, M.A. (2014). Tarea 1: *Sistematización teórica acerca*

del debate en torno al objeto, las leyes y principios de la Pedagogía Cubana como ciencia de la educación. Proyecto: "Acercamiento teórico-metodológico a problemas epistemológicos de la Pedagogía Cubana". (Soporte digital)

- Remedios, J.M. Alfonso, M. Valdés, M. Trujillo, N.A, Hernández, T. Palau, C.M y Clarice, A. (2016). Informe final: *Sistematización acerca de la Pedagogía como ciencia de la educación y de su valor para la actuación del docente universitario*. Proyecto: "Acercamiento teórico-metodológico a problemas epistemológicos de la Pedagogía Cubana". (Soporte digital)
- Rico, P., Santos, E. M. y Martín-Viaña, V. (2013). *Proceso de enseñanza aprendizaje desarrollador en la escuela primaria*. Teoría y práctica. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Rodríguez, R. (2015). *La dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje en las condiciones universitarias, apuntes para su perfeccionamiento*. En: CD Evento Internacional Pedagogía 2015. La Habana: Cuba.
- Rodríguez, J. (2018). *Elementos del Diseño de Juegos en clases prácticas de Cálculo Diferencial e Integral, Ingeniería Civil, CUJAE*. Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría (CUJAE). Centro de Estudios de Matemática para Ciencias Técnicas (CEMAT).
- Rodríguez, L. y Bravo, J.L. (2013). *La argumentación en el análisis matemática. Un ejemplo desde el estudio de la teoría de límite de funciones reales de dos variables reales*. Memorias del Evento FIMAT XXI.
- Rodríguez, J.A. y Rodríguez, A. (2011). La estrategia como resultado científico de la investigación educativa. En: Armas Ramírez, N. de y Valle, A. (2011). *Resultados científicos en la investigación educativa*. Ciudad de la Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Ruiz, A. (2016). Las habilidades para transferir entre representaciones analíticas y gráfica de funciones cuadráticas y su medición [versión electrónica].

- Savin, N. V. (1972). *Pedagogía*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. Cuba
- Silvestre, M. y Zilberstein, J. (2000). *Enseñanza y aprendizaje desarrollador*. México: Ediciones CEIDE.
- Silvestre, M. y Zilberstein, J. (2002). *Diagnóstico y transformación de la institución docente*. México: Ediciones CEIDE. México.
- Souto, M y Gómez, A. (2010). Comprensión visual y concepto de la Integral en la enseñanza universitaria. *Memoria de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. 80-94.
- Souto, M. (2013). Desarrollo de competencias emocionales en la educación superior. <http://hdl.handle.net/10803/101525>.
- Sosa, Y. (2015). *El desarrollo de la creatividad en las clases de matemática*. Universidad de Matanzas – Sede “Camilo Cienfuegos”, Vía Blanca Km.3, Matanzas, Cuba. hugoalejandro8@gmail.com
- Suárez, M.L. (2018). *Estrategias pedagógicas para la enseñanza de las matemáticas en Administración: Estudios y experiencias*. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 21(2), 79-89. Bogotá. Colombia.
- Summo, V. (2016). *Creatividad: eje de la educación del siglo XXI* <http://ries.universia.net> 2016 Vol. VII Núm. 18
- Sternberg, R. y Lubart, T.I. (1992). *La creatividad en una cultura conformista. Un desafío a las masas*. Barcelona: Paidós.
- Talízina, N.S. (1985). *Conferencias sobre los fundamentos de la enseñanza en la Educación Superior*, Departamento de estudio para el perfeccionamiento de la educación Superior, Universidad de La Habana, Ciudad de La Habana.
- Talízina, N.S. (1988). *Psicología de la enseñanza*. Moscú: Editorial Progreso.
- Torrance, P. (1969), *Orientación del talento creativo*, Argentina, Buenos Aires.
- Torrance P. (2013). *Creatividad e inteligencia*. <http://erasmus.ufm.edu/creatividad-e-inteligencia/>.

- Torre, L. y otros (2003). *Concepción teórico metodológica integradora de los sistemas de clases en la Enseñanza Primaria*. Cienfuegos: Universidad Pedagógica “Manuel Ascunce Domenech”.
- Torre, L. (2003). *Dialogando con la creatividad*. Barcelona, Octaedro, Magisterio Río de Plata, Buenos Aires
- Torre, L. (2004). *Aprender de los errores*. Magisterio Río de Plata, Buenos Aires.
- Uribe, V.M. (2016). *Constitución histórico-epistemológica del concepto de función como objeto matemático educable*. Institución Universitaria Antonio José Camacho. Colombia.
- Valle, A. (2011). Modelos para diseñar un diagnóstico pedagógico. En: Armas, N. y Valle, A. (2011). *Resultados científicos en la investigación educativa*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. Cuba.
- Valle, M. Angélica, M. y Mentz, R.P. (2012). *La metodología b-learning y el aprendizaje del cálculo*. Facultad de Cs. Económicas. Universidad Nacional de Tucumán. Argentina.
- Vigotsky, L.S. (1987). *Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores*. La Habana: Editorial Científico-Técnica. Cuba.
- Vigotsky, L.S. (1988). Interacciones entre enseñanza y desarrollo. En: *Selección de lecturas de Psicología Pedagógica y de las Edades*, (tomo III). La Habana: Editora Universidad de La Habana. Cuba.
- Villenas, M y Rivas, N. (2019). *Impacto del uso de la tecnología en el proceso de enseñanza- aprendizaje del cálculo integral*. Universidad Santa María. Guayaquil. Ecuador.
- Zilberstein, J. (1998). A debate... Problemas actuales del aprendizaje escolar. *Desafío Escolar*, 2 (5), 23-24.

ANEXO # 1

MATRIZ DE VALORACIÓN PARA LA EVALUACIÓN DE LOS INDICADORES DE CADA DIMENSIÓN UTILIZADA PARA EVALUAR EL NIVEL DE DESARROLLO DE LA HABILIDAD CALCULAR INTEGRALES DEFINIDAS

Dimensión Cognitiva (1): expresa el nivel de conocimientos (matemáticos y profesionales) necesarios para la formación y desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas.

Indicador 1.1: Dominio de los conocimientos necesarios para el cálculo de integrales indefinidas.

Muy adecuado (MA): Conoce y comprende la definición de integral indefinida; así como todas las propiedades, las reglas y los métodos de integración.

Bastante adecuado (BA): Conoce y comprende la definición de integral indefinida; así como todas las propiedades y las reglas, y al menos dos de los métodos de integración.

Adecuado (A): Conoce la definición de integral indefinida; así como todas sus propiedades, y las 17 reglas y al menos uno de los métodos de integración.

Poco adecuado (PA): Identifica algunas de las características de la definición de integral indefinida y 2 de las 4 propiedades y de las reglas de integración.

Inadecuado (I): No conoce ninguno de los conocimientos relacionados con las integrales indefinidas.

Indicador 1.2: Dominio de los conocimientos necesarios para cálculo de integrales definidas.

Muy adecuado (MA): Conoce y comprende la definición de integral definida, así como las propiedades, el teorema fundamental del cálculo integral, el teorema del valor medio y la regla de Barrow.

Bastante adecuado (BA): Conoce y comprende la definición de integral definida; así como las propiedades, el teorema fundamental del cálculo integral, la regla de Barrow.

Adecuado (A): Conoce y comprende la definición de integral definida; así como las propiedades, y la regla de Barrow.

Poco adecuado (PA): Conoce la definición de integral definida, así como las propiedades y 7 de las reglas de integración.

Inadecuado (I): No conoce ninguno de los conocimientos relacionados con las integrales definidas.

Indicador 1.3: Dominio de los conocimientos profesionales que se relacionan con las integrales definidas.

Muy adecuado (MA): Conoce y comprende como determinar los excedentes de productores y consumidores, el costo marginal de un producto, las

variaciones en el valor de un producto, el valor presente de una anualidad, así como modelar situaciones problemáticas y resolverlas con el uso de integrales definidas.

Bastante adecuado (BA): Conoce y comprende como determinar los excedentes de productores y consumidores, el costo marginal de un producto, las variaciones en el valor de un producto, así como modelar algunas situaciones problemáticas y resolverlas con el uso de integrales definidas.

Adecuado (A): Conoce y comprende como determinar los excedentes de productores y consumidores, el costo marginal de un producto así como modelar algunas situaciones problemáticas con ayuda del profesor.

Poco adecuado (PA): Conoce y comprende como determinar los excedentes de productores y consumidores.

Inadecuado (I): No conoce ninguno de los conocimientos profesionales relacionados con las integrales definidas.

Dimensión instrumental (2): expresa el nivel de desarrollo de las habilidades generales y específicas (matemáticas y profesionales) necesarias para el cálculo de integrales definidas.

Indicador 2.1: Aplicación del procedimiento para el cálculo de integrales indefinidas.

Muy adecuado (MA): Aplica con creatividad e independencia la definición de integral indefinida; así como las propiedades, las reglas y los métodos de integración.

Bastante adecuado (BA): Aplica con creatividad e independencia la definición de integral indefinida; así como las propiedades, las reglas y al menos dos de los métodos de integración.

Adecuado (A): Aplica la definición de integral indefinida; así como las propiedades, 7 de las reglas y al menos uno de los métodos de integración.

Poco adecuado (PA): Aplica la definición de integral indefinida; así como 4 de las propiedades y reglas, y al menos uno de los métodos de integración.

Inadecuado (I): No aplica ninguno de los conocimientos correspondientes al cálculo de integrales indefinidas.

Indicador 2.2: Aplicación del procedimiento para el cálculo de integrales definidas.

Muy adecuado (MA): Aplica con creatividad e independencia las propiedades de la integral definida, las reglas, los métodos de integración, el teorema fundamental del cálculo integral, y la regla de Barrow.

Bastante adecuado (BA): Aplica con creatividad e independencia las propiedades de la integral definida; las reglas, los métodos de integración y el teorema fundamental del cálculo integral.

Adecuado (A): Aplica el teorema fundamental del cálculo y 3 de las propiedades y las reglas; así como los métodos de integración y la regla de Barrow.

Poco adecuado (PA): Aplica el teorema fundamental del cálculo y 3 de las propiedades y reglas.

Inadecuado (I): No aplica ninguno de los conocimientos correspondientes al cálculo de integrales definidas.

Indicador 2.3: Aplicación del cálculo de integrales definidas a la solución de problemas matemáticos y profesionales.

Muy adecuado (MA): Comprende, grafica, modela y calcula integrales definidas para resolver, con creatividad e independencia, los problemas matemáticos y profesionales.

Bastante adecuado (BA): Comprende, grafica, modela y calcula integrales definidas para resolver, con creatividad e independencia, los problemas matemáticos y profesionales.

Adecuado (A): Aplica los procedimientos para graficar y calcular áreas bajo curvas y en recintos encerrados entre estas.

Poco adecuado (PA): Aplica los procedimientos para graficar y calcular áreas bajo curvas.

Inadecuado (I): No aplica las integrales definidas a la solución de problemas prácticos.

Dimensión actitudinal (3): expresa el nivel de desarrollo de las actitudes profesionales que evidencian los estudiantes durante la realización de las tareas relacionadas el cálculo de integrales definidas y sus aplicaciones.

Indicador 3.1: Nivel de implicación que manifiestan los estudiantes durante la solución de las tareas de cálculo de integrales definidas.

Muy adecuado (MA): Siempre se muestra animado y activo durante la solución de las tareas, ya que le atribuye un significado a las mismas; además genera ideas, vías de solución y solicita ayuda si la necesita.

Bastante adecuado (BA): Casi siempre se muestra animado y activo durante la solución de las tareas, ya que comprende su significado; además genera ideas, vías de solución y solicita ayuda si la necesita.

Adecuado (A): Ocasionalmente se muestra animado y activo durante la solución de las tareas; además identifica vías de solución y solicita ayuda si la necesita.

Poco adecuado (PA): Casi nunca se muestra animado y activo, ya que no comprende el significado de las tareas; no intenta encontrar las vías de solución, pero tampoco solicita ayuda.

Inadecuado (I): Nunca se muestra animado y activo, ya que no se interesa por resolver las tareas; no intenta encontrar vías de solución y tampoco solicita ayuda.

Indicador 3.2: Nivel de satisfacción que manifiestan los estudiantes durante la solución de las tareas de cálculo de integrales definidas.

Muy adecuado (MA): Siempre muestra seguridad y autonomía durante la solución de las tareas; además, le complace generar nuevas ideas y expresar los resultados que obtiene.

Bastante adecuado (BA): Casi siempre muestra seguridad y autonomía durante la solución de las tareas; además, le complace expresar los resultados que obtiene.

Adecuado (A): Ocasionalmente muestra autonomía durante la solución de las tareas; además, expresa los resultados que obtiene.

Poco adecuado (PA): Casi nunca muestra autonomía durante la solución de las tareas; además, no le gusta expresar los resultados que obtiene.

Inadecuado (I): Nunca muestra autonomía durante la solución de las tareas y no expresa los resultados que obtiene.

Indicador 3.3: Nivel de disposición que manifiestan los estudiantes durante la solución de las tareas de cálculo de integrales definidas.

Muy adecuado (MA): Siempre muestra interés y curiosidad por el estudio de las integrales; además problematiza y cuestiona sobre las tareas que se le proponen.

Bastante adecuado (BA): Casi siempre muestra interés y curiosidad por el estudio de las integrales y, además, cuestiona sobre las tareas que se le proponen.

Adecuado (A): Ocasionalmente muestra interés por el estudio de las integrales y, además, cuestiona sobre las tareas que se le proponen.

Poco adecuado (PA): Casi nunca muestra interés por el estudio de las integrales y no responde positivamente ante las tareas que se le proponen.

Inadecuado (I): Nunca muestra interés por el estudio de las integrales.

ANEXO # 2

GUÍA PARA LA OBSERVACIÓN DEL DESEMPEÑO DE LOS ESTUDIANTES

Objetivo: Comprobar el nivel de desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas en los estudiantes de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas.

Aspectos a tener en cuenta	Evaluación				
	MA	BA	A	PA	I

Dominio de los conocimientos necesarios para el cálculo de una integral indefinida.					
Dominio de los conocimientos necesarios para cálculo de una integral definida.					
Dominio de los conocimientos profesionales que se relacionan con las integrales definidas.					
Aplicación del procedimiento para el cálculo de integrales indefinidas.					
Aplicación del procedimiento para el cálculo de integrales definidas.					
Aplicación del cálculo de integrales definidas a la solución de problemas matemáticos y profesionales.					
Implicación durante la solución de tareas relacionadas con el cálculo de integrales definidas.					
Satisfacción por la solución de tareas relacionadas con el cálculo de integrales definidas.					
Disposición para la solución de tareas relacionadas con el cálculo de integrales definidas.					

ANEXO # 3

ENTREVISTA EN PROFUNDIDAD A ESTUDIANTES

Objetivo: Obtener información acerca del nivel de desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas en los estudiantes de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas.

DATOS GENERALES. Año: _____

Estudiante, estamos realizando una investigación relacionada con el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas, para ello necesitamos que nos ofrezca sus criterios sobre las interrogantes que se relacionan a continuación.

CUESTIONARIO

- ¿Cuáles son los conocimientos necesarios para el cálculo de una integral indefinida? ¿Cómo evalúas el dominio que tienes de ellos?
- ¿Cuáles son los conocimientos necesarios para el cálculo de una integral definida? ¿Cómo evalúas el dominio que tienes de ellos?
- ¿Cuáles son los conocimientos profesionales que se relacionan con las integrales definidas? ¿Cómo evalúas el dominio que tienes de ellos?
- ¿Cuál es el procedimiento para cálculo de integrales indefinidas? ¿Cómo evalúas la aplicación que haces de él?
- ¿Cuál es el procedimiento para cálculo de integrales definidas? ¿Cómo evalúas la aplicación que haces de él?
- ¿Cómo evalúas la aplicación del cálculo de integrales definidas a la solución de problemas matemáticos y profesionales?
- ¿Cómo evalúas tu implicación en la solución de tareas relacionadas con el cálculo de integrales definidas? ¿Por qué?
- ¿Cómo evalúas tu satisfacción en la solución de tareas relacionadas con el cálculo de integrales definidas? ¿Por qué?
- ¿Cómo evalúas tu disposición en la solución de tareas relacionadas con el cálculo de integrales definidas? ¿Por qué?

Nota: para emitir tu criterio de evaluación te sugerimos utilizar la escala MA, BA, A, PA y I.

ANEXO # 4

GUÍA PARA LA REVISIÓN DEL PRODUCTO DE LA ACTIVIDAD DE LOS ESTUDIANTES

Objetivo: Comprobar el nivel de desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas en los estudiantes de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas.

Aspectos a tener en cuenta	Evaluación
-----------------------------------	-------------------

	MA	BA	A	PA	I
Dominio de los conocimientos necesarios para el cálculo de una integral indefinida.					
Dominio de los conocimientos necesarios para cálculo de una integral definida.					
Dominio de los conocimientos profesionales que se relacionan con las integrales definidas.					
Aplicación del procedimiento para el cálculo de integrales indefinidas.					
Aplicación del procedimiento para el cálculo de integrales definidas.					
Aplicación del cálculo de integrales definidas a la solución de problemas matemáticos y profesionales.					

ANEXO # 5

A. Contenidos antecedentes necesarios para la formación y el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas

- La Integral indefinida. Definición.
- Propiedades de la integral indefinida
- Reglas fundamentales de integración.
- Calcular integrales sencillas aplicando propiedades y reglas fundamentales de integración.

- Los métodos de integración (sustitución, partes y fracciones simples).
- Calcular integrales de funciones compuestas, racionales fraccionarias y producto aplicando los diferentes métodos de integración.

B. Posibles manifestaciones que evidencian el desarrollo de aprendizajes creativos.

- Reinventa o descubre hechos matemáticos nuevos.
- Comprende las problemáticas planteadas.
- Cuestiona y problematiza en torno a los contenidos.
- Argumenta las vías de solución de los problemas planteados y las decisiones profesionales que se derivan de estos.
- Elabora hipótesis para la solución de problemas matemáticos y profesionales.
- Actúa de forma autónoma, motivada y comprometida durante la solución de los ejercicios y problemas.

ANEXO # 6

PRUEBA PEDAGÓGICA

CUESTIONARIO:

1. Razona si las siguientes cuestiones son verdaderas o falsas, justificando la respuesta.

Si una función f continua no corta al eje OX , cualquier primitiva de ella no puede tener máximos ni mínimos.

2. La gráficas I, II y III corresponden, no necesariamente por ese orden, a las de una función derivable f , a su función derivada f' y a una primitiva F de f . Identifica cada gráfica con su función, justificando la respuesta.



3. Hallar la ecuación de la familia de curvas pendiente en un punto dado sea igual y de signo contrario al doble de la abscisa en dicho punto. Determinar la curva de la familia que pasa por el punto $(1;1)$.

4. Integre las siguientes funciones:

a) $\int \frac{2x+1}{x^2-3x+2} dx$

b) $\int (\text{sen}x)^2 dx$

c) $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{4+x^2}}$

ANEXO # 7

FRAGMENTO DEL PROGRAMA DE LA ASIGNATURA MATEMÁTICA SUPERIOR I, CORRESPONDIENTE AL TEMA INTEGRALES DEFINIDAS

Objetivos:

Educativos

Contribuir a que los estudiantes:

1. Desarrollen mediante el Cálculo de Integrales definidas para funciones reales de una variable real las formas de pensamiento lógico para obtener el conocimiento inferido, la realización de razonamientos, conclusiones, argumentaciones, análisis, síntesis, generalización, abstracción y toma de decisiones relacionadas con el conocimiento de la vida, la economía y la actividad contable financiera.
2. Apliquen los modelos y métodos del Cálculo de Integrales definidas para funciones reales de una variable real como instrumento para obtener nuevos conocimientos sobre la vida y la realidad profesional lo que posibilita la cognoscibilidad y explicación del mundo.
3. Reafirmen la materialidad del mundo mediante los modelos y métodos del Cálculo de Integrales definidas para funciones reales de una variable real como reflejo esencial de la realidad correspondiente a la vida y a la actividad económica, particularmente la contable financiera.
4. Apliquen los modelos y métodos del Cálculo de Integrales definidas para funciones reales de una variable real de forma creadora e independiente a la solución de problemas de la vida, científicos técnicos, y los económicos especialmente a la actividad contable financiera donde sean necesarios esos conocimientos y habilidades.
5. Apliquen el Cálculo de Integrales definidas para funciones reales de una variable real como instrumento que propicia el rigor en las operaciones, la organización, la objetividad, la posibilidad de verificar, comprobar y la probidad que son propios para conformar sus modos de actuación y la ética profesional.

Instructivos

6. Calcular integrales definidas aplicando sus propiedades y desarrollando los distintos métodos de integración.
7. Aplicar las propiedades de la integral definida para indicar si una integral definida es mayor o menor a otra integral definida.
8. Calcular integrales definidas, utilizando las propiedades y métodos correspondientes, así como el uso de paquetes de computación.

9. Calcular la integral definida de funciones reales de una variable real, interpretar sus propiedades y teoremas, y aplicarla a la modelación de problemas y tareas de la vida, especialmente las económicas.

Sistema de Conocimientos:

Concepto de integral definida. Condiciones de integrabilidad. Propiedades y teoremas más importantes de la integral definida. Interpretación geométrica de la integral definida para el cálculo de áreas. Aplicaciones económicas: Cálculo del excedente del productor y del consumidor. Integrales impropias o generalizadas: concepto y método de cálculo.

Orientaciones metodológicas

En este tema es de suma importancia la aplicación de métodos productivos particularmente el problémico por su contribución en las formas de pensamiento, al análisis, la toma de posiciones y la explicación de la realidad. Se debe explotar, de forma similar que en los temas anteriores la posibilidad que en el rigor de las operaciones, la organización, la objetividad, la de comprobación de los resultados y a la ética del profesional tiene el tema.

La selección de ejercicios con aplicaciones prácticas es de vital importancia pues sus posibilidades no son tan evidentes como en los temas anteriores.

Debe hacerse énfasis al distribuir las clases para que predominen las actividades prácticas (entre ellas seminarios y prácticas de laboratorios) y la utilización de las tecnologías de la comunicación y la informática con el fin de desarrollar hábitos de razonamiento lógico abstracto, actividad que favorecerá e incentivará al profesional del futuro en la búsqueda de soluciones reales de los problemas conexos con la economía, la administración y las finanzas y sus relaciones con otras ciencias afines.

Se debe presentar de manera visual el concepto de integral definida y sus propiedades utilizando entornos informáticos para fomentar las aplicaciones de la integral definida con soluciones reales

Es pertinente potenciar en los estudiantes el empleo de las integrales y sus técnicas para la solución de problemas reales relacionados con los tópicos torales de las carreras de la economía, la administración y las finanzas.

Se recomienda situar actividades que exijan diferentes fuentes bibliográficas incluidas la que aparece en idioma inglés que coadyuven a la toma de posición y discriminación de la información necesaria con lo que se contribuye preparar al estudiante para enfrentar el componente investigativo. Es importante ajustar a partir de las particularidades de los estudiantes las estrategias trazadas por la carrera en el centro.

Tipos de tareas:

Los tipos de tareas deben ir dirigidos en lo fundamental a la modelación de problemas y tareas relacionadas con la vida y la actividad económica, especialmente la contable financiera e investigativa, mediante la aplicación de conceptos, teoremas y métodos referentes al Cálculo de Integrales definidas, así como la utilización de paquetes de programas de computación para hallar la solución a los modelos matemáticos, permitiendo el análisis, explicación, interpretación y toma de decisiones.

Sistema de Evaluación:

Este tema se evaluara en una prueba parcial (la tercera del curso) en la que se controlaran los siguientes objetivos:

- Calcular de integrales indefinidas y definidas utilizando las propiedades y los métodos de integración.
- Calcular áreas de regiones entre funciones.
- Determinar el excedente del consumidor y del productor dado la función oferta y demanda.
- Resolver problemas económicos haciendo uso del cálculo integral.

Actividad Docente		Evaluación	Objetivos
43-44	CP	Pregunta escrita.	Calcular integrales definidas empleando propiedades y los diferentes métodos de integración
		Oral/ Orientar trabajo	Investigar sobre las aplicaciones de la

45-46	C	investigativo.	integral definida a la contabilidad.
47-48	CP	Observación de desempeño	Calcular integrales definidas y aplicarlas a la solución de problemas prácticos mediante la modelación matemática.
49-50	CP	Pregunta escrita	Aplicar las integrales definidas a la solución de problemas de la profesión.
51-52	CP	Discusión del trabajo investigativo	Explicar las potencialidades de las integrales definidas a la solución de problemas de la contabilidad y las finanzas.

Trabajo investigativo: Aplicaciones del cálculo integral a la solución de problemas de la contabilidad y las finanzas.

Bibliografía:

Bibliografía básica.

- Haeussler, Ernest F y Richard S. Paul. Matemáticas para administración, economía, ciencias sociales y de la vida. México, Prentice-Hall Hispanoamericana S.A., 1997.
- Raquel Maqueira y Colectivo de Autores. Matemática Superior Tomo II Editorial Felix Varela. La Habana. 2001.
- Raquel Maqueira y Colectivo de Autores. Laboratorio de Matemática Superior. La Habana. 1990.

Bibliografía complementaria.

- Knut Sydsaeter, Peter J. Hammond . Matemáticas para el análisis económico.
- Budnick, F. S. Matemáticas Aplicadas Para Administración, Economía y Ciencias Sociales, México, Editorial MC Graw Hill, 1982.

- Baldor Carbo Doris N., y Colectivo de autores. Análisis Matemático I Teoría y Ejercicios. La Habana. 1978.
- Raquel Maqueira y Colectivo de autores. Análisis Matemático II Teoría y Problemas. La Habana. 1978.
- Celia Fernández. Fundamentos Matemáticos y sus Aplicaciones Económicas. (Soporte electrónico).

ANEXO # 8

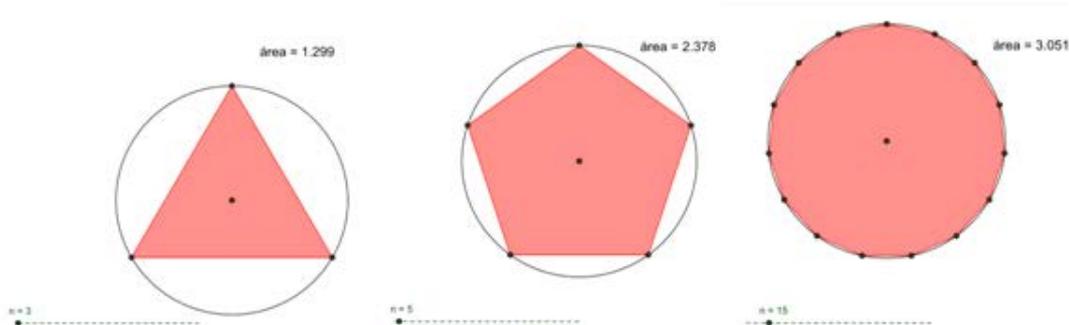
EJEMPLO DE TAREA DOCENTE

Título: ¿Cómo obtener el área de un círculo?

Objetivo: Calcular el área de un círculo empleando el método griego de exhaustión de manera que se infiera el concepto de límite de una sumatoria.

Orientaciones para el estudiante:

Se parte del problema histórico de determinar áreas de figuras relacionadas con curvas, y se introduce, con ayuda de videos y animaciones en GeoGebra, el tema del método griego de exhaustión, en el que un área es aproximada mediante otras conocidas (rectángulos, triángulos, entre otros). Asimismo, presentar que a partir del área del triángulo se obtienen las de otros polígonos, tales como octágonos y hexágonos.

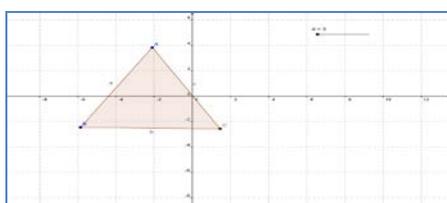


Remitirse al asistente matemático Geogebra e introducir la construcción de un polígono regular de 3 lados, posteriormente introducir un deslizador y vincularlo al polígono creado.

Pregunta 1 ¿Qué le sucederá al polígono si incrementamos el número de lados infinitamente? Explique brevemente.

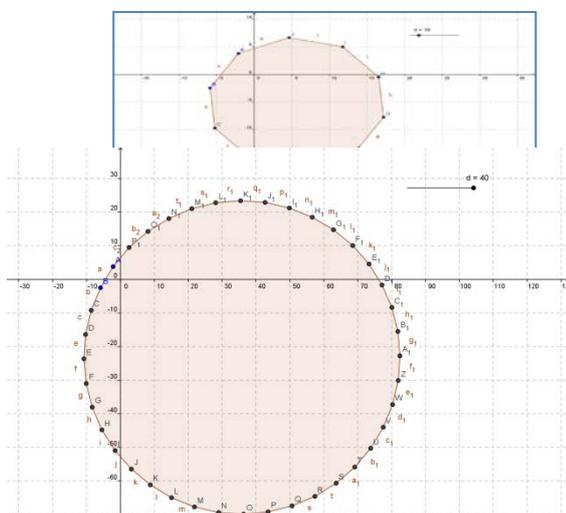
Plantearemos la siguiente **hipótesis**: si graficáramos un polígono regular de n -lados hasta un n lo suficientemente grande entonces tendríamos una figura que sería casi un círculo

Probemos de 3 lados a incrementar a 10 lados y luego a 40.



¿A qué conclusión podemos arribar?

Se intencionará un debate heurístico para arribar a conclusiones y luego se planteará



la interrogante:

¿Si se inscribe en un círculo un polígono de n lados que le sucederá al área del polígono cuando su número de lados sea todo lo pequeño que se desee?

¿Coincidirá en algún momento esta área con el área del círculo?

Forma de Control: Se realizará un debate oral a partir de las conjeturas elaboradas por los estudiantes, además de observar el trabajo que cada estudiante pudo realizar.

ANEXO # 9

GUÍA PARA LA SESIÓN EN PROFUNDIDAD

Objetivo: Reflexionar acerca de la planificación a mediano y largo plazo realizada como parte de la aplicación de la estrategia didáctica..

Realización de la sesión: Noviembre de 2019

Tiempo de duración: 2 horas

Participantes: profesores de la disciplina Matemática Superior y del colectivo de primer año de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas

Agenda para el desarrollo de la sesión:

- Presentación del tema: “Evaluación de la efectividad de las acciones correspondientes a la planificación a mediano y corto plazo de la estrategia didáctica elaborada”.
- Se presenta a los participantes la propuesta de acciones incluidas en las etapas de diagnóstico y planeación de la estrategia.
- Se analiza con los participantes los aspectos para el debate: importancia de las acciones previstas, calidad de las acciones ya aplicadas, potencialidades de lo planificado para el desarrollo de la habilidad calcular integrales definidas y de aprendizaje creativos, así como las posibilidades de aplicación de las acciones en la práctica pedagógica.
- Se organizan los participantes en dos grupos representativos: uno integrado por los profesores del colectivo de disciplina y el otro por los profesores del colectivo de año; ambos deberán construir sus propios juicios conclusivos a partir de los criterios de quienes lo conforman, teniendo en cuenta los aspectos sugeridos.
- Los participantes fundamentan sus criterios: determinan posiciones, intercambian puntos de vista, hacen preguntas que propician el establecimiento del debate y el análisis de la propuesta presentada.
- Se presentan los criterios valorativos finales a partir de un primer acercamiento a la propuesta definitiva.
- Se presentan las conclusiones acerca de la información, para asegurar que se han registrado todos los criterios emitidos.

ANEXO # 10

10.1 EJEMPLO DE UNA PRÁCTICA DE LABORATORIO

Matemática Superior I Laboratorio # 2

Tema IV: “Integral definida”

Sumario: Ejercitación sobre aplicaciones del diferencial de una función y elasticidad de la demanda.

Objetivos:

- Reconocer como utilizar el Derive en el cálculo de integrales.

Introducción

En la clase pasada concluimos los contenidos de los temas III y IV sobre integrales indefinidas y definidas.

Hoy veremos como con el uso del asistente matemático Derive podemos calcular estos tipos de integrales.

Desarrollo: Uso del Derive en el cálculo de integrales

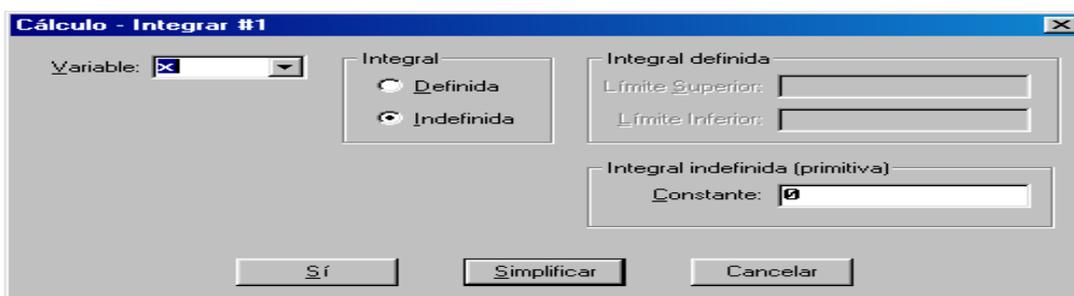
Veamos cómo calcular integrales con Derive.

Ejemplo 1 Supongamos que deseamos calcular $\int \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{x^2} dx$ con el Derive

En el editor de expresiones escribimos: $(x^2+4)^{(1/2)}/x^2$

En la barra de menú principal vamos a Cálculo → Integrales ó en la barra de herramientas seleccionamos el ícono \int .

Obtendremos la siguiente pantalla:



Observe que tiene la posibilidad de calcular una integral indefinida o definida.

En el caso de una integral indefinida le da como resultado una sola antiderivada. Por defecto es aquella donde la constante C es cero, pero tenemos la posibilidad de introducir la constante que queramos (en este caso mantenemos como constante 0).

En el caso de una integral definida debe teclear los límites superior e inferior de integración. Observe que en la pantalla anterior esta opción está “bloqueada” puesto que fue seleccionada la opción de cálculo de una integral indefinida.

Luego de presionar el botón Simplificar aparece en la pantalla de trabajo del Derive:

$$\#1: \frac{(x^2 + 4)^{1/2}}{x^2}$$

$$\#2: \int \frac{(x^2 + 4)^{1/2}}{x^2} dx$$

$$\#3: \ln(\sqrt{x^2 + 4} + x) - \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{x}$$

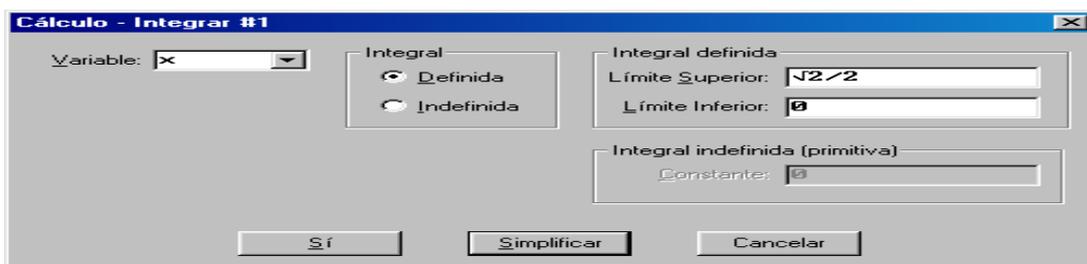
Compruebe cómo la expresión #3 es la respuesta que buscamos.

Ejemplo 2

Calcular la siguiente integral definida:

$$\int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{\arcsen x}{\sqrt{1-x^2}} dx = \frac{\pi^2}{32} \approx 0.308425$$

Comprobémoslo utilizando el Derive:



$$\#1: \frac{\text{ASIN}(x)}{(1-x^2)^{1/2}}$$

$$\#2: \int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{\text{ASIN}(x)}{(1-x^2)^{1/2}} dx$$

$$\#3: \frac{\pi^2}{32}$$

Compruebe cómo la expresión #3 es la respuesta que buscamos.

Conclusiones

Hacer un resumen de los principales aspectos tratados en la clase sobre el uso del Derive para el cálculo de integrales.

Estudio Independiente

Lea cuidadosamente la ayuda del Derive sobre integrales definidas.

Resuelva los ejercicios de las clases prácticas del tema IV con ayuda del Derive.

10.2 EJEMPLO DE UNA GUÍA DE CLASE PRÁCTICA

Guía para la Clase Práctica

Tema: Elementos de cálculo integral.

Sumario: Aplicaciones del cálculo integral. Cálculo de área y excedente del consumidor y del productor.

Objetivo: Resolver problemas económicos mediante el cálculo de integrales definidas, desarrollando modos de actuación profesional.

Bibliografía:

Matemática Superior Tomo II pág136. (Colectivo de autores)

Matemáticas para el análisis económico (Knut Sydsaeter y Peter Hammond)

Matemática para la administración, economía, ciencias sociales y de la vida. (Ernest Haeussler)

Orientación al estudio:

Se recomienda estudiar los ejemplos resueltos del texto: Matemática para la administración, economía, ciencias sociales y de la vida (Ernest Haeussler) Pág. 777-789, que característica de las integrales definidas permite modelar los problemas descritos, se pudiera aplicar este proceder a otras situaciones, ¿cuáles serian? y ¿cómo se pudiera proceder?

Analiza los ejemplos resueltos de la página 134-145 del texto Matemática Superior Tomo II pág. (Colectivo de autores). Resume los pasos que se han seguido para resolver los problemas. Pudieras incluir nuevos pasos. Existen otras vías de solución de encontrarla descríbala.

Actividades a desarrollar:

El contador de una empresa metalúrgica desea determinar el excedente de los consumidores y de los productores bajo el equilibrio del mercado, para esto tiene la ecuación matemática que describe la demanda y la oferta de cada producto. ¿Cómo lo puede hacer? ¿Qué significado tiene el resultado obtenido?

Demanda

a) $p = 900 - q^2$

b) $p = \frac{50}{q + 5}$

c) $q = 100(10 - p)$

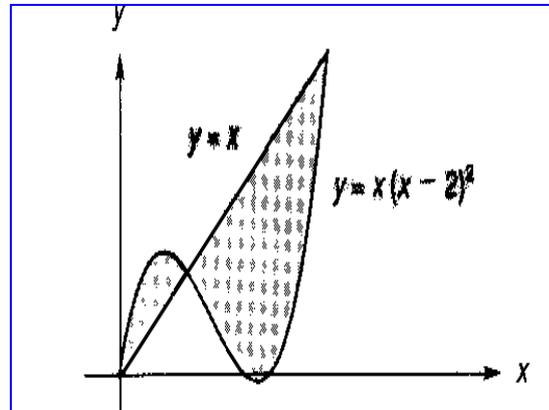
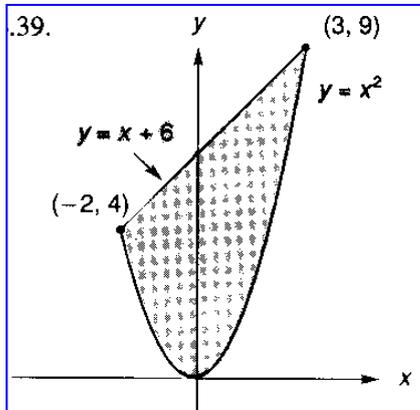
Oferta

$p = 100 + q^2$

$p = \frac{q}{10} + 4.5$

$q = 80(p - 1)$

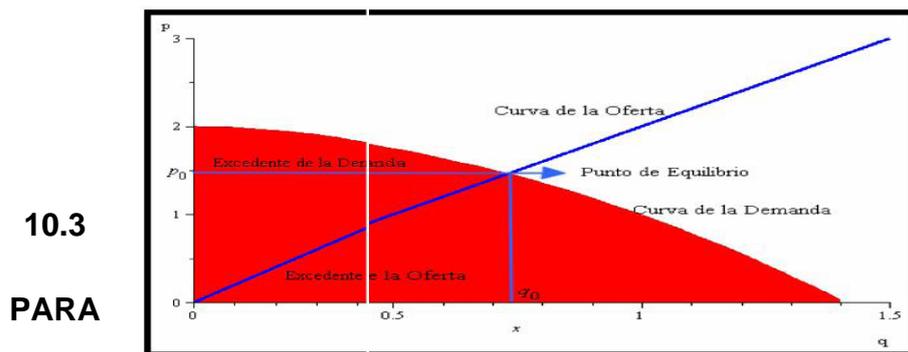
En las siguientes figuras, exprese en término de integrales el área de la región sombreada. No evalúe su expresión. En caso de ser pertinente integre por varias respecto a ambos ejes:



El contador de la empresa pesquera de Sancti Spíritus se le planteo calcular el exceso de oferta y el exceso de demanda para las curvas de demanda y oferta dadas. Función de demanda: $p = 1000 - 0.4q^2$ y oferta $p = 42q$.

Represente gráficamente el proceso. De este resultado que información puede dar al consejo de dirección de dicha empresa. Argumente

Solución:



10.3
PARA

VÍA
SEGUIDA
LA

FORMACIÓN DEL CONCEPTO DE INTEGRAL DEFINIDA

Identificar el tipo de concepto con el que se trabaja.

Concepto de área bajo una curva

Se comienza abordando el problema a partir de un caso particular en el que nos planteamos la tarea de calcular el área bajo la curva $y = x$ en el intervalo de 0 a 5.

Evidentemente esta figura es un triángulo y desde la enseñanza preuniversitaria conocemos una fórmula que nos permite determinar la misma por lo que nos podemos preguntar si existe otra manera de determinar la misma solo conociendo la función que determina la hipotenusa y el intervalo bajo esta.

Para esto es importante tener en cuenta los aspectos siguientes en lo referente al cálculo de áreas y al cálculo de integrales indefinidas:

$$A(a^c) + A(c^b) = A(a^b) \text{ Suma de áreas.}$$

$$A\left(\frac{a}{a}\right) = 0$$

Teorema del valor medio para áreas:

$$A\left(\frac{b}{a}\right) = f(c) * (b - a)$$

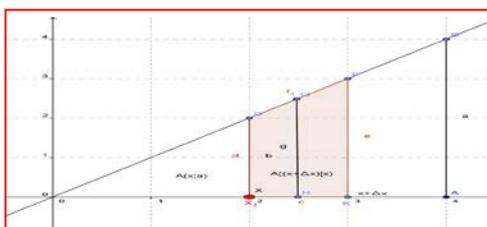
Su análisis deberá hacer énfasis en la comprensión y aplicación de las acciones y operaciones que tendrán que aprender a hacer los estudiantes para realizar el cálculo de primitivas de funciones empleando los diversos métodos de integración existentes

Determinar rasgos comunes de la clase de objetos con las que se trabaja.

Trabaja con funciones y áreas bajo estas.

Construir (crear) representantes del concepto.

1. Se plantea calcular el área bajo la curva $y = x$ en el intervalo de 0 a 5.
2. Se representa gráficamente la función a analizar.



3. Se trata de calcular el área del polígono bajo la curva de la función.

$$A\left(\frac{x}{0}\right) + A\left(\frac{x + \Delta x}{x}\right) = A\left(\frac{x + \Delta x}{0}\right)$$

$$A\left(\begin{matrix} a \\ a \end{matrix}\right) = 0$$

$$\Delta A\left(\begin{matrix} x \\ 0 \end{matrix}\right) = A\left(\begin{matrix} x + \Delta x \\ 0 \end{matrix}\right) - A\left(\begin{matrix} x \\ 0 \end{matrix}\right) = A\left(\begin{matrix} x + \Delta x \\ x \end{matrix}\right)$$

$$A\left(\begin{matrix} x + \Delta x \\ x \end{matrix}\right) = f(c) * \Delta x$$

1. De ahí que :

$$f(c) = \frac{A\left(\begin{matrix} x + \Delta x \\ x \end{matrix}\right)}{\Delta x} = \frac{\Delta A\left(\begin{matrix} x \\ 0 \end{matrix}\right)}{\Delta x}$$
 Si notamos estamos en presencia de un

cociente incremental, por lo que podemos plantear:

$$2. \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta A\left(\begin{matrix} x \\ 0 \end{matrix}\right)}{\Delta x} = \lim_{c \rightarrow x} f(c) = x$$

Como es conocido $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta A\left(\begin{matrix} x \\ 0 \end{matrix}\right)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} A\left(\begin{matrix} x \\ 0 \end{matrix}\right) = x$ por lo que:

$$\frac{d}{dx} A\left(\begin{matrix} x \\ 0 \end{matrix}\right) = x$$
 Si despejamos $A\left(\begin{matrix} x \\ 0 \end{matrix}\right)$ nos quedaría:

$$3. \quad d A\left(\begin{matrix} x \\ 0 \end{matrix}\right) = x dx$$

4. $A\left(\begin{matrix} x \\ 0 \end{matrix}\right) = \int x dx$ de esta manera hemos podido relacionar el área con una integral.

Si $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$ entonces: $A\left(\begin{matrix} x \\ 0 \end{matrix}\right) = \int x dx = \frac{x^2}{2} + c$

Si $A\left(\begin{matrix} a \\ a \end{matrix}\right) = 0 = F(a) + c$ de lo que se deduce que: $c = -F(a)$ de

$$\text{ahí que: } c = -F(0) = \frac{0^2}{2} = 0$$

Entonces se tendría que: $A\left(\begin{matrix} x \\ 0 \end{matrix}\right) = F(x) - F(0)$ si hacemos $x = 5$, nos

$$\text{queda finalmente: } A\left(\begin{matrix} b \\ a \end{matrix}\right) = F(5) - F(0) = \frac{5^2}{2} = 12.5u^2$$

CASO 2: Área bajo la curva $y = x^2$ en el intervalo $[0; 5]$

$$A\left(\begin{matrix} x \\ 0 \end{matrix}\right) + A\left(\begin{matrix} x + \Delta x \\ x \end{matrix}\right) = A\left(\begin{matrix} x + \Delta x \\ 0 \end{matrix}\right)$$

$$A\left(\begin{matrix} a \\ a \end{matrix}\right) = 0$$

$$\Delta A \binom{x}{0} = A \binom{x + \Delta x}{0} - A \binom{x}{0} = A \binom{x + \Delta x}{x}$$

$A \binom{x + \Delta x}{x} = f(c) * \Delta x$ teorema de valor medio para áreas.

De ahí que:

$$f(c) = \frac{A \binom{x + \Delta x}{x}}{\Delta x} = \frac{\Delta A \binom{x}{a}}{\Delta x}$$
 Si notamos estamos en presencia de un cociente

incremental, por lo que podemos plantear:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta A \binom{x}{0}}{\Delta x} = \lim_{c \rightarrow x} f(c) = x^2$$

Como es conocido $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta A \binom{x}{0}}{\Delta x} = \frac{d}{dx} A \binom{x}{0} = x^2$ por lo que:

$$\frac{d}{dx} A \binom{x}{0} = x^2$$
 Si despejamos $A \binom{x}{0}$ nos quedaría:

$$d A \binom{x}{0} = x^2 dx$$

$A \binom{x}{0} = \int x^2 dx$ de esta manera hemos podido relacionar el área con una integral.

Si $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$ entonces: $A \binom{x}{0} = \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + c$

Si $A \binom{a}{a} = 0 = F(a) + c$ de lo que se deduce que: $c = -F(a)$ de ahí que:

$$c = -F(0) = \frac{0^2}{2} = 0$$

Entonces se tendría que: $A \binom{x}{0} = F(x) - F(a)$ si hacemos $x = 5$, nos queda

$$\text{finalmente: } A \binom{b}{a} = F(5) - F(0) = \frac{5^3}{3} = 41.7u^2$$

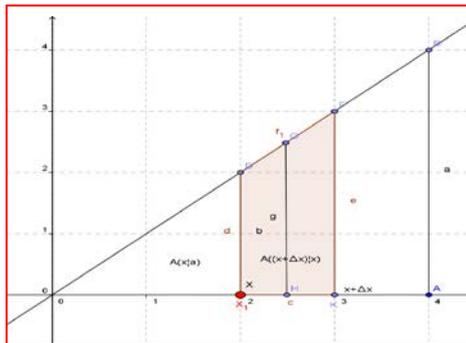
5. Analizar viabilidad de los procesos empleados y exactitud de los resultados.
6. Comparar los resultados en ambos casos.

Generalización del procedimiento para la determinación del área.

El área bajo una curva es numéricamente igual a la integral definida de la función que representa dicha curva en el intervalo dado.

Para calcular cualquier área partiremos bajo una curva en un intervalo cerrado $[a; b]$ en el cual la función $y = f(x)$ sea continua partiremos de las siguientes premisas:

- Sean $A(x)$ y $A(x+\Delta x)$, partiendo del carácter aditivo de las áreas tendremos $A(x) + A(x+\Delta x) = A(x+\Delta x)$



- $A(a) = 0$

- $\Delta A(x) = A(x+\Delta x) - A(x) = A(x+\Delta x)$

4. Es conocido de el tema de cálculo diferencial que:

$$A(x+\Delta x) = f(c) * \Delta x$$

5. De ahí que :

$$f(c) = \frac{A(x+\Delta x)}{\Delta x} = \frac{\Delta A(x)}{\Delta x}$$

si notamos estamos en presencia de un

cociente incremental, por lo que podemos plantear:

- $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta A(x)}{\Delta x} = \lim_{c \rightarrow x} f(c) = f(x)$

Como es conocido $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta A(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} A(x) = f(x)$ por lo que:

$\frac{d}{dx} A(x) = f(x)$ Si despejamos $A(x)$ nos quedaría:

- $d A(x) = f(x)dx$

8. $A(x) = \int f(x)dx$ de esta manera hemos podido relacionar el área con una integral.

Si $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$ entonces: $A(x) = \int f(x)dx = F(x) + c$

Si $A(a) = 0 = F(a) + c$ de lo que se deduce que: $c = -F(a)$

Entonces se tendría que: $A(x) = F(x) - F(a)$ si hacemos $x = b$, NOS

queda finalmente: $A(b) = F(b) - F(a)$

Elaborar el procedimiento para calcular integrales definidas.

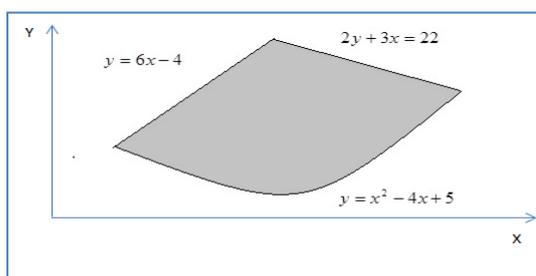
En resumen:

$$: A(b) = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

ANEXO # 11

PRUEBA PEDAGÒGICA PARA EVALUAR EL NIVEL DE DESARROLLO DE LA HABILIDAD CALCULAR INTEGRALES DEFINIDAS

1. Hallar el área de la región sombreada limitada por las curvas y rectas que se indican.



2. La ecuación de demanda para un producto es $p = 6 - \frac{5q}{\sqrt{q^2 + 36}}$ y la ecuación de oferta es $p = \frac{q^2 + 8}{(q - 10)^2 (q + 1)}$. Conociendo que el equilibrio de mercado ocurre en el punto $(q_0, p_0) = (8, 2)$. Determine el excedente de los consumidores y de los productores bajo el equilibrio de mercado.
3. La función costo marginal de un fabricante es $\frac{dC}{dq} = 0.003q^2 - 0.6q + 40$. Si C está en dólares, determine el costo de incrementar la producción de 100 a 200 unidades.
4. La función de ingreso marginal de un fabricante es $\frac{dI}{dq} = 250 + 90q - 3q^2$. Si I está en dólares, encuentre el cambio en el ingreso total del fabricante si la producción aumenta de 10 a 20 unidades.