

FACULTAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS  
CARRERA: LICENCIATURA EN EDUCACIÓN. MATEMÁTICA-FÍSICA

TRABAJO DE DIPLOMA

TÍTULO: EL DESARROLLO DEL APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN LINEAL EN  
ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA BÁSICA.

Nombre del autor: Yunieski Álvarez Rodríguez.

Nombre de la tutora: Profesor Auxiliar, Lic. Ana Argelia Pérez Solano, MSc

Sancti Spíritus

2019

## **RESUMEN**

El trabajo de investigación desarrollado pone en evidencia las dificultades que tienen los estudiantes en el proceso de enseñanza- aprendizaje del objeto matemático función lineal, reportadas en investigaciones previas que continúan vigentes. El presente trabajo versa sobre los aspectos que inciden en la sistematización y profundización del concepto de función lineal: histórico, disciplinar, pedagógico y didáctico. Para su realización se utilizaron los métodos: histórico-lógico, analítico-sintético y el inductivo-deductivo para profundizar desde el punto de vista teórico y metodológico en el estudio del proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones lineales. Se utilizaron, además: la observación científica, la prueba pedagógica, la revisión de documentos y la encuesta. Las actividades sistematizan y profundizan los conocimientos básicos que deben poseer los estudiantes del objeto matemático función lineal y tienen como propósito contribuir al desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de la educación secundaria básica, donde después de aplicada la propuesta permitió comprobar que las actividades contribuyeron al desarrollo del aprendizaje de la función lineal a partir de la interpretación gráfica de las mismas en los estudiantes de octavo grado.

## INDICE

Contenidos	páginas
INTRODUCCIÓN	1
DESARROLLO	5
1. Reflexiones teóricas y metodológicas en torno al aprendizaje de la matemática en la Secundaria Básica.	5
Breve reseña histórica acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.	5
El aprendizaje del concepto de función lineal.	8
2. Diagnóstico del estado actual del desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de Educación Secundaria Básica de la ESBU "José Antonio Echevarría".	13
3. Elaboración de las actividades dirigidas al desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de Educación Secundaria Básica.	18
Descripción de las actividades dirigidas al desarrollo del aprendizaje de la función lineal en la asignatura Matemática de octavo grado.	20
4. Evaluación de los resultados que se obtienen con la aplicación de las actividades dirigidas al desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de Educación Secundaria Básica.	27
CONCLUSIONES	29
RECOMENDACIONES	30
BIBLIOGRAFÍA	
ANEXOS	

## INTRODUCCIÓN

La Educación Matemática se ha ido consolidando como disciplina científica en los últimos años, y se ha convertido en un sector muy productivo en el campo de la educación, debido a las múltiples investigaciones que se han desarrollado a nivel nacional e internacional. En nuestro país, cada vez más, se siente la necesidad de que esta disciplina se siga desarrollando debido a los nuevos requerimientos que se han venido proponiendo en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Una exigencia del enfoque metodológico general de la asignatura Matemática en la actualidad plantea la necesidad de:

Contribuir a la educación integral de los estudiantes, al mostrar cómo la Matemática favorece el desarrollo de valores y actitudes acordes con los principios de la Revolución, posibilita comprender y transformar el mundo, y propicia la formación de una concepción científica de este. (Álvarez, Almeida y Villegas, 2014, p.1)

El concepto de función que hoy se trabaja en matemáticas; una relación (de correspondencia, asociación) entre dos conjuntos no vacíos, es bastante reciente, viene del siglo XIX con Dirichlet (1805,1859). Pero el concepto de función como fórmula, o simplemente como una tabla que asocia ciertos datos de variables diferentes ya se encuentra en culturas tan antiguas como los babilonios.

En investigaciones realizadas existen varias carencias, expresadas en la literatura, relacionadas con el aprendizaje de las funciones y funciones lineales en contextos internacionales. Coronel (2013), Joaquim (2017), Amaya, Pino-Fan y Medina (2016); Cuesta, Deulofeu y Méndez (2010); Gómez, Hernández y Chaucañés (2015); González (2015); entre otros, abordan algunas de éstas en sus investigaciones.

Pueden ser tomados en cuenta como antecedentes de la presente investigación, al ser desarrollados en el mismo contexto, investigaciones efectuadas en Cuba por González (1974), Ballester, S. (1992), Campistrous, Rizo (1993), Rodríguez, Bernal y Pérez (2013), Rodríguez, Ponce y Pérez (2016) que exponen estudios y experiencias en la enseñanza de las mismas.

Los resultados obtenidos en los diferentes instrumentos aplicados como, las observaciones a clases, intercambio con los alumnos, evaluaciones sistemáticas,

trabajos de controles, pruebas finales y por las opiniones de los profesores con experiencias, permiten afirmar que los estudiantes de octavo grado de ESBU “José Antonio Echevarría” de Sancti Spíritus presentan dificultades en el proceso de enseñanza- aprendizaje del objeto matemático función lineal, como son, limitaciones para interpretar el gráfico de las funciones lineales, comprender el concepto de función lineal e identificar la ecuación de las funciones lineales y sus propiedades, y en el análisis de la bibliografía (libro de texto) al alcance de los alumnos se pudo concluir que no son suficientes los ejercicios para lograr los objetivos que persigue el programa de la asignatura.

A partir de esta situación y desde la indagación teórica se detecta el siguiente **problema científico**:

¿Cómo contribuir al desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica?

Para penetrar en este campo del saber se formuló el siguiente **objetivo**: aplicar actividades para contribuir al desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica

Para dar cumplimiento al objetivo se derivan las siguientes **preguntas científicas**:

1. ¿Cuáles son los fundamentos teóricos y metodológicos que sustentan el desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica?
2. ¿Cuál es el estado actual del desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica de la ESBU “José Antonio Echevarría”.?
3. ¿Qué actividades se pueden diseñar para contribuir al desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica?
4. ¿Qué resultados se obtienen luego de la aplicación en la práctica de actividades para el desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica de la ESBU “José Antonio Echevarría”?

En el proceso de investigación se desarrollan las siguientes **tareas científicas**:

1-Determinación de los fundamentos teóricos y metodológicos que sustentan el desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica.

2- Diagnóstico del estado actual del desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica de la ESBU “José Antonio Echevarría”.

3- Elaboración de las actividades dirigidas al desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica.

4- Aplicar las actividades dirigidas al desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica de la ESBU “José Antonio Echevarría”.

Durante el desarrollo de la investigación se pusieron en práctica diferentes **métodos, técnicas e instrumentos** de la investigación científica, entre los que se destacan:

**.Del nivel teórico:**

Histórico-lógico: Para analizar la evolución histórica del desarrollo del aprendizaje de la función lineal, a partir de referentes teóricos nacionales e internacionales, para la determinación de irregularidades y el análisis de las diferentes etapas por las que ha transitado.

Analítico-sintético: El análisis permitió estudiar los diferentes factores que influyen en el aprendizaje de la función lineal; y mediante la síntesis se buscaron relaciones entre estos elementos y los problemas que pueden ser resueltos por los alumnos en este nivel.

Inductivo-deductivo: Para estudiar las diferentes fuentes de información y determinar regularidades teóricas y metodológicas.

**Del nivel empírico:**

Observación científica: se utilizó para constatar y recoger información sobre el estado inicial y final del aprendizaje de las funciones lineales en la educación secundaria básica (y específicamente octavo grado), a partir de instrumentos aplicados a estudiantes de ese nivel.

La encuesta: para buscar hechos que fundamentan la existencia del problema de investigación en el objeto.

Revisión de documentos: para el análisis de las propuestas de aspectos fundamentales para las Transformaciones de la Secundaria Básica, Programa de Matemática, Orientaciones Metodológicas, Libro de Texto y Libretas de los alumnos de octavo grado para constatar las potencialidades y exigencias que allí se reflejan del aprendizaje de la función lineal.

Prueba pedagógica: que permitió verificar en la práctica la factibilidad de los problemas, con estudiantes de octavo grado de la ESBU: “José Antonio Echeverría”.

**Del nivel estadístico-matemático** se utilizaron los correspondientes a la Estadística Descriptiva tales como tablas de frecuencias y gráficos para realizar el procesamiento de la información recolectada con los instrumentos asociados a los distintos métodos.

Durante la realización del trabajo se utilizó como población a los 30 estudiantes de octavo grado, grupo 1 de la ESBU “José Antonio Echeverría”, de ellos considerados como muestra los 15(50%) pertenecientes al grupo 1 de octavo grado.

La **novedad científica:** radica en ofrecer actividades que profundizan los conocimientos básicos que deben poseer los estudiantes del objeto matemático función lineal y que tienen como propósito contribuir al desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica.

### **Estructura del trabajo:**

El trabajo está estructurado en introducción donde aparece el diseño teórico-metodológico y los aspectos más generales de la investigación. En el desarrollo, se hace una descripción del enfoque metodológico general de la asignatura para la educación secundaria básica, se exponen criterios, abordados desde la literatura nacional e internacional, relacionados con el desarrollo del aprendizaje de las funciones lineales y se establecen los supuestos teóricos y metodológicos para la elaboración de las actividades, se precisan los resultados del estudio diagnóstico, se fundamenta y presenta la vía de solución, además, aparecen las conclusiones, las recomendaciones y los anexos.

## **DESARROLLO**

### **1. REFLEXIONES TEÓRICAS Y METODOLÓGICAS EN TORNO AL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LA SECUNDARIA BÁSICA**

Para dar respuesta a la primera pregunta científica formulada en la introducción, se desarrolla la tarea de investigación relacionada con los fundamentos teóricos que sustentan el aprendizaje de las funciones lineales, tal aspiración ha exigido un recorrido por los principales referentes que se presentan en relación con el tema y que revelan las posiciones de partida que se asumen en esta investigación.

#### **Breve reseña histórica acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.**

El origen de la Matemática se tiene evidencias de que desde las culturas prehistóricas el hombre tiene conocimientos matemáticos, los que se familiarizaban con formas geométricas elementales y primitivos sistemas de numeración.

El concepto de función está implícito en las Matemáticas desde las primeras civilizaciones y ello puede inferirse del estudio de las tablillas de barro babilónicas de la colección Plimpton, que datan del año 1900 a.n.e. Se tiene la certeza de su origen práctico y su vinculación a las necesidades del hombre; pues tal como la numeración surge ante las necesidades creadas por el intercambio, los descubrimientos geométricos son impulsados por las construcciones y las divisiones de los terrenos, las funciones surgen a partir de la relación entre cantidades que varían, una en dependencia de otras.

Se puede encontrar una noción vaga de este concepto bajo la forma de tablas de correspondencias que provienen de la observación de fenómenos naturales, ya que la idea de función está ligada históricamente a la percepción de correlaciones entre los fenómenos de la naturaleza, por ejemplo los períodos de visibilidad de un planeta y la distancia angular del mismo al Sol.

Hasta estos momentos el hombre no hablaba de las funciones y aunque la noción de función está implícita desde la antigüedad en la construcción de tablas numéricas, su formulación más precisa no se hizo hasta el siglo XVIII.

La introducción por René Descartes (1596-1650) de los sistemas de coordenadas permitió expresar gráficamente las ecuaciones mediante líneas de punto,

materializando así una condición de expresiones de una interrelación entre variables, lo cual contribuyó decididamente a que naciese el concepto función.

El término función fue usado por primera vez en 1637 por el matemático francés René Descartes para designar una potencia  $x^n$  de la variable  $x$ . En 1694 el matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibniz utilizó el término para referirse a varios aspectos de una curva, como su pendiente.

Al matemático alemán Dirichlet P.(1805-1859), se le atribuye la definición formal moderna del concepto función, al plantear en el 1837 “(...)  $g(x)$  es una función real de una variable real  $x$ , si a cada número real  $x$  le corresponde un número real  $g(x)$ ”(Citado por Ríbnikov, K.,1991, p. 220).

La aparición de la teoría de conjuntos extendió y alteró sustancialmente el concepto de función. Una función queda ahora definida como el conjunto  $f$  de pares ordenados, con la condición señalada, y se escribe  $f: X \rightarrow Y$ .

Para comprender el significado de su aprendizaje hay que conocer su desarrollo histórico el cual nos muestra que los conocimientos matemáticos, surgidos de las necesidades prácticas del hombre mediante un largo proceso de abstracción, tiene un gran valor para la vida, su aplicación juega un importante papel en la planificación de la economía, la dirección de la producción, el diagnóstico y tratamiento de enfermedades, el estudio del rendimiento de atletas, invadiendo así todos los campos del saber de la humanidad.

Por consiguiente, su estudio ofrece múltiples posibilidades para contribuir de manera decisiva al desarrollo multilateral de la personalidad. Sus múltiples aplicaciones en diferentes esferas de la vida económica, cultural, militar y social sirven para comprender la necesidad de su empleo en el bien de la sociedad, de la defensa de la patria, favorecer la formación politécnica, fomentar la conciencia de producir y trabajar eficientemente para construir un mundo mejor para todos.

Al tener en cuenta lo antes expuesto, la importancia del aprendizaje de la Matemática de la escuela cubana está fundamentada en tres elementos básicos:

- El reconocido valor de los conocimientos matemáticos para la solución de los problemas que nuestro pueblo debe enfrentar en la edificación de la sociedad socialista.
- Las potencialidades que ofrece para contribuir al desarrollo del pensamiento.

- La contribución que puede prestar al desarrollo de la conciencia y la educación de las nuevas generaciones. (Yoppiz Fuentes, Y, et al. 2016)

El programa vigente de Matemática en la escuela cubana introduce por primera vez en octavo grado el concepto de función, sin embargo se prepara a largo plazo desde los primeros grados a través de diferentes unidades temáticas. También, aparece por primera vez el concepto función lineal como funciones definidas por una ecuación de la forma  $f(x) = mx+n$ .

En los mismos se declara como objetivos la utilización de las funciones lineales para:

1. Recopilar, analizar, expresar y valorar datos en tablas, gráficos sobre logros del socialismo en Cuba en comparación con otros países y el comportamiento de problemas científicos – ambientalistas.
2. Estimar relaciones de crecimiento, decrecimiento y pronóstico en el trabajo con situaciones geométricas.
3. Formular y resolver problemas relacionados con la vida económica, política y social del país y con situaciones práctico-ambientales y sociales.

Los profesores disponen para trabajar los textos, nuevas Orientaciones Metodológicas y Programa de la asignatura.

Dentro de los propósitos del nuevo currículo, se encuentran adecuar los contenidos a las peculiaridades de asimilación y a las posibilidades cognoscitivas de los estudiantes, precisar las habilidades generales y específicas a desarrollar en ellos, con el objetivo de lograr una mejor preparación para la vida, entre otros.

(Zilberstein, J., 2000, p. 2) centrándose los esfuerzos en reducir el volumen de información mediante la concentración en lo esencial.

La relación de la enseñanza de la Matemática con las demás asignaturas puede analizarse desde tres puntos de vista diferentes:

1. Por la aplicación de los conocimientos, hábitos, habilidades y capacidades Matemáticas en otras asignaturas. Los hábitos y habilidades en el cálculo numérico, en el establecimiento de la proporcionalidad y la resolución de ecuaciones, encuentran su aplicación en el estudio de las ciencias naturales. Así los conocimientos sobre los

sistemas de coordenadas en la localización de los mapas en Geografía; el despejo de fórmulas para ser empleado por Física y Química.

2. Por la preparación de los conocimientos, hábitos y habilidades matemáticas mediante la enseñanza de otras asignaturas. Este es el caso por ejemplo de la asignatura Español, que mediante la ampliación del vocabulario y el incremento de la capacidad para la comprensión de la lectura, crea las condiciones para la solución de problemas matemáticos.

3. Por la relación entre el contenido de la enseñanza de la Matemática y el de otras asignaturas.

Según este punto de vista se pueden establecer relaciones mediante:

- La resolución de problemas de aplicación.
- La motivación de ciertas unidades temáticas.

A juicio del autor, es importante la integración del contenido entre las asignaturas y la práctica, para que los estudiantes sientan la necesidad de su aprendizaje y así enfrentar una realidad muy compleja para lograr las metas que nuestra sociedad exige de todos.

### **El aprendizaje del concepto de función lineal:**

Algunas investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la función lineal han evidenciado que existen dificultades relacionadas principalmente con las representaciones y el significado de los atributos (coeficientes), por ejemplo: Azcárate (1996), Sierpinska (1992), han manifestado que tradicionalmente en la escuela los maestros centran su interés en mostrar el aspecto algebraico del concepto dejando de lado en muchas ocasiones un análisis profundo y detallado sobre los elementos propios que permitan consolidar un concepto con suficiente significado para ser aprendido convenientemente. Consecuencia de esto es que los estudiantes en muchos casos terminan teniendo la posibilidad de repetir rutinas sobre objetos algebraicos que poco sentido tienen para ellos.

Desde la teoría de Sfard existen dos formas para la concepción de la función: procedimental u operacional y estructural o conceptual.

Interpretar una noción como un proceso implica manejarlo de una manera potencial más que como una entidad real, que adquiere existencia como elemento de una sucesión de acciones (...) ver una noción como “objeto” significa ser capaz de reconocer la idea “de un vistazo” y manipularla como un todo, sin reparar en los detalles (...). (Sfard, 2009, p. 53)

La transición desde la concepción “proceso” a la concepción “objeto” es lenta y difícil. En el escenario de las funciones lineales y en sus representaciones asociadas las acciones concretas de construcción de representaciones, análisis de las mismas, paso de una a otra así como el abordaje del concepto desde diversas nociones (dependencia, correspondencia, transformación, etc.) aportan significativamente en el paso de “proceso” a “objeto” de la función lineal.

La importancia de las representaciones radica en que la capacidad de reconocerlas e interpretarlas es una de las formas que tiene el ser humano de adquirir un concepto. Generalmente los conceptos matemáticos no están aislados; por el contrario tienen una red de nociones y elementos interrelacionados que en conjunto “forman” el concepto. Las representaciones asociadas al concepto de función lineal que hacen parte del presente trabajo y “que permiten expresar un fenómeno de cambio, una dependencia entre variables” son las que se mencionan a continuación.

1. Modelo físico o simulación: es el lenguaje más cercano, menos simbólico y que aparece inmediato al realizar un experimento o una simulación en computador.
2. Descripción verbal: utiliza lenguaje común para hacer una descripción generalmente cualitativa.
3. Tabla de valores: presenta una visión cuantitativa, interpretable desde la correspondencia, se identifican los pares ordenados, es parcial debido a la imposibilidad de mostrar la totalidad de datos.
4. Gráfica: da una visión global y completa de la función a nivel cualitativo como cuantitativo, permite la generación de modelos, posibilita “ver” características de variación, crecimiento, continuidad, concavidad, máximos, mínimos, periodicidad, cambio, etc.

5. Fórmula o ecuación: brinda una visión cuantitativa y cualitativa general de la función, también permite observar las características de variación, crecimiento, continuidad, concavidad, máximos, mínimos, periodicidad, cambio empleando métodos algebraicos. La literatura consultada en torno a la temática estudiada coincide en varios elementos que resultan decisivos para contribuir al desarrollo del aprendizaje de la función lineal, los elementos más destacados son:

1. Interpretación de funciones representadas por gráficas: Como ya se mencionó potenciar el análisis global de la función extrayendo no solo información explícita sino en análisis más complejos como análisis de intervalos.

2. Descripción de situaciones, fórmulas y tablas: emplea el lenguaje verbal cotidiano para enunciar propiedades, regularidades y observaciones propias de las representaciones mencionadas y las diferentes relaciones que son posibles de descubrir entre ellas.

3. Modelación de situaciones del mundo real: al observar la evolución histórica del concepto de función se observó que en gran medida uno de los motores de ese desarrollo fue la ciencia y las necesidades originadas por ella. Emplear este recurso redundará en beneficio para el estudiante entre otras cosas debido a la naturalidad con la que surge la información del contexto, el sentido de los elementos del modelo funcional en la situación; por ejemplo, para el caso de la función lineal la pendiente, el y-intercepto y el x-intercepto.

4. Transferencia entre las múltiples representaciones de las funciones: sin caer en la mecanización descrita en la que el tránsito se hace siempre en el mismo sentido y por las mismas rutas o representaciones, planteando tareas en las que la representación surja naturalmente como la mejor opción para presentar la información obtenida.

5. Análisis de los efectos de cambio en los elementos de las gráficas de las funciones. Para el caso particular de la función lineal los elementos a considerar son la pendiente y los intercepto y como estos de acuerdo al valor modifican la gráfica.

De estas cinco observaciones se desprenden, entre otras, las siguientes ideas para la enseñanza del concepto de función lineal:

1. La propuesta de Sierpínska (1992) de introducir el concepto de función a través de una definición informal, que coincide con la opinión de Sfard (1989) de no utilizar una descripción estructural para introducir una nueva noción matemática. Es decir, más que

desarrollar el proceso enseñanza - aprendizaje con definiciones formales que contienen elementos no familiares para el estudiante; es preferible iniciar por aproximaciones que construyan nociones y elementos conceptuales que tenga el papel dual de ser familiar al alumno y propendan por un desarrollo matemático posterior.

2. Introducir el concepto de función lineal a través de problemas prácticos de la vida real, para que el estudiante pueda asociar los elementos principales del concepto con valores, cantidades o magnitudes de la situación o contexto.

3. Hacer un uso selectivo de las diversas formas de representación asociadas al concepto de función lineal, siguiendo como norma la evolución histórica del concepto de función, la utilidad y pertinencia de la forma de representación según el contexto de desarrollo; ya que estas han tenido papel protagónico como instrumento de cognición a lo largo de la historia, y según dice Sierpinska (1992) proporcionan contextos matemáticos dentro de los cuales se hacen relevantes niveles más profundos de la noción de función.

4. Brindar a los estudiantes tareas en las que lea, confronte, analice, describa, interprete diferentes formas de representaciones, y transforme o convierta unas en otras, como sugiere Sierpinska (1992).

En la literatura también se refiere que “una función lineal es una función polinómica de primer grado. Es decir, una función que se representa en el plano cartesiano como una línea recta. Esta función se puede escribir como:  $f(x)=mx+b$ , donde  $m$  y  $b$  son constantes reales y  $x$  es una variable real. La constante  $m$  es la pendiente de la recta, y  $b$  es el punto de corte de la recta con el eje  $y$ . Cuando cambiamos  $m$  modificamos la inclinación de la recta y cuando cambiamos  $b$  desplazamos la línea arriba o abajo”. (Enciclopedia Wikipedia, 2014).

En el libro de texto matemática octavo grado se define función lineal como la función real que a cada  $x \in \mathbb{R}$  le hace corresponder el número real  $f(x)= mx+n$ , donde  $m$  y  $n$  son números reales dados.

En el programa Matemática octavo grado se hace referencia a la estructura interna del objeto matemático función lineal, atendiendo a los conceptos, relaciones y procedimientos esenciales que se abordan y como aspecto esencial que los alumnos dominen el concepto función lineal, sus propiedades y representación gráfica, para aplicar estos conocimientos en la interpretación de situaciones de la vida que se

modelan mediante gráficos de funciones lineales definidas en subconjuntos de  $\mathbb{R}$  o funciones definidas por tramos.

En el mismo aparecen las exigencias para la evaluación del objeto matemático función lineal como son:

- 1- Identificar las funciones lineales que representan relaciones de proporcionalidad directa y analizar las propiedades que se cumplen.
- 2- Reconocer que las funciones lineales (como clase) se definen por una ecuación de la forma  $y = mx + n$  con  $m$  y  $n$  números reales, que su gráfico es una recta (en el caso que su dominio de definición sea  $\mathbb{R}$ ) y saber el significado de los parámetros  $m$  y  $n$ .
- 3- Determinar el dominio y la imagen de una función lineal definida sobre un subconjunto  $\mathbb{R}$ .
- 4- Calcular valores funcionales de una función lineal.
- 5- Determinar la ecuación de una función lineal dada su representación gráfica o dos puntos que pertenecen al gráfico de la función.
- 6- Representar gráficamente una función lineal dada su ecuación o dos puntos que pertenecen al gráfico de la función.
- 7- Calcular el cero de una función lineal y las coordenadas del punto donde su gráfica interseca al eje de las ordenadas.
- 8- Calcular la pendiente de una recta conocidos dos puntos.
- 9- Analizar el crecimiento ¿monotonía? De una función lineal.
- 10- Interpretar situaciones de la vida que se modelan mediante gráficos de funciones lineales o funciones definidas por tramos en todo  $\mathbb{R}$  o en un subconjunto de este.
- 11- Construir funciones que satisfacen determinadas condiciones (por ejemplo, que tenga la misma pendiente que otra cuya gráfica interseque al eje de las ordenadas en un determinado punto; cuya pendiente tenga valor determinado y pase por cierto punto).

A juicio del autor, es importante el cumplimiento de los documentos normativos de la educación secundaria básica para lograr una formación integral de los educandos y las metas que nuestra sociedad exige de todos.

## **2. Diagnóstico del estado actual del desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica de la ESBU “José Antonio Echevarría”.**

Con la intención de conocer el estado actual del problema (el desarrollo del aprendizaje de la función lineal), se realizó el diagnóstico del mismo, mediante el análisis de la dosificación de octavo grado, unidad 3 (Anexo 1), análisis de documentos (Anexo 2), como programa matemática octavo grado, orientaciones metodológicas matemática octavo grado, libro de texto y libretas de los estudiantes, encuesta a los estudiantes de octavo grado (Anexo 3), la observación a clases (Anexo 4) y aplicación de una prueba pedagógica inicial (Anexo 5) .

El estudio de esta investigación se realizó en una muestra conformada por 15 estudiantes de octavo grado del grupo 1 y partiendo del diagnóstico realizado se expresaban carencias en relación con la temática tratada.

Se identifican como potencialidades en los estudiantes buena asistencia a clases, mantienen buena disciplina y se preocupan por sus dificultades y como carencias el bajo nivel de desarrollo del aprendizaje de funciones lineales dado por interpretar el gráfico de las funciones lineales, comprensión del concepto función lineal e identificar la ecuación y las propiedades de las funciones lineales, así como poco motivados por resolver actividades relacionadas con funciones lineales.

Para medir el nivel de desarrollo del aprendizaje de la función lineal alcanzado por los estudiantes de octavo grado, se utilizaron las dimensiones: cognitiva, procedimental y motivacional.

La dimensión cognitiva se asume como el conocimiento que debe poseer el estudiante relacionado con funciones lineales, la dimensión procedimental se asume como el conjunto de habilidades, hábitos y procedimientos para resolver ejercicios de funciones lineales y la dimensión motivacional se asume como el interés y aceptación que tienen los estudiantes para realizar las actividades.

Dimensión 1. Cognitiva. Dominio de conocimientos.

Indicadores:

1. Dominio para identificar funciones lineales.
2. Dominio de la representación de puntos en un sistema de coordenadas.

Dimensión 2. Procedimental. Desarrollo de habilidades.

Indicadores:

1. Escribir la ecuación y evaluar.
2. Representar gráficamente una función lineal.
3. Resolver problemas de la vida relacionados con las funciones lineales.

Dimensión 3. Motivacional. Interés por las tareas.

Indicadores:

1. Interés y aceptación por resolver actividades relacionadas con funciones lineales..

Evaluación de los indicadores de la Dimensión 1. Dominio de conocimientos.

- Dominio para identificar funciones lineales.

B- Si identifica las funciones lineales representadas entre otras.

R- Si identifica al menos dos funciones lineales cuando existan cuatro distractores.

M- No identifica funciones lineales.

- Dominio de la representación de puntos en un sistema de coordenadas.

B - Si representa puntos en un sistema de coordenadas.

R - Si representa algunos puntos en un sistema de coordenadas.

M - No representa puntos en un sistema de coordenadas.

Evaluación de los indicadores de la Dimensión 2. Procedimental. Desarrollo de habilidades.

- Escribir la ecuación y la evaluar.

B - Cuando escribe la ecuación y la evalúa.

R - Cuando presenta dificultades en escribir la ecuación y evaluar.

M - Cuando no escribe la ecuación y no evalúa.

- Representar gráficamente una función lineal.

B - Cuando representa gráficamente una función lineal.

R - Cuando presenta dificultades para representar gráficamente una función lineal.

M - Cuando no representa gráficamente una función lineal.

- Resolver problemas de la vida relacionados con las funciones lineales.

B - Cuando resuelve problemas de la vida relacionados con las funciones lineales.

R - Cuando presenta dificultades para resolver problemas de la vida relacionados con las funciones lineales.

M - Cuando no resuelve problemas de la vida relacionados con las funciones lineales.

Evaluación de los indicadores de la Dimensión 3. Motivacional. Interés por las tareas.

- Acepta y se muestra interesado por resolver actividades relacionadas con funciones lineales.

B - Si el estudiante acepta y se muestra interesado por resolver actividades relacionadas con funciones lineales.

R - Si el estudiante muestra poca aceptación e interés por resolver actividades relacionadas con funciones lineales.

M - Si el estudiante rechaza y no se muestra interesado por resolver actividades relacionadas con funciones lineales.

Se realizó un análisis de los siguientes documentos: Orientaciones sobre las modificaciones curriculares en la Secundaria Básica, Programa Matemática octavo grado, Orientaciones Metodológicas matemática octavo grado, Libro de Texto Matemática octavo grado y Libretas de los estudiantes.

El Modelo de Secundaria básica ha transitado por una serie de modificaciones curriculares que permitirá un mejor cumplimiento del fin y los objetivos formativos logrando la formación básica e integral del adolescente cubano, sobre la base de una

cultura general integral que le permite estar plenamente identificado con su nacionalidad y patriotismo.

Del análisis del Programa Matemática octavo grado de la educación secundaria básica se pudo inferir que da posibilidades para desarrollar el aprendizaje de la función lineal y así contribuir a la educación multifacético de los estudiantes.

En el estudio de las Orientaciones Metodológicas Matemática octavo grado se observó que existen sugerencias de carácter general relacionadas con las unidades y las mismas tiene el fin de apoyar el trabajo del profesor, dejando explícito que para lograr elevar la calidad del trabajo es necesario el estudio para ampliar el dominio en los contenidos matemáticos.

Por otra parte, se hizo un análisis del Libro de Texto para conocer si satisfacen los programas vigentes como una de las principales fuentes de conocimientos para lograr el aprendizaje de las funciones lineales.

Se analizaron 64 ejercicios que aparecen en el libro de texto de octavo grado relacionados con el objeto matemático funciones lineales, de estos 22 relacionados con interpretar situaciones de la vida mediante gráficos de funciones lineales o definidas por tramo en todo  $\mathbb{R}$  o en un subconjunto de este.

En las libretas muestreadas se observó que las tareas tenían las siguientes carencias:

- Escasa búsqueda bibliográfica, limitándose al libro de texto.
- No todos realizan las actividades orientadas por el profesor.
- Los estudiantes tienden a aprender reproduciendo lo observado en clases.

Se puede inferir del análisis de los documentos que la concepción del actual plan de estudio de formación de los adolescentes en Cuba tiene como propósito fundamental lograr un adecuado tratamiento del aprendizaje de las funciones lineales.

Otro método utilizado fue la observación, donde se pudo apreciar que existe dificultad en la realización de las actividades indicadas por el profesor en clases anteriores y en la participación activa del estudiante en la solución de las actividades propuestas en clase, relacionados con la interpretación gráfica de las funciones lineales de octavo grado afectando así el desarrollo del aprendizaje de las funciones lineales.

Se aplicó una encuesta (Anexo 8) con el objetivo de constatar el grado de motivación que se logra en la mayoría de los estudiantes durante las clases de Matemática en el tema funciones lineales, la cual arrojó, de 15 estudiantes, 3 que representan el 20,0%

les resulta interesante el tema de funciones lineales por lo que les gustaría resolver más ejercicios del tema por su cuenta, 4 que representa el 26,6% les resulta interesante el tema de funciones lineales, pero se limitan a resolver los ejercicios que propone el profesor en la clase, 3 que representa el 20% no les llama mucho la atención el tema de funciones lineales, y resuelven los ejercicios que orienta el profesor, 5 que representa el 33,3% no les llama nada la atención el tema de funciones lineales y solo resuelven los ejercicios porque el profesor lo exige.

Se aplicó la prueba pedagógica inicial (Anexo 9), la cual arrojó en el indicador dominio para identificar funciones lineales, de 15 estudiantes, 3 que representan el 20,0% son evaluados de bien, 4 que representan el 26,6% evaluados de regular y 8 que representan el 53,3% evaluados de mal.

En el indicador dominio de la representación de puntos en un sistema de coordenadas., de 15 estudiantes, 5 que representan el 33,3% evaluados de bien, 3 que representan el 20,0% evaluados de regular y 7 que representan el 46,6% evaluados de mal.

En el indicador escribir la ecuación y evaluar, de 15 estudiantes, 4 que representan el 26,6 % evaluados de bien, 6 que representan el 40,0% evaluados de regular y 5 que representa el 33,3% están evaluados de mal.

En el indicador representar gráficamente la función lineal; de 15 estudiantes, 5 que representa el 33,3% evaluados de bien, 4 que representan el 26,6% están evaluados de regular y 6 que representa el 40,0% evaluados de mal.

En el indicador resolver problemas de la vida relacionados con las funciones lineales, de 15 estudiantes, 2 que representan el 13,3% evaluados de bien, 3 que representan el 20,0% evaluados de regular y 10 que representan el 66,6 evaluados de mal.

En el indicador interés por resolver actividades relacionadas con funciones lineales, de 15 estudiantes, 3 que representan el 20,0% evaluados de bien, 3 que representan el 20,0% evaluado de regular y 9 que representan el 60,0% evaluado de mal.

Por la importancia del desarrollo del aprendizaje en los estudiantes, es necesario según los resultados del diagnóstico proponer actividades que contribuyan al desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica.

### **3. Elaboración de las actividades dirigidas al desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica.**

Para dar solución a la problemática identificada se analizan los fundamentos teóricos de actividad, por lo que es importante que el profesor conozca los rasgos que caracterizan la personalidad de sus alumnos, a partir del conocimiento de sus intereses, motivos, necesidades, influencias, modos de actuación se deben planificar e impartir actividades donde ellos se sientan motivados y puedan derivar de lo aprendido procedimientos con el fin de lograr una personalidad formada integralmente, por lo que adquiere un valor intrínseco la relación entre la actividad, personalidad y motivación.

La concepción de la actividad es un aspecto medular en la teoría histórico – cultural, desarrollada por A. N. Leontiev (1985) en la que se deja claro que: es en la actividad, donde se forman y desarrollan los procesos psíquicos y las cualidades de la personalidad. La actividad está conformada por dos componentes: los intencionales y los procesales. Los primeros le dan intención, dirección, orientación y finalidad a los segundos, que constituyen la manifestación y expresión del propio proceso de la actividad.

El concepto de actividad está ligado al concepto de motivos. No existe actividad sin motivos: una actividad “no motivada” no es una actividad privada de motivos sino con un motivo subjetivo y objetivamente oculto.

Según Leontiev (1985, p. 32) se define la actividad como: “(...) el proceso de interacción sujeto- objeto dirigido a la satisfacción de las necesidades del sujeto como resultado del cual se produce una transformación del objeto y del propio sujeto”.

Es significativo señalar que la preparación de la actividad es fundamental para el logro de los objetivos propuestos, por lo que es preciso tener presente algunos principios generales que faciliten su desarrollo como son:

- Lograr un planteamiento correcto, lo cual se deriva de las necesidades de los alumnos.
- Proponerla de forma que constituya una actividad interesante y deseada que provoque el deseo de resolverla.

- Enseñarlos y guiarlos para ejecutarla, proporcionándoles los procedimientos, medios y materiales necesarios; estimularlos a buscar nuevos medios, y a resolverlas con espíritu, originalidad y creación.
- Plantearlas teniendo en cuenta sus posibilidades de realizarla, de acuerdo con su nivel de preparación y desarrollo.
- Dirigirlas al desarrollo de habilidades, capacidades, memoria e imaginación, así como a la formación de hábitos correctos de trabajo, orden, limpieza, etc.

Para lograr que los alumnos se motiven al realizar las actividades es necesario:

- Motivar al estudiante mediante la selección correcta del contenido, el método idóneo, así como su adecuada utilización.
- Despertar los intereses y motivos de los alumnos, es decir, actuar sobre el estado psicológico de estos, estimulando su imaginación creadora.

El autor de este trabajo asume la definición de actividad dada por González Maura (2001, p. 91) al definirla como: "(...) aquellos procesos mediante los cuales el individuo, respondiendo a sus necesidades, se relaciona con la realidad adoptando determinada actitud hacia la misma".

Mediante la actividad de estudio, el alumno asimila de forma subjetiva e ideal, ya sea como conceptos, juicios, principios, etc., los contenidos de enseñanza (que existen fuera e independientemente de él). Una vez formados estos conceptos, juicios, principios, etc., el alumno los puede aplicar en la realidad, cuando las circunstancias objetivas así lo demanden.

Las actividades que se proponen se caracterizan por ser integradoras, desarrolladoras y flexibles en correspondencia con el desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica

El profesor planifica la actividad durante el proceso de enseñanza - aprendizaje, asumiendo su papel como agente dinámico y estimulador del protagonismo de los estudiantes aprovechando las particularidades y potencialidades de estos.

**Integradoras:** se expresa en que para su solución es necesario la sistematización y transferencia de contenidos precedentes que permiten solucionar las diferentes problemáticas presentadas.

**Desarrolladoras:** permiten la apropiación activa y creadora de los contenidos, visto en los cambios y las transformaciones que permitirán mejorar el aprendizaje, además propician el desarrollo de las potencialidades individuales de los estudiantes, tanto desde el punto de vista cognitivo como el afectivo.

**Flexibles:** son capaces de ser enriquecidas y modificadas, a partir de los propios cambios que se vayan operando en el proceso de enseñanza - aprendizaje de los contenidos, además permiten que los estudiantes puedan utilizar diferentes vías para apropiarse del conocimiento.

Las actividades que se proponen tendrán la siguiente estructura: título, objetivo, orientaciones para el estudiante y forma de control, buscando uniformidad en la concepción de las mismas.

### **Descripción de las actividades dirigidas al desarrollo del aprendizaje de la función lineal en la asignatura Matemática de octavo grado.**

Las actividades se elaboraron para su utilización en el proceso de enseñanza-aprendizaje y están planificadas de manera tal que su ejecución está concebida dentro y fuera de la clase. Las mismas se aplicaron en clases correspondientes y en los turnos de atención diferenciada con los estudiantes que presentaron mayores dificultades en el contenido detectados en el diagnóstico realizado.

Las funciones lineales se encuentran en el plan temático del Programa Matemática de octavo grado, en la Unidad 3: Variables, ecuaciones y funciones. (55 h/c), Epígrafe 3.4: La función lineal. (26 h/c) según dosificación (Anexo 1), y el referido a función lineal 15h/c.

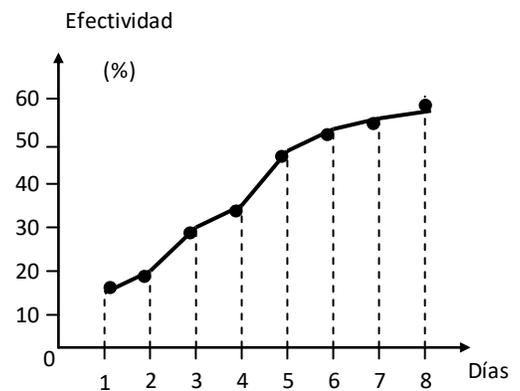
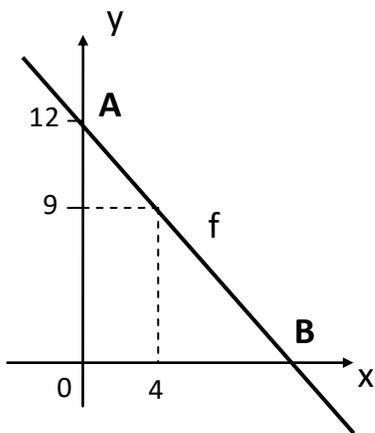
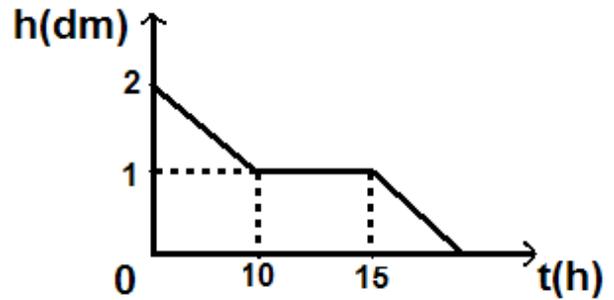
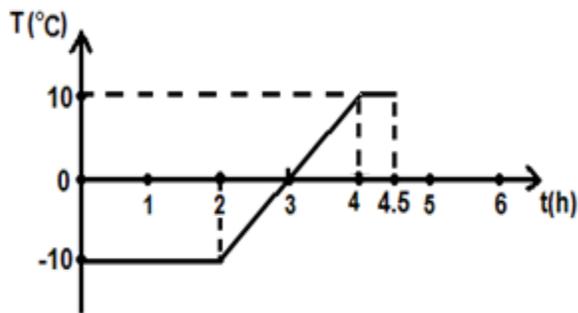
A partir del análisis realizado se presentan a continuación las actividades que se han organizado atendiendo a los niveles de dificultad y al orden en que se imparte el contenido en el grado.

#### **ACTIVIDAD No1**

Título: Las funciones lineales

Objetivo: Identificar las funciones lineales representadas.

- 1- Di cuáles de las siguientes representaciones gráficas son o no funciones lineales. Argumenta en cada caso tu respuesta.



Orientación para el estudiante: Para dar solución a la actividad hay que tener presente la definición de función lineal y que su representación grafica es una recta, así como los ejercicios resueltos del libro de texto.

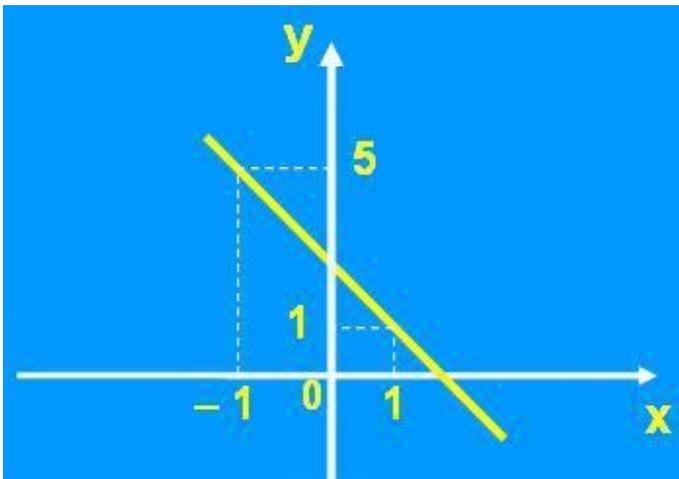
Forma de control: Esta actividad será realizada de estudio independiente por los estudiantes.

## ACTIVIDAD No2

Título: Función lineal g.

Objetivo: Identificar las propiedades de la función lineal a partir de su representación gráfica.

1. En el sistema de coordenadas rectangulares aparece representada una función lineal de la forma  $g(x) = mx + n$ .



- Escribe la ecuación de la función  $g$ .
- Analice dominio, imagen, monotonía y calcule el cero.
- Si el par  $(3; y)$  pertenece a la función  $g$ , halla el valor de la ordenada.

Orientaciones para el estudiante: Para dar solución a la actividad hay que tener presente las propiedades de las funciones lineales y su representación gráfica, así como los ejercicios resueltos del libro de texto.

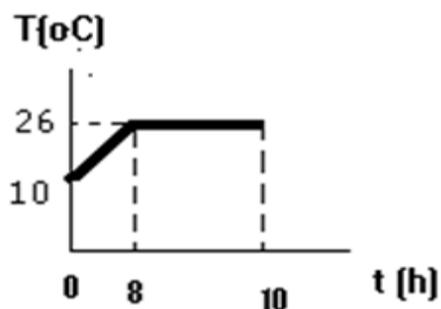
Forma de control: Esta actividad será realizada de estudio independiente por los estudiantes.

### ACTIVIDAD No3

Título: La función lineal y la temperatura.

Objetivo: Interpretar situaciones mediante el gráfico de funciones lineales definidas por tramo.

- En el sistema de coordenadas rectangulares se ha representado la variación de la de temperatura en grados Celsius de una sustancia en el transcurso del tiempo en horas  $t$  (h)
  - ¿Cuál será la temperatura inicial de la sustancia?
  - Durante qué tiempo la temperatura de la sustancia no varió.
  - Si la ecuación que describe la variación de la temperatura en el primer tramo es  $T = 2t + 10$ . ¿Cuál será la temperatura de la sustancia a las 5h?
  - Diga si la función que se describe en el primer tramo es monótona decreciente. En caso de no serlo diga por qué.



Orientación para el estudiante: Para dar solución a la actividad hay que tener presente las propiedades de las funciones lineales y su representación gráfica, así como los ejercicios resueltos del libro de texto.

Forma de control: Esta actividad será realizada de estudio independiente por los estudiantes.

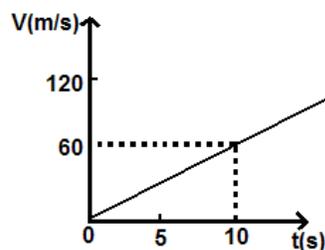
#### ACTIVIDAD No 4

Título: La función lineal

Objetivo: Interpretar situaciones mediante el gráfico de funciones lineales.

1- La gráfica muestra el proceso de llenado de una probeta que contenía cierta cantidad de agua.

- a) En que tiempo la probeta alcanzó los 60 cm cúbicos de agua.
- b) Escribe la ecuación que describe el llenado de la probeta en las primeras 10 horas.
- c) ¿Cuál era el volumen inicial de agua en la probeta?



Orientación para el estudiante: Para dar solución a la actividad hay que tener presente las propiedades de las funciones lineales y su representación gráfica, así como los ejercicios resueltos del libro de texto.

Forma de control: Esta actividad será realizada como tarea evaluativa.

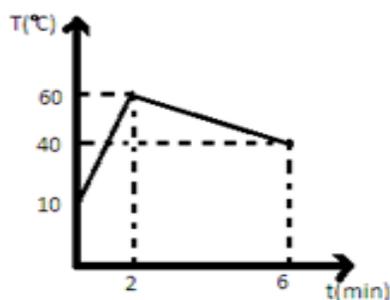
## ACTIVIDAD No5

Título: La función lineal y la variación de la temperatura.

Objetivo: Interpretar situaciones mediante el gráfico de funciones lineales definidas por tramo.

1- La gráfica muestra la variación de la temperatura de una sustancia durante varios minutos.

- ¿Cuál fue la temperatura inicial de la sustancia?
- ¿Cuál fue la mayor temperatura de la sustancia?
- Si la ecuación que define la variación de la temperatura en el primer tramo es  $T = 25t + 10$ . ¿Cuál era la temperatura al transcurrir 1 minuto?



Orientación para el estudiante: Para dar solución a la actividad hay que tener presente las propiedades de las funciones lineales y su representación gráfica, así como los ejercicios resueltos del libro de texto.

Forma de control: Esta actividad será realizada de estudio independiente por los estudiantes.

## ACTIVIDAD No6

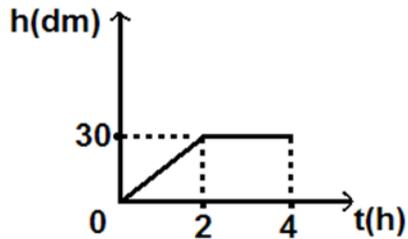
Título: La función lineal y el llenado de recipientes.

Objetivo: Interpretar situaciones mediante el gráfico de funciones lineales definidas por tramo.

1- La gráfica muestra el comportamiento del proceso de llenado de un tanque de agua, analiza la misma y responda:

- ¿A las 2 horas de iniciado el proceso qué altura tenía el agua en el tanque?
- ¿Durante qué tiempo no varió la altura del recipiente?
- Si el proceso comenzó a las 8:00 am. ¿A qué hora tenía 30 dm de altura?

d) Escribe la ecuación de la recta en el segundo tramo.



Orientación para el estudiante: Para dar solución a la actividad hay que tener presente las propiedades de las funciones lineales y su representación gráfica, así como los ejercicios resueltos del libro de texto.

Forma de control: Esta actividad será realizada de estudio independiente por los estudiantes.

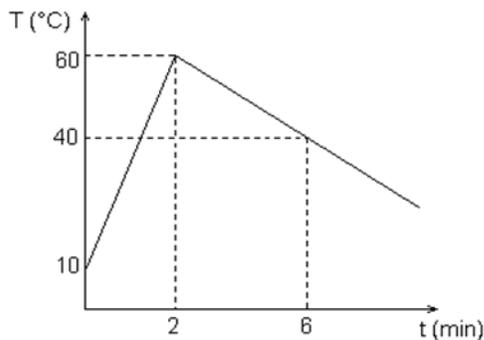
### ACTIVIDAD No7

Título: La función lineal y la temperatura de sustancias.

Objetivo: Interpretar situaciones mediante el gráfico de funciones lineales definidas por tramo.

1- La gráfica muestra la variación de la temperatura de una sustancia durante varios minutos.

- a) ¿Cuál fue la temperatura inicial de la sustancia?
- b) ¿Cuál fue la mayor temperatura alcanzada?
- c) ¿Durante cuánto tiempo estuvo ascendiendo la temperatura?
- d) Escribe la ecuación del proceso representado en el primer tramo.



Orientación para el estudiante: Para dar solución a la actividad hay que tener presente las propiedades de las funciones lineales y su representación gráfica, así como los ejercicios resueltos del libro de texto.

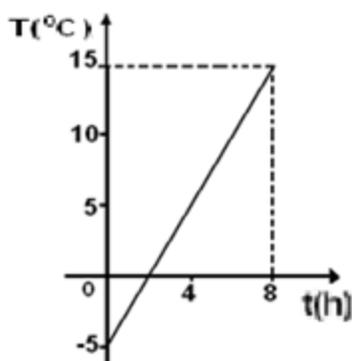
Forma de control: Esta actividad será realizada de estudio independiente por los estudiantes.

### ACTIVIDAD No8

Título: La función lineal y el proceso de calentamiento de una sustancia.

Objetivo: Interpretar situaciones mediante el gráfico de funciones lineales.

1- El gráfico muestra el proceso de calentamiento de una sustancia durante varias horas.



- a) ¿Cuál fue la temperatura mínima alcanzada por la sustancia durante el proceso?
- b) ¿Cuál fue la temperatura máxima alcanzada por la sustancia?
- c) ¿Durante cuántas horas estuvo ascendiendo la temperatura?
- d) La ecuación que describe el proceso de calentamiento de la sustancia es:  
\_\_\_\_\_.

Orientación para el estudiante: Para dar solución a la actividad hay que tener presente las propiedades de las funciones lineales y su representación gráfica, así como los ejercicios resueltos del libro de texto.

Forma de control: Esta actividad será realizada de estudio independiente por los estudiantes.

#### **4. Evaluación de los resultados que se obtienen con la aplicación de las actividades dirigidas al desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica.**

En el pre-experimento desarrollado se siguió la lógica del proceso investigativo y tuvo como objetivo comprobar en la experiencia educativa la efectividad de las actividades para contribuir al desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica.

Se determinaron 3 dimensiones y 6 indicadores, los que se relacionan en el desarrollo del trabajo al igual que la escala donde se exponen los criterios que permitieron considerar bien, regular y mal el comportamiento de cada uno de los indicadores.

Los resultados de los instrumentos aplicados antes y después, la observación en los epígrafes correspondientes, encuesta de los estudiantes (Anexo 7), la prueba pedagógica inicial (Anexo 8) y prueba pedagógica final (Anexo 9).

Es oportuno destacar que en la observación realizada después de aplicadas las actividades se pudo constatar que los estudiantes realizaban los ejercicios indicados por el profesor en clases anteriores y la participación en la solución de las actividades propuestas en clase era más activa, mostraron dominio para identificar funciones lineales, representar puntos en un sistema de coordenadas, escribir la ecuación y evaluar la ecuación de la función lineal, representar gráficamente la función lineal y altos niveles de aceptación e interés por resolver actividades relacionadas con funciones lineales, aunque se pudo observar que todavía existen dificultades en resolver problemas de la vida relacionados con las funciones lineales.

En la encuesta aplicada en cuanto al grado de motivación que se logra en la mayoría de los estudiantes durante las clases de Matemática en el tema funciones lineales arrojó, de 15 estudiantes, 9 que representan el 60,0% les resulta interesante el tema de funciones lineales por lo que les gustaría resolver más ejercicios del tema por su cuenta, 3 que representa el 20,0% les resulta interesante el tema de funciones lineales, pero se limitan a resolver los ejercicios que propone el profesor en la clase, 2 que representa el 13,3% no les llama mucho la atención el tema de funciones lineales, y resuelven los ejercicios que orienta el profesor, 1 que representa el 6,66% no les llama nada la atención el tema de funciones lineales y solo resuelven los ejercicios porque el profesor lo exige.

Se aplicó la prueba pedagógica final (Anexo 9), la cual arrojó en el dominio para identificar funciones lineales, de 15 estudiantes, 10 que representan el 53,3% son evaluados de bien, 4 que representan el 26,6% evaluados de regular y 1 que representan el 6,66% evaluados de mal.

En representar puntos en un sistema de coordenadas, de 15 estudiantes, 11 que representan el 73,3% evaluados de bien, 2 que representan el 13,3% evaluado de regular y 2 que representan el 13,3% evaluado de mal.

En escribir la ecuación y evaluar la ecuación de la función lineal, de 15 estudiantes, 9 que representan el 60,0 % evaluados de bien, 3 que representa el 20,0% evaluados de regular y 3 que representa el 20,0% están evaluados de mal.

En representar gráficamente la función lineal; de 15 estudiantes, 10 que representa el 66,6% evaluados de bien, 4 que representan el 26,6% están evaluados de regular y 1 que representa el 6,66% evaluados de mal.

En la resolución de problemas de la vida relacionados con las funciones lineales, de 15 estudiantes, 8 que representan el 53,3% evaluados de bien, 6 que representan el 40,0% evaluados de regular y 2 que representan el 13,3% evaluados de mal.

En el interés y aceptación que muestran para resolver actividades relacionadas con funciones lineales, de 15 estudiantes, 10 que representan el 66,6% evaluados de bien, 3 que representan el 20,0% evaluado de regular y 2 que representan el 13,3% evaluado de mal.

Por lo que podemos concluir del análisis de los resultados que hubo un avance cualitativo en el nivel de desarrollo del aprendizaje de la función lineal en los estudiantes de octavo grado, ya que la mayor cantidad de estudiantes logran solucionar las actividades relacionadas con las funciones lineales, lo que permite corroborar la efectividad de las actividades, confirmando la posibilidad de desarrollar el aprendizaje de las funciones lineales en los estudiantes de octavo grado de la Secundaria Básica “José Antonio Echeverría”.

## CONCLUSIONES

La determinación de los fundamentos teóricos y metodológicos que sustentan el desarrollo del aprendizaje de las funciones lineales en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica fundamenta la importancia del estudio de las mismas, establecen los diferentes sistemas de contenidos y orientan metodológicamente el tratamiento de las mismas.

El diagnóstico realizado del estado actual del desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica de la ESBU “José Antonio Echevarría” evidencia que los estudiantes no siempre alcanzan el nivel de aprendizaje deseado de las funciones lineales, insuficiente dominio de las funciones lineales, sus propiedades y la interpretación de situaciones de la vida mediante el gráfico.

Las actividades elaboradas dirigidas al desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica sistematizan y profundizan los conocimientos básicos que deben poseer los estudiantes del objeto matemático función lineal y tienen como propósito contribuir al desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica.

Los resultados obtenidos de la aplicación en la práctica de las actividades dirigidas al desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica de la ESBU “José Antonio Echevarría” evidenciaron un avance cualitativo en el nivel de desarrollo del aprendizaje de la función lineal a partir de la interpretación gráfica de las mismas en los estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica.

**RECOMENDACIONES:**

Socializar el trabajo a partir de su presentación en eventos científicos del centro y continuar profundizando en el estudio del tema.

## BIBLIOGRAFÍA

- Acosta Hernández, S., et al. (2014). *Libro de texto Matemática octavo grado*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Acosta Hernández, S., et al. (2014). *Programa Matemática séptimo y octavo grados*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Acosta Hernández, S., et al. (2018). *Programa Provisional matemática octavo grado*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Acosta Hernández, S., et al. (2018). *Orientaciones metodológicas Provisional Matemática octavo grado*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Álvarez, M., Almeida, B., y Villegas, E. V. (2014). *El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Documentos Metodológicos*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Amaya, T. R., Pino-Fan, L. R., y Medina, A. (2016). *Evaluación del conocimiento de futuros profesores de matemáticas sobre las transformaciones de las representaciones de una función*. *Educación Matemática*, 28(3), 111-144.
- Azcarate Jiménez, C., & Deulofeu Piquet, J. (1996). *Funciones y Gráficas*. Madrid: Síntesis.
- Ballester, S., et al. (1992). *Metodología de la enseñanza de la matemática Tomo 1*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Ballester, S. (1995). *La sistematización de los conocimientos matemáticos*. La Habana, Cuba: Academia.
- Ballester, S., et al. (2000). *Metodología de la enseñanza de la matemática Tomo 2*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Cantón Arenas, J. (2011). *Ejercicios y problemas integradores de Matemática*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Cuesta Borges, A., Deulofeu Piquet, J., Méndez Salazar, M. A. (2010). *Análisis del proceso de aprendizaje de los conceptos de función y extremo de una función en estudiantes de economía*. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516678002>.
- Coronel Alvarado, R.M. (2013). *Propuesta para mejorar la comprensión del lenguaje matemático de funciones lineales mediante el manejo de terminología*

- especializada con perspectiva semántica* (Tesis inédita de Maestría). Universidad de Cuenca. Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación, España.
- Dirichlet, P.G. (1805-1859). *Scenes from the History of Real Functions*. (Soporte digital). Enciclopedia Wikipedia. (2014). Concepto función lineal. [https://es.wikipedia.org/wiki/Función\\_lineal](https://es.wikipedia.org/wiki/Función_lineal).
- García Batista, G. (2002). *Compendio de pedagogía*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Gómez Guerra, E. M., Hernández Paternina, H. E., y Chaucanés Jácome, A. E. (2015). *Dificultades en el Aprendizaje y el Trabajo Inicial con Funciones en Estudiantes de Educación Media*. Ciencia y Técnica. 20(3). Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=84943818011>
- González Burón, P. (2015). *Dificultades en el aprendizaje de las funciones en matemáticas* (Tesis de Maestría). Universidad de Cantabria, España.
- González Maura, V., et al. (2001). *Psicología para educadores*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- González López, D. (2014). *Funciones Matemáticas Teoría y funciones. (soporte digital)*
- Joaquim Martinho, o., Gamboa Graus, M. E., Fonseca Pérez, J. J. (2017). *Las funciones lineales a partir de la teoría de Galperin*. Huambo, Angola: Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores.2 (7) <http://www.dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/> ISSN: 2007 –7890.
- Leontiev A. N. (1981). *Actividad, conciencia y personalidad*. La Habana, Cuba: Libros para la Educación.
- Ministerio de Educación. (1977). *Matemática. 8vo grado. Orientaciones Metodológicas*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Ministerio de Educación. (2011). *Programa de octavo grado vigente para el curso escolar 2011-2012*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Ministerio de Educación. (2007). *Dirección Nacional de Secundaria Básica y el Instituto Central de Ciencias Pedagógicas. Modelo de escuela Secundaria Básica*. La Habana, Cuba: Ediciones Molinos Trade, S.A.
- Rizo Cabrera, C., et al. (1989). *Matemática. Octavo grado. Libro de texto*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

- Rodríguez Rivero, L., Bernal Arcos, R., y Pérez Martínez, M. (2013). *La comprensión del concepto de función lineal y conceptos subordinados. Una experiencia con alumnos de duodécimo grado*. Evento Pedagogía. ISBN 978-959-18-0809-7.
- Rodríguez Rivero, L., Ponce Valdés, Y., y Pérez González, A. (2016). *La comprensión matemática de las funciones en interdisciplinariedad con la Física a través de problemas de la vida práctica*. Revista Iberoamericana de Matemática UNION. No. 47, 176-191.
- Sierpinska, A. (1992). *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*. Ed Dubinsky Guershon Harel.
- Sfard, A. (1989). *Transition from operational to Structural conception: the notion of function revisited*. Proceedings of the 13th International Conference for the Psychology of Mathematics Education. University of Paris, Paris.
- Quintana Valdés A., et al. (2005). *Matemática. Octavo grado. Cuaderno complementario*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Ribnikov, K. (1991). *Historia de las Matemáticas*. URSS: MIR. Moscú.
- Yoppiz Fuentes, Y., Cruz González, A., Gamboa Graus, M., Osorio Rodríguez, G. (2016). *Alternativa didáctica para contribuir al perfeccionamiento de la planificación del proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática en la carrera Licenciatura en Educación Matemática – Física*. Universidad de Las Tunas, Cuba
- Zilberstein Torunchá, M. C. (2000). *El desarrollo intelectual en las Ciencias Naturales*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

## ANEXO 1

Unidad 3: Variables, ecuaciones y funciones (55 h/c), del programa de octavo grado.

Epígrafe 3.4: La función lineal. (26 h/c)

1. La proporcionalidad directa e inversa.
2. Ejercicios y problemas sobre proporcionalidad directa e inversa.
3. Ejercicios y problemas sobre proporcionalidad directa e inversa.
4. Revisión del 2do TCP
5. Confección de tablas y gráficos utilizando los conceptos de proporción y proporcionalidad directa e inversa.
6. Ejercicios utilizando los conceptos de proporción y proporcionalidad directa e inversa.
7. La función como correspondencia entre dos conjuntos. Variable dependiente e independiente.
8. Distintas formas de representar una función.
9. Ejercicios de determinación de función.
10. Dominio e imagen de una función.
11. Cálculo de valores funcionales.
12. Ejercicios y problemas sobre funciones.
13. Ejercicios y problemas sobre funciones.
14. La función lineal.
15. Representación gráfica de las funciones lineales.
16. Ejercicios sobre representación gráfica de las funciones lineales.
17. Concepto de cero de una función lineal.
18. Cálculo del cero de una función lineal. Ejercicios
19. Concepto de pendiente de pendiente de una recta. Interpretación geométrica.
20. Fórmula para calcular la pendiente de una recta conocido dos puntos.
21. Ejercicios sobre el cálculo de la pendiente de una recta conocido dos puntos.

22. Representación gráfica de datos sobre fenómenos naturales y el desarrollo económico y social.
23. Funciones definidas por tramos de funciones lineales.
24. Ejercicios de funciones definidas por tramos.
25. Problemas que se modelan a través de funciones lineales.
26. Problemas que se modelan a través de funciones lineales.

## **ANEXO 2. Guía para el análisis de documentos.**

Objetivo: Obtener información acerca de las posibilidades que ofrecen para aplicar las actividades que contribuyen al desarrollo del aprendizaje de la función lineal en los estudiantes de octavo grado en la ESBU "José Antonio Echevarría"

Documentos analizados: Propuestas de aspectos fundamentales para las Transformaciones de la Secundaria Básica, Programa Matemática octavo grado, Orientaciones Metodológicas Matemática octavo grado, Libro de Texto Matemática octavo grado y Libretas de los alumnos.

Aspectos a observar:

Guía para el análisis del documento:

-Aspectos fundamentales para las Transformaciones de la Secundaria Básica.

Guía para el análisis del Reglamento del Trabajo Metodológico del Ministerio de Educación.

- Importancia que se le concede al proceso de aprendizaje.

- Orientaciones que se brindan para llevar a cabo el mismo.

- Valorar en qué medida las orientaciones satisfacen las necesidades de los estudiantes para potenciar el desarrollo del aprendizaje de la función lineal

Guía para el análisis del Programa de Matemática octavo grado.

- Objetivos generales de la educación secundaria básica.

- Objetivos generales de la asignatura en el grado.

- Indicaciones metodológicas generales

- Objetivos y contenidos por unidades.

Guía para el análisis de documentos como Libro de Texto y libretas de clases.

- Actividades dirigidas a motivar el aprendizaje de las funciones lineales.

- Planificación de actividades dirigidas a motivar el aprendizaje en los sistemas de clases de las funciones lineales.
- Cantidad y calidad de las actividades dirigidas a motivar el aprendizaje de las funciones lineales.
- Empleo de bibliografías y Programas de la Revolución.
- Utilización de experiencias de la vida cotidiana para motivarlos a aprender.

### **ANEXO 3. Encuesta**

Objeto: Estudiantes.

Objetivo: Constatar el grado de motivación que se logra en la mayoría de los estudiantes durante las clases de Matemática en el tema funciones lineales.

Querido estudiante:

Nuestro centro está realizando un estudio sobre el desarrollo del aprendizaje de la función lineal, con vista a determinar las carencias y buscar solución a las mismas.

Para lograrlo necesitamos que nos ayudes y respondas con sinceridad el siguiente cuestionario.

#### Cuestionario:

Seleccione con una x la opción que más se adapte a usted:

- 1.- \_\_\_ Me resulta interesante el tema de funciones lineales por lo que me gustaría resolver más ejercicios del tema.
- 2.- \_\_\_ Me resulta poco interesante el tema de funciones lineales y me limito a resolver los ejercicios que propone el profesor en la clase.
- 3.- \_\_\_ No me llama mucho la atención el tema de funciones lineales, pero resuelvo los ejercicios que orienta el profesor.
- 4.- \_\_\_ No me llama nada la atención el tema de funciones lineales y solo resuelvo los ejercicios porque el profesor lo exige.

#### **ANEXO 4. Guía de observación**

Objeto: Proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática en octavo grado.

Objetivo: Constatar el desarrollo del aprendizaje de la función lineal en estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica

Tipo de observación: Abierta, directa, externa.

Cantidad de observadores: 1

Tiempo: 45 min.

Aspectos a observar:

1. Realización de los ejercicios indicados por el profesor en clases anteriores.
2. Participación activa del estudiante en la resolución de los ejercicios propuestos en clase.

Indicadores a evaluar	Se observa	No se observa
Dominio para identificar funciones lineales.		
Dominio para representar puntos en un sistema de coordenadas.		
Escribir la ecuación y evaluar.		
Representar gráficamente una función lineal.		
Resolver problemas de la vida relacionados con las funciones lineales.		
Interés y aceptación por resolver actividades relacionadas con funciones lineales.		

## ANEXO 5: Prueba pedagógica inicial

Objetivo: Determinar el nivel de desarrollo del aprendizaje de la función lineal que poseen los estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica

Pregunta 1: Determina cuáles de las siguientes ecuaciones definen funciones lineales:

1.1 a)  $y = -x - 2$       b)  $y = 4x$       c)  $y = x^2$       d)  $5x + y = 0$       e)  $y = x$

Pregunta 2: Representa en un sistema de coordenadas los puntos:

a) A (-2,1); B(3,1); C(3,-2); D(-2,-2)

b) ¿Qué figura se forma al unir los puntos A y B?

Pregunta 3: Dada la función  $f$  tal que  $f(x) = 3x - 2$

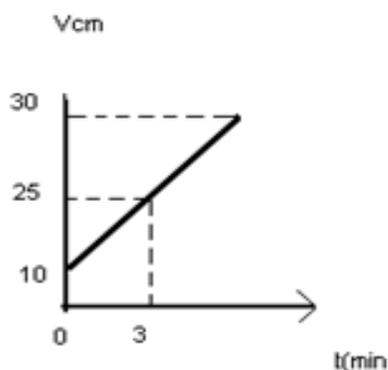
a) Halla  $f(0)$ ,  $f(1)$ ,  $f(2)$

b) Determina  $x$  si  $f(x) = 13$

Pregunta 4: La gráfica representa el movimiento de un auto por una carretera en línea recta.

a) ¿A qué función matemática responde esta representación? Argumente.

b) Di el valor de la pendiente de esta función.



## ANEXO 6: Prueba pedagógica final

Objetivo: Determinar el nivel de desarrollo del aprendizaje de la función lineal que poseen los estudiantes de octavo grado de educación secundaria básica.

Pregunta 1: Dadas las siguientes ecuaciones determina cuáles definen funciones lineales:

1.1 a)  $y = 2x + 1$     b)  $y = -4x$     c)  $y = x^2 - 6$     d)  $10x + 2y = 0$     e)  $y = -x^3$

Pregunta 2: Representa en un sistema de coordenadas los puntos:

a) A (-2,-3); B(-1,-1); C(0,1); D(1,3)

b) ¿Qué figura se forma al unir los puntos A y D?

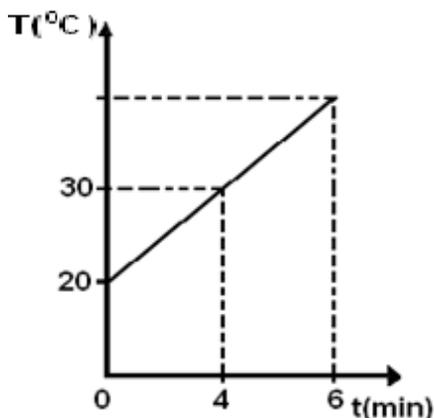
c) Escribe la ecuación que representa la figura formada al unir los puntos A y D.

Pregunta 3: Dada la función  $f$  tal que  $f(x) = 0,8x - 8$

a) Halla  $f(-1)$ ,  $f(3)$ ,  $f(-0,4)$

b) Determina  $x$  si  $f(x) = 16$

Pregunta 4: En el gráfico se representa el incremento de la temperatura de una sustancia  $T(^{\circ}\text{C})$  a la que se le suministra calor durante un intervalo de tiempo.



a) ¿Cuál era la temperatura inicial de la sustancia?

b) ¿A los cuántos minutos de suministrarle calor la sustancia tiene  $30^{\circ}\text{C}$ ?

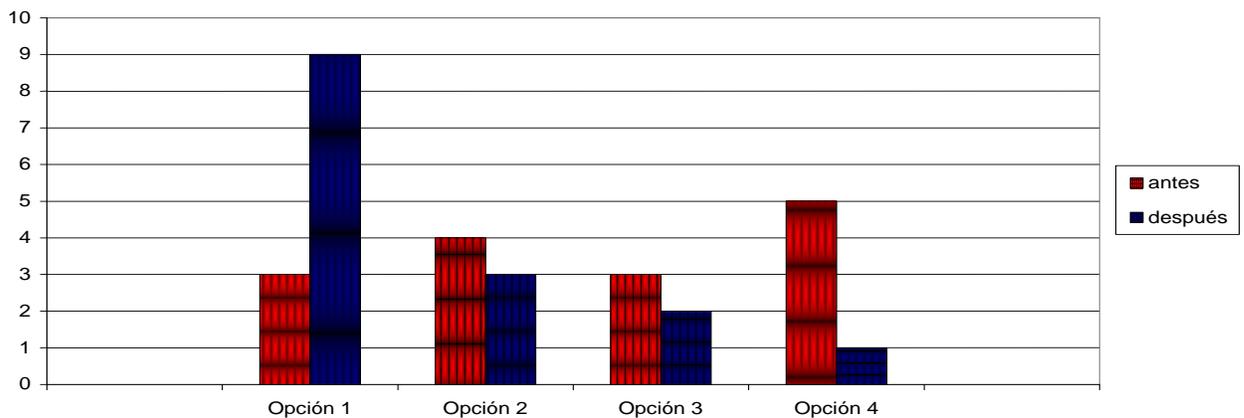
c) Escribe la ecuación que representa el proceso de calentamiento de la sustancia

si se sabe que  $T = \frac{5}{2}x + n$ .

## ANEXO 7. Resultados de la encuesta.

Opciones	Categorías			
	Antes		Después	
	Marcan	%	Marcan	%
Me resulta interesante el tema de funciones lineales por lo que me gustaría resolver más ejercicios del tema.	3	20,0	9	60,0
Me resulta poco interesante el tema de funciones lineales y me limito a resolver los ejercicios que propone el profesor en la clase.	4	26,6	3	20,0
No me llama mucho la atención el tema de funciones lineales, pero resuelvo los ejercicios que orienta el profesor.	3	20,0	2	13,3
No me llama nada la atención el tema de funciones lineales y solo resuelvo los ejercicios porque el profesor me obliga.	5	33,3	1	6,66

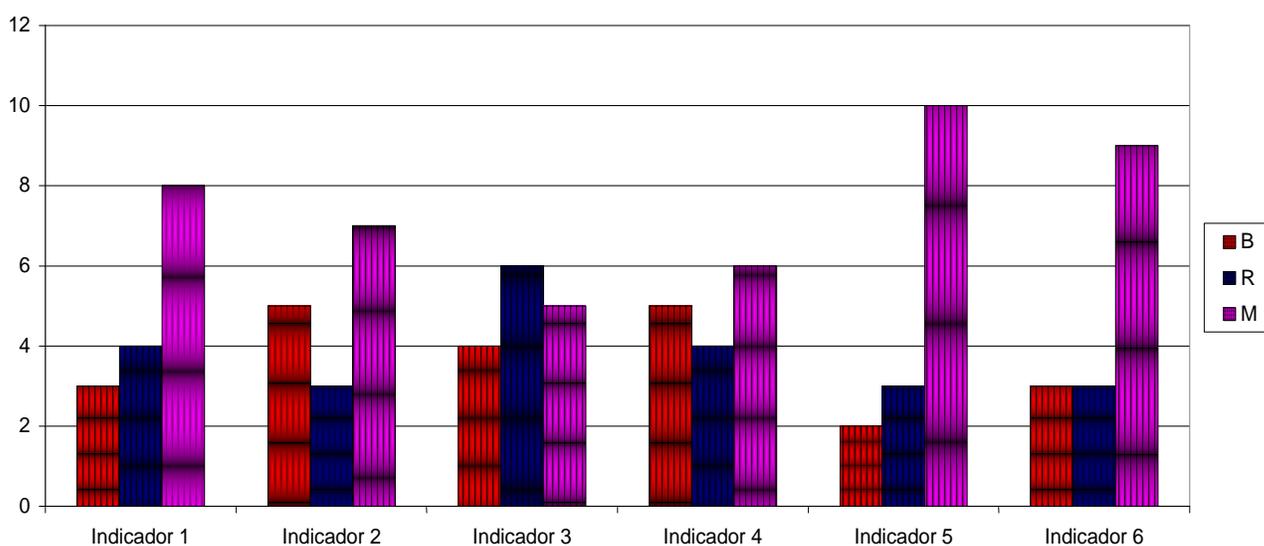
Gráfico que evidencia los resultados obtenidos de la encuesta en el diagnóstico inicial y final.



### ANEXO 8. Resultados de la prueba pedagógica inicial

No	Indicadores	B	%	R	%	M	%
1	Dominio para identificar funciones lineales.	3	20,0	4	26,6	8	53,3
2	Dominio de la representación de puntos en un sistema de coordenadas.	5	33,3	3	20,0	7	46,6
3	Escribir la ecuación y evaluar.	4	26,6	6	40,0	5	33,3
4	Representar gráficamente una función lineal.	5	33,3	4	26,6	6	40,0
5	Resolver problemas de la vida relacionados con las funciones lineales.	2	13,3	3	20,0	10	66,6
6	Interés y aceptación por resolver actividades relacionadas con funciones lineales.	3	20,0	3	20,0	9	60,0

Gráfico que evidencia los resultados de la Prueba Pedagógica inicial.



### ANEXO 9. Resultados de la prueba pedagógica final.

No	Indicadores	B	%	R	%	M	%
1	Dominio para identificar funciones lineales.	10	53,3	4	26,6	1	6,66
2	Dominio de la representación de puntos en un sistema de coordenadas.	11	73,3	2	13,3	2	13,3
3	Escribir la ecuación y evaluar.	9	60,0	3	20,0	3	20,0
4	Representar gráficamente una función lineal.	10	66,6	4	26,6	1	6,66
5	Resolver problemas de la vida relacionados con las funciones lineales.	8	53,3	6	40,0	2	13,3
6	Interés y aceptación por resolver actividades relacionadas con funciones lineales.	10	66,6	3	20,0	2	13,3

Gráfico que evidencia los resultados de la Prueba Pedagógica final.

