

*UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS
"Capitán Silverio Blanco Núñez"*

*TESIS EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE
MÁSTER EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN.
MENCION: SECUNDARIA BÁSICA.*

*Sistema de ejercicios para potenciar las habilidades en la
adición y sustracción de números fraccionarios en los
estudiantes de séptimo grado.*

Lic. Yasmani Verges Martín.

Sancti Spíritus

Curso 2009 – 2010

"Año 52 de la Revolución"

UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS
"Capitán Silverio Blanco Núñez"

TESIS EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE
MÁSTER EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN.
MENCIÓN: SECUNDARIA BÁSICA.

Título: Sistema de ejercicios para potenciar las
habilidades en la adición y sustracción de números
fraccionarios en los estudiantes de séptimo grado.

Autor: Lic. Yasmani Verges Martín.

Tutor: MSc. Profesor Instructor Carmen Alicia Fábregas
López.

Sancti Spíritus

Curso 2009 – 2010

"Año 52 de la Revolución"

Pensamiento

En la escuela se ha de aprender el manejo de las fuerzas con que en la vida se ha de luchar.

José Martí.

DEDICATORIA.

A ti:

Madre de todos los días.

*Porque me has dado la vida, el aliento y la
fuerza para seguir, te dedico el comienzo de mi
obra.*

AGRADECIMIENTOS

A la Revolución que me ha dado la posibilidad junto a la voluntad de mi madre de convertirme en un profesional; a mi tutora MSc Carmen Alicia Fábregas López que ha dedicado esmerado esfuerzo, sin su inteligencia, constancia y aportes no hubiese sido posible este resultado, a todos los que me han alentado o me han ayudado con sus recomendaciones y sugerencias y a mis amigos por brindarme aliento en los estudios.

Resumen

En el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática existe gran número de deficiencias, una de estas es el desarrollo de la habilidad cálculo aritmético, que está considerada como necesaria para la formación de otras habilidades por lo que es necesario una concepción renovadora que priorice el proceso, donde los estudiantes aprendan los contenidos y desarrollen estrategias que les permita aplicarlos posteriormente en su vida. El trabajo presenta un sistema de ejercicios para contribuir al desarrollo las habilidades de adición y sustracción de números fraccionarios. Se utilizaron los métodos de la investigación educativa, teóricos, empíricos y estadísticos. En la distribución de los ejercicios se consultaron las diferentes fuentes de información escritas y en particular los que se proponen en los lineamientos metodológicos de la asignatura y en el modelo de Escuela Secundaria Básica para alcanzar una cultura general integral utilizando las posibilidades que brindan las tecnologías de la información y comunicación. Los ejercicios fueron experimentados a partir del curso 2008-2009, logrando transformaciones positivas, tanto cualitativas como cuantitativas, además en la motivación y la actitud de los estudiantes.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1: Fundamentos teóricos y metodológicos para desarrollar la habilidad de cálculo aritmético en el proceso enseñanza aprendizaje	9
1.1 Proceso de Enseñanza- Aprendizaje del cálculo aritmético.	9
1.1.1 Breve historia del cálculo	9
1.1.2 El cálculo aritmético en la escuela Cubana. Precisión del concepto.	13
1.2 Algunas consideraciones sobre habilidades matemáticas.	19
1.2.1 Formación y desarrollo de habilidades desde el enfoque histórico cultural de Vygotsky.	21
1.2.2 La formación y desarrollo de habilidades matemáticas	26
1.2.3 El papel de la formación de la habilidad de construir esquemas	32
CAPÍTULO 2: Sistema de ejercicios dirigidos al desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática en los estudiantes de séptimo grado.	37
2.1 Diagnóstico sobre el estado inicial de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios.	37
2.1.1 Juicios de valor del nivel de aprendizaje de los estudiantes en el desarrollo de habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios antes de la implementación del sistema de ejercicios.	39
2.2 Fundamentos que avalan la elaboración del sistema de ejercicios.	41
2.2.1 Características del sistema de ejercicios elaborado.	45
2.3 Propuesta del sistema de ejercicios para el desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios.	48
2.3.2 Juicios de valor del nivel de aprendizaje de los estudiantes en el desarrollo de habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios después de la implementación del sistema de ejercicios.	56
CONCLUSIONES	60
RECOMENDACIONES	61
BIBLIOGRAFIA	62
ANEXOS	

Introducción

En la actualidad la ciencia y la técnica se desarrollan de modo tan vertiginoso que a nadie la asombra los extraordinarios descubrimientos que en el mundo de hoy se han producido sobre cuestiones que hasta hace poco tiempo parecían indescifrables. El conocimiento cada vez más profundo del macro y el micromundo por los científicos y los múltiples hallazgos derivados de estos estudios, hacen de este siglo que está por terminar, el período de mayor aceleración científica que ha conocido hasta ahora la historia de la humanidad.

Sin embargo, no obstante este desarrollo científico y técnico, el hombre no se conforma con ellos y continúa su incesante búsqueda en aras de encontrar las explicaciones de los diferentes hechos y fenómenos que le rodean, haciendo uso de los propios progresos científicos y tecnológicos alcanzados en todas las esferas de la vida social.

El máximo líder ha propuesto una gran meta, lograr en los 10 primeros años del siglo alcanzar una cultura general integral, en el pueblo, y como eje impulsor de la tarea, previo al sistema nacional de educación, el cual en respuesta comenzó a implementar una profunda revolución educacional con el objetivo de lograr un aprendizaje de calidad.

La labor educacional se sustenta en los resultados de la investigación científica educativa, concebida desde la reflexión crítica de la práctica escolar. La cual tiene un trascendente encargo social relacionado con la búsqueda de soluciones científicamente sustentadas que contribuyan a dar respuesta a los grandes desafíos que impone el desarrollo de la sociedad, y constituye además un factor esencial para la profesionalización de los educadores. (Objetivo 5 programa formativo, versión 7 y 8).

Con el surgimiento de la actual Batalla de Ideas y en respuesta a una de ellas, comienza a implementarse una transformación conceptual en la educación, siendo la enseñanza Secundaria Básica objeto de los cambios más radicales, jugando un papel fundamental entre otros aspectos el logro de habilidades por los alumnos en las asignaturas priorizadas.

En el Programa Director de Matemática se precisa el papel de la misma como asignatura priorizada para lograr su vínculo con la vida y su papel en el desarrollo

del pensamiento lógico de los alumnos, por lo que todo docente debe tener presente el desarrollo de habilidades por lo que el cálculo es un proceso continuo, fuente de fortalecimiento en la resolución de múltiples y variados problemas. La Matemática es la asignatura donde se aprecian las mayores dificultades pues los alumnos no tienen bien fijados los conocimientos ni las habilidades de la enseñanza que los tributó para ser profundizadas en la enseñanza.

El término habilidad, es generalmente utilizada como sinónimo de saber hacer y constituyen una forma de asimilación la actividad, en particular la habilidad calcular cobra una gran importancia para el desarrollo de los estudiantes en la sociedad, preparándolos para enfrentarse a los disímiles problemas de la cotidianeidad.

El desarrollo de las habilidades ha sido estudiado por numerosas personalidades en el ámbito internacional y nacional, podemos destacar psicólogos y pedagogos como Savin (1976), Petrovsky, A. (1981), López, M. (1990), Brito, H. (1990), Álvarez, C. (1992) Ferrer, M. (2003). Específicamente en la habilidad calcular se destaca Campistrous, L. (1989, 1998) y Rizo, C. (1998), Ballester (1992), Albarrán (2007).

Las propuestas de soluciones que se le ha brindado en estos estudios se limitan al tratamiento de la misma en algunos contenidos de la enseñanza primaria desde un enfoque psicopedagógico, al empleo del cálculo en la enseñanza técnica y solo existe un trabajo que aborda el desarrollo de la habilidad en la Secundaria Básica pero al introducirse el dominio de los números fraccionarios en octavo grado.

Teniendo como limitante la ruptura en el seguimiento al desarrollo de la habilidad, al transitar el estudiante de una enseñanza a la otra, experimentándose un salto del sexto al octavo grado, y es precisamente en el séptimo grado donde por el contrario se debía profundizar, todo lo recibido en los grados anteriores.

La Comisión Nacional de Matemática de Cuba ha concebido una competencia específica denominada "modelar" que se corresponde con tendencias internacionales acerca de la importancia de la modelación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura. Al respecto, Ball y Wettrick, (citado por Castro Enrique. Y Castro, Encarnación. 1997) sostienen que los sujetos que han dibujado por sí mismo un diagrama para la formación de un concepto,

recuerdan dicho concepto más significativamente que cuando se les ha proporcionado el dibujo con una representación visual del concepto.

Por otra parte, los sujetos que representan gráficamente un concepto lo aprenden mejor que aquellos que solo conocen su definición verbal. Una explicación admitida de este fenómeno es que la generación activa de una imagen visual por parte del que aprende facilita más el aprendizaje que la simple presencia visual. “Es una hipótesis generalmente admitida que mejorando la educación visual en Matemática aumenta la intuición y se proporciona al sujeto una mayor capacidad de entendimiento”

Hay un alto consenso entre investigadores y especialistas relativos a que el desarrollo de las capacidades que caracterizan el pensamiento visual proporciona a los alumnos nuevos caminos para pensar y hacer Matemáticas. Existen acuerdos entre ellos que hay que ayudar al estudiante a enriquecer el mundo de sus representaciones íntimas para que puedan seleccionar, de forma eficaz, los significados correspondientes a los objetos mentales que elabora y constituye, lo que deben ser instruidos y educados en su uso y comprensión. La práctica pedagógica cotidiana en la observación constante, preguntas escritas, comprobaciones masivas, operativos nacionales se constata que: Se tiende a calcular sólo si se trata de los números naturales, existen dificultades en los procedimientos en la adición y sustracción, tanto con la fracción decimal como en la forma $\frac{m}{n}$. Los estudiantes no reconocen el significado práctico de las fracciones siendo un objetivo de la primaria. No se sistematiza el trabajo con ejercicios donde se represente el significado práctico en este nivel. Las dificultades que se presentan en la sistematización de los conceptos de mínimo común múltiplo, ampliación y simplificación de fracciones contribuyen un freno al elevarse el nivel de complejidad en los ejercicios con números fraccionarios. Se utiliza la calculadora en la realización de las tareas propuestas en las clases y estudios independientes observándose el abandono del cálculo ante la primera señal de fracaso.

Según lo planteado anteriormente se hace necesario declarar como **problema científico**: ¿Cómo contribuir al desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios en los estudiantes de séptimo grado? Teniendo en cuenta el nivel de actuación se determinó como **objeto de estudio**: Proceso Enseñanza-Aprendizaje del cálculo aritmético en los estudiantes de séptimo grado, y como **campo de estudio**: la adición y sustracción de números fraccionarios en los estudiantes de séptimo grado y se asume como **objetivo**: Aplicar un sistema de ejercicios para el desarrollo de las habilidades de cálculo aritmético en los estudiantes de séptimo grado.

Para dar cumplimiento del objetivo se formularon las siguientes **preguntas científicas**:

1. ¿Cuáles son los fundamentos teóricos metodológicos en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje para el desarrollo de las habilidades de cálculo aritmético?
2. ¿Cuál es el estado actual del desarrollo de las habilidades de cálculo aritmético en los estudiantes de séptimo grado?
3. ¿Qué sistema de ejercicios contribuyen al desarrollo de las habilidades de cálculo aritmético en los estudiantes de séptimo grado?
4. ¿Cuál es la efectividad de un sistema de ejercicios para el desarrollo de las habilidades de cálculo aritmético en los estudiantes de séptimo grado?

Variable independiente: Sistema de ejercicios para el desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios.

Aquí se realiza un estudio de los diferentes conceptos que definen la variable independiente:

Sistema: Regla, método, plan, norma, procedimiento, conjunto, régimen, ordenanza, técnica, gobierno (RAE, 2006).

Ejercicio: Es la acción de repetir muchos actos para adiestrarse en la ejecución de una cosa, tomar posición de ella o hacer que uno la aprenda mediante la enseñanza y práctica de ella (RAE, 2006).

Sistema de ejercicio: Es un conjunto de ejercicios relacionados entre sí y diferenciados, que satisface los principios de potencialidad desarrolladora,

representatividad y balance procedimental, suficiencia ejecutora, representatividad de los errores, ordenamiento progresivo de la complejidad de los ejercicios y diversidad en la formulación de las exigencias, cuya resolución conduce a la ejecución de las acciones de identificación, valoración y corrección. (Ballester y otros 1992: 407).

Variable dependiente: Nivel de aprendizaje de los estudiantes en las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios.

Para la evaluación de la variable dependiente se aplicó el procedimiento siguiente:

- Determinación de dimensiones e indicadores.
- Modelación estadística de los indicadores mediante variables.
- Medición de los indicadores.
- Procesamiento estadístico de los datos.
- Elaboración de juicios de valor sobre el objeto de evaluación.

Para evaluar a los estudiantes en el nivel de desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios en los estudiantes, se determinan las siguientes dimensiones con sus correspondientes indicadores cualitativos y cuantitativos, los cuales revelan, en un sentido amplio e integral.

Dimensión 1: Cognitiva (conocimiento que poseen los estudiantes sobre las habilidades de cálculo aritmético).

Indicadores:

1. Simplificar la fracción si es posible.
2. Buscar correctamente el denominador común.
3. Ampliar los numeradores: dividir cada denominador por el denominador común y luego multiplicar por el numerador.
4. Sumar o restar los numeradores, manteniendo el denominador hallado.
5. Simplificar la fracción obtenida.

Dimensión 2: Motivacional (vínculo afectivo del sujeto en el cálculo con números fraccionarios).

Indicadores:

1. El gusto por calcular con números fraccionarios.
2. El entusiasmo por la obtención del resultado.

Dimensión 3: Actitudinal (actitud que presenta el sujeto al realizar ejercicios de cálculo con números fraccionarios).

Indicadores:

1. La voluntad para enfrentar la solución del cálculo.
2. La disciplina durante la solución del ejercicio planteado.

Los criterios utilizados para la asignación de valores a las variables de indicadores están explicitados en el (Anexo #13)

Para el desarrollo del trabajo se realizaron las **tareas científicas** siguientes:

1. Determinación de los fundamentos teóricos metodológicos en el Proceso Enseñanza-Aprendizaje para el desarrollo de las habilidades de cálculo aritmético.
2. Caracterización del estado actual del desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios en los estudiantes de séptimo grado.
3. Estructuración de un sistema de ejercicios que contribuyen al aprendizaje para el desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios en los estudiantes de séptimo grado.
4. Validación del sistema de ejercicios que contribuyen al aprendizaje para el desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios en los estudiantes de séptimo grado.

En el desarrollo de la investigación se utilizaron diversos métodos del nivel teórico, empírico y estadístico-matemático. Entre los métodos del nivel teórico se destacan:

Analítico-Sintético: El análisis permitió estudiar los diferentes factores que influyen en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje de la Matemática, con énfasis en el desarrollo de habilidades de cálculo de los estudiantes, y mediante la síntesis se buscaron relaciones entre las variables independientes y las habilidades de cálculo de los estudiantes.

Inducción y deducción: Se utiliza la inducción para determinar las regularidades en el desarrollo de la habilidad de cálculo en los estudiantes partiendo de la importancia que tiene el desarrollo de esta habilidad para poderlo utilizar en la obtención de nuevos conocimientos matemáticos y la deducción para determinar inferencias sobre la teoría formulada del objeto de estudio.

Enfoque de sistema: Se establecen los nexos y relaciones de los contenidos del programa con las habilidades de cálculo aritmético.

Modelación: Se utiliza para crear la solución, explicar la realidad de los contenidos geométricos y posibilitar la elaboración y proyección de las actividades didácticas, o sea la vía de solución.

Análisis histórico – lógico: El método de análisis histórico – lógico se utiliza para propiciar una valoración de la situación presentada por los estudiantes en los diferentes niveles de enseñanza con relación al cálculo aritmético, que se comienza a estudiar en los primeros grados de la escuela, de modo que se manifieste cuáles son las principales acciones que hoy deben acometerse para el desarrollo de esta habilidad. **Métodos del nivel empírico:**

Observación: Se observa el proceso de enseñanza – aprendizaje enmarcado en la clase y prestando atención al desarrollo de la habilidad de cálculo en los estudiantes y el comportamiento de estos.

La entrevista: Se realiza para conocer la opinión de los alumnos sobre la situación que presentan con relación al desarrollo de la habilidad de cálculo y buscar hechos que fundamenten la existencia del problema de investigación en el objeto de estudio, así como constatar resultados, causas e insuficiencias.

Método experimental: Se utiliza el pre – experimento con un grupo experimental (no existen grupos de control) donde se utilizan instrumentos y se comparan los valores de la variable dependiente antes y después de actuar la variable independiente para comprobar la efectividad de la propuesta.

Prueba pedagógica: Se aplica un pre – test a los estudiantes del grupo experimental antes de aplicado el instrumento (procedimiento didáctico propuesto) y un post – test después de la implementación, registrando en cada una el nivel de desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios.

Del nivel estadístico:

Estadística descriptiva: Se utiliza para el procesamiento de la información recolectada, aplicando los estadígrafos que nos permitan arribar a conclusiones. Se confeccionan tablas y gráficos que ilustren la información recogida utilizando medios computacionales como el Excel.

En la investigación se utilizó como **población** un grupo de 45 estudiantes de séptimo grado de la Secundaria Básica Ramón Leocadio Bonachea y como **muestra** fueron seleccionados de forma intencional y por constituir una muestra suficientemente representativa de la población objeto de estudio, un total de 15 estudiantes y se caracteriza de la siguiente forma: Del total de estudiantes siete son del sexo femenino y del masculino seis, la edad promedio de estos es de 13 años. Los mismos se encuentran dentro de los siguientes niveles de desempeño cognitivo seis (nivel I), tres (nivel II) y seis (nivel III)

Aporte práctico: Brinda un sistema de ejercicios para el desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios.

La novedad científica: Radica en el sistema de ejercicios para contribuir al desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios, utilizando el significado práctico de fracciones. Demuestra los cambios positivos en los niveles de desarrollo cognitivos, en la motivación y en la actitud de los estudiantes.

Estructura de la tesis: Está conformada por, introducción, dos capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos. El capítulo 1 contiene los fundamentos teóricos sobre el tema de investigación y el capítulo 2 contiene el diagnóstico, el sistema de ejercicios dirigido al desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios y la validación de la misma. Cada capítulo está dividido en epígrafes.

CAPÍTULO 1: Fundamentos teóricos y metodológicos para desarrollar la habilidad de cálculo aritmético en el proceso enseñanza aprendizaje.

El presente capítulo está dividido en cuatro epígrafes, donde se esbozan los elementos teóricos en que se fundamenta la solución que se le da al problema de investigación. En el primer epígrafe, se dan algunas consideraciones sobre el cálculo en el que se tienen en cuenta aspectos como una breve historia del cálculo, la importancia social del cálculo en la actualidad. En el segundo epígrafe se fundamenta la habilidad de cálculo aritmético en el proceso de enseñanza – aprendizaje, haciéndose un análisis de la formación y desarrollo de habilidades matemáticas y la habilidad de cálculo aritmético desde el enfoque histórico cultural de Vygotsky y el cálculo aritmético en la escuela Cubana, se precisa el concepto cálculo aritmético y del contenido que comprende. En el tercer epígrafe se trata la caracterización de los estudiantes de séptimo grado en la Secundaria Básica y en el cuarto se analiza algunas consideraciones sobre el tratamiento de las habilidades de cálculo aritmético en los programas de la Enseñanza Media.

1.1 Proceso de Enseñanza- Aprendizaje del cálculo aritmético.

Rico, P. y Balboa, M. (García Batista, G. 2002: 71) plantean “... El proceso de enseñanza – aprendizaje, al igual que cualquier otro proceso requiere para su desarrollo partir del conocimiento del estado inicial del objeto en este caso del estado inicial del alumno por lo cual la realización del diagnóstico resulta una exigencia obligada”.

Desde épocas remotas se conocen ideas de diferentes pensadores que tuvieron en cuenta el desarrollo del hombre desde el punto de vista intelectual. En este sentido la historia de la pedagogía recoge escritos donde se evidencian las preocupaciones de ilustres personalidades que en el campo de la enseñanza han tenido y tienen repercusión por lo trascendental de sus ideas.

1.1.1 Breve historia del cálculo

La necesidad de calcular y por tanto el surgimiento del cálculo acompaña al hombre desde la comunidad primitiva, las formas de los primeros cálculos se encuentran muy ligado a la habilidad de contar. Se asegura que el hombre primitivo realizaba sus primeros cálculos contando con piedras, los nudillos y los

dedos de sus manos y pies. Evidencia de esto es que la palabra “cálculo” en latín significa “piedra” lo que es considerado una confirmación de que antiguamente se utilizaban las piedras para calcular.

En los estudios de las principales civilizaciones de la antigüedad, sociedades esclavistas clásicas, encontramos la utilización de sistemas numéricos acompañados de procedimientos de cálculos los cuales generalmente incluían la suma y la multiplicación. Se aprecia que los cálculos ya era una necesidad en la organización de estas primeras estructuras sociales caracterizada por la división en clases y la existencia de propiedad privada.

En papiros contemporáneos a las construcciones de las pirámides en Egipto, se muestran cálculos bastante complejos de los abastecimientos necesarios para alimentar a todo el personal que participaba en la construcción. En estos documentos se hace referencias a personas entrenadas en este arte, llamadas “escribas”, a los que le reconoce un importante rango social. De lo anterior podemos inferir la existencia de personal dedicado al cálculo y a la preservación y transmisión de estos conocimientos.

Los procedimientos de cálculos que se aprecian en estas culturas son mejores en correspondencia al sistema de numeración utilizado. Existen numerosos sistemas de numeración, el que utilizamos hoy en nuestra enseñanza es el sistema posicional decimal con la inclusión del cero, el hecho que en este sistema la base sea diez no es ninguna ventaja con respecto a que sea sesenta u otro número, lo más importante es su carácter posicional con la inclusión del cero, lo cual con muy pocos caracteres permite la escritura de todos los números.

Para realizar diferentes cálculos, desde los Egipcios, se reconocen instrumentos de variadas formas, llamados ábaco. En su forma general está formado por varillas, sobre las cuales se pueden hacer desplazar cuencas. En las civilizaciones Mesopotámica se utilizaba un sistema de base sexagesimal y para calcular operaciones de multiplicación se tenían construidas tablas que mostraban los resultados desde el 1·1 hasta 60·60. Los estudios han mostrado los grandes conocimientos que tenían todas las civilizaciones de la antigüedad que incluyen: la egipcia, la griega, las mesopotámicas, las indias, las chinas, las americanas (Aztecas, Mayas e Incas), entre otras.

Los métodos de cálculos utilizados por las diferentes civilizaciones eran muy variados. Como característica común tenemos que a estas funciones se dedicaba un reducido número de personas muy instruidas y que ocupaban importantes posiciones sociales.

A partir del siglo XV con los primeros albores del capitalismo surgido en Europa, con el incremento de la actividad comercial, el desarrollo de la navegación marítima y el estudio de la astronomía con fines astrológicos, el cálculo tomó una gran importancia; muchas personas necesitaban saber calcular para dedicarse a esas actividades. En la primera etapa predominaba el cálculo con ábaco, por lo que en los principales puertos, donde más intensa era la actividad comercial, se encontraban los especialistas en ábacos que calculaban intercambios entre monedas totalmente diferentes y cantidades de una mercancía y la otra para el trueque de estas sin mediar ninguna moneda.

Otro método para calcular comenzó a popularizarse en Europa, era en realidad un cambio radical, una forma nueva de escribir y de leer los números, así como métodos escritos para realizar los cálculos, lo que resultó muy interesante, quienes lo aprendía hablaban casi de magia con los números, pero se necesitaba papel, algo muy caro en esta etapa y existía una fuerte tradición de calcular con ábacos, por lo que esta nueva forma de escritura y lectura de los números y las formas primarias de los procedimientos que utilizamos hoy para calcular, no fueron acogidas tal fácilmente como se puede suponer, fue un proceso lento pero ya en la Europa del siglo XVII era muy popular el nuevo sistema.

Se puede constatar que con el surgimiento de la imprenta entre los libros más editados se encontraban los libros de cálculo que enseñaban a calcular utilizando el nuevo sistema. Surgieron numerosos maestros en esta especialidad que escribían sus propios libros y la manera de calcular fue mejorada con el transcurrir de los años.

El actual método de cálculo y el sistema decimal posicional que lo sustenta, incluido el cero, tienen sus orígenes en la India. Como método teóricamente poderoso, estaba destinado a triunfar, así que comenzó su viaje por los países árabes y de estos territorios pasa a Europa.

Hoy día todos los habitantes del mundo calculan según sistema decimal, en algunos idiomas los rasgos de los símbolos de los dígitos no son exactamente

iguales, pero se encuentran pocas diferencias. Con el desarrollo de la ciencia y la técnica las necesidades de cálculo se incrementaron y se han realizado notables avances en la creación de máquinas que calculan con gran precisión y rapidez de esta manera las actuales computadoras pueden realizar en un segundo millones de operaciones más que el hombre y sin cometer errores.

Importancia social del cálculo en la actualidad

Al pensamiento de todo individuo normal con actividad social le es propio un grado de desarrollo de la habilidad de cálculo que le permite realizar intercambio monetario, distribuir las actividades en el tiempo, entre otras. Esta habilidad se desarrolla a partir de la experiencia social.

La escuela ocupa un papel fundamental en el desarrollo de esta habilidad desde edades tempranas, garantizando un conocimiento de las operaciones adición, sustracción, multiplicación y división con números naturales.

“En una reunión de expertos internacionales convocada por la UNESCO en junio del 2003, se propuso una definición funcional – principalmente con fines evaluativos – en los siguientes términos “alfabetización es la habilidad para identificar, entender, interpretar, crear, comunicar y calcular, mediante el uso de materiales escritos e impresos relacionado con distintos contextos” (UNESCO: 2004)”. Ministerio de Educación. Cuba. (2006).

Del anterior planteamiento de la UNESCO (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura) se deduce que si un pueblo quiere ser reconocido como culto, entre otros aspectos, tiene que saber calcular.

La tendencia de considerar la Matemática como asignatura difícil, hace que muchas personas que dicen no gustarles, muestren igual rechazo al cálculo y limiten sus habilidades en este sentido. Sin embargo existen muchos ejemplos de personas que sin ser buenos matemáticos son magníficos calculistas en algunas modalidades: quienes de un vistazo suman numerosas fichas de un dominó, personas que efectúan cálculos mentales sin el menor error, también están los que compiten en esas habilidades estableciendo record mundiales. Maestros japoneses que con una especie de ábaco enseñan a calcular a sus estudiantes hasta adquirir una habilidad tal que después sin el instrumento realizan los mismos cálculos con igual rapidez.

Alberto Coto record Guines y activo propagador de programas para el desarrollo de las habilidades de cálculo asegura que con orientación y entrenamiento cualquier persona dentro de unos pocos meses puede asombrar a conocidos con sus habilidades numéricas. De lo anterior podemos sacar las conclusiones siguientes: las personas con habilidades de cálculo relevantes reciben reconocimiento social. Las habilidades de cálculo se pueden desarrollar con entrenamiento y en poco tiempo. Si no se ha sido talentoso para las matemáticas no hay porque ser perezoso para el cálculo.

1.1.2 El cálculo aritmético en la escuela Cubana. Precisión del concepto.

Para precisar el alcance actual del concepto de cálculo aritmético y del contenido que comprende se hace un estudio de los documentos de apoyo al proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática, como son: Metodología de la Enseñanza de la Matemática, programa director, líneas directrices, programas de la asignatura en el semestre, recomendaciones metodológicas y otros documentos de orientación.

Ballester Pedroso, S. et at. (1992:18) en Metodología de la Enseñanza de la Matemática destaca los componentes fundamentales de los objetivos que se abarcan en el campo del saber y el poder matemáticos:

Respecto al saber matemático:

1. La adquisición de sólidos conocimientos entre los que se encuentran:

- Las proposiciones matemáticas, por ejemplo relaciones entre los dominios numéricos y propiedades importantes de sus elementos y
- Los procedimientos de trabajo matemático por ejemplo los procedimientos de cálculo en los diferentes dominios numéricos que deben dominar los alumnos.

Respecto al poder matemático se destaca:

1. La formación y desarrollo de hábitos y habilidades entre los que se encuentran:

- Realizar operaciones básicas de cálculo en los diferentes dominios numéricos y con variables.
- La representación y el cálculo de cuerpos sencillos en el plano y el espacio.

2. La formación y desarrollo de capacidades para aplicar los conocimientos, hábitos y habilidades matemáticas en la solución de ejercicios y problemas.

- Reconocer, analizar y solucionar problemas matemáticos.

Si se observa los componentes del saber y del poder matemático se aprecia que se encuentran estrechamente vinculados.

La formación del poder está en dependencia de la adquisición del saber y solo es posible mediante este. De este modo los hábitos y habilidades para el cálculo se desarrollan sobre la base del conocimiento sobre los procedimientos de solución correspondientes. Además con la formación y desarrollo del poder también se crean premisas para la elevación de la calidad del saber. Así la formación y desarrollo de hábitos y habilidades para el cálculo aritmético permite que los alumnos conozcan y comprendan un procedimiento general para la resolución de operaciones con cálculo algebraico.

En este mismo libro se hace un ordenamiento lineal del contenido y sus objetivos destacando en el primer ciclo de la primaria el estudio de los números naturales, sobre la base de operaciones con conjuntos, en el segundo ciclo se profundiza en el cálculo con números naturales y fraccionarios y se desarrollan habilidades con los mismos. En secundaria básica se estudia el dominio de los números racionales y se familiarizan con la existencia de los números reales.

De forma más específica se pueden observar que en el programa director de Matemática, vigente a partir del curso 1997 – 1998, se reconocen entre los objetivos básicos los siguientes:

- Leer, escribir, comparar, y ordenar números naturales, y fraccionarios representados como expresiones decimales, como fracciones comunes o en notación científica, interpretar su significado y saber ubicarlos en la recta numérica.
- Calcular con seguridad y rapidez, saber emplear las reglas del cálculo aproximado y estudiar la factibilidad de las respuestas atendiendo a los enunciados de los ejercicios.
- Resolver problemas en los que se apliquen los conocimientos y habilidades

adquiridos sobre el significado de las operaciones de cálculo, la proporcionalidad y el tanto por ciento.

En este documento se orienta que las acciones que se deriven de la implantación de este programa deben lograr avances, en dos direcciones que interactúan entre sí y se complementan:

1. Cumplimiento de los objetivos de cada grado y nivel con el mayor alcance en la asimilación de los conocimientos y desarrollo de habilidades matemáticas que sea posible, teniendo en cuenta el diagnóstico de las deficiencias fundamentales que arrastran los estudiantes de grados precedentes.
2. Fortalecimiento de las relaciones interdisciplinarias, para lograr que todas las asignaturas del currículo contribuyan al logro de los objetivos de la formación matemática en cada grado y nivel.

Para coordinar la labor que cada asignatura debe realizar, se requiere, hacer un análisis del diagnóstico del desarrollo de habilidades matemáticas en los colectivos pedagógicos, y trazar en ellos una estrategia o plan de acción común.

En el análisis del documento sobre las líneas directrices y competencias en la asignatura Matemática a pesar de los cambios se observa que como primera línea directriz, relativas a ideas y formas de pensamiento matemático esenciales, se mantiene: Dominios Numéricos, definiéndose los siguientes objetivos por ciclos:

Enseñanza Primaria. Primer Ciclo:

- Identificar los distintos significados y la magnitud de los números de acuerdo con el contexto en que son utilizados.
- Representar, leer, escribir, contar, ordenar, comparar, elegir y desarrollar procedimientos de cálculo oral y escrito con números naturales hasta 1000 000 de acuerdo con los requerimientos de situaciones con sentido para ellos, sobre la base del dominio de los principios del sistema de posición decimal.
- Transferir de una representación (conjuntista, simbólica, en la tabla de posición decimal o en el rayo numérico) a otra, de los números naturales.
- Resolver y formular problemas que requieren el reconocimiento de los significados prácticos de las operaciones con números naturales y de las

fracciones como parte de una unidad y como parte de un conjunto, incluyendo el concepto “fracciones equivalentes”.

- Reconocer la necesidad de estimar los cálculos que realizan para garantizar tanto su corrección, como su carácter racional de acuerdo con la situación planteada.

Enseñanza Primaria. Segundo Ciclo:

- Reconocer la necesidad de construir el dominio de los números fraccionarios y las relaciones de este con el dominio de los números naturales.
- Leer, escribir, ordenar, comparar, elegir y desarrollar procedimientos de cálculo oral y escrito con números fraccionarios y pasar de una representación (decimal, operacional o gráfica) a otra de estos números de acuerdo con la situación planteada.
- Resolver y formular ejercicios y problemas que exigen la comparación de números naturales y fraccionarios y el reconocimiento de los significados prácticos de las operaciones de cálculo con dichos números en sus diferentes representaciones, incluyendo la potenciación y la radicación de números naturales.
- Reconocer la necesidad de introducir procedimientos de aproximación ilimitada, por ejemplo, cuando dividen expresiones decimales, y de estimar los cálculos que realizan.

Enseñanza Media Básica:

- Reconocer la necesidad de construir el dominio de los números enteros y racionales y sus relaciones con los restantes dominios estudiados, en particular, a partir de la interpretación del significado de los números negativos.
- Resolver y formular problemas que exigen la comparación de números enteros y racionales y la realización de estimaciones y cálculos con estos números en sus diferentes representaciones, sobre la base de la sistematización de los conocimientos y habilidades que se han desarrollado a través del trabajo con números fraccionarios.

- Aplicar las potencias de exponente entero a la interpretación y descripción de situaciones, así como al cálculo de constantes y cantidades de magnitud en ecuaciones y fórmulas.
- Reconocer la existencia de números no racionales, su notación decimal, operatoria y gráfica y conocer que la unión de los números racionales e irracionales da lugar al dominio de los números reales.

En las orientaciones metodológicas de décimo grado (1989:19) Campistrous define las habilidades generales de la enseñanza de la Matemática en la escuela, donde se observa que la habilidad calcular está presente como una acción en todas las restantes.

Calcular: Identificar el tipo de cálculo, Seleccionar las reglas de cálculo necesarias, Efectuar los cálculos.

Evaluar: Identificar el tipo de expresión, Seleccionar y utilizar los medios necesarios (tablas, algoritmos), Calcular

Simplificar: Identificar el significado concreto de la simplificación, Reconocer las reglas a utilizar, Calcular, Comprobar que la expresión no admite otra simplificación

Resolver ecuaciones: Simplificar si es necesario. Reconocer el tipo de ecuación, Seleccionar el procedimiento de resolución, Calcular, Comprobar las soluciones

Descomponer en factores: Identificar si es posible proceder directamente o no. Identificar el tipo de descomposición. Utilizar las reglas. Calcular. Comprobar si está factorizada completamente.

Relacionar gráficos y propiedades de funciones: Identificar la relación entre el gráfico y la propiedad, Reconocer el comportamiento en el gráfico, Concluir sobre las propiedades.

Con la anterior caracterización de las habilidades matemáticas se puede concluir que el desarrollo de la habilidad de cálculo, en la adquisición de los nuevos conocimientos y otras habilidades generales en la asignatura, es de gran importancia.

Precisión de conceptos

El cálculo numérico como concepto matemático puede integrar elementos muy variables que se modifican desde la interpretación de número hasta el concepto de operación de cálculo. La idea de cálculo numérico puede incluir cualquier operación que se realice con números, cálculo de una raíz cuadrada, de una serie numérica para solo poner algún ejemplo por lo que para el presente trabajo se quiere definir algunos términos:

Según Mingot, T de G (1988:190) Cálculo es la cuenta que se hace para hallar el resultado de la combinación de varios números y cálculo aritmético el que se efectúa exclusivamente con números y sirviéndose de las cuatro reglas.

En la definición de la palabra numérico se encuentra que cálculo numérico: el que se hace con cifras por oposición al cálculo algebraico, en el cual intervienen letras. Mingot, T de G (1988:738).

El desarrollo de una habilidad en el proceso enseñanza – aprendizaje es un proceso dinámico que incrementa gradualmente el nivel de conocimientos y las acciones que la integran, lo cual permite que la habilidad analizada pueda considerarse como un sistema de habilidades.

La habilidad de cálculo considerada para el nivel de enseñanza se definirá como un sistema de habilidades básicas que permita precisar los conocimientos que se deben tener así como los sistemas de acciones que el estudiante debe conocer.

La habilidad de cálculo con que se debe iniciar el estudio de la enseñanza media superior comprende habilidades como:

- Reconocer números naturales.
- Contar.
- Representar números naturales en un rayo numérico.
- Reconocer relaciones de orden entre los números naturales.
- Calcular con números naturales. (Adición, sustracción, multiplicación y división).
- Realizar estimaciones en los cálculos.
- Reconocer las operaciones que involucren el cero (Adición, sustracción, multiplicación y división).

- Representar un número natural como la combinación de operaciones de otros números. (calcular divisores, múltiplos, sumandos vinculados a un número).
- Redondeo de fracciones en notación decimal.
- Representar las fracciones decimales en un rayo numérico.
- Reconocer relaciones de orden entre los números fraccionarios en notación decimal.
- Calcular con números fraccionarios en notación decimal. (Adición, sustracción, multiplicación y división)
- Reconocer números fraccionarios en notación decimal y en la forma $\frac{m}{n}$.
- Simplificar fracciones de la forma $\frac{m}{n}$.
- Expresar una fracción de la forma $\frac{m}{n}$ como fracción decimal.
- Representar las fracciones en un rayo numérico.
- Reconocer relaciones de orden entre los números fraccionarios.
- Calcular con números fraccionarios de la forma $\frac{m}{n}$ (Adición, sustracción, multiplicación y división)
- Reconocer las reglas para el cálculo con números enteros (Adición, sustracción, multiplicación y división)
- Calcular con números racionales (Adición, sustracción, multiplicación y división)
- Reconocer las propiedades algebraicas de las operaciones

Este sistema de habilidades se plantea sin seguir un orden lógico ni jerárquico pero esclarece el significado de lo que entenderemos por la expresión habilidad de cálculo aritmético.

1.2- Algunas consideraciones sobre habilidades matemáticas

Cuando se habla de habilidades se considera un complejo formado por conocimientos específicos, sistema de acciones, conocimientos y operaciones lógicas. Al respecto se considera que un alumno posee determinada habilidad cuando puede:

“...aprovechar los datos , conocimientos o conceptos que se tienen, operar con ellos para la elucidación de las propiedades sustanciales de las cosas y la resolución exitosa de determinadas tareas teóricas o prácticas...”

El desarrollo de habilidades matemáticas es la esencia del enfoque didáctico que se propone en el curriculum actual para la educación básica; dichas habilidades se reflejan en la posibilidad que tienen los alumnos de resolver problemas en distintos ámbitos de la matemática, apelando a sus conocimientos y a su inventiva para establecer relaciones de diversa índole, con base en la información que se tiene, explícita e implícita.

En el sistema de habilidades matemáticas se consideran tres factores o componentes fundamentales:

- Conocimientos matemáticos.
- Sistema de operaciones de carácter matemático.
- Conocimientos y operaciones lógicas.

Varios autores han expresado sus criterios sobre las habilidades matemáticas como es el caso de un colectivo de autores integrado por Ostr E. Geissler, Dr. .J. Sieber, Ostr H. Starke, Dr. A. Wolf (1978) los cuales concluyeron que:

“las habilidades matemáticas son aquellos componentes automatizados que surgen en el desarrollo de acciones con contenidos preferentemente matemáticos y finalmente contribuyen decisivamente, mediante su aplicación al nivel del poder en matemática”.

Otros autores como Krutetskii (1969), definen las habilidades matemáticas como:

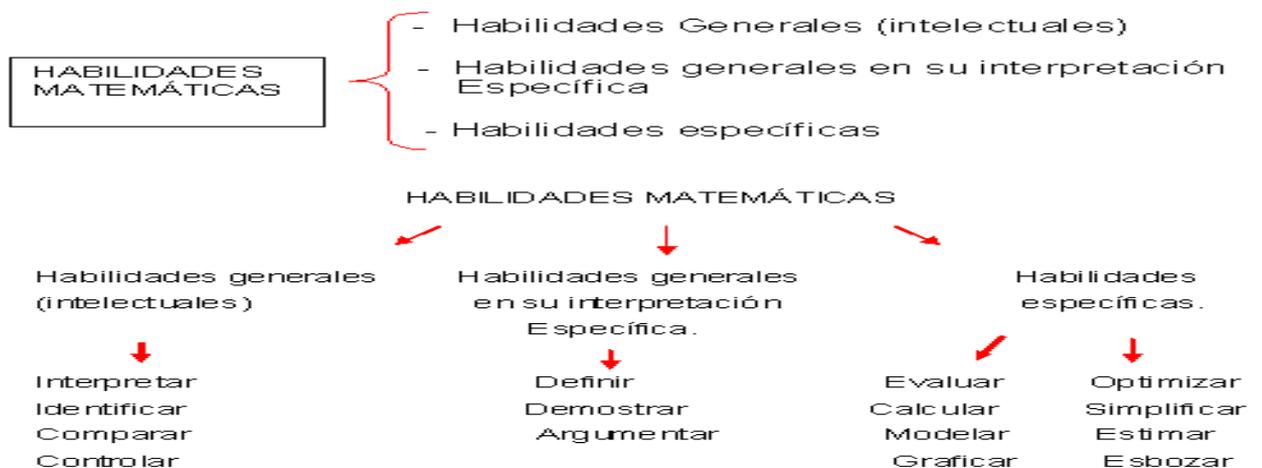
“aquellas que pueden ser categorizadas en un sistema estructurado que tiene elementos en el rango desde lo más general a lo más especializado. Por habilidad matemática se entiende todo rasgo individual psicológico de una persona que conducen al dominio exitoso de una actividad matemática”.

De acuerdo con lo que plantea Krutetskii es necesario destacar que no es todo rasgo individual psicológico, pues las aptitudes y las capacidades no son habilidades. La formación de habilidades matemáticas se encuentra en estrecha relación con el desarrollo de capacidades intelectuales. Los alumnos tienen que analizar los ejercicios dados, coordinarlos a sus clases, seleccionar la vía de solución correcta, llegar a conclusiones acerca de los ejercicios planteados partiendo de lo conocidos, establecer relaciones entre sus conocimientos, capacidades, y el ejercicio planteado y si es necesario preparar los pasos parciales. Dichas capacidades son tanto condición previa, como resultado de la formación de habilidades matemáticas.

Es por eso que autores como Krutetskii (1969) estructuran las habilidades matemáticas en:

- Habilidades generales: necesarias para la ejecución exitosa de cualquier actividad y podrán incluir rasgos tales como diligencia, perseverancia y eficiencia, además buen desarrollo de la memoria voluntaria, activa atención y la habilidad para mantener el interés de una actividad y para el trabajo.
- Elementos generales de la habilidad matemática: son elementos generales de una actividad mental que son esenciales para muchas actividades no sólo para las matemáticas, sino también para el área de las letras. Incluye rasgos tales como suficientes recursos y flexibilidad mental.
- Elementos especiales de la habilidad matemática: son aspectos especiales de la actividad mental en las matemáticas y específicos para la actividad matemática.

Aunque pudieran estructurarse de la siguiente manera:



1.2.1 Formación y desarrollo de habilidades desde el enfoque histórico cultural de Vygotsky.

Según la bibliografía revisada el concepto de habilidad es definido por diversos autores tanto foráneos como cubanos de diferentes formas, pero no distantes unas de otras. Ferrer Vicente, M. (2003), plantea que:

“Spirin, en su libro Formación de las habilidades profesionales del maestro, selecciona 22 definiciones dadas por diferentes autores (Abdulina, O. A.; Boiko, E. I.; Viktorov, I. M.; Kuzmina, N. V.; Leontiev, A. N.; Platonov, K. K.; Stepanov, A. A. y otros), que expresan las dos principales tendencias en la evolución de este concepto, los que definen la habilidad como un hábito culminado, y los que la definen como una acción creadora en constante perfeccionamiento”.

El estudio de éste y otros trabajos sobre el tema, indica la mayor tendencia al segundo grupo, tanto en psicólogos como en pedagogos.

Leontiev considera “Las habilidades como las acciones dominadas por el sujeto” y Spirin escribe “Las habilidades son las formas psicológicas complejas que unifican las cualidades personales... más importantes, los conocimientos y los hábitos con las acciones mentales y prácticas que garantizan el éxito en el trabajo”. (Citado en Ferrer Vicente, M. 2003)

Petrovsky, A. (1981:135), escribe en Psicología General que “Habilidad es el dominio de un complejo sistema de acciones psíquicas y prácticas necesarias para una regulación racional de la actividad, con ayuda de conocimientos y hábitos que la persona posee”

Petrovsky, A. (1977:330) en Psicología pedagógica y de las edades se refiere a que habilidad es "...aprovechar los datos, conocimientos o conceptos que se tiene, operar con ellos para la elucidación de las propiedades sustanciales de las cosas y la resolución exitosa de determinadas tareas teóricas o prácticas." Savin (1976:71) expone que la habilidad "... es la capacidad del hombre para realizar cualquier operación (actividad) sobre la base de la experiencia anteriormente recibida." Danilov y Skatkin (1978:127) la definen como "... la capacidad adquirida por el hombre, de utilizar creadoramente sus conocimientos y hábitos tanto durante el proceso de actividad teórica como práctica."

En los últimos años autores cubanos estudiosos de esta temática han debatido la definición. Algunos plantean que es el dominio de acciones ejecutadas de manera consciente tal como lo exponen Bermúdez, R. y Rodríguez, M. (1996:7) al expresar que: "...como la acción siempre está supeditada al objetivo y este en todo caso es consciente, la sistematización de la acción no puede conducir a su dominio como automatización, sino que se ejecuta de forma consciente como habilidad."

Es decir, las acciones nunca llegan a automatizarse, siempre se efectúan de forma consciente por parte del sujeto lo que permite su continua regulación y devienen en habilidad cuando es dominada por parte del sujeto.

Otros psicólogos alegan que la habilidad es el dominio de operaciones, entre ellos se encuentra González, M. (1995:117) al garantizar que "...las habilidades constituyen el dominio de operaciones (psíquicas y prácticas) que permiten una regulación racional de la actividad." No se aborda el término acción, aunque se sobreentiende que si las operaciones se le subordinan, el dominio de estas conducirá al dominio de la acción. No obstante, en ambas definiciones se destaca la necesidad del control conciente, ya sea de las acciones u operaciones, que permita la regulación racional de la actividad, elemento este que distingue la habilidad del hábito.

Según Fuentes González, H. C. y un colectivo de autores en Fundamentos Didácticos para un proceso de Enseñanza – Aprendizaje participativo... "La habilidad es el modo de interacción del sujeto con el objeto, es el contenido de

las acciones que el sujeto realiza, integrada por un conjunto de operaciones, que tienen un objetivo y que se asimilan en el propio proceso”

Álvarez, C. (1999:72), dice en *La escuela en la vida...* “Las habilidades, formando parte del contenido de una disciplina, caracterizan, en el plano didáctico, a las acciones que el estudiante realiza al interactuar con el objeto de estudio con el fin de transformarlo, de humanizarlo”.

En el *Diccionario de Ciencias de la Educación* (1989), se dice que: “Los hábitos y habilidades constituyen una forma de asimilación de la actividad en el plano a ejecutar” además “Las habilidades corresponden a las destrezas que se requieren para poder aplicar los conocimientos en situaciones concretas y se orientan hacia la capacitación, hacia el poder hacer”. López, M. (1990:2), plantea... “Una habilidad constituye un sistema complejo de operaciones necesarias para la regulación de la actividad”. Avendaño, Rita (1989:7) escribe que “...La habilidad es la aplicación de forma exitosa de los conocimientos asimilados a la solución de tareas ya sean prácticas o mentales”.

Sin embargo, a juicio del autor de este trabajo la definición más acabada es la dada por Brito, H. (1990:3) que plantea que la habilidad es “... aquella formación psicológica ejecutora particular constituida por el sistema de operaciones dominadas que garantiza la ejecución de la acción del sujeto bajo control consciente”.

En dicha definición se señala con claridad como está estructurada la habilidad y las operaciones están sujetas a la acción sentando la secuencia lógica de su formación y desarrollo.

En sentido general cuando se habla de las habilidades en gran parte de la literatura psicopedagógica se refieren en términos de “saber hacer”, lo que significa que se parte de un objetivo, se pone en práctica lo conocido y se regula conscientemente cada una de las operaciones para el lograr el propósito que no es más que la acción.

Como se ha visto, las habilidades, formando parte del contenido de una asignatura caracterizan en el plano didáctico, las acciones que el estudiante realiza al interactuar con su objeto de estudio. La habilidad como acción que es, se puede

descomponer en operaciones, cuya integración, a su vez, permite el dominio por el estudiante de un modo de actuación. Las habilidades son un “proceso” psicopedagógico.

Álvarez de Zayas, C., (1999) y López, M., (1990) coinciden en que la adquisición de una habilidad consta de dos fases, una primera en la cual se forma y una segunda en la que se logra el desarrollo. Las habilidades solo se pueden formar y desarrollar “... sobre la base de la experiencia del sujeto, de sus conocimientos y de los hábitos que él ya posee.” (Álvarez de Zayas, C., 1999:118)

Formación y desarrollo de las habilidades

Los estudiantes de la Enseñanza Media poseen un cúmulo de conocimientos empíricos que deben ser utilizados en la formación y desarrollo de habilidades. El carácter interactivo del proceso de enseñanza – aprendizaje desarrollador, tiene sus fundamentos en los aportes de Lev Semionovich Vygotsky (1896 – 1934), al enunciar la ley de la doble formación de los procesos psíquicos superiores, donde plantea, que en el desarrollo cultural del estudiante, toda función aparece dos veces, primero a nivel social y más tarde a nivel individual. (González Sosa, A y Reinoso Cápiro, C. 2002:178).

En la concepción del aprendizaje, Vygotsky concede gran importancia a la relación entre el desarrollo y las habilidades para el aprendizaje. Según este psicólogo para establecer esta relación hay que considerar dos niveles de desarrollo: el desarrollo actual y el desarrollo potencial, definiendo la zona de desarrollo próximo (ZDP) como: “la distancia entre el nivel de desarrollo actual determinado por la capacidad para resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con compañeros más capaces” (Vygotsky, 1978: 86)

En esta definición dada por Vygotsky de la ZDP, se le da gran importancia a la ayuda proveniente de una persona experta y al entorno social en el cual el niño tiene contacto con nuevos conceptos. En el campo de la educación matemática los resultados de Vygotsky tienen una importante aplicación en todos los niveles

de enseñanza. Formar una habilidad según Petrovski, A. V. (1981:142) es “lograr el dominio de un sistema de operaciones encaminados a la elaboración de la información obtenida del objeto y contenida en los conocimientos, así como las operaciones tendentes a revelar esta información “

“Las habilidades se forman en el proceso de la actividad, en la que el alumno se apropia de la información y adquiere los conocimientos” (López, M, 1990: 1), por lo que se debe garantizar que se apropien de procedimientos generales que les permita llevar la aplicación de estos conocimientos a formas particulares de actuación para que el conocimiento obtenido le permita el logro de nuevas habilidades. En la práctica esto sucede de dos formas diferentes, una cuando el estudiante recibe una orientación adecuada a sus posibilidades y potencialidades, teniendo en cuenta la secuencia lógica de las operaciones y la otra es cuando el profesor procede y espera que el estudiante asimile espontáneamente sus formas de accionar.

Teniendo en cuenta que las habilidades se forman en el proceso de la actividad, resulta necesario tener en cuenta la teoría de la actividad desarrollada por Galperin (seguidor de Vygotsky), que se distingue en la formación por etapas de las acciones mentales. Este autor considera el estudio como un sistema de determinados tipos de actividad docente, cuyo cumplimiento conduce al alumno a los nuevos conocimientos y hábitos. Cada tipo de actividad de estudio es, a su vez, un sistema de acciones unidas por un motivo que, en un conjunto, asegura el logro del objetivo de la actividad de la que forma parte. De esta manera la actividad docente se descompone en acciones, las que tendrán una estructura y funciones determinadas, por lo que se puede decir que la acción constituye la célula básica de la actividad docente.

La acción puede estar dividida de acuerdo con sus funciones en tres partes: orientadora, de ejecución y control según Galperin, (1986) con lo que se coinciden en López, M, (1990) y en el Segundo Seminario Nacional para el Personal Docente, efectuado en mayo del 2000 en el tema: Aprendizaje y la formación de valores, en el que se plantea que el profesor al planificar la actividad docente debe partir del diagnóstico integral de la preparación del alumno para las exigencias de

la misma, nivel de logros y potencialidades en el contenido de la actividad docente en correspondencia con el desarrollo intelectual y afectivo valorativo.

Además se plantea “El diagnóstico permite orientar de forma eficiente en función de los objetivos propuestos las acciones del maestro al concebir y organizar el proceso de enseñanza – aprendizaje y dar atención a las diferencias individuales de los alumnos...” El desarrollo de las habilidades se alcanza mediante la repetición de los modos de operar, lo que significa que una vez formada la habilidad se hace necesario comenzar el proceso de ejercitación, es decir, a utilizarla las veces que sean necesarias con una buena frecuencia y periodicidad, sólo así podrán irse eliminando los errores haciéndose cada vez más fácil la realización de las operaciones hasta llegar a la perfección de algunos componentes operacionales.

En esta etapa es de gran importancia que la ejercitación sea abundante y variada con el fin de evitar el cansancio, mecanicismo, formalismo, graduando el nivel de complejidad de los ejercicios teniendo en cuenta el contexto de actuación en que se desarrolla y los diferentes niveles de desempeño cognitivos. Se requiere, además precisar la frecuencia y forma en que se va a ejercitar.

Sin embargo, suele suceder que el alumno en la etapa de formación de la habilidad asimila algunos elementos innecesarios o incorrectos y que luego le son difíciles de eliminar o no los asimila, por tanto, un elemento importante a tener en cuenta a la hora de comenzar la ejercitación es verificar que la formación de la habilidad haya sido adecuada y conciente.

1.2.2 La formación y desarrollo de habilidades matemáticas.

En el Software Educativo Pedagogía a tú alcance Ministerio de Educación (2005), se dice que:

“Las **habilidades matemáticas**, son reconocidas por muchos autores, como aquellas que se forman durante la ejecución de las acciones y operaciones que tienen un carácter esencialmente matemático.

La **habilidad matemática** es la construcción, por el alumno, del modo de actuar inherente a una determinada actividad matemática que le permite buscar o utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, utilizar

estrategias de trabajo, realizar razonamientos y juicios que son necesarios para resolver problemas matemáticos”.

Las habilidades matemáticas expresan, por tanto, no sólo la preparación del alumno para aplicar sistemas de acciones ya elaboradas inherentes a una determinada actividad matemática, ellas comprenden la posibilidad y necesidad de buscar y explicar ese sistema de acciones y sus resultados, de describir un esquema o programa de actuación antes y durante la búsqueda y la realización de vías de solución de problemas en una diversidad de contextos; poder intuir, percibir el posible resultado y formalizar ese conocimiento matemático en el lenguaje apropiado.

Campistrous (1989:19) refiriéndose a las habilidades matemáticas las define como “...un complejo formado por: conocimientos específicos, sistemas de operaciones, conocimientos y operaciones lógicas...” La habilidad se ha formado cuando el sujeto es capaz de integrarla con otras en la determinación de vías de solución, cuando deja de ser un eslabón aislado para ubicarla en un contexto.

En el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática la actividad del alumno tiene, como premisas principales: la elaboración de conceptos, teoremas y sus demostraciones, procedimientos y la resolución de ejercicios; que constituyen, el objeto del sistema de conocimientos y habilidades del contenido de la asignatura en la escuela.

En el Software Educativo Pedagogía a tú alcance Ministerio de Educación (2005) se plantea que teniendo en cuenta el objeto matemático, se reconocen los siguientes componentes del contenido de la actividad matemática:

1. Los conceptos matemáticos y sus propiedades.
2. Los procedimientos de carácter algorítmico.
3. Los procedimientos de carácter heurístico.
4. Las situaciones – problemas de tipo intra y extramatemáticas.

Para la ejecución de cualquier actividad matemática, y teniendo en cuenta componentes del contenido descrito y el estudio de las acciones y operaciones

que se ejecutan, En este mismo software caracterizan las habilidades matemáticas como las referidas a:

1. La elaboración y utilización de conceptos y proposiciones.
2. La elaboración de procedimientos algorítmico.
3. La elaboración de procedimientos heurístico.
4. El análisis y solución de situaciones problémicas de carácter intra y extramatemáticas.

Atendiendo al nivel de sistematicidad del contenido se destaca otra clasificación de las habilidades matemáticas:

- General: Habilidad para resolver problemas matemáticos
- Particular: Habilidad matemática básica
- Singular: Habilidad matemáticas elementales

Las tareas que realiza el alumno para asimilar una o varias habilidades matemáticas se basan en un sistema de acciones que, como abstracción, puede describir en un modelo lo esencial del proceder o modo de actuar, pero que no desconoce las cualidades de la personalidad del alumno, sus potencialidades, condiciones previas, los métodos de enseñanza del maestro, las características de los materiales docentes, la influencia del colectivo estudiantil y el contexto en que se desarrollan los estudiantes.

El desarrollo en el proceso de formación de habilidades matemáticas tiene como resultado un estado cualitativamente nuevo en su composición y estructura, se refleja en cómo alcanzar un determinado estado o nivel que tiene su base en la claridad y conciencia del objetivo al que se llega a través de cambios cualitativos graduales, pero que tienen una integración o sistematización para que se dé el cambio en el sentido progresivo.

El desarrollo de las habilidades matemáticas constituye un movimiento en que el alumno estructura y reestructura sistema de acciones cada vez más complejos y alcanzan estados superiores, lo que significa que cada nueva habilidad se incorpora al sistema ya formado, pero no como una habilidad más, sino como un

elemento que aporta nuevas interpretaciones, racionaliza procesos u ofrece otras variantes de solución que no borra los sistemas formados, sólo los enriquece.

El enfoque de sistema del proceso de formación de habilidades matemáticas orienta su estudio a revelar las diversas relaciones, propiedades, componentes y cualidades que se manifiestan en el proceso de desarrollo, los estados o niveles por los que transita este proceso y se materializan en la actuación del alumno. Este enfoque se sostiene en el principio de la sistematización, pero a diferencia de éste, significa que el objeto de estudio se estructura como un conjunto de invariantes, las cuales constituyen la expresión de lo esencial del contenido y guían el proceso de búsqueda de los restantes conocimientos que le dan precisión, profundidad y solidez.

Las posibilidades de este enfoque están, esencialmente, en la idea de que los conocimientos y las habilidades básicas y elementales sean instrumentos y no elementos aislados, sean elementos de un sistema y su sistematización determine estrategias de trabajo, modos de actuación o procedimientos generalizados, que es el objetivo a lograr con la disciplina Matemática en la escuela media.

En el proceso de formación del sistema de habilidades matemáticas se observan tres etapas que responden a los eslabones didácticos del proceso enseñanza – aprendizaje y toman en cuenta las relaciones entre el desarrollo, la educación y la enseñanza y el concepto de “zona de desarrollo próximo” de L. S. Vygotsky, las etapas de las acciones mentales descritas por Galperin, (1986) y las tendencias de la enseñanza a través de problemas, que permiten describir la estructura del proceso de enseñanza – aprendizaje sobre la base del papel de la resolución de problemas como eje de la formación matemática.

En el Software Educativo Pedagogía a tú alcance se reconocen como etapas del proceso de formación de habilidades matemáticas las siguientes:

1. Orientación del sistema de habilidades matemáticas: Planteamiento, comprensión y análisis de los problemas esenciales.
2. Ejecución del sistema de habilidades: Elaboración, ejercitación y sistematización del sistema de habilidades matemáticas básicas.

3. Perfeccionamiento de la ejecución del sistema de habilidades: aplicación de conocimientos y habilidades a la resolución de problemas variados.

En estas etapas se refleja la unidad de las dos funciones atribuidas al problema en el proceso de aprendizaje: medio y fundamento del aprendizaje y medio para la fijación del saber y poder matemáticos.

La formación de las habilidades trae consigo el dominio de acciones diversas y ocurre como un resultado de la sistematización de dichas acciones subordinadas a objetivos conscientes. Como se señaló anteriormente al estar subordinadas siempre a un fin consciente, las acciones no pueden automatizarse diferenciándose en este sentido la habilidad del hábito. Para una correcta formación de las habilidades es necesario estructurar los pasos a seguir en el terreno pedagógico en correspondencia con las características que debe lograr la acción para devenir en habilidad.

Al referirse al proceso de formación de habilidades H. Brito, 1987, plantea que el proceso se debe llevar a cabo de forma gradual, programada, la formación de una habilidad debe pasar por todo un sistema de etapas progresivas en el transcurso de las cuales las acciones deben sufrir determinados cambios hasta adquirir las cualidades idóneas que las caracterizan como habilidad.

Como resultado de su debida estructuración, las acciones cobran un alto nivel de asimilación y generalización, transcurren de forma más abreviada y el sujeto adquiere un considerable grado de dominio de las mismas.

Estas etapas a las que se refiere Brito son las identificadas por Galperin;

1. Etapa motivacional.
2. Etapa de la creación de la base orientadora de la acción.
3. Etapa de la acción en forma material o materializada.
4. Etapa de la acción en forma de lenguaje verbal (externo).
5. Etapa de la acción en forma mental (lenguaje interno para sí).

Para dirigir el proceso de formación de una habilidad es necesario conocer las acciones que conforman el procedimiento y luego decidir la vía más adecuada para que el alumno pueda comprenderlo y utilizarlo individualmente. (Anexo 5).

Otra alternativa para el proceso de formación de habilidades se puede encontrar en el modelo de aprendizaje de la Matemática de los Van Hiele (Pierre M. Van

Hiele y Dina Van Hiele – Geldof, 1955). Según este modelo el aprendizaje de la Matemática tiene varias fases:

- Información, aquí se obtiene información sobre los conocimientos previos que tienen los estudiantes sobre el tema que se va a abordar. El alumno recibe información sobre el tema que van a trabajar, que tipos de problemas tiene que resolver, que materiales se van a utilizar, etc. La fase que puede ser considerada como fase de diagnóstico, es imprescindible que el profesor pueda establecer con la mayor exactitud posible el grado de conocimientos que poseen los alumnos sobre el tema que se va a tratar y sobre los temas precedentes, también debe conocer el grado de formación de las acciones que entran a formar parte de la habilidad a formar.
- Orientación dirigida, aquí los alumnos bajo la guía del profesor elaboran parcial o totalmente la base orientadora de la acción, es decir el procedimiento que sirve de base para el desarrollo de la nueva habilidad. En esta fase hay que prestar especial atención a las actividades que se escojan para ejemplificar el procedimiento.
- Explicitación, es una fase dirigida a lograr la comprensión de la base orientadora. Es importante lograr que los estudiantes trabajen de forma independiente con la base orientadora. Hay que propiciar el intercambio de opiniones, el diálogo y la explicación por parte de los estudiantes de lo que han hecho y cómo lo han hecho.
- Orientación libre, en esta fase es importante la solución de problemas abiertos, es decir que puedan desarrollarse de diferentes formas o que tengan varias soluciones. Se utilizan las acciones asimiladas para resolver nuevas tareas, es una fase de aplicación de las habilidades ya formadas.
- Integración, aquí se sistematizan las habilidades adquiridas y se establecen relaciones entre ellas.

Además de las vías que se han analizado hasta el momento para la formación y desarrollo de habilidades, es importante tener presente las siguientes consideraciones pedagógicas:

- a) Seleccionar cuidadosamente las actividades a realizar con los alumnos, de manera que estas, además de propiciar la asimilación de los conocimientos,

propicien la formación de las acciones (habilidades) que se desean formar o perfeccionar.

- b) Prestar especial atención a la dirección de la actividad cognoscitiva de los alumnos, mediante la utilización adecuada del sistema de trabajos independientes.
- c) Utilizar métodos y procedimientos que favorezcan el desarrollo de las habilidades.
- d) Diagnosticar sistemáticamente el grado de formación de la nueva habilidad.

En el sistema de ejercicios que se propone en la investigación se parte del enfoque histórico – cultural y la teoría de la actividad, ya que se tiene en cuenta al proceso de enseñanza – aprendizaje como el centro de atención, a partir del cual se proyecta el proceso pedagógico, lo que significa entre otras cosas, utilizar lo disponible en el sistema de relaciones más cercano al estudiante para propiciar su interés y un mayor grado de participación e implicación personal en las tareas de aprendizaje. Donde se supone, se logre que el estudiante tenga el papel protagónico en la búsqueda de conocimiento, se mantenga interesado o aumente su interés por la ejecución de las actividades y disfrute de forma positiva con todas las acciones que desarrolle, lo que puede contribuir a perfeccionar el proceso de asimilación de conocimiento y con esto elevar la autoestima que pueda tener el estudiante.

En el enfoque histórico – cultural se le adjudica gran importancia a la actividad conjunta, a la relación de cooperación profesor – alumno y entre los estudiantes, el profesor no impone sus criterios, este orienta y guía al estudiante con el objetivo de desarrollar sus posibilidades, convertir en realidad las potencialidades de su zona de desarrollo próximo.

Si se enseña promoviendo la zona de desarrollo próximo, en el proceso de instrucción en la Matemática, para el aprendizaje de algún sistema de conocimientos, en este caso el cálculo aritmético, se debe crear en sus inicios un sistema de ejercicios, por donde transiten los estudiantes para aspirar a niveles superiores de desempeño y ejecución. Se deben diseñar las tareas a aplicar y ser sensible a los avances progresivos del estudiante. La enseñanza adecuadamente organizada debe conducir a crear zona de desarrollo próximo.

1.2.3 El papel de la formación de la habilidad de construir esquemas.

En el estudio de los documentos que norman el currículo de la Enseñanza Primaria se incluyen entre sus recomendaciones metodológicas “el paso del lenguaje oral y manipulativo, al gráfico y al simbólico”, e incluso cuando esta recomendación se restringe al mundo de los números suele precisarse más hablándose, por ejemplo, de “correspondencias entre lenguaje verbal, representación gráfica y notación numérica”.

Según Luís Puig y Fernando Cerdán en su libro Problemas Aritméticos Escolares (1989:8) plantean la necesidad, que en la educación se deba poner todo el énfasis posible en las destrezas que tienen que ver con manipular, ver e imaginar, y realizar operaciones simbólicas ya que en la resolución de problemas las representaciones gráficas o ayudas visuales han sido y son ampliamente utilizadas pensando, sin precisar más, que lo visual, al reunir las características de lo abstracto y lo concreto, podría servir de puente entre lo uno y lo otro. En cualquier caso está claro que dibujos, esquemas, diagramas, figuras o representaciones desempeñan un papel importante en cualquier estrategia de resolución de problemas, por lo que vale la pena realizar un pequeño análisis y estudio de ellas.

Para ello proponen que conviene distinguir entre:

- 1) Los dibujos, esquemas o figuras que acompañan al texto de un problema.
- 2) Las representaciones internas del resolutor.
- 3) Las producciones gráficas de carácter simbólico que el resolutor hace en el curso de la resolución, o que el profesor hace o induce que se hagan.

El autor de esta investigación tomando en cuenta las exposiciones de los autores referidos está de acuerdo que la representación gráfica utilizada en esta investigación, facilita reflejar la estructura del problema y puede ser útil en la instrucción porque:

- permite “ir por partes” (ayudando en la descomposición del problema en trozos) y permite volver una y otra vez sobre el plan de solución.
- sirve de gestor en cuanto refleja con claridad los avances y retrocesos que tienen lugar mientras se elabora el plan de solución.
- en la fase de revisión, facilita el examen del plan, la eficacia y la racionalidad de la solución obtenida, al presentar a la vista todo el problema de una vez.

En este mismo libro Luis Puig y Fernando Cerdán plantean que la traducción a dibujos es más fácil que la traducción de dibujos a otra cosa, y que la traducción en la que esté involucrado el lenguaje escrito es más fácil que la que involucra símbolos, aparte de estos datos de facilidades de traducción. De ahí la importancia de tomar en consideración las producciones gráficas que se realizan en el curso del proceso de resolución y estas son:

- ha de tener consistencia interna. Esto es, usando las mismas convenciones ha de proporcionar soluciones correctas para todas las cuestiones posibles de la misma clase.
- ha de tener capacidad de proliferación. Esto es, ha de ser lo suficientemente flexible para inspirar la invención de nuevos modelos relacionados con los que se adapten a nuevos tipos de problemas.
- habría que matizar que alguna idea de las operaciones aritméticas que hay que realizar para resolver el problema podría extraerse si en la interacción alumno-profesor éste muestra explícitamente la estrategia que sigue en la distribución de las patas a la vez que realiza el dibujo.
- ha de tener una estructura intrínseca. Lo que aquí quiere decir que el modelo no ha de estar construido con reglas artificiales cuyo significado sólo se encuentra en el reflejo de la situación original.

Multitud de investigaciones realizadas aportan datos que indican que muchas dificultades en el aprendizaje del cálculo, el álgebra y la geometría pueden diluirse e incluso evitarse si a los estudiantes se les anima a usar e interiorizar

gráficos o representaciones visuales asociadas a dichos conceptos. Pero es un hecho comprobado que existe rechazo por parte de muchos maestros de Matemáticas a usar recursos visuales en el desarrollo de su labor. Una causa de dicho distanciamiento se encuentra en que la enseñanza basada en la visualización requiere que los profesores dispongan de una formación adecuada para poner en marcha diversas habilidades pedagógicas. En este caso no solo se requiere entender la Matemática, sino también saberla comunicar visualmente.

Conjuntamente Campistrous Pérez y Rizo Cabrera han expresado la necesidad de utilizar las técnicas de modelación en su libro "Aprende a resolver problemas matemáticos" (1999:12_28). En este material se presentan algunas técnicas que pueden ser explicadas a los alumnos para aprender a resolver problemas y se estructuran dentro de un proceso generalizado de actuación que puede también ser útil.

El poder de modelar, es decir, reproducir las soluciones fundamentales que se establecen en el enunciado de un problema, despejados de elementos innecesarios o términos no matemáticos que hacen difícil la comprensión, es una capacidad muy importante en la resolución de problemas.

La forma de hacer los modelos es muy personal, pues depende de la manera propia de interpretar el problema; sin embargo, hay algunas ideas generales que pueden ser enseñadas a los alumnos y que de ejercitarse adecuadamente, pasarán a formar parte de los recursos técnicos a utilizar en la solución de problemas, cuando considere necesario hacerlo.

Los modelos más utilizados son los lineales, los tabulares, los conjuntistas y los ramificados. Aunque en este trabajo se utilizan los modelos lineales para establecer el significado práctico de las operaciones aritméticas, es muy conveniente utilizar la relación parte-todo. Esta relación es muy elemental, obvia y relaciona al conjunto completo o todo con sus subconjuntos o partes: además establecida entre números o cantidades, tiene algunas propiedades como:

La descomposición del todo da lugar a dos o más partes, la reunión de todas las partes da como resultado el todo, cada parte es menor que el todo. Aunque en el dominio de las fracciones es posible que suceda que la parte es mayor que el todo, es importante que se tenga en cuenta que los conceptos parte y todo son relativos, pues en una situación determinada las partes pueden operar a su vez como todo y viceversa.

En el desarrollo de la habilidad de construir esquemas también son importantes los tipos de ejecución que se propongan con esa intención didáctica. Un criterio adecuado para hacer esa selección puede ser la formulada por Labarrere, A. (1989) en el que se plantean exigir a los estudiantes: elaborar esquemas para situaciones y problemas que no incluyan datos numéricos.

Analizar situaciones en las cuales a determinadas formulaciones se le han hecho corresponder varios esquemas. Investigar cuáles son los esquemas más apropiados, justificar por qué, rectificarlos. Elaborar problemas y ejercicios a partir de esquemas, transformar esquemas de manera que se vaya aumentando o disminuyendo su complejidad, a la vez que se van formando los problemas y ejercicios que le corresponden.

Para la formación de la habilidad de construir esquemas pueden encontrarse una serie de acciones que, en forma resumida y considerada dentro de un procedimiento generalizado para la solución de problemas, el alumno debe aprender. Dentro de ellas deben estar las siguientes:

- Análisis del modelo a utilizar.
- Decidir por dónde se comienza a representar la información (Cómo representar)
- Hacer el esbozo.
- Controlar si se relaciona con la situación (¿se ajusta el esquema a la situación?)

- Se analiza para constatar si ayuda a comprender mejor el problema o a encontrar la vía de solución. (¿Qué se puede inferir de él?).

En esta investigación se han tenido en cuenta los contenidos que se enseñan en quinto y sexto grados, para el desarrollo de habilidades en la suma y resta de números fraccionarios y la representación visual y abstracta del concepto de fracción y su significado práctico por medio de segmentos, rayos, rectángulos, circunferencias, etc., que simbolice de algún modo al todo o a la parte del todo que se trate.

Después que el alumno se apropie de la representación gráfica de las fracciones tiene herramientas para trabajar al resolver ejercicios de adición y sustracción sin obligarlo a utilizar una vía específica.

El aprendizaje de la aritmética es un proceso que debe seguir racionalmente, sin saltos ni precipitaciones, y cuya velocidad debe ser condicionada únicamente, por el niño que aprende.

CAPÍTULO 2: Sistema de ejercicios dirigidos al desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática en los estudiantes de séptimo grado.

Desde los fundamentos teóricos expuestos en el Capítulo I y en correspondencia con las dificultades que presentan los alumnos en la adición y sustracción de números fraccionarios, se expone un sistema de ejercicios para contribuir al desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios en la Secundaria Básica, una de las formas de modelar las operaciones es mediante esquemas gráficos que permiten al alumno hacer visibles las operaciones y, en muchos casos, facilitan “descubrir la vía de solución”.

2.1 Diagnóstico sobre el estado inicial de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios.

En el camino recorrido en busca de información imprescindible se recurre al diagnóstico que permite un acercamiento del estado inicial de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios, y desde él, modelar el deseado. Con este fin se determinó la muestra abarcadora, de un total de 15 estudiantes de Séptimo Grado, a partir de una selección intencional que permitiera trabajar con ellos de una forma heterogénea.

El punto de partida para la selección de la muestra es la caracterización de estos estudiantes, desde el punto de vista psicológico, sociológico y por niveles de desempeño cognitivo. Previamente se aplica la observación al desempeño de los estudiantes que conforman la muestra (Anexo 1), a la vez que fue aplicada una entrevista (Anexo 4), y una Prueba Pedagógica Inicial (Anexo 2), las cuales permitieron conocer el estado actual de los estudiantes en las habilidades de adición y sustracción de números fraccionarios. Para el procesamiento de estas técnicas se utiliza el cálculo porcentual y el procesamiento de la información recogida a través de tablas y gráficos, obteniéndose los siguientes resultados.

El grupo tiene una matrícula de 45 estudiantes de séptimo grado. El estado físico está acorde con la edad, existen dos alumnos que usan espejuelos (miopes) y dos asmáticos (uno alergia). El rendimiento académico es bueno, el promedio de nota está por encima de 91 puntos; con una buena motivación hacia el estudio. Sostienen muy buenas relaciones sociales y comunicativas.

Las familias a las cuales pertenecen estos estudiantes son heterogéneas, de zona urbana. De los padres, 25 tienen nivel universitario o técnico medio (83,3%), son obreros (16,6%), cinco padres son fumadores (16,6%), uno es alcohólico. Hay seis estudiantes que sus padres son divorciados, aunque reciben correcta atención por los mismos, excepto dos casos de divorcios mal manejados.

Los instrumentos aplicados arrojan como resultado que existen dificultades en los distintos tipos de significados que pueden atribuírseles al concepto de fracción y su significado práctico así como la representación gráfica de las mismas y en primaria no utilizan la representación gráfica. Existiendo un divorcio entre lo que se aprende en quinto, sexto grado y la Secundaria Básica, al igual que en los libros de textos y cuadernos complementarios, de esta última tienen

limitaciones pues no utilizan la técnica de modelación como instrumento de aprendizaje.

Se realizaron 3 observaciones al desempeño de cada estudiante constatándose que de la totalidad de la muestra 7 estudiantes no tienen dominio del procedimiento para sumar y restar números fraccionarios, siendo su mayor dificultad la obtención del mínimo común múltiplo, 9 no conocen el significado práctico de las fracciones; observándose la reproducción de patrones y 4 abandonan el ejercicio ante la primera señal de fracaso.

En la entrevista grupal (Anexo 4) se constató que: de 15 estudiantes 2 conocen el significado práctico de las fracciones lo que representa un 13,3% y ninguno utiliza gráficos para resolver la adición y sustracción, así como a 5 le gustaría proceder utilizando esa vía, para un 33.3 %.

De la prueba pedagógica Inicial realizada a la muestra (anexo 2) se obtuvieron los siguientes resultados:

Un 73,3 % (11 alumnos), no simplifican la fracción cuando es posible, 12 alumnos para un 80% no buscan correctamente el mínimo común múltiplo, 13 para un 86.6% no saben ampliar los numeradores:(dividir cada denominador por el denominador común y luego multiplicar por el numerador), 9 que representa 60 % no suman o restan los numeradores, manteniéndole denominador hallado y 6 que representa el 40% no simplifican la fracción obtenida.

2.1.1 Juicios de valor del nivel de aprendizaje de los estudiantes en el desarrollo de habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios antes de la implementación del sistema de ejercicios. (Antes).

En este epígrafe se presenta el análisis de los resultados obtenidos en la experimentación del sistema de ejercicios a partir del pre-experimento realizado, con medida pretest y postest. Los criterios utilizados para la asignación de valores a las variables de indicadores están explícitos en el (Anexo 13). Para la medición de los indicadores de cada dimensión, se utilizaron distintos instrumentos que se especifican en (Anexo 21). A continuación se presentan los resultados obtenidos sobre la base de la medición de estos indicadores por cada una de las dimensiones.

Los resultados se exponen en su proyección individual en una tabla (Anexo #12); Para evaluar el desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios se definen tres categorías que van desde los niveles bajo (I), medio (II) y alto (III), en función de cómo se comportan en los estudiantes los indicadores; primero en cada una de las dimensiones y después en general, en el (anexo #12). La necesidad de conocer la situación real como punto de partida para proyectar el sistema de ejercicios con la objetividad que requiere, obliga a establecer ciertos límites entre uno y otro. Los juicios que a continuación se ofrecen generan a partir del cálculo porcentual por frecuencia y la apreciación cualitativa de dichas categorías (0 niveles). El estado de cada dimensión se presenta a continuación.

Desarrollo Cognitivo.

La dimensión cognitiva es la más afectada. El procedimiento para la adición y sustracción de números fraccionarios y la obtención del mínimo común múltiplo es la más afectada, así lo corroboran los siguientes datos:

Del total de 15 estudiantes se encuentran 3 (20%) en el nivel alto, 5 (33.3%) en el nivel medio y 7 (46.6%) en nivel bajo. (Anexo # 6).

Las dificultades se aprecian en los siguientes indicadores. (Anexo 8).

- Simplificar la fracción si es posible 11 (33.3%) no logran realizarlo.
- buscar correctamente el denominados común 12 (80%) no lo logran por tener dificultad en el procedimiento.
- ampliar los numeradores: dividir cada denominador por el denominador común y luego multiplicar por el numerador 13 (86.6%) no logran ni hacen por calcularlo.
- sumar o restar los numeradores, manteniendo el denominador hallado 12 (80%) por tener dificultad en lo anterior.
- simplificar la fracción obtenida, no lo logran por no poder llegar al resultado.

Motivaciones

En sentido general, prevalece en los estudiantes un estado motivacional que denota falta de estímulos para comprometerse en la solución de los ejercicios. Del total de ellos 9 (60%) se ubican en los niveles bajo y medio, y solo 6 (45%) se pueden evaluar en el nivel alto.

Los principales inconvenientes se evidencian en los indicadores:

- El gusto por calcular con números fraccionarios, 10 (66.6 %) no manifiestan satisfacción.
- El entusiasmo por la obtención del resultado, 9 (60.0%) no se muestran animados y 6 (40%) se manifiestan poco animados.

Actitud

Las principales debilidades en esta dimensión son:

- La voluntad para enfrentar la solución de la situación problemática, 4(26.6%) no muestran constancia y esfuerzo para enfrentar la situación y 6 (40%) en ocasiones.
- La disciplina durante la solución de ejercicios planteados 3 (20%) nunca son metódicos y 7 (46.7%) no siempre son metódicos.

La expresión sistémica y dinámica de estas 3 dimensiones en su comportamiento individual y grupal, a partir de la información acumulada en el estudio inicial, permite determinar el desarrollo de habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios en los estudiantes, en el nivel bajo 7(46.6%), en el nivel medio 5 (33.3%) y en el nivel alto 3 para un 20 %.(Anexo #11).

Como se puede comprobar, los resultados demuestran las dificultades que presentan los estudiantes en la adición y sustracción de números fraccionarios y el significado práctico de las fracciones, detectándose que existen dificultades en el procedimiento para calcular el mínimo común múltiplo, en la ampliación de los numeradores y no se buscan vías didácticas para que el alumno interiorice el procedimiento, además no se realizan los ejercicios por vías diferentes y no se desarrolla habilidades generales y específicas acompañados de otras técnicas como la modelación. Todo esto trae como consecuencia que si el alumno no encuentra rápido la solución del ejercicio abandona la tarea. (Ver anexos # 1, 2, 3,4).

2.2 Fundamentos que avalan la elaboración del sistema de ejercicios.

En el ámbito didáctico y especialmente en la Metodología de la Enseñanza de la Matemática, el concepto de ejercicio tiene una connotación especial. Para Ballester y otros (1992: 406) "la mayoría de los autores lo definen como una

exigencia para la realización de acciones, solución de situaciones, deducción de relaciones, cálculo, etc.”

Según Horst Müller (citado por Ballester y otros, 1992: 406) considera que en la enseñanza de la Matemática, un ejercicio es una exigencia para actuar que se caracteriza por “el **objetivo** de todas las acciones en la resolución de un ejercicio es, en cada caso, transformar una situación inicial (elementos dados, premisas) en una situación final (elementos que se buscan, tesis)”, el **contenido** de las acciones en la resolución de un ejercicio está caracterizado por el objeto de las acciones y los tipos de acciones, mientras que en las **condiciones** “se encuentran en primer lugar las exigencias que el ejercicio plantea al alumno, expresada por el grado de dificultad del mismo” (Ballester y otros, 1992: 407).

Muchas veces resulta compleja la elaboración de colecciones de ejercicios en forma de sistema, pero por la importancia que tienen para favorecer el desempeño de los alumnos ante los errores cognitivos en la adición y sustracción de números fraccionarios; la representación del concepto de fracción y su significado práctico mediante la modelación gráfica, es que se recurre a un sistema de ejercicios.

Aunque en el desempeño de los alumnos ante los errores se integran los procedimientos de identificación, valoración y corrección de los errores y en estos se entremezcla lo matemático y lo extramatemático, los principios propuestos por Muñoz no se pueden trasladar mecánicamente a los sistemas de ejercicios destinados a favorecer tal desempeño.

Teniendo en cuenta los principios y las reflexiones de Lorente:(2007) acerca de los sistemas como resultado de la investigación pedagógica, el autor de este trabajo se acoge a lo planteado por Lorences al concebir un sistema de ejercicios que deben satisfacer los requisitos siguientes:

- Potencialidad desarrolladora.
- Representatividad procedimental.
- Balance procedimental.
- Suficiencia ejecutora.

- Representatividad de los errores.
- Ordenamiento progresivo de la complejidad de los ejercicios.
- Diversidad en la formulación de las exigencias.

La **potencialidad desarrolladora** del sistema consiste en que los ejercicios componentes exigen una actuación ubicada en la zona de desarrollo próximo de los alumnos, de manera que su resolución requiere de niveles de ayuda de los otros, especialmente del docente en un ambiente donde se combinan el trabajo autónomo y la colaboración.

La **representatividad procedimental** del sistema está en que las condiciones y exigencias de los ejercicios que lo conforman conducen a la ejecución por el alumno de los tres procedimientos esenciales del desempeño ante los errores: identificación, valoración y corrección.

El **balance procedimental** del sistema reside en una distribución equitativa de los ejercicios integrantes, de manera que se garantice periodicidad y continuidad en la ejecución de los tres procedimientos esenciales del desempeño de los alumnos ante los errores.

La **suficiencia ejecutora** consiste en que los ejercicios sean suficientes para que los alumnos desarrollen habilidades en la ejecución de los procedimientos esenciales del desempeño ante los errores.

La **representatividad de los errores** reside en que los ejercicios del sistema cubren los tipos fundamentales de errores que cometen los alumnos al representar en gráfico el concepto de fracción, así como los errores más frecuentes de cada tipo.

El **ordenamiento progresivo de la complejidad de los ejercicios** consiste en que las acciones que integran el desempeño ante los errores son ejecutadas al resolver las tareas después de cierto nivel de dominio por el alumno de las operaciones componentes, gracias a la existencia de ejercicios en el sistema, dirigidos a la ejecución de estas operaciones los cuales aparecen primero en el ordenamiento. El cumplimiento de este requisito pone orden didáctico a las relaciones de dependencia entre los ejercicios que componen el sistema.

La **diversidad en la formulación de las exigencias de los ejercicios** radica en que se cambie la formulación de la exigencia que conduzca a la aplicación de un mismo procedimiento cuando se utilicen varios ejercicios en que esté presente esta exigencia. Por ejemplo, si la exigencia se refiere a la identificación del error, esta se puede formular de varias formas para evitar estereotipos.

Este sistema de ejercicios para favorecer el desempeño de los alumnos ante los errores cognitivos al representar el concepto de fracción y su significado práctico por la modelación pictográfica, es un conjunto de ejercicios relacionados entre sí y diferenciados, que satisface los principios de potencialidad desarrolladora, representatividad y balance procedimental, suficiencia ejecutora, representatividad de los errores, ordenamiento progresivo de la complejidad de los ejercicios y diversidad en la formulación de las exigencias, cuya resolución conduce a la ejecución de las acciones de identificación, valoración y corrección.

Fuentes y documentos que sustentan la propuesta de ejercicios.

1. Objetivos estatales del MINED.
2. Programas de la asignatura en la Secundaria Básica.
3. Planes de estudios por enseñanzas y grados.
4. Guías metodológicos para la enseñanza de la Matemática en el Sistema de Educación en la escuela cubana actual.
5. Guías metodológicos de la enseñanza de la Matemática en la Secundaria Básica.
6. La Matemática dentro de las prioridades de MINED para la Enseñanza Media.
7. Los libros de texto de la Enseñanza Primaria y Secundaria.
8. Programa audiovisual.
9. Programa de Informática (Software Educativo: "Elementos Matemáticos")
10. Estrategia de la Educación de la enseñanza en la Secundaria Básica.
11. Trabajos de investigadores de este tema.

Objetivos Generales del conjunto de ejercicios

1- Demostrar una concepción científica del mundo y una cultura político-ideológica a partir del modo en que se argumentan los contenidos matemáticos, la consecuencia con que se sostienen los principios de la batalla de ideas y las

ideas de Martí, el Che y Fidel; la forma en que se defienden las conquistas del socialismo cubano; y la profundidad con que se rechaza el capitalismo y el poder hegemónico del imperialismo yanqui. (A cumplir por los profesores)

2- Adoptar decisiones responsables en su vida personal, familiar y social sobre la base de la comprensión de las necesidades vitales del país; la aplicación de los procesos del pensamiento, técnicas y estrategias de trabajo; y la utilización de conceptos, relaciones y procedimientos de la estadística descriptiva, la aritmética y el álgebra.

3- Formular y resolver problemas relacionados con el desarrollo político, económico y social, local, nacional, regional y mundial; y con fenómenos y procesos científico-ambientales, que requieran transferir conocimientos y habilidades aritméticas, algebraicas, geométricas a diferentes contextos, y promuevan el desarrollo de la imaginación, de modos de la actividad mental, de sentimientos y actitudes, que les permitan ser útiles a la sociedad y asumir conductas revolucionarias y responsables ante la vida.

4- Desarrollar hábitos de estudio y técnicas para la adquisición independiente de nuevos conocimientos y la racionalización del trabajo mental con ayuda de los recursos de las tecnologías de la informática y la comunicación, que les permitan la superación permanente y la orientación en el entorno natural, productivo y social donde se desenvuelven.

5- Exponer argumentaciones de forma precisa, coherente, racional y convincente a partir del dominio de la simbología y terminología Matemática, como base para su mejor desenvolvimiento en todos los ámbitos de la actividad futura.

2.2.1 Características del sistema de ejercicios elaborado.

El sistema de ejercicios elaborado pretende favorecer el aprendizaje de los estudiantes de la Secundaria Básica en las habilidades de la adición y sustracción de números fraccionarios.

El sistema elaborado (Anexo 19) está compuesto por 9 ejercicios distribuidos en los siguientes tipos:

- Ejercicios dirigidos al aseguramiento del nivel de partida para el desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios.

- Ejercicios dirigidos a la fijación de habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios.
- Ejercicios dirigidos a la resolución de ejercicios con números fraccionarios.

Los ejercicios que componen el sistema fueron concebidos teniendo en cuenta las condiciones y exigencia. (Anexo 19).

Condiciones:

Se ofrece información acerca de que un alumno al adicionar y sustraer números fraccionarios presenta dificultades en el procedimiento, en la búsqueda del mínimo común múltiplo y en el significado práctico de las fracciones que le proporciona elevar el nivel de complejidad de los ejercicios.

Posibles exigencias:

1. Decidir por qué vía de resolución asume el alumno.
2. Modelar el ejercicio por vía gráfica.
3. Valorar la actuación del resolutor.
4. Corregir el error.
5. Valorar las causas de la comisión del error.

Aunque la primera exigencia se enmarca en la vía de resolución asumida por el alumno, se le atribuye un carácter independiente con el objetivo de que el alumno esté en situación de duda y tenga un motivo para asumir las diferentes vías que le permita el ejercicio. La valoración de que la causa del error conduce a que el alumno reflexione sobre su propia forma de resolver el ejercicio, de manera que esta exigencia favorece su metacognición.

Estos ejercicios fueron distribuidos para trabajarlos en diferentes momentos y desde distintas perspectivas, por ejemplo:

- En los turnos planificados para las clases de ejercitación establecidos en el horario docente.
- En las clases de sistematización se introducen aquellos que se vinculan a diferentes contenidos matemáticos.
- En las clases de nuevo contenido se utilizan para motivar a los estudiantes por lo que van a aprender.
- Otros se indican como tarea.
- Otros se utilizan para la evaluación sistemática.

Requerimientos que sustentan los ejercicios elaborados

- Reintroducción sistemática de los contenidos básicos que aprenden desde preescolar hasta sexto grado.
- Presentación de ejercicios que alternan sin atender a contenidos prefijados.
- Exigencia al estudiante de un nivel mayor de razonamiento atendiendo a los diferentes niveles de desempeño, desde el reproductivo hasta el creativo.
- Vinculación de los contenidos de los problemas con situaciones de la vida cotidiana del escolar.
- Atención diferenciada a los estudiantes.
- Selección o elaboración de ejercicios teniendo en cuenta un grupo de temáticas que se corresponden con los intereses, vivencias, necesidades de los estudiantes; además de otros temas que se considera importante trabajar en estas edades, como parte de su cultura general e integral

Se asume las exigencias planteadas por Celia Rizo y Luis Campistrous Pérez; (1996) en Aprende a resolver problemas aritméticos a la hora de seleccionar los ejercicios para garantizar el desarrollo de habilidades. Estas son:

- 1-Buscar variedad tanto en la forma como en el contenido.
- 2-Presentar ejercicios por varias vías de solución.
- 3-Plantear ejercicios con solución única, varias o ninguna.
- 4-Plantear ejercicios que logren la sistematicidad de los contenidos y siempre que sea posible integre las tres áreas de la Matemática.
- 5-Los ejercicios que se planifiquen deben constituir vías para evaluar los tres niveles de desempeño.

Los ejercicios elaborados responden a los lineamientos de trabajo de la asignatura Matemática son:

1-Contribuir a la educación ideológica, política, jurídica, laboral económica, para la salud, estética y ambiental de los alumnos, mostrando que la Matemática permite la obtención y aplicación de conocimientos a la vida, la ciencia, la técnica y el arte, posibilita comprender y transformar el mundo, y ayuda a desarrollar valores y actitudes acordes con los principios de nuestra Revolución, favorece la comprensión conceptual desarrollando un pensamiento flexible reflexivo al proponer tareas de aprendizaje en correspondencia del resultado del diagnóstico individual y grupal.

2-Potenciar el desempeño de los alumnos hacia niveles superiores.

3-Hacer que los alumnos aprendan a identificar, formular y resolver problemas dados en un contexto diferente.

4-Sistematizar continuamente conocimientos, habilidades y modos de la actividad mental.

5-Propiciar la integración de las diferentes áreas de la Matemática.

Ejemplos de ejercicios resueltos aplicando el significado práctico de las fracciones en la adición sustracción. (Anexo 20).

2.3 Propuesta del sistema de ejercicios para el desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios.

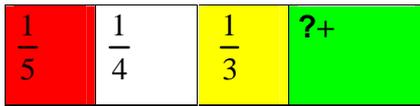
En correspondencia con el análisis realizado sobre los resultados del diagnóstico se diseña un conjunto de ejercicios para el para el desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios, ya que no se aprovecha su potencialidad con la profundización y sistematización requerida. Estos ejercicios que a continuación se proponen contribuyen a elevar el aprendizaje de los estudiantes, sobre todo, en los que más afectados están en la adición y sustracción de números fraccionarios.

Actividad #1

Tema: Significado gráfico y cálculo de fracciones.

Objetivo: Calcular la fracción que representa una parte del todo.

1. Este rectángulo se ha dividido en cuatro sectores desiguales. En tres de ellos se ha indicado qué parte del círculo representa.



Averigua qué parte del rectángulo representa el cuarto sector.

Respuesta:

El profesor con este ejercicio recuerda que el todo es la unidad. Ejemplo: $\frac{4}{4}=1$

por lo que hay que sumar $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{12}{60} + \frac{15}{60} + \frac{20}{60} = \frac{47}{60}$ Por lo tanto se le hace la

pregunta ¿Cuánto le falta al numerador para que sea igual al denominador?

Entonces el alumno resta $60-47=13$ y la respuesta es $\frac{13}{60}$

Nota: Cuidado en esta situación el alumno tiene grandes dificultades por lo que hay que trabajar bastante en las clases y ejercicios.

Control: Se realiza a través del intercambio de libretas en el aula y de la observación del maestro.

Esta actividad se realiza como aseguramiento del nivel de partida de la clase número (14) frontal.

En ella se le da salida a los siguientes lineamientos de la asignatura:

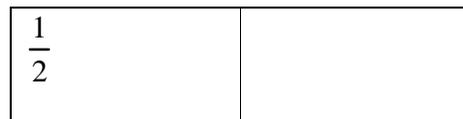
- Favorecer la comprensión conceptual, desarrollando un pensamiento flexible y reflexivo al proponer tareas de aprendizaje variadas en correspondencia con el resultado del diagnóstico individual y grupal.
- Potenciar el desempeño de los alumnos hacia niveles superiores, a través de la realización de tareas cada vez más complejas.
- Sistematizar continuamente conocimientos, habilidades y modos de la actividad mental.

Actividad #2

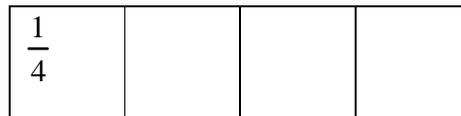
Tema: Significado gráfico de fracciones.

Objetivo: Identificar las partes de un todo utilizando la vía gráfica.

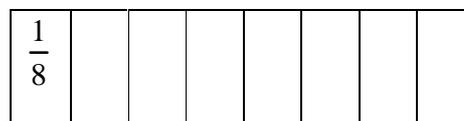
1. Si el rectángulo mayor representa uno, ¿Cuántos medios se ven en 1?



2. ¿Cuántos cuartos se ven en $\frac{1}{2}$? ¿En 1?



3. ¿Cuántos octavos se ven en $\frac{1}{4}$? ¿En $\frac{1}{2}$? ¿En 1?



Control: Se realiza a través del intercambio de libretas en el aula y de la observación del maestro.

La actividad se realiza en las clases de nuevo contenido para motivar a los estudiantes por lo que van a aprender y como aseguramiento del nivel de partida.

En ella se le da salida a los siguientes lineamientos de la asignatura:

- Favorecer la comprensión conceptual, desarrollando un pensamiento flexible y reflexivo al proponer tareas de aprendizaje variadas en correspondencia con el resultado del diagnóstico individual y grupal.
- Potenciar el desempeño de los alumnos presentando ejercicios por varias vías de solución, para lograr el desempeño hacia niveles superiores.
- Propiciar ejercicios variados tanto en la forma como en el contenido.
- Sistematizar continuamente conocimientos, habilidades y modos de la actividad mental.

Actividad #3

Tema: Cálculo del mínimo común múltiplo.

Objetivo: Calcular el mínimo común múltiplo utilizando el método directo y el método de inspección.

Calcula el mínimo común múltiplo de:

a) 2,4 y 8.

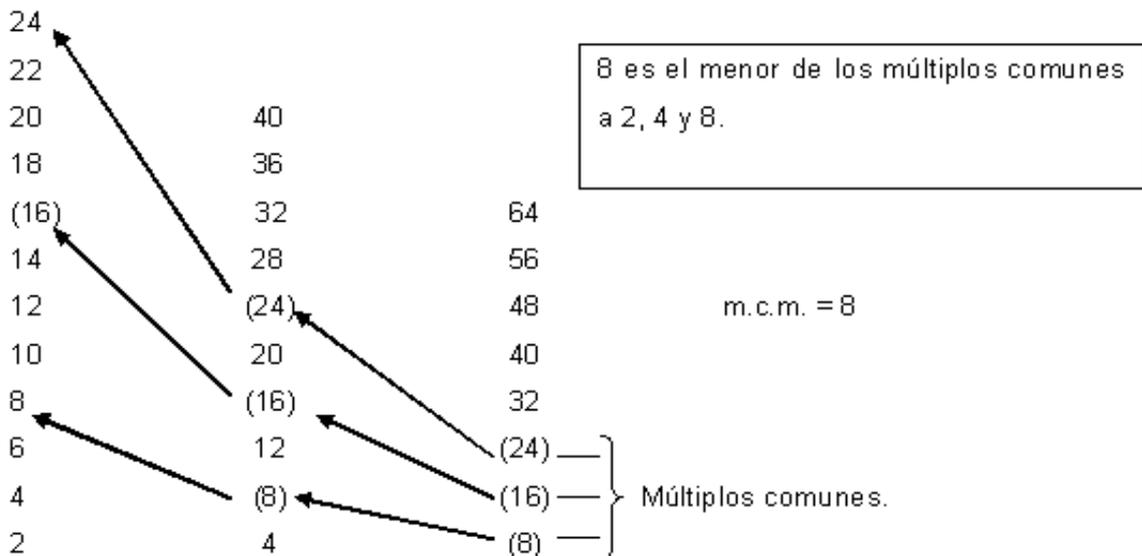
b)3, 8 y12.

Respuesta:

a) Método directo: (Tomemos los números 2, 4 y 8).

- Pedimos a los alumnos que escriban, por ejemplo los 12 primeros múltiplos del 2, los 10 primeros múltiplos del 4 y los 8 primeros múltiplos del 8. Es muy conveniente escribirlos como se expresa en el cuadro que se muestra más adelante.
- Hacemos que se destaquen los que son múltiplos comunes a los tres números dados, 8, 16 y 24.
- Preguntamos cuál es el menor de los múltiplos comunes hallados: el 8: Decimos que llamamos el mínimo común múltiplo al menor de los múltiplos comunes y lo expresamos con las iniciales, así mínimo común múltiplo.

La presentación del trabajo en la forma que exponemos en el siguiente cuadro facilita el aprendizaje del mínimo común múltiplo.



b) Método de inspección:

Ej: 3, 8 y 12

- 1-Se escoge el mayor que es 12.
- 2- Se hallan los múltiplos de 12 (multiplicando sucesivamente por la serie natural).
- 3- Ejemplo 12. 2 =24 entonces ensayamos, es decir que 24 es múltiplo de 3 y es múltiplo de 8.
- 4- Entonces el m.c.m. es 24.

Control: Se realiza a través del intercambio de libretas en el aula y de la observación del maestro.

Esta actividad se realiza en los turnos planificados para las clases de ejercitación establecidos en el horario docente.

En ella se le da salida a los siguientes lineamientos de la asignatura:

- Reintroducción sistemática de los contenidos básicos que aprenden desde preescolar hasta sexto grado.
- Presentación de ejercicios que alternan sin atender a contenidos prefijados.
- Exigencia al estudiante de un nivel mayor de razonamiento atendiendo a los diferentes niveles de desempeño, desde el reproductivo hasta el creativo.

Actividad #4

Tema: Adición de fracciones.

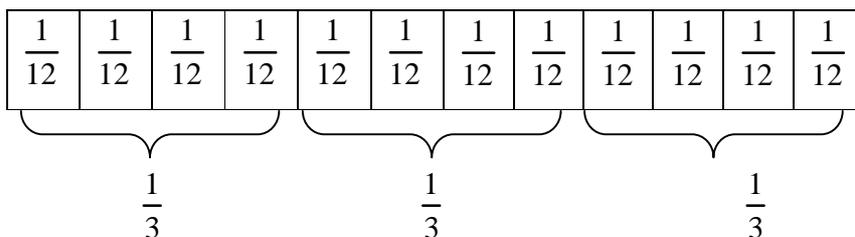
Objetivo: Calcular la adición de números fraccionarios de igual denominador.

1) ¿Cuántos doceavos hay en $\frac{7}{12} + \frac{1}{12}$? ¿Cuántos tercios?

$$\frac{7}{12} + \frac{1}{12} = \frac{8}{12}$$

Simplificando: $\frac{8}{12} = \frac{8 \div 4}{12 \div 4} = \frac{1}{3}$, hay 3 porque $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = 1(\text{unidad})$

Gráficamente:



Control: Se realiza a través del intercambio de libretas en el aula y de la observación del profesor.

Esta actividad se realiza como aseguramiento del nivel de partida de la video clase número (21).

En ella se le da salida a los siguientes lineamientos de la asignatura:

- Favorecer la comprensión conceptual, desarrollando un pensamiento flexible y reflexivo al proponer tareas de aprendizaje variadas en correspondencia con el resultado del diagnóstico individual y grupal.

- Potenciar el desempeño de los alumnos hacia niveles superiores, a través de la realización de tareas cada vez más complejas.
- Sistematizar continuamente conocimientos, habilidades y modos de la actividad mental.

Actividad #5

Tema: Cálculo con fracciones.

Objetivo: Calcular adición, sustracción y operaciones combinadas con números fraccionarios utilizando el m.c.m. y el orden operacional.

1) Calcula:

a) $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$

c) $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} + \frac{3}{15}$

b) $\frac{2}{8} - \frac{1}{6}$

d) $(\frac{3}{9} + \frac{1}{4}) - \frac{2}{3}$

e) Juan ha plantado $\frac{1}{3}$ de su huerto de girasoles, $\frac{2}{6}$ de pepinos y $\frac{1}{9}$ de lechugas.

¿Qué parte del terreno tiene sembrado?

Control: Se realiza a través del intercambio de libretas en el aula y de la observación del maestro.

Esta actividad se realiza como aseguramiento del nivel de partida de la clase número (58) frontal.

En ella se le da salida a los siguientes lineamientos de la asignatura:

- Reintroducción sistemática de los contenidos básicos que aprenden desde preescolar hasta sexto grado.
- Presentación de ejercicios que alternan sin atender a contenidos prefijados.
- Exigencia al estudiante de un nivel mayor de razonamiento atendiendo a los diferentes niveles de desempeño, desde el reproductivo hasta el creativo.
- Favorecer la comprensión conceptual, desarrollando un pensamiento flexible y

reflexivo al proponer tareas de aprendizaje variadas en correspondencia con el resultado del diagnóstico individual y grupal.

- Potenciar el desempeño de los alumnos hacia niveles superiores, a través de la realización de tareas cada vez más complejas.
- Sistematizar continuamente conocimientos, habilidades y modos de la actividad mental.

Actividad #6

Tema: Resolución de problemas.

Objetivo: Resolver problemas relacionados con la vida práctica.

1) Luís tiene una colección de postales, $\frac{1}{3}$ de ellas son de España, $\frac{2}{5}$ son de Francia, $\frac{1}{4}$ de Italia y el resto de Portugal. ¿Qué fracción de las postales son de Portugal?

Control: Se realiza a través de la revisión de libretas, revisión de tareas y de la observación del maestro.

Esta actividad se realiza como aseguramiento del nivel de partida en la clase número (61) frontal.

En ella se le da salida a los siguientes lineamientos de la asignatura:

- Favorecer la comprensión conceptual, desarrollando un pensamiento flexible y reflexivo al proponer tareas de aprendizaje variadas en correspondencia con el resultado del diagnóstico individual y grupal.
- Potenciar el desempeño de los alumnos hacia niveles superiores, a través de la realización de tareas cada vez más complejas.
- Sistematizar continuamente conocimientos, habilidades y modos de la actividad mental.

Actividad #7

Tema: Resolución de problemas.

Objetivo: Resolver problemas relacionados con la vida práctica.

1) Luís y Roberto están leyendo el mismo libro. Dice Luís que ha leído $\frac{4}{5}$ de las páginas del libro. Roberto sólo ha podido leer $\frac{2}{3}$. ¿Cuál es la diferencia entre las partes leídas por Roberto y Luís?

Control: Se realiza a través del intercambio de libretas en el aula y de la observación del maestro.

Esta actividad se realiza como aseguramiento del nivel de partida en las clases de resolución de problemas. Clase número (52)

En ella se le da salida a los siguientes lineamientos de la asignatura:

- Exigencia al estudiante de un nivel mayor de razonamiento atendiendo a los diferentes niveles de desempeño, desde el reproductivo hasta el creativo.
- Vinculación de los contenidos de los problemas con situaciones de la vida cotidiana del escolar.
- Atención diferenciada a los estudiantes.
- Selección o elaboración de problemas teniendo en cuenta un grupo de temáticas que se corresponden con los intereses, vivencias, necesidades de los estudiantes; además de otros temas que se considera importante trabajar en estas edades, como parte de su cultura general e integral.

Actividad #8

Tema: Resolución de problemas.

Objetivo: Resolver problemas de porcentajes cómodos y parte, relacionados con la vida práctica.

1) Carlos tenía cierta cantidad de cordel y utilizó el 25% para empinar un papalote, le regaló $\frac{1}{2}$ del cordel a su amigo. ¿Qué parte del cordel le quedó?

Control: Se realiza a través del intercambio de libretas en el aula y de la observación del maestro.

Esta actividad se realiza en las clases de sistematización se introducen aquellos que se vinculan a diferentes contenidos matemáticos.

En ella se le da salida a los siguientes lineamientos de la asignatura:

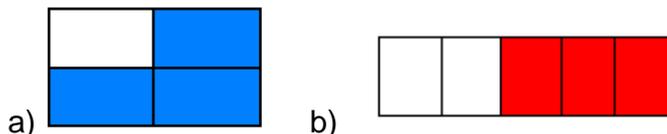
- Vinculación de los contenidos de los problemas con situaciones de la vida cotidiana del escolar.
- Atención diferenciada a los estudiantes.
- Selección o elaboración de problemas teniendo en cuenta un grupo de temáticas que se corresponden con los intereses, vivencias, necesidades de los estudiantes; además de otros temas que se considera importante trabajar en estas edades, como parte de su cultura general e integral.

Actividad #9

Tema: Formulación de problemas.

Objetivo: Formular problemas relacionados con la vida práctica a partir.

1) Teniendo en cuenta los siguientes gráficos formula un problema relacionado con la vida práctica.



Control: Se realiza a través del intercambio de libretas en el aula, revisión de tareas de mantenimiento y de la observación del maestro.

Esta actividad se realiza en los turnos planificados para las clases de ejercitación establecidos en el horario docente de forma diferenciada.

En ella se le da salida a los siguientes lineamientos de la asignatura:

- Exigencia al estudiante de un nivel mayor de razonamiento atendiendo a los diferentes niveles de desempeño, desde el reproductivo hasta el creativo.
- Vinculación de los contenidos de los problemas con situaciones de la vida cotidiana del escolar.
- Atención diferenciada a los estudiantes.
- Selección o elaboración de problemas teniendo en cuenta un grupo de temáticas que se corresponden con los intereses, vivencias, necesidades de los estudiantes; además de otros temas que se considera importante trabajar en estas edades, como parte de su cultura general e integral.

2.3.1 Juicios de valor del nivel de aprendizaje de los estudiantes en el desarrollo de habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios después de la implementación del sistema de ejercicios. (Después).

Similar a lo realizado en el pre-test., en la valoración del estado final del nivel de preparación de los estudiantes el desarrollo de habilidades de la adición y sustracción de números fraccionarios, se aplicó la Prueba Pedagógica Final (Anexo 3) y la Observación al desempeño a lo largo del experimento.

La valoración cuantitativa del estado final de los indicadores en su proyección individual se expone en el (Anexos 9,11). La de carácter grupal en cada dimensión y en general sobre el desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios (Anexo 14).

La comparación de los resultados obtenidos, de carácter grupal antes y después de la aplicación de los ejercicios, se tabula en el (Anexo 14). Los datos se ofrecen por dimensiones y de manera general, expresan el nivel de desarrollo del grupo, a partir de considerar cuantitativamente la evaluación de los sujetos seleccionados: cuántos se mantienen y cuántos elevan su grado de desarrollo intelectual. Es importante señalar que aquellos que siguen ubicados en el primer nivel si mejoran y avanzan dentro de su rango.

En realidad, todos los estudiantes evidencian transformaciones positivas, tanto cualitativas como cuantitativas. A continuación, se ofrecen los resultados que así lo corroboran.

Desarrollo cognitivo

La dimensión cognitiva presenta un cambio distinto a la etapa inicial; los estudiantes demuestran un mayor dominio de conocimientos básicos y un mejor desarrollo en las habilidades de la adición y sustracción de números fraccionarios. Así lo confirman los datos obtenidos por medio de los diferentes métodos. (Anexos 7, 9, 14,15) Del total de los estudiantes (15) se encuentran 7 (46.6 %) en el nivel alto y 6(40%) en el nivel medio. Solo 2 (13.3%) está en el nivel bajo, aunque evoluciona dentro de ese nivel, sobre todo, en la motivación y en la actitud; estos 2 alumnos poseen un desarrollo intelectual limitado, les cuesta trabajo concentrarse

y razonar situaciones complejas o no comunes; su rendimiento académico general es bajo a pesar del esfuerzo que realizan y la preocupación que mantienen por obtener mejores resultados en sus estudios.

De manera general, los logros en esta dimensión se aprecian en los siguientes indicadores:

- Simplificar la fracción si es posible 12 (80%) logran realizarlo correctamente, de ellos 1 (6.67%) no llega a la respuesta final.
- buscar correctamente el denominados común 10 (66.6%) logra encontrarlo.
- ampliar los numeradores: dividir cada denominador por el denominador común y luego multiplicar por el numerador 10 (66.6%) logran y hacen por calcularlo.
- sumar o restar los numeradores, manteniendo el denominador hallado 10 (66,6%).
- simplificar la fracción obtenida 12 (80%).

Motivaciones

Los datos demuestran los avances en esta dimensión, se aprecia interés y estimulación para resolver problemas aplicando estas técnicas.

Del total de ellos 13 (86.6%) se ubican en los niveles alto y medio, y solo 2 (13.3%) se pueden evaluar en el nivel bajo.

Los principales avances se evidencian en los indicadores:

- El gusto por resolver ejercicios de adición y sustracción de números fraccionarios se manifiestan en todos, en mayor o menor grado pero 3 (20 %) de ellos lo muestran solo al resolver cuando los denominadores son iguales.
- El entusiasmo por la obtención del resultado es visible en la gran mayoría, solo 3 (20%) se manifiestan poco animados.

Actitud

Lo volitivo – conductual se refiere en lo fundamental al valor y la significación que cobra para los estudiantes la solución de ejercicios de adición y sustracción de números fraccionarios, la información recopilada denota el mejoramiento en los progresos en esta dimensión.

- En la voluntad para enfrentar la solución de ejercicios de adición y sustracción de números fraccionarios, 11(73.3%) muestran constancia en el esfuerzo para enfrentar la situación y 4 (26.6%) sólo en ocasiones.
- En la disciplina durante la resolución de ejercicios de adición y sustracción de números fraccionarios, 12 (80%) son metódicos, muestran constancia en el esfuerzo y el resto no siempre lo son.

Después de valorar los datos brindados en el (Anexo 17), se concluye diciendo que existen cambios cuantitativos y cualitativos de los sujetos seleccionados, es importante señalar que aquellos que siguen ubicados en el primer nivel si mejoran y avanzan dentro de su rango.

Finalmente y a modo de conclusión parcial de este epígrafe, se destaca que el sistema de ejercicios para potenciar las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios en los estudiantes de séptimo grado, ya que es una poderosa arma para enfrentarse a buscar la solución de los mismos.

CONCLUSIONES

Luego de concluido el proceso de investigación y obtener los resultados descritos en el cuerpo del informe arribamos a las siguientes conclusiones:

1. La caracterización teórica realizada por el autor en el marco de esta investigación permitió sustentar teóricamente la elaboración del sistema de ejercicios para desarrollar las habilidades de adición y sustracción de números fraccionarios en los estudiantes. Se pudo constatar que a pesar de existir trabajos relacionados con la formación y desarrollo de habilidades se carece de estudios específicos en la enseñanza.

2. El estudio del diagnóstico realizado a los egresados de la enseñanza primaria arrojó deficiencias en la representación gráfica del concepto de fracción y su significado práctico. Se aprecian manifestaciones relacionadas con el poco dominio del procedimientos de adición y sustracción de números fraccionarios, extracción del mínimo común múltiplo, relacionada con el poco dominio de las habilidades que necesitan los estudiantes; la baja motivación por resolver ejercicios de adición y sustracción de números fraccionarios y la actitud pasiva que asumen ante los mimos. Asimismo, permite reconocer las potencialidades que ayudan al desarrollo de las habilidades en el cálculo de adición y sustracción de números fraccionarios.

3. A partir del estado real que presentan los estudiantes y sobre la base de sus potencialidades, además, las condiciones materiales que hoy tienen las escuelas, se diseñan y aplican un sistema de ejercicios que retoman los

contenidos básicos de primaria; proyectado desde un estilo distinto, pues su representación gráfica del significado de las fracciones provocan en los escolares un esfuerzo cognitivo de mayor compromiso con la solución de los mismos, incluso, con problemas que se les puede presentar en la vida cotidiana.

4. La evaluación de los efectos originados en los estudiantes, demuestran los cambios positivos en los niveles de desarrollo cognitivo, en la motivación y en la actitud de los estudiantes y la aplicación del sistema de ejercicios contribuye de manera significativa con el nivel de desarrollo de las habilidades de cálculo en la adición y sustracción de números fraccionarios.

RECOMENDACIONES

Derivado de las conclusiones anteriores, se recomienda que:

- En coordinación con las estructuras metodológicas y de dirección pertinentes, generalizar la investigación en el municipio y así contribuir a desarrollar las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios.
- Aplicar el sistema de ejercicios, en otras unidades que se imparten en los programas de la enseñanza, donde se seleccionen y creen nuevas tareas docentes utilizando las potencialidades del contenido para dar continuidad al trabajo comenzado en el séptimo grado. Generalizar esta experiencia en otros grupos con características semejantes.

BIBLIOGRAFÍA

- Addine Fernández, F. (compil). (2004). Didáctica teoría y práctica. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Albarrán (2007). ¿Cómo realizar el tratamiento de los procedimientos escritos de adición, sustracción y multiplicación de números naturales? La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Álvarez de Zayas C. (1998). La Pedagogía como Ciencia (Epistemología de la Educación). La Habana: (Versión en soporte digital)
- Álvarez de Zayas C. Pedagogía y Didáctica. (1998 a). La Habana: (Versión en soporte digital)
- Álvarez de Zayas, C. (1996). Hacia una escuela de excelencia. Editorial Academia. La Habana.
- Álvarez de Zayas, C. (1999). La Escuela en la Vida. Habana: Editorial Mercadu: Colección Educación y Desarrollo.
- Álvarez Yero, J. C. y Ríos Barrios I. (2006). La formación y desarrollo de habilidades desde el enfoque histórico-cultural. Universidad Pedagógica José Martí de Camagüey. Cuba
- Arencibia Sosa, V. et at. (2004). V Seminario Nacional para Educadores. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

- Arencibia Sosa, V. et al. (2005) VI Seminario Nacional para Educadores. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Arencibia Sosa, V. et al. (2006) VII Seminario Nacional para Educadores. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Arencibia Sosa, V et al. (2005). Sexto Seminario Nacional para Educadores. La Habana. En Tabloide.
- Arencibia Sosa, V. et al. (2006). Séptimo Seminario Nacional para Educadores. La Habana: En Tabloide.
- Aristos. Diccionario ilustrado de la lengua española.(1978) España: Editorial Ramón.
- Baldor, A. (19). Aritmética Teórico Práctica. La Habana: Editorial Cultural.
- Ballester Pedroso, S. et al. (1992). Metodología de la Enseñanza de la Matemática. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Baronov, S. P. et al. (1998). Pedagogía. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Bermúdez, R. y Rodríguez, M. (1996:7). Teoría y Metodología del Aprendizaje. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Bernabeu, M., Jiménez, M., León, T. y Matos, C. (2006). Errores frecuentes de los estudiantes de educación básica en la evaluación del desempeño académico en Matemática y español. La Habana. Instituto Central de Ciencias Pedagógicas.
- Brito Fernández, H. (1990). Capacidades, habilidades y hábitos. Una alternativa teórica, metodológica y práctica: Primer coloquio sobre inteligencia. ISP Enrique José Varona. La Habana. Cuba.
- Campintruos Pérez, L. (1989). Orientaciones Metodológicas Matemática décimo grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Campintruos Pérez, L. y Rizo Cabrera, C. (1998). Aprender a resolver problemas aritméticos. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Castro Ruz, F. (2002). Acto inaugural de los Cursos de superación para Trabajadores Azucareros en áreas del central "Eduardo García Lavandero".

- Grandes Maestros: Discursos del Comandante en Jefe Fidel Castro Ruz acerca de la Batalla de Ideas. En Maestría en Ciencias de la Educación: Modulo I: Fundamentos de la Investigación Educativa. La Habana. (En 1 Disco Compacto).
- Castro, E y Castro, E. (1999) Representaciones y modelación. Artículo del Departamento Didáctica de la Matemática en la Universidad de Granada.
- Castro, E. (1994) Exploración de Patrones Numéricos mediante Configuraciones Puntuales. Estudio con escolares de Primer Ciclo de Secundaria (12-14 años) Tesis Doctoral. Granada: Comares.
- Colectivo de autores. (1998). *Pedagogía*. (pp. 215-330). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Danilov, M.A. y Skantkin, M.N. (1978). Didáctica de la escuela media. La Habana: Editorial. Pueblo y Educación.
- Del Carmen, L. (1999). El análisis y secuenciación de los contenidos educativos. Barcelona: Editorial HORSORI.
- Fernández Escanaverino, E. M. et al. (2007 a). Retos para el desempeño profesional del docente. *Pedagogía 2007*. ISP Capitán Silverio Blanco Núñez en Sancti Spíritus. Cuba. (En formato digital).
- Fernández Escanaverino, E. M. et al. (2007) .El aporte de grandes pensadores latinoamericanos a la educación popular en Cuba, ISP Capitán Silverio Blanco Núñez de Sancti Spíritus. Cuba. (En formato digital).
- Fonseca González, A. (2002). Procedimiento didáctico para el diseño del proceso de formación y desarrollo de la habilidad estimar en estudiantes de Secundaria Básica. Tesis en opción al grado académico de Máster en Didáctica de las Matemática. ISP José de la Luz y Caballero de Holguín. Cuba.
- Fuentes González, H. C., Mestre Gómez, U. y Repilado Ramírez F. L. () Fundamentos didácticos para un proceso de Enseñanza-Aprendizaje Participativo. Centro de estudios de educación superior " Manuel F. gran " de Universidad de Oriente. Cuba.

- Galperin, P. Y. (1986). Sobre el método de formación por etapas de las acciones intelectuales. En Antología de la Psicología Pedagógica y de las Edades. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.
- García Batista, G. (2005 a). Maestría en Ciencias de la Educación: Modulo I: Fundamentos de la Investigación Educativa: Primera parte. En Tabloide de la Maestría. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- García Batista, G. (2005 b). Maestría en Ciencias de la Educación: Modulo I: Fundamentos de la Investigación Educativa. Segunda parte. En Tabloide de la Maestría. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- García Batista, G. (2005 c). Maestría en Ciencias de la Educación: Modulo II: Fundamentos de las Ciencias de la Educación: Primera parte. En Tabloide de la Maestría. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- García Batista, G. (2005 d). Maestría en Ciencias de la Educación: Modulo II: Fundamentos de las Ciencias de la Educación: Segunda parte. En Tabloide de la Maestría. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- García Batista, G. (2006 a). Maestría en Ciencias de la Educación: Modulo III: Mención en la Educación de Adultos. (Primera parte). En Tabloide de la Maestría. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- García Batista, G. (2006 b). Maestría en Ciencias de la Educación: Modulo III: Mención en la Educación de Adultos. (Segunda parte). En Tabloide de la Maestría. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- González Sosa, A. y Reinoso Cápiro, C. (2002). Nociones de Sociología, Psicología y Pedagogía. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- González, M. (1997). Psicología para educadores. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Hernández Hernández, F. (2008). Procedimiento general en el cálculo aritmético para contribuir a la independencia cognoscitiva de los alumnos de 7. grado. Tesis en opción al título académico de Máster en Educación. ISP Capitán Silverio Blanco Núñez. Sancti- Spíritus.

- Hernández Sampier, R. (2004). Metodología de la investigación. (2 tomos). La Habana: Editorial Félix Varela.
- ISP "Capitán Silverio Blanco Núñez". (2003). Sexto Operativo del SECE: Resultado provincial del aprendizaje. Sancti Spíritus. Cuba. (Manuscrito).
- Jungk, W. (1978). Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 1. La Habana: Pueblo y Educación.
- Jungk, W. (1979). Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 2. Primera parte. La Habana: Pueblo y Educación.
- Jungk, W. (1982). Conferencia sobre metodología de la enseñanza de la Matemática. Segunda Part. La Habana: Pueblo y Educación.
- Jungk, W. (1986). Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 2. Segunda Parte. La Habana: Pueblo y Educación.
- Klingberg, L. (1972). Introducción a la Didáctica general. Ciudad de la Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Labarrere, A. (1989, noviembre). "Cómo el maestro de primaria puede iniciar a sus alumnos en la construcción de esquemas para resolver problemas matemáticos", en revista La Educación por el Mundo. La Habana, noviembre.
- López López, M. (1990). Sabes Enseñar a Describir, Definir, Argumentar. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Lorences, J. (2007). Aproximación al sistema como resultado científico. ISP
- Mingot, T de G (1988). Pequeño Larousse de Ciencia y Técnica. La Habana: Editorial Científico-Técnica.
- Ministerio de Educación de Cuba (1971) Matemática séptimo grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Ministerio de Educación de Cuba (1971) Matemática noveno. grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Ministerio de Educación de Cuba (1971). Matemática octavo. grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación de Cuba (1980). Pedagogía. La Habana: Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación de Cuba (1989). Orientaciones metodológicas de quinto grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación de Cuba (1989). Programa Matemática, séptimo grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación de Cuba (1989). Matemática quinto grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación de Cuba (1990). Matemática sexto grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación de Cuba (1990). Programa Matemática. octavo grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación de Cuba (1997). Programa director de Matemática. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación de Cuba (1999). Programa de Matemática para la Secundaria Básica. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. Ministerio de Educación de Cuba (2004). Programa de 5 grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación de Cuba (2004). III Seminario Nacional para Educadores. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación de Cuba (2005). Cuaderno complementario octavo grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación de Cuba (2005). Cuaderno complementario séptimo grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación de Cuba (2005). Cuaderno complementario noveno grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación de Cuba (2005). IV Seminario Nacional para Educadores. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación de Cuba (2006). Programa de sexto grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación de Cuba (2007) versión #7. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación de Cuba (2007). Video-Conferencias de la Maestría en Ciencias de la Educación.

Ministerio de Educación de Cuba (2007, septiembre). Proyecto de documento sobre las líneas directrices y competencias en la asignatura Matemática. [versión electrónica]. La Habana.

Ministerio de Educación de Cuba (2008). Versión # 8 La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación de Cuba. Orientaciones metodológicas de sexto grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación de Cuba. Plan de estudio de la carrera Licenciatura en educación. Especialidad: PGI. Formato Digital.

Ministerio de Educación. Cuba. (1989). Diccionario de Ciencias de la Educación. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación. Cuba. (2000 a). I Seminario Nacional para Educadores. La Habana: Editorial Juventud Rebelde.

Ministerio de Educación. Cuba. (2001). II Seminario Nacional para Educadores. La Habana: Editorial Juventud Rebelde.

Ministerio de Educación. Cuba. (2006 b). Maestría en Ciencias de la Educación: Módulo II: Fundamentos de las Ciencias de la Educación. La Habana. (En 1 Disco Compacto).

Muñoz, F. (1989). Libro de texto. Matemática, séptimo grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Muñoz, F. (1990) Orientaciones Metodológicas. Matemática, octavo grado". La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

- Muñoz, F. (1990). Libro de texto. Matemática, octavo grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Muñoz, F.(1985). Ejercitación en la enseñanza de la Matemática. Revista Educación, XV, pp-39-49.
- Muñoz, F.(1989). Orientaciones Metodológicas. Matemática, séptimo grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Muñoz, F.(1991). Libro de texto. Matemática, noveno grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Muñoz, F.(1991). Orientaciones Metodológicas. Matemática, noveno grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Nocedo de León, I. et al. (2001). Metodología de la Investigación *Educacional*: Segunda parte. La Habana: Editorial Pueblo y Educación,
- Pérez Rodríguez, G. et al. (2002). Metodología de la Investigación *Educacional*: Primera parte: Segunda reimpresión. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Petrovski, A. V. (1977). Psicología pedagógica y de las edades. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Petrovski, A. V. (1981). Psicología General. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Puig, L. y Cerdán, F.; (1989), Problemas aritméticos escolares (Síntesis:Madrid). Real Academia Española (2006). Integración. En, Diccionario de la Lengua Española. Vigésima segunda edición. Recuperado el 8 de marzo de 2006, en <http://www.rae.es/>
- Rico Montero, P. (2003). La Zona de Desarrollo Próximo. Procedimientos y tareas de Aprendizaje. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Rico, P. y Silvestre, M. (2002). "Proceso de enseñanza - aprendizaje". En García Batista, G. (compil.). Compendio de Pedagogía. (pp. 68-79). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Rizo Cabrera, C. y Campistrous Pérez, L. (1998). *La calculadora en la escuela primaria ¿amiga o enemiga?* Ponencia Pedagogía 1999. La Habana. (En formato digital).

Rizo, C. y L. Campistrous: (1997). "Aprender preferentemente procedimientos de cálculo", en: Aprende a resolver problemas aritméticos. La Habana: Pueblo y Educación.

Savin, N. V. Pedagogía. (1979). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Software Educativo: "Colección el Navegante", Elementos matemáticos.

Tsipkin, A.G. (1985). Manual de Matemática para enseñanza media. Moscú: Editorial Mir.

Vega Lugones, L. (2008). Juegos didácticos para favorecer el cálculo de las operaciones con números naturales en los estudiantes de la escuela de oficio "Capitán San Luis". Tesis en opción al título académico de Máster en Educación. ISP Capitán Silverio Blanco Núñez. Sancti- Spíritus.

Vygotsky, L. S. (1979). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Barcelona. Critica.

Anexo 1

Guía de observación.

Objetivo: Observar el estado del nivel de aprendizaje en el desarrollo de habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios.

1. La mayoría de los alumnos pueden trabajar independientemente en la clase a partir de las orientaciones dadas por el profesor.
2. Se conocen los significados prácticos de las operaciones aritméticas.
3. Se resuelven los ejercicios por varias vías.
4. Se obtiene con facilidad el mínimo común múltiplo.
5. Se aplican los procedimientos para adicionar y sustraer números fraccionarios.
6. Cómo se comportan los estudiantes en la esfera motivacional al presentársele un ejercicio de adición y sustracción de números fraccionarios.
7. Disposición de los estudiantes para resolver ejercicios de adición y sustracción de números fraccionarios.

Anexo 2

Prueba pedagógica inicial.

Objetivo: Comprobar el estado actual de los estudiantes en el desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios.

Nombre: _____

Hora de inicio: _____ Hora de culminación: _____

Indicaciones: Resuelve los siguientes ejercicios. Es necesario que escribas todo lo que pienses en el papel. No borres nada. Si te equivocas, puedes tachar el error y continuar escribiendo a continuación.

Gracias.

1) Selecciona la respuesta correcta:

a) El mínimo común múltiplo de 6, 5 y 2 es:

___60 ___30 ___12

b) El mínimo común múltiplo de 7, 3 y 5 es:

___7 ___105 ___15

2) Completa los espacios en blanco:

$$a) \frac{3}{8} + \frac{1}{\square} = \frac{9 + \dots}{24} = \frac{\square}{24}$$

$$b) \frac{1}{5} + \frac{\square}{6} = \frac{6 + 10}{\square} = \frac{16}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

- 3) $\frac{2}{9}$ de los libros de la biblioteca son de arte, $\frac{1}{9}$ son diccionarios y $\frac{1}{4}$ son de ciencias; el resto son de cuentos. Calcula, ¿cuál es la función que representa los cuentos?

Anexo 3

Prueba pedagógica final.

Objetivo: Comprobar el estado actual del nivel de aprendizaje de la representación grafica del significado práctico de las operaciones aritméticas.

Nombre: _____

Hora de inicio: _____ Hora de culminación: _____

Indicaciones: Resuelve los siguientes ejercicios. Es necesario que escribas todo lo que pienses en el papel. No borres nada. Si te equivocas, puedes tachar el error y continuar escribiendo a continuación.

Gracias.

1) Calcula:

a) $\frac{5}{6} + \frac{1}{4}$

b) $\frac{2}{7} + \frac{3}{4}$

c) $(\frac{5}{6} + \frac{1}{4}) - \frac{2}{3}$

2) Juan le dice a Luis, que está leyendo el cuaderno martiano, el primer día leyó $\frac{1}{7}$, el segundo día $\frac{3}{4}$. ¿Cuánto le falta por leer?

3) Formula un problema a partir de la representación gráfica siguiente



Anexo 4

Entrevista grupal.

Objetivo: Constatar las motivaciones de los estudiante ante un ejercicio de adición y sustracción de números fraccionarios.

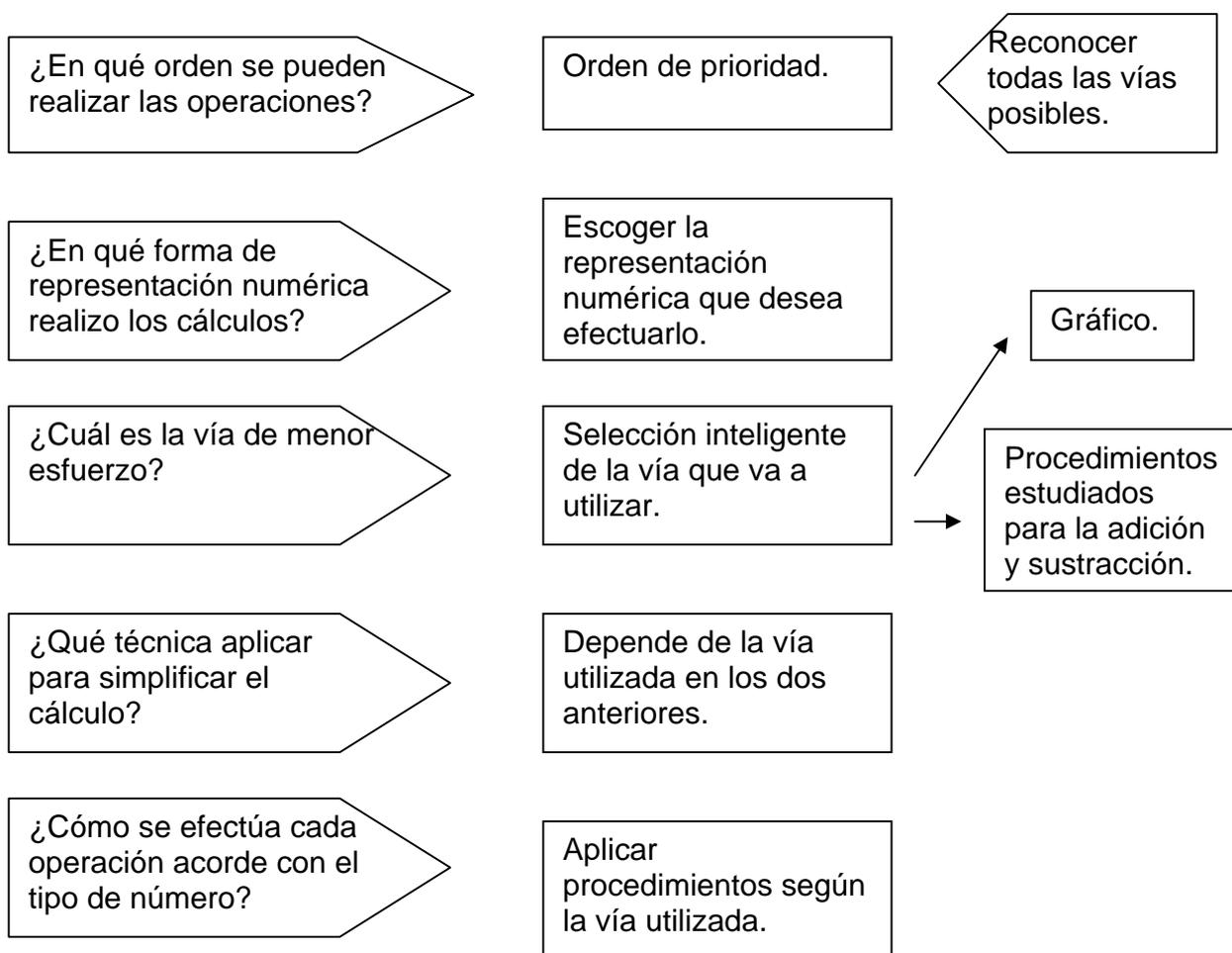
Como parte de la investigación que se realiza acerca del nivel motivacional de ustedes, como estudiante, necesitamos su colaboración para el perfeccionamiento del mismo.

Guía para la entrevista

1. ¿Te gusta resolver ejercicios?
2. ¿Te gustaría resolver ejercicios de adición y sustracción de números fraccionarios?
3. ¿Enfrentas con voluntad y disciplina la solución de un ejercicio de adición y sustracción de números fraccionarios?
4. ¿Cuáles son los pasos que realizas para resolverlo?
5. ¿Conoce el procedimiento para sumar y restar fracciones?
6. ¿En qué forma de representación numérica te gusta realizar los cálculos?
7. ¿A pesar del esfuerzo que requiere te gustaría desarrollar tus habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios?

Anexo 5

Acciones que conforman el procedimiento para la adición y sustracción de números fraccionarios.



Anexo 6

Nivel de desarrollo adición y sustracción de números fraccionarios (ANTES).

Estudiantes	Indicadores									Niveles		
	1 ^a	1b	1c	1d	1e	2a	2b	3a	3b	Alto	Medio	Bajo
1	X	X	X	X	-	X	X	X	X	X	-	-
2	X	-	-	-	-	X	X	X	X	-	X	-
3	-	-	-	-	-	X	-	X	-	-	-	X
4	-	-	-	-	-	X	-	X	-	-	-	X
5	X	X	X	X	-	-	X	X	X	X	-	-
6	-	-	-	-	-	X	X	-	X	-	-	X
7	X	-	-	-	-	-	X	X	X	-	X	-
8	-	-	-	-	-	-	X		X	-	-	X
9	-	-	-	-	-	X	X	X	X	-	X	-
10	-	-	-	-	-	-	-	X	X	-	-	X
11	X	X	X	X			X	X	X	X	-	-
12	-	-	-	-	-	X	X	-	-	-	-	X
13	-	-	-	-	-	X	X	X	X	-	X	-
14	-	-	-	-	-	X	X	-	X	-	-	X
15	-	-	-	-	-	X	X	X	X	-	X	-

Anexo 8

TOTAL DE INDICADORES ALCANZADOS POR CADA ESTUDIANTE. (Antes).

Estudiantes	Total de indicadores alcanzados por cada estudiante									<i>Total de Indicadores alcanzados por cada estudiante</i>
	1^a	1b	1c	1d	1e	2^a	2b	3^a	3b	
1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	7
2	1	0	0	0	0	1	1	1	1	5
3	0	0	0	0	0	1	0	1	0	2
4	0	0	0	0	0	1	0	1	0	2
5	1	1	1	1	1	0	1	1	1	8
6	0	0	0	0	0	1	1	0	1	3
7	1	0	0	0	0	0	1	1	1	4
8	0	0	0	0	0	0	1	0	1	2
9	0	0	0	0	0	1	1	1	1	4
10	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2
11	1	1	0	1	1	0	1	1	1	6
12	0	0	0	0	0	1	1	0	0	2
13	0	0	0	0	0	1	1	1	1	4
14	0	0	0	0	0	1	1	0	1	3
15	0	0	0	0	0	1	1	1	1	4
Total	3	3	2	3	2	10	12	11	12	58

LEYENDA: (0) No Alcanza el Indicador (1) Si Alcanza el Indicador

Anexo 9

**TOTAL DE INDICADORES ALCANZADOS POR CADA ESTUDIANTE.
(Después).**

Estudiantes	Indicadores alcanzados por los estudiantes										Total de Indicadores alcanzados por cada estudiante
	1 ^a	1b	1c	1d	1e	2 ^a	2b	3a	3b		
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9
3	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	3
4	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	8
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9
6	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	8
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9
8	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	3
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9
10	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	5
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9
12	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	4
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9
14	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	3
15	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	8
Total	13	10	10	9	9	12	12	15	15	15	105

LEYENDA: (0) No Alcanza el Indicador (1) Si Alcanza el Indicador

Anexo 10

Frecuencia absoluta y relativa de categoría por indicadores. (Antes)

Categoría	1 ^a		1b		1c		1d		1e	
	FA	%	FA	%	FA	%	FA	%	FA	%
0	11	73,5	12	80	13	86,6	12	80	5	36,6
1	4	26,5	3	20	2	13,4	3	20	10	63,4

Categoría	2 ^a		2b		3 ^a		3b	
	FA	%	FA	%	FA	%	FA	%
0	10	66,6	12	80	11	73,3	12	80
1	5	33,3	3	20	4	26,7	3	20

LEYENDA:

FA: FRECUENCIA ABSOLUTA

(O): NO ALCANZA EL INDICADOR

(I): SI ALCANZA EL INDICADOR

Anexo 11

FRECUENCIA ABSOLUTA Y RELATIVA DE CATEGORÍA POR INDICADORES (después)

Categoría	1 ^a		1b		1c		1d		1e	
	FA	%	FA	%	FA	%	FA	%	FA	%
0	3	20	5	33,3	5	33,3	5	33,3	3	20
1	12	80	10	66,6	10	66,6	10	66,6	912	80

Categoría	2 ^a		2b		3 ^a		3b	
	FA	%	FA	%	FA	%	FA	%
0	3	20	4	26,5	4	26,7	3	20
1	12	80	11	73,5	11	73,3	12	80

LEYENDA:

FA: FRECUENCIA ABSOLUTA

(O): NO ALCANZA EL INDICADOR

(I): SI ALCANZA EL INDICADOR

Anexo 12

Valoración grupal del estado inicial de cada dimensión y general (Antes)

Desarrollo Cognitivo

Primer Nivel (I): Bajo (de 5 a 7) _____ 7 (26,7 %)

Segundo Nivel (II): Medio (de 8 a 12) _____ 5 (53,3 %)

Tercer nivel (III): Alto (de 13 a 15) _____ 3 (20,0 %)

Motivación

Primer Nivel (I): Bajo (de 4 a 6) _____ 2 (13,3 %)

Segundo Nivel (II): Medio (de 7 a 10) _____ 8 (53,3 %)

Tercer nivel (III): Alto (del 11 al 12) _____ 5 (33,3 %)

Actitud

Primer Nivel (I): Bajo (de 4 a 6) _____ 2 (13,3 %)

Segundo Nivel (II): Medio (de 7 a 10) _____ 9 (60,0 %)

Tercer nivel (III): Alto (del 11 al 12) _____ 4 (26,7%)

General

Primer Nivel (I): Bajo (de 13 a 25) _____ 5 (33,33 %)

Segundo Nivel (II): Medio (de 26 a 31) _____ 5 (33,33%)

Tercer nivel (III): Alto (del 32 al 39) _____ 5 (33,33%)

Anexo 13

Tabla de criterios para valorar el estado de los indicadores establecidos

Dimensión Cognitiva	Alto	Medio	Bajo
(1a)	Ejecuta sin error el procedimiento de la fracción.	Comete algún error en la simplificación pero domina el procedimiento.	Comete errores en el procedimiento.
(1b)	Ejecuta sin error el denominador común o el M.C.M.	Comete algún error es decir busca común denominador pero no es el M.C.M.	Comete errores en el procedimiento.
(1c)	Ejecuta sin error el procedimiento de la ampliación de los numeradores por el M.C.M.	Comete algún error de cálculo pero muestra dominio del procedimiento.	Comete errores en el procedimiento.
(1d)	Ejecuta sin error la suma o resta de los numeradores.	Comete algún error de cálculo pero muestra dominio del procedimiento.	Comete errores en el procedimiento.
(1e)	Ejecuta sin error la simplificación de la fracción obtenida.	Comete algún error de cálculo pero muestra dominio del procedimiento.	Comete errores en el procedimiento.

MOTIVACIONES			
	Alta	Media	Baja
(2a)	Manifiesta satisfacción por resolverlos.	Manifiesta satisfacción solo por algunos tipos de fracciones.	No manifiesta satisfacción por ningún tipo.
(2b)	Se manifiesta muy animados por los resultados obtenidos	Se manifiesta poco animados por los resultados obtenidos	No muestra interés por resolver ninguna fracción.

Actitud			
	Alta	Media	Baja
(3a)	Muestra constancia y esfuerzo para enfrentar la solución de los ejercicios planteados.	Muestra en ocasiones constancia y esfuerzo para enfrentar la solución de los ejercicios planteados.	No muestra constancia y esfuerzo para enfrentar la solución de los ejercicios planteados.
(3b)	Es metódico durante la resolución de los ejercicios planteados.	No siempre es metódico durante la resolución de los ejercicios planteados.	Nunca es metódico durante la resolución de los ejercicios planteados.

Anexo 14

Escala ordinal

Categorías para evaluar el nivel de desarrollo de las habilidades en la resolución de problemas, antes y después.

(Antes)

Cognitivos

Primer nivel (I): Bajo de (0-2) _____ (2 para 80%)

Segundo Nivel (II): Medio de (3-4) _____ (3 para 20 %)

Tercer nivel (III): Alto de (5) _____(0 para 0%)

Motivaciones

Primer nivel (I): Bajo de (1) _____(0 para 0%)

Segundo Nivel (II): Medio de (2-3) _____ (11 para 73,33 %)

Tercer nivel (III): Alto de (4) _____(4 para 26,66 %)

Actitud

Primer nivel (I): Bajo de (0) _____ (1 para 6,66 %)

Segundo Nivel (II): Medio de (1) _____ (5 para 33,33 %)

Tercer nivel (III): Alto de (2) _____(9 para 60,00%)

General

Primer nivel (I): Bajo de (3,5) _____ (7 para 46,66%)

Segundo Nivel (II): Medio de (6,8) _____ (5 para 33,33 %)

Tercer nivel (III) : Alto de (9-11) _____(3 para un 20 %)

(Después)

Cognitivos

Primer nivel (I): Bajo de (0-2) _____ (5 para 33,33%)

Segundo Nivel (II): Medio de (3-4) _____ (1 para 66,66 %)

Tercer nivel (III): Alto de (5) _____ (9 para 60,00%)

Motivaciones

Primer nivel (I): Bajo de (1) _____ (0 para 0 %)

Segundo Nivel (II): Medio de (2-3) _____ (3 para 20,00 %)

Tercer nivel (III): Alto de (4) _____ (12 para 80,00%)

Actitud

Primer nivel (I): Bajo de (0) _____ (0 para 0%)

Segundo Nivel (II): Medio de (1) _____ (0 para 0%)

Tercer nivel (III): Alto de (2) _____ (15 para 100%)

General

Primer nivel (I): Bajo de (3,5) _____ (0 para 0%)

Segundo Nivel (II): Medio de (6,8) _____ (5 para 33,33 %)

Tercer nivel (III): Alto de (9-11) _____ (10 para 62%)

Anexo 15

Comparación entre la primera y la última valoración a nivel grupal de cada dimensión y del estado general

Indicadores antes									
	1 ^a	1b	1c	1d	1e	2 ^a	2b	3 ^a	3b
#	4	3	2	3	10	5	3	4	3
%	26,5	20	13,4	20	63,4	33,3	20	26,7	20

Indicadores después									
	1 ^a	1b	1c	1d	1e	2 ^a	2b	3 ^a	3b
#	12	10	10	10	12	12	11	11	12
%	80	66,6	66,6	66,6	80	80	73,5	73,3	80

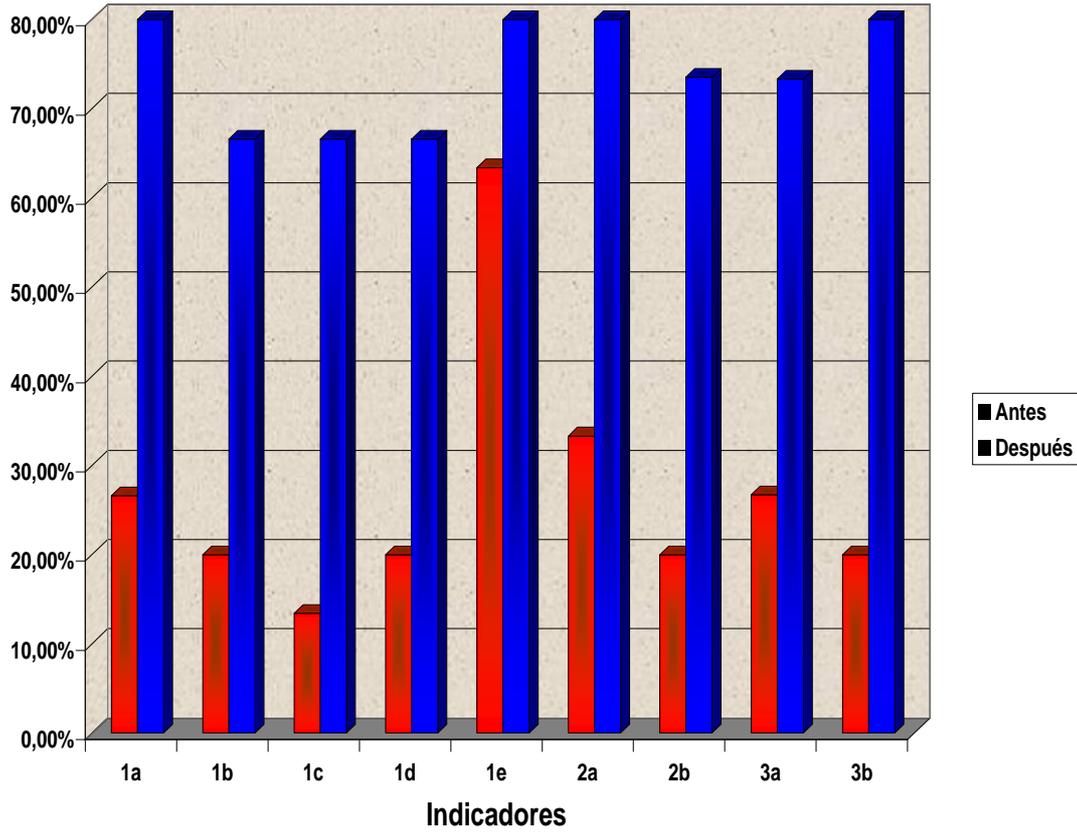
Anexo 16

Desarrollo de las habilidades para adicionar y sustraer números fraccionarios

<i>Sujetos</i>	<i>Constatación inicial</i>			<i>Constatación final</i>		
	I	II	III	I	II	III
15	7	5	3	0	5	10
	46,6%	33,3%	20	0%	33,3%	66,6%

Anexo 17

Resultados comparativos de los indicadores (Antes y después).



Anexo 18

Secuencia de pasos para efectuar los cálculos aritméticos.

- ¿Qué tipo de operaciones intervienen?
 - ¿En qué forma se presentan los números que intervienen en la operación planteada?
 - ¿Con qué precisión se dan los números?
 - ¿Qué complejidad tiene, puedo hacerlo mental o debo escribir?
1. Identifico la expresión aritmética y las operaciones a ejecutar (Adición, sustracción, multiplicación, división)

- ¿En qué orden se pueden realizar las operaciones?
 - ¿En que forma de representación numérica realizo los cálculos?
 - ¿Cuál vía es la de menor esfuerzo?
 - ¿Que técnica aplicar para simplificar el cálculo?
 - ¿Puedo sustituir un grupo de operaciones por otra?
 - ¿Cómo se efectúa cada operación acorde con el tipo de número?
2. Efectúo el cálculo. Selecciono el orden en que realizaré los cálculos
Selecciono el procedimiento de cálculo.

- ¿He realizado todos pasos que me he propuesto?
 - ¿Que técnica puedo usar para comprobar el cálculo?
 - ¿Qué otra vía puedo utilizar para calcular la solución?
3. Compruebo los resultados: hago consideraciones relacionadas con la comprobación, análisis de la solución y del procedimiento aplicado (autocontrol y valoración sobre el trabajo de los demás) Aplico técnicas de comprobación.

Anexo 19

Característica del sistema de ejercicios.

<p style="text-align: center;">Objetivo del sistema.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p style="text-align: center;">Favorecer el aprendizaje de la habilidad en la adición y sustracción de números fraccionarios en la Secundaria Básica.</p> </div>	<p style="text-align: center;">Ejercicios dirigidos al aprendizaje de la habilidad en la adición y sustracción de números fraccionarios.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px auto; width: 80%;"> <p style="text-align: center;">Aseguramiento del nivel de partida.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px auto; width: 80%;"> <p style="text-align: center;">Fijación del contenido a través de problemas.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px auto; width: 80%;"> <p style="text-align: center;">Resolución de ejercicios y problemas aritméticos.</p> </div> </div>	<p style="text-align: center;">Estructura de los ejercicios.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p style="text-align: center;">Exigencias</p> <p>Decidir por que vía de resolución asume el alumno.</p> <p>Modelar el ejercicio por la vía escogida.</p> <p>Valorar la actuación del resolutor.</p> <p>Corregir el error.</p> <p>Valorar las causas de la comisión del error.</p> </div>
--	--	---

<p>Ejercicios dirigidos al aprendizaje de la habilidad en la adición y sustracción de números fraccionarios.</p>	
<p>Ejercicios para el desempeño ante errores en:</p>	<p>Número del ejercicio</p>
<p>Ejercicios dirigidos al aseguramiento del nivel de partida para el desarrollo de las habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios.</p>	<p>1, 2, 3, 4</p>
<p>Ejercicios dirigidos a la fijación de habilidades en la adición y sustracción de números fraccionarios.</p>	<p>5, 6, 7</p>
<p>Ejercicios dirigidos a la resolución de ejercicios con números fraccionarios.</p>	<p>8 y 9</p>

Anexo 20

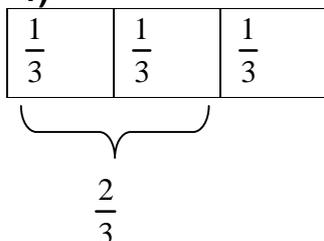
Ejemplo de adición y sustracción de números fraccionarios por vía gráfica.

- a) Adición de fracciones con diferentes denominadores (el de mayor dificultad para los estudiantes ya que se le dificulta el mínimo común múltiplo)

Ej: Calcula $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$

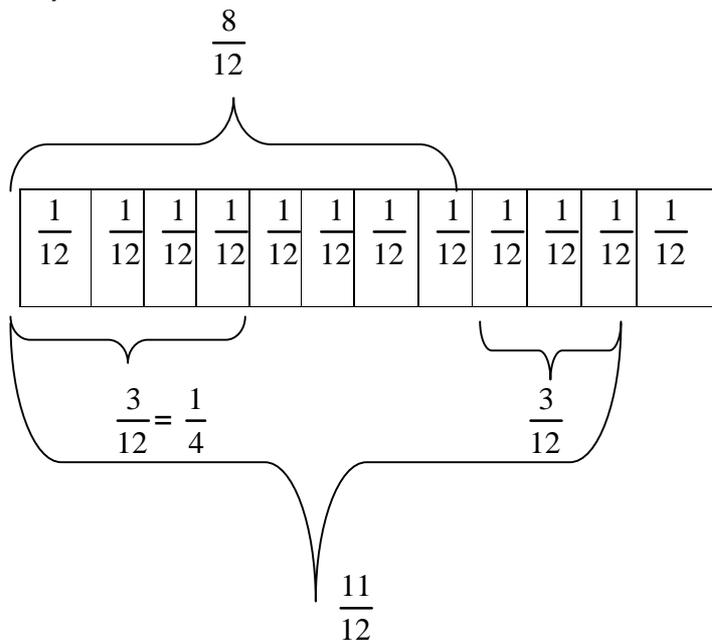
Unidad

1)



Esta vía proporciona sumar y restar fracciones sin utilizar el procedimiento que es una dificultad de los estudiantes al igual que la extracción del mínimo común múltiplo de los denominadores. Además por lo menos motiva a los estudiantes a realizar el ejercicio y no abandonarlo ante la señal de fracaso.

2)



- 1) Se toma el rectángulo como la unidad.
- 2) Se toma el primer sumando y lo dividimos en tres partes iguales.
- 3) Luego se toma el segundo sumando y el denominador indica las partes que hay que dividir cada parte que fue dividida la unidad es decir las tres partes.
- 4) Ahora la unidad quedó dividida en 12 partes iguales, por lo que $\frac{1}{4}$ de 12 es

$\frac{3}{12}$ y $\frac{2}{3}$ equivale a $\frac{8}{12}$. 5) Por último $\frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{11}{12}$.

Anexo 21

Instrumentos aplicados para medir los indicadores.

Dimensión	Indicadores	OC	EA	PP1	PP2
Cognitiva	1 ^a	X	-	X	X
	1b	X	-	X	X
	1c	X	-	X	X
	1d	X	-	X	X
	1e	X	X	X	X
Motivación	2 ^a	X	X	-	-
	2b	X	X	-	-
Actitud	3 ^a	X	X	-	-
	3b	X	X	-	-

- EA: Entrevista grupal a estudiantes.
- OC: Observación.
- PP1: Prueba pedagógica de entrada.
- PP2: Prueba pedagógica de salida.