
*INSTITUTO SUPERIOR PEDAGÓGICO
"CAPITÁN SILVERIO BLANCO NÚÑEZ"
SANCTI SPÍRITUS*

SEDE PEDAGÓGICA TRINIDAD

Tesis en opción al título académico de máster en ciencias de la educación,
Mención Secundaria Básica.

"ACTIVIDADES DIDÁCTICAS PARA CONTRIBUIR AL DESARROLLO DE
LA HABILIDAD DEMOSTRAR IGUALDADES DE
TRIÁNGULOS EN ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO"

Autor: Lic. Remberto Caridad Iglesias González.

Tutora: Msc. Ela Orellana Pérez.

CURSO 2007 - 2008

"Ciegos han de estar los que miran sin ver que las ciencias, por sí mismas, constituyen parte indiscutible del patrimonio cultural de la humanidad".

Dávidson.

Dedico este trabajo a mi Madre que siempre apoyó mi decisión de ser educador.

A mi hermano por su ayuda incondicional.

A mis hijos y sobrinos para que sigan mi ejemplo.

A mi esposa por compartir mi vocación.

A todos mis compañeros y profesores que han contribuido a este trabajo.

A la Revolución Cubana, por permitirme ser un servidor de ella.

Agradecimientos.

A mi tutora por el tiempo dedicado a la revisión del trabajo y la ayuda prestada.

A los profesores de la maestría, quienes permitieron que ampliara mis conocimientos en las ciencias de la Educación.

A mi familia por el apoyo que me han dado.

A todos aquellos que de algún modo contribuyeron a la realización de este trabajo.



La investigación titulada “actividades didácticas para el desarrollo de la habilidad demostrar igualdades de triángulo en estudiantes de 8. grado”, que dio origen a este trabajo aborda un problema de aprendizaje relacionado con las insuficiencias que presentan los estudiantes de 8. Grado de la “ESBU Capitán Victoriano Brito Prieto” del Municipio de Trinidad cuando van a desarrollar demostraciones de igualdades de triángulos. En la muestra seleccionadas, la utilización de diferentes métodos empíricos permitió constatar la existencia del problema en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos relacionados con la línea directriz fundamentar-demostrar. En el mismo se ofrece una solución al problema detectado en el cual fue necesario utilizar diferentes métodos que permitieron establecer los principales fundamentos a considerar así como caracterizar el estado actual de la preparación de los estudiantes en relación con el tema de investigación. El análisis de las causas del problema y las posibles vías de solución permitió elaborar actividades didácticas con el propósito de contribuir al desarrollo de la habilidad demostrar igualdades de triángulos utilizando un procedimiento metodológico de orientación, constatándose como principal resultado la efectividad de las mismas por lo que constituye una vía de solución al problema científico de investigación.

Contenido	Pág.
Introducción	1
Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.	11
Epígrafe 1.1: Fundamentos filosóficos, sociológicos, psicológicos y pedagógicos de la Educación Cubana.	11
Epígrafe 1.2: Transcurso del proceso de enseñanza- aprendizaje de la geometría	18
Epígrafe 1.3: Reflexiones en torno a los procedimientos para resolver problemas.	26
Epígrafe 1.4: Transcurso de la habilidad demostrar en los grados de 1 a 9.	39
Epígrafe 1.5: Desarrollo de la habilidad demostrar en las enseñanza de la geometría en los grados de 1 a 9.	40
Capítulo II: Diagnóstico y diseño metodológico de las actividades didácticas.	44
Epígrafe 2.1: Fase de diagnóstico.	44
Epígrafe 2.2: Diseño metodológico de las actividades didácticas.	45
Epígrafe 2.3: Actividades didácticas para contribuir al desarrollo de la habilidad demostrar.	49
Capítulo III: Análisis de los resultados y validación de las actividades didácticas.	58
Epígrafe 3.1: Análisis de los resultados.	58
Epígrafe 3.2: Validación de las actividades didácticas.	64
Conclusiones.	68
Recomendaciones.	69
Bibliografía.	70
Anexos.	

Los cambios económicos y sociales ocurridos en el siglo XX, han traído consigo transformaciones en todas las ramas que están de forma directa en el desarrollo de una sociedad. La educación no ha sido ajena; ella juega un papel fundamental, ya que se le ha encargado preparar al hombre nuevo, para los retos que le sigue el desarrollo del mundo.

En este sentido el sistema educacional cubano, desde el triunfo de la revolución ha pasado por varias etapas, que llevan siempre presente un movimiento revolucionario educacional, respondiendo este a formas de exigencias de desarrollo de cada momento histórico en que se vive.

Las formas de exigencias de las nuevas generaciones y en especial las de la enseñanza media tienen una gran importancia para el futuro de la sociedad en cualquier país. El Sistema Nacional Cubano no ha estado ajeno a esta regularidad y muchas personalidades muestran su preocupación; tal es el caso de Fidel Castro Ruz, el que siempre ha tenido en cuenta el papel que en el sistema educacional y en especial para formar un hombre nuevo tiene el desarrollo del pensamiento y razonamiento de los estudiantes de la Secundaria Básica.

La educación cubana ha transcurrido por diferentes etapas, donde cada una juega un papel importante en la sociedad. Es por eso que los planes de estudio tienen un marcado interés en las preparaciones de sus conocimientos para que se enfrente a la sociedad y tenga un mejor comportamiento ante cualquier problemática de la vida real.

En esta nueva etapa de la revolución educacional en el país, se exigen una preparación del docente en diferentes niveles y etapas de enseñanza, poniendo de manifiesto una vez más, la importante labor del maestro en el aprovechamiento de las potencialidades que ofrecen estas transformaciones, que contribuyen a enriquecer la actividad creadora de los docentes y hacen realidad el planteamiento del Comandante en Jefe Fidel Castro Ruz cuando expresó "(...) no concebimos al maestro con métodos artesanales de trabajo, lo concebimos como un activo investigador, como una personalidad capaz de orientarse independiente, como un intelectual revolucionario que toma partido ante los

problemas y plantea soluciones desde el punto de vista de la ciencia y de nuestros intereses de clases”. (Castro Fidel; 1981: 4).

Esta reflexión motiva a que se piense desde el escenario de actuación con carácter creador.

Esto trae consigo que se tenga una mejor comprensión científica del mundo, preparando a las generaciones con un sistema de conocimientos y habilidades necesarias para enfrentar la vida en sociedad.

Los profundos cambios que en todas los ámbitos de la sociedad se vienen produciendo en los últimos años exigen una formación continua a lo largo de la vida para los estudiantes.

En todas las épocas han existido grandes hombres de ciencias con grandes conocimientos matemáticos y estos conocimientos han sido adquiridos generalmente en la escuela con los programas y textos correspondientes a la época en que les ha tocado vivir. Sí valoramos la enseñanza de la Matemática por estas válidas consideraciones, llegaríamos a la conclusión de que todos los planes de estudio han sido adecuados, por lo menos para la enseñanza de La Matemática. (Palacio Peña, J: 2003:1)

La enseñanza de la Matemática tiene características distintas en los diferentes niveles de enseñanza, no solo por el contenido a impartir sino por la forma y recursos empleados para hacerlos.

No debemos olvidar que la Matemática está presente en los planes de estudio de cualquier país desde el inicio de la vida escolar. Esto está dado por el papel rector que juega en el desarrollo del pensamiento lógico y su función en la formación de capacidades que les permiten enfrentar situaciones problemáticas de la vida cotidiana. La educación cubana no es ajena a este proceso y también tiene en cuenta en sus planes de estudio, la asignatura Matemática.

En las diferentes enseñanzas existen dificultades que atentan contra la solidez de los conocimientos que se imparten en las distintas asignaturas. A través de todos estos años la asignatura de Matemática ha resultado una de las que más dificultades ha presentado en los diferentes grados, por lo que se hace necesario despertar el interés por ella.

Esta asignatura contribuye notablemente al desarrollo de habilidades mentales generales en los alumnos y habilidades que permiten enfrentar la asimilación en otras esferas del conocimiento, tanto en la obtención de conocimientos, conceptos, así como en la formación y desarrollo de habilidades. Ello revierte una gran importancia pues posibilita al hombre realizar el cálculo de tiempo; medir; cortar; programar actividades; demostrar; entre otras.

En este sentido la Matemática le ha permitido al hombre comprender adecuadamente la naturaleza y contribuir a lograr transformaciones de acuerdo con sus necesidades, con lo que juegan un papel fundamental las capacidades que adquieren en el aprendizaje de la Matemática.

De ahí que se comprende que la enseñanza de la Matemática es un proceso importante y parte esencial de la formación de los alumnos, por lo que es de mucha validez que los maestros interioricen estas potencialidades de la asignatura y trabajen la dirección del desarrollo adecuado y en especial de las relaciones con capacidades mentales, haciendo comprender a los alumnos las posibilidades que tienen de actuar, para aplicar sus conocimientos no solo en Matemática, sino en la cotidianidad.

En la actualidad la enseñanza de esta asignatura requiere que se haga cada vez más científica, lo que es fundamental para la vida en sociedad y constituye un medio idóneo para la formación en los alumnos de un sistema de conocimientos, habilidades y hábitos fundamentales y es, además, la forma rectora de la actividad escolar de los estudiantes en el proceso de estudio de esta asignatura, y del nivel de preparación que tengan los alumnos para las actividades prácticas en cualquier esfera de la vida social. (Pujol Bandomo, I. 2007: 5).

Desde los primeros grados, el sistema educacional cubano, integra en los planes de estudios, desde el nivel primario, medio y medio superior, tres ramas de la asignatura de Matemática que se estudia en cada grado; atendiendo a sus posibilidades y objetivos generales y específicos de la enseñanza cubana. Estas son: Aritmética, Álgebra y Geometría.

La Matemática siempre ha sido una asignatura útil para todos, pero de interés para pocos estudiantes. Su utilidad no es discutida por nadie, así como su aplicación en diferentes momentos de la vida; aunque existe desconocimiento de su aplicación en resolver problemas, sobre todo si son geométricos, propios de la rama de Geometría.

Esto último tiene un papel rector en el desarrollo integral del estudiante y por sus características y aplicaciones diarias en la comprensión científica del mundo, les ofrece en cada momento del pensamiento humano, recursos que pueden agregar al desempeño social del hombre en los retos sociales, económicos y la vida profesional a que se debe enfrentar.

En la enseñanza media y en especial en 8. grado, hay un contenido de estudio, que responde a la rama de la Geometría, es el caso de la igualdad de figuras y en especial la de triángulos.

Esta última tiene aparejada el desarrollo de una habilidad muy importante para que los estudiantes sepan interpretar situaciones reales. La demostración de igualdades de triángulos, en esta enseñanza, se apoya en criterios que les permite llegar a conclusiones sobre este fenómeno.

La habilidad demostrar está estrechamente relacionada con las ramas de la Matemática, y en especial en la Geometría, apoyándose en cada una como una interrelación didáctica de las líneas directrices, actuando sobre la demostración de fenómenos.

En los planes de estudio de los grados 7; 8 y 9. Se interpreta el proceso de demostración de igualdad de triángulos de diferentes formas; por lo general se olvidan

del lugar geométrico que tiene el objetivo a demostrar. ¿Cómo enfrentar este proceso y que tenga un orden lógico?

Además los estudiantes llegan a 8. Grado con una serie de conocimientos y recursos que les permiten fundamentar una demostración de igualdad de triángulos, y sin embargo no son suficientes. ¿Por qué los estudiantes no se enfrentan con los conocimientos adquiridos a las demostraciones geométricas?

El proceso didáctico en el desarrollo de esta habilidad está enmarcado en las fases del pensamiento y su ejecución en función de lograr capacidades que les permitan ejecutar.

Los profesores cuentan con la aplicación del programa heurístico general, en función de la didáctica aplicada y en particular la de Geometría para realizar una demostración; por otra parte los estudiantes deben aplicar las habilidades adquiridas en dicho programa y aplicarlas a la demostración de igualdad de triángulos; es por eso que analizaremos otra interrogante. ¿El maestro desarrolla el proceso adecuadamente para que el estudiante interiorice los pasos a seguir en una demostración de igualdad de triángulos?

El desarrollo de una actividad está dado por el transcurso de las fases del pensamiento y sus etapas. Activación, motivación, ejecución, control, según criterios de estudios realizados por pedagogos, los pueden desarrollar según el problema de demostración. Otros lo analizan como una línea directriz dentro de la línea general correspondencia-funciones; pero esto transcurre en la línea directriz Geometría, como específico.

Por tal motivo se hace la siguiente interrogante que constituye el **problema científico** de la presente investigación. ¿Cómo contribuir al desarrollo de la habilidad demostrar igualdades de triángulos, en estudiantes de 8. grado de la ESBU Victoriano Brito Prieto?

Este problema responde a los intereses didácticos del proceso de enseñanza-aprendizaje. Según los criterios y teniendo en cuenta su nivel de actuación se determinó como **objeto de investigación**: el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Geometría y como **campo de acción**: habilidad demostrar.

Por tanto el **objetivo de la investigación** consiste en aplicar actividades didácticas para contribuir al desarrollo de la habilidad demostrar igualdades de triángulos en estudiantes de 8. grado de la ESBU Capitán Victoriano Brito Prieto.

Para la realización del presente trabajo se realizan las siguientes **preguntas científicas.**

1. ¿Qué aspectos teóricos y metodológicos sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Geometría?
2. ¿Cuál es el estado actual del desarrollo de la habilidad demostrar igualdades de triángulos en estudiantes de 8. grado de la ESBU Capitán Victoriano Brito Prieto?
3. ¿Qué actividades didácticas elaborar para contribuir al desarrollo de la habilidad demostrar igualdades de triángulos en estudiantes de 8. grado de la ESBU Capitán Victoriano Brito Prieto?
4. ¿Cuál es el resultado de la validación de las actividades didácticas para contribuir al desarrollo de la habilidad demostrar igualdades de triángulos en estudiantes de 8. grado de la ESBU Capitán Victoriano Brito Prieto?

Para el desarrollo de la investigación se tuvo en cuenta las siguientes

Tareas científicas.

1. Sistematizar las concepciones teóricas y metodológicas que fundamentan las actividades didácticas para desarrollar la habilidad demostrar en igualdades de triángulos.
2. Diagnosticar el estado de la habilidad demostrar igualdades de triángulos, en estudiantes de 8. grado de la, ESBU Capitán Victoriano Brito Prieto.
3. Elaborar las actividades didácticas para contribuir al desarrollo de la habilidad demostrar igualdades de triángulos en estudiantes de 8. Grado de la ESBU Capitán Victoriano Brito Prieto.

4. Validar las actividades didácticas para contribuir al desarrollo de la habilidad demostrar en igualdades de triángulos en los estudiantes de 8. Grado de la ESBU Capitán Victoriano Brito Prieto.

Como variables se tomaron las siguientes:

Variable independiente: Actividades didácticas

Variable dependiente: Desarrollo de la habilidad demostrar igualdades de triángulos.

Conceptualización de términos.

Con esta investigación, el autor teniendo en cuenta, la importancia que reviste para la enseñanza de la Matemática las actividades didácticas en función de la resolución de problemas; sugiere el siguiente concepto.

Actividad didáctica: conjunto de acciones para obrar en el proceso docente – educativo; con vista a resolver los problemas planteados por las entidades responsables de transmitir la enseñanza.

Actividades: Facultad de obrar, diligencia, conjunto de tareas propias de una persona (Océano Práctico Diccionario Enciclopédico)

Didáctico: Relativo a la enseñanza, ciencia que estudia la metodología de enseñanza (Océano Práctico. Diccionario Enciclopédico)

Didáctica: Pertencientes o relativos a la enseñanza, propio, adecuado para enseñar a instruir, métodos, género didáctico. Obra didáctica, perteneciente o relativa a la didáctica. Arte de enseñar (Diccionario Encarta Versión Digital)

Didáctica: Es una de las ciencias de la educación, cuyo objetivo de estudio es el proceso docente –educativo, dirigido a resolver problemáticas que se les plantea a la escuela. (Pérez Álvarez Celina E. Dra. 2006. P.16)

Como **población** se tomó los 30 estudiantes de 8.1 de la ESBU: Capitán: Victoriano Brito Prieto y como **muestra** 15 estudiantes del grupo 8. 1 - A, ocho son varones y siete

hembras, sus características son típicas del adolescente, aunque algunos tienen acentuados rasgos de madurez propios de estas edades.

Para el desarrollo de esta investigación se han utilizado diferentes métodos y técnicas. A continuación se hará referencia a los momentos en que predomina cada uno de ellos.

Métodos del nivel teórico.

Análisis y Síntesis: Está presente en el estudio de las bibliografías y de los documentos que norman el grado, para su posterior análisis, logrando una síntesis entre las partes analizadas.

Histórico-lógico: Permite estudiar la trayectoria del problema en el transcurso de su historia, así como las leyes generales de funcionamiento y desarrollo de los fenómenos y su esencia.

Inducción - deducción: Se utilizó para el razonamiento que corroboraron la teoría, permitiendo proponer la solución del problema.

Tránsito de lo abstracto a lo concreto: permitió la interpretación de la teoría sistematizada y de los datos empíricos obtenidos durante la investigación.

Métodos del nivel empírico

Observación: se utilizó para comprobar el estado del problema objeto de investigación, tomando los datos y elementos que permitieran hacer una valoración de los resultados que se aprecian en los estudiantes.

Pre - experimento: se utilizó para buscar el enfoque cualitativo y cuantitativo sobre los cambios producidos en los sujetos que integran la muestra.

Prueba pedagógica: se utilizó para comprobar el estado de desarrollo de la habilidad demostrar igualdades de triángulos.

Encuesta a estudiantes: se utilizó para conocer las causas que determinaron las insuficiencias de los estudiantes para demostrar igualdades de triángulos.

Entrevista a estudiante: se utilizó para conocer el grado de independencia y el nivel de interpretación para demostrar igualdad de triángulos.

Método del nivel Matemático o estadístico.

Se utilizó para obtener los resultados de la información de los diferentes instrumentos aplicados.

Las tablas de frecuencias: para organizar los resultados de la información de los diferentes instrumentos aplicados.

Cálculo porcentual: se utilizó para obtener los resultados de la información de los diferentes instrumentos aplicados.

Los gráficos representan los cálculos porcentuales y las tendencias en el desarrollo de los indicadores que determinan la habilidad a demostrar

Operacionalización de la variable dependiente.

Esta se conceptualiza teniendo en cuenta las tareas principales del Programa Heurístico General.

Dimensiones:

1. Comprensión del problema.
2. Búsqueda de la idea de solución.
 - Reflexión sobre los medios.
 - Reflexión sobre las vías.
3. Ejecución del plan de solución.
4. Comprobación de la solución.
5. Reflexión sobre los métodos aplicados.

Indicadores:

1. Identificar los datos en una figura dada o construirla.
 - Identificar las figuras que contienen las propiedades a demostrar.
 - Determinar las premisas y tesis.
2. Reflexión sobre los medios.
 - Determinar que conceptos o teoremas se relacionan con las premisas y la tesis.
 - Reflexionar sobre los métodos.
 - Determinar si puede usar la vía directa o indirecta.
3. Fundamentar cada paso.
4. Reflexionar si se ha llegado a la tesis.
5. Reflexionar acerca de otra u otras vías de solución.

El **aporte práctico** radica en actividades didácticas para contribuir al desarrollo de la habilidad demostrar en los contenidos referidos a las igualdades de triángulos.

La novedad científica es que no se ha encontrado en las bibliografías consultadas ninguna experiencia relativa a la formación de la habilidad demostrar en el contenido igualdad de triángulos.

La tesis está estructurada de la siguiente forma:

El capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en la igualdad de triángulos. El capítulo II: Diagnóstico y diseño de las actividades didácticas; que aborda diagnóstico inicial del estado actual del problema y del diseño de las actividades didácticas. El capítulo III: Análisis de los resultados y validación de las actividades didácticas.

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

1.1 Fundamentos filosóficos, psicológicos, sociológicos y pedagógicos de la Educación cubana.

El desarrollo de la Matemática como ciencia, constituye una fuerza productiva en general, evidencia que la humanidad se ha elevado a niveles superiores en su desarrollo.

La educación como una de las normas esenciales en el desarrollo de la sociedad, no ha estado ajena a estos procesos sino que, por lo contrario, ha sufrido transformaciones que han marcado respuestas sólidas por los organismos del estado, en particular el Ministerio de Educación (MINED). Este es el encargado de buscar vías, métodos y estrategias para perfeccionar el proceso de enseñanza y aprendizaje y que este se corresponda con los intereses de la sociedad cubana, la cual está insertada en el mundo de hoy.

En la actualidad, los principales psicólogos y pedagogos del mundo han reconocido que la función de la escuela no es dotar a los alumnos de una cantidad determinada de conocimientos, sino lograr el desarrollo del pensamiento y de las estructuras cognitivas del sujeto que aprende, lo que exige elevar cada día más la calidad de la educación.

Ante esta exigencia, la enseñanza memorista y formalista sustenta un freno, que no permite favorecer en los alumnos el desarrollo de su independencia cognoscitiva de su aprendizaje, y que se fortalezca en ellos la voluntad de vencer dificultades, la necesidad y el interés de ser útil, que son los mitos de la sociedad cubana y aspiración del hombre de hoy.

El proceso de enseñanza - aprendizaje no ha sido lo suficientemente efectivo en la práctica lo que se evidencia en los resultados obtenidos a través de diagnósticos realizados en la asignatura de Matemática teniendo en cuenta diferentes niveles de enseñanza. Esta problemática es motivada por varias razones y una de las causas con mayor responsabilidad, para que no se hayan alcanzado resultados satisfactorios, es precisamente la pobre utilización de los procedimientos didácticos

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

que orientan al maestro en la labor de dirección del proceso de formación del aprendizaje.

El aprendizaje ha sido objeto de estudio por disímiles psicólogos y pedagogos en el decursar histórico de la investigación; han influido en él, partiendo de diferentes enfoques, corrientes y teorías cuya base filosófica y concepción psicológica divergen; aunque se manifiestan puntos comunes en ellos. Muchos datos e ideas valiosas se han acumulado pero no han sido sistematizados, ni integrados en un sistema coherente que incorpore de manera didáctica lo positivo de esas teorías científicas en función de su utilización en una práctica educativa que promueve el desarrollo del ser humano, su bienestar y calidad de vida.

Las teorías más relevantes en el ambiente educacional contemporáneo son: el conductivismo, el cognitivismo, el constructivismo, el humanismo y la teoría histórico – cultural. Esta última constituye la base conceptual, metodológica y de partida de este trabajo.

El aprendizaje no solo es un proceso de realización individual, sino también una actividad social, es además un proceso de construcción y reconstrucción por parte del sujeto, que se apropia de conocimientos, habilidades, actitudes, afectos, valores y su forma de expresión. Este aprendizaje se produce en condiciones de interacción social en un medio social histórico concreto.

En los últimos tiempos, la Didáctica General y en especial la Didáctica de la Matemática se han visto influenciada de diferentes partes del mundo, por tendencias muy avanzadas que abogan porque el estudiante asuma su papel protagónico en el proceso de enseñanza-aprendizaje, que logre mayor independencia en la adquisición de conocimientos, que se formen y desarrollen procedimientos lógicos, así como la capacidad de utilizar correctamente los métodos inductivos y deductivos, y que como resultado de su actividad, sometido a un proceso de socialización y de comunicación, alcance un desarrollo integral de su personalidad, esto último sustentado en el enfoque histórico cultural de Vigostky.

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

La necesidad del perfeccionamiento del sistema educacional cubano en el año 1988, estuvo inmerso en profundos cambios y transformaciones, lo que ocasionó reorganizaciones y reconsideraciones en los planes de estudio de diferentes niveles de enseñanza y los programas de asignaturas, así como se reelaboraron los textos de enseñanza general y en la misma medida validaron estos programas, como un resultado de su perfeccionamiento.

La formación de los procedimientos para aumentar el aprendizaje constituye la vía correcta del trabajo que se pueda realizar para lograr el desarrollo del pensamiento lógico de los alumnos. Estos están dirigidos a la sistematización de la práctica pedagógica para lograr determinadas habilidades, dígase: identificar, comparar, reconocer, deducir, asociar conceptos, demostrar así como determinar la veracidad o falsedad de expresiones y realizar razonamientos.

La didáctica de la Matemática como disciplina científica atiende a las leyes generales de la instrucción y la educación, las cuales forman parte del fundamento de todas las ciencias pedagógicas: pero como disciplina particular ha de resolver un conjunto importante de problemas teóricos y prácticos. Para ello en su cuerpo teórico debe formularse sus principios, describir el proceso de enseñanza- aprendizaje en su interpretación científica específica para las clases de Matemática y derivar inferencias acerca de cómo se debe dirigir de manera efectiva este proceso para alcanzar en los alumnos la educación que la sociedad exige.

La enseñanza de la Matemática junto a su propósito instructivo no puede subestimar su contribución a la educación de los alumnos y a la estimulación de su desarrollo intelectual. La unidad de estas tres intensiones significa conducción didáctica que tenga en cuenta el diagnóstico sistemático, la asequibilidad de la enseñanza, el aprendizaje activo y el trabajo cooperativo y creador.

El sustento filosófico de la educación cubana es la filosofía dialéctico- materialista conjugada con el ideario martiano, por lo que se supera así la concepción del marxismo leninismo como una metodología general de la pedagogía, como una filosofía en general (García Batista, G 2002: 47).

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

La filosofía de la educación es una de las más importantes tradiciones del pensamiento cubano y uno de los temas del debate filosófico y pedagógico contemporáneo. Esto propicia la educabilidad del hombre, la educación como categoría más general y el porqué y el para qué se educa al hombre.

Para lograr una dimensión científico y humanista del problema se toma como sustento la teoría marxista - leninista, asumiendo las leyes generales de la dialéctica materialista, la teoría del conocimiento, el enfoque complejo de la realidad y la práctica como fuente del conocimiento.

En el marco sociológico el objetivo general de la educación se resume en el proceso de socialización del individuo, apropiación de los contenidos sociales válidos y su objetivación; expresados en formas de conducta aceptables por la sociedad. Paralelamente se realiza la individualización, proceso de carácter personal, creativo, en el que cada cual percibe la realidad de manera muy particular como ente social activo.

El proceso de socialización del educado dentro y fuera de la escuela tiene que quedar bien limitado. El proceso de socialización del escolar tiene lugar en alguna medida, mediante el proceso educativo, la socialización en el resultado de este. (García Batista, G.: 2002: 47).

Toda categoría pedagógica está vinculada en una teoría psicológica, lo que permite lograr que la psicología llegue a la práctica educativa a través de las reflexiones pedagógicas.

En este trabajo, teniendo en cuenta los fundamentos filosóficos que se esgrimen, se optó por una psicología histórico - cultural, basada en el materialismo dialéctico; enriquecida con los postulados marxistas y particularmente en los postulados de Vigotsky y sus seguidores, en las que encuentran continuidad las fundamentales ideas educativas que constituyen las raíces más sólidas, históricamente construidas y que permiten ponerse a la altura de la ciencia psicológica contemporánea.

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

El enfoque histórico - cultural de la psicología pedagógica ofrece una profunda explicación acerca de las grandes posibilidades de la educación del hombre, contribuyendo a una teoría del desarrollo psíquico íntimamente relacionadas con el proceso educativo, que se optimiza; pues hace consciente al educador de las grandes particularidades que tiene al incidir en el estudiante, de acuerdo con la sociedad que interactúa y tiene que contribuir en el desarrollo de ella.

Las leyes de la pedagogía han sido tratadas por diferentes autores a nivel internacional y nacional. Estas últimas tienen en cuenta las relaciones marcadas que ostentan la sociedad y las instituciones docentes, con el fin de resolver la necesidad de la formación integral de los ciudadanos de esa sociedad y en particular de las nuevas generaciones.

Estas leyes son asumidas en el trabajo:

1. La relación de la escuela con la vida.
2. Relaciones internas entre los componentes del proceso docente – educativo: Educación a través de la instrucción.

La escuela y la vida establece el vínculo entre el contexto social y el proceso pedagógico concebido, este último como la organización conjunta de la enseñanza y la educación para los educadores en la escuela, dirigida a la educación de la personalidad, según los objetivos sociales que se establecen entre profesores, estudiantes y demás componentes personalizados y de estos entre sí y con los demás agentes mediante la actividad y la comunicación.

Las relaciones internas entre los componentes del proceso docente - educativo establecen las relaciones ente los componentes que garantiza que se alcance el objetivo, que se pueda enfrentar el problema y resolverlo. El objetivo es el todo, el contenido es la parte. La actividad cognoscitiva, tanto del maestro como del alumno, se realiza sobre la base de las regularidades generales del reflejo del mundo circundante. (Baranov P., S.: 1989: 71).

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

Al explicar los nexos existentes entre la primera y la segunda ley se hace referencia a los principios y categorías ya que el proceso pedagógico es un proceso único, interrelacionado que transcurre como un sistema donde los elementos dependen unos de otros. Además resulta interesante en ellos el establecimiento de las relaciones entre los componentes, a través de tríadas dialécticas a saber, (Periolibro: 2007: 71),

- Problema – objetivo – proceso,
- Objetivo – contenido – método,

Como parte de la problemática planteada por el investigador de este trabajo, considera necesario, después de un análisis de los principios didácticos, asumir la siguiente clasificación:

Sistema de principios didácticos:

1. Del carácter educativo del proceso de enseñanza – aprendizaje.
2. Del carácter científico del proceso de enseñanza – aprendizaje.
3. De la relación entre la teoría y la práctica.
4. De la asequibilidad a comprensión de los contenidos.
5. De la sistematización de los contenidos.
6. De la relación entre lo concreto y lo abstracto.
7. Del carácter consciente y la actividad independiente del estudiante.
8. De solidez de los contenidos.
9. De atención a lo individual - grupal.

----- (Periolibro: 2006.; 71)

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

Para tener éxito en la aplicación de estos principios didácticos el profesor deberá conocerlos bien, dominar la materia que imparte, conocer las características de su grupo y aplicarlos en sistemas o subsistemas, en dependencia del tipo de clase u otra actividad de que se trate, de forma consciente, sistemática y con la convicción de que con ello elevará cualitativamente su modo de actuación profesional y la educación de la personalidad de sus educandos.

La enseñanza y el aprendizaje constituyen en el contexto escolar un proceso de interacción e intercomunicación de varios sujetos, ya que se dan en un grupo donde los profesores ocupan un lugar preponderante como pedagogo que lo organiza y conduce, pero en el que no se logran resultados positivos sin el protagonismo, la actitud y la motivación del alumno.

Las categorías y los principios didácticos está presentes en las actividades didáctica, puesto que las mismas propician un proceso donde maestros - alumnos interactúan de forma consciente para lograr un objetivo común: la motivación del estudiante para contribuir al desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos; coexistiendo tanto la enseñanza como el aprendizaje en una relación permanente y constituyendo una unidad dialéctica.

Además se tuvo en cuenta en el desarrollo de la investigación los componentes del proceso pedagógico:

Personales: profesor - alumno

Personalizados: objetivo – contenido – método – medios – evaluación - formas de organización.

Especialmente en los componentes personales, bajo la dirección del profesor, al igual que el alumno se implica personalmente en el proceso de manera activa, participativa, y reflexiva. El contenido que debe dominar el estudiante, no es más que aquella parte de la cultura que la humanidad ha ido acopiando en su desarrollo histórico – social.

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

1.2 Transcurso del proceso de enseñanza - aprendizaje de la Geometría.

El origen de las primeras nociones geométricas y su estudio sistemático, se originaron en las antiguas civilizaciones, donde surgieron los primeros conceptos geométricos propiciados por la actividad práctica del hombre y atravesaron un largo período de aprovechamiento.

Sin embargo la construcción teórica de la Geometría tiene sus orígenes en las escuelas científicas y filosóficas de la Grecia Antigua. Los trabajos de, Tales de Mileto, Pitágoras, Euclides y otros, trascendieron su época de manera tan significativa que la referencia a su obra es obligatoria en cualquier curso de Geometría. Con ello se alcanzó un nivel de abstracción de los conceptos geométricos cualitativamente superiores, se introdujeron y perfeccionaron los métodos de demostraciones. Después, aparece René Descartes y aporta el método de coordenadas, logrando nuevos horizontes para dar paso a nueva teoría geométrica como la “Geometría no Euclidiana”, lográndose un avance en los estudios y aplicaciones de esta rama de la Matemática.

De todo este universo de teorías y aplicaciones, solo es posible dar unas tenues pinceladas en las mentes de los escolares, logrando lo necesario para crear sólidas bases generales y avisar el interés hacia el estudio de las ciencias exactas.

Considerando lo anteriormente expuesto se hace necesario describir el transcurso de la Geometría en nuestra enseñanza como una línea directriz, logrando formar en los alumnos ideas claras sobre los objetos geométricos del plano y del espacio así como sobre las relaciones entre ellos.

Con este fin, deben tratarse en la escuela una cantidad suficiente de figuras planas y cuerpos, de forma tal, que los alumnos sean capaces de describir (definir) los objetos geométricos correspondientes y explicar (fundamentar) las relaciones entre ellos, en especial aquellas que son esenciales para comprender la estructura de la recta, del plano y del espacio (Ballester, S.: 2000: 92).

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

El curso de Geometría en la escuela cubana, abarca complejos de materia que se suceden en los distintos grados de la enseñanza primaria, media y media superior. De manera que, para dirigir, correctamente la enseñanza de la Geometría en cada momento, el profesor debe tener visión total de la materia con anterioridad e información con respecto a la disposición de los contenidos subsiguientes.

En el transcurso de la línea directriz “Geometría” en la enseñanza media, se trabaja los distintos contenidos desde el punto de vista metodológico requiriendo la misma orientación general:

- Definir de conceptos que el alumno conoce de manera intuitiva desde grados anteriores.
- Estudio de teoremas y sus demostraciones, así como en las relaciones que establecen nuevas propiedades, empleando diferentes procedimientos especiales de demostración y la realización de ejercicios portadores de nueva formación
- Trabajo en la solución de complejos ejercicios para fijar el contenido, que incluye problemas de cálculo, construcción y demostraciones convenientemente estructuradas para lograr la sistematización de los conocimientos esenciales.
- Vínculo de los conocimientos aritméticos, geométricos y algebraicos que poseen los alumnos, en problemas propios de la Geometría y problemas prácticos de carácter geométrico, así como en función de la visualización y comprensibilidad de los conocimientos aritméticos y algebraicos, además, se hace necesario establecer la relaciones entre la línea directriz “Geometría” y dar objetivo de la enseñanza de la Geometría, de acuerdo con la variante escogida para la educación general en nuestro país.

En los grados de 1ro a 4to, los objetivos fundamentales están encaminados a la adquisición de conocimientos y capacidades relacionadas con los conceptos geométricos y su descripción, así como el desarrollo de habilidades en el trazado y

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

construcción de figuras geométricas. En los grados de 5to y 6to se hace énfasis en la adquisición de conocimientos y capacidades relacionadas con los conceptos geométricos y sus definiciones, aparejados al desarrollo de habilidades en el cálculo geométrico y la aplicación de sucesiones de indicaciones para las construcciones.

En la enseñanza media, los objetivos fundamentales están dirigidos a la adquisición de conocimientos y capacidades relacionadas con los conceptos geométricos y sus definiciones, así como, la aplicación de las transformaciones geométricas fundamentales y sus conocimientos, aritméticos, algebraicos y trigonométricos a la resolución de ejercicios y problemas

Los objetivos fundamentales que se persiguen en los grados de 7. y 8. responden al objetivo formativo general número cinco aprobado en el modelo de la Secundaria Básica del año 2007. El mismo plantea:

- Solucionar problemas propios de las diferentes asignaturas y de la vida cotidiana, con una actitud transformadora y valorativa, a partir de la identificación, formulación y solución de problemas, mediante el desarrollo del pensamiento lógico, la aplicación de conocimientos, el empleo de estrategias y técnicas de aprendizaje específicas, así como de las experiencias y hábitos de estudio, de su comunicación, es decir, expresarse, leer, comprender y escribir correctamente, actuar con un nivel de independencia y autorregulación de su conducta adecuada su edad.

Al mismo tiempo responde con los mismos intereses al objetivo formativo del grado 7., que plantea:

- Resolver con determinada orientación, problemas propios de las diferentes asignaturas y de la vida cotidiana, a partir de la identificación, formulación y solución de problemas, por medio del ejemplo de estrategia y aprendizaje y técnicas específicas, la aplicación de conocimientos y del desarrollo del pensamiento lógico y valorativo y de la lengua materna para su correcta

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

comunicación, utilizando diversas fuentes de información, los textos martianos, la prensa, software, el programa libertad en ellos .

Sin embargo en 8. grado se observa un interés formativo, expresado en el objetivo 5.1, el cual plantea:

- Mostrar un mayor nivel de independencia al resolver problemas de las diferentes asignaturas y de la vida cotidiana, a partir de la identificación, formulación y solución de problemas, por medio del empleo de estrategia de aprendizaje, técnica y aplicación del conocimiento con un determinado nivel de integración de los procedimientos lógicos, comunicativos y voluntario. (Colectivo de autores 2007:17).

De la misma manera, se determinó como objetivo general de la asignatura de Matemática en 8. grado, y que responde al interés de los antes mencionados al objetivo 3 que plantea:

- Esbozar figuras a partir de sus propiedades y relaciones básicas entre sus elementos, para aplicarlos en resolución de problemas, la interpretación de mapas y planos, utilizando los conceptos de igualdad y semejanza de figuras en el plano.

Por último, este responde a los objetivos específicos de la Unidad 3: “Igualdad y proporciones en las figuras” y muy en particular al objetivo tres que plantea:

- Esbozar figuras a partir de sus propiedades básicas para aplicarlas a la resolución de problemas sobre la interpretación de mapas y elaboración de croquis, utilizando escalas y los conceptos de igualdad y proporcionalidad. (Programa de Matemática 8. grado 2007:30).

Podemos generalizar, que los objetivos tratados anteriormente, responden muy específicamente a los objetivos de la línea directriz “Geometría” expuesto en el

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

transcurso de esta por los programas de Matemática y planificación de la enseñanza (Ballester. S.2003:20).

Objetivo de la línea directriz "Geometría".

- Identificar figuras y cuerpos geométricos.
- Recordar las propiedades fundamentales de las figuras y cuerpos geométricos.
- Esbozar figuras y cuerpos geométricos.
- Estimar y calcular magnitudes.
- Resolver problemas relacionados con:
 - ⇒ Las propiedades de las figuras planas.
 - ⇒ Las propiedades de las figuras planas y las proporciones.
 - ⇒ Las propiedades de las figuras planas y los cuerpos geométricos.

El trabajo con estos objetivos debe ser sistemático, contribuyendo al desarrollo de habilidades para resolver problemas específicos sobre igualdades de triángulos Sin embargo estas habilidades no pueden verse alejadas del desarrollo de la actividad humana como categoría, evidenciado en la relación que tiene el hombre con la realidad que le rodea, es decir, su interacción con la sociedad y la naturaleza.

Muchos son los psicólogos que han tratado este tema, entre ellos podemos mencionar a: S. L. Rubinsten, L. S. Vigotski, D. N. Vznadze, A. N. Leontiev y A. V. Petrouski que desarrollaron importantes ideas acerca de la estructura de la actividad que revelan la solución motivo-objetivo y los _ tránsitos recíprocos entre las distintas unidades de la actividad.

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

El análisis de una actividad debe iniciarse por la determinación que el que la realiza debe cumplir para resolver la tarea que se le plantea, para luego pasar a la reparación de las acciones que la forman y después al análisis estructural y funcional del contenido de cada una de ellas, que es lo que permite, como análisis sistémico, revelar sus componentes, vínculos, interrelaciones y diferencias para asegurar el logro del objetivo de la actividad de la que forman parte.

Además en estudios de los psicólogos contemporáneos se evidencia como se han orientado hacia las formas de asimilación de la actividad a través de los conceptos de hábitos, habilidades y capacidades y se caracterizan por reflejar diferentes niveles de dominio de las unidades estructurales: operación, acción y actividad respectivamente.

Algunos psicólogos como O. A. Abdulina; E. I. Brito; I. M. Viktoruv; N.V. Kuremina; A. N. Leontiev; X.K. Platonov; A. A. Stepanov y otros, en sus estudios trata el concepto de habilidad, expresando las dos tendencias en la evolución de este concepto: los que definen la habilidad como un hábito culminado y los que la definen como una acción creadora en constante perfeccionamiento; siendo la segunda tendencia la más aplicada por su influencia que ejerce en el desarrollo progresivo y constante del aprendizaje en la sociedad.

Las habilidades se forman con la sistematización de las acciones subordinadas a un fin conciente y se desarrollan sobre la base de la experiencia del sujeto, de sus conocimientos y de los hábitos que poseen; pero los conocimientos se manifiestan o expresan concretamente en las habilidades, en la posibilidad de operar con ellas, de ahí que se les denomine como instrumentación conciente en la manifestación ejecutora de la actuación de la persona en un contenido dado. Especialmente importante es el hecho de que la actuación del sujeto se emotiva por un fin conciente que consideramos ha de estar relacionado con el contexto que brinda el problema que se propone resolver.

Al hablar de la Matemática de la enseñanza y la metodología del aprendizaje se debate la idea de que no basta con transmitir o apropiarse de los conocimientos, sino que a la persona que aprende hay que moderarle las condiciones necesarias para que

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

aprenda a aprender, o sea, desarrollar las potencialidades metacognitivas (Bermúdez, 1996: 44)

Es evidente que la metodología de la enseñanza ha de estar dirigida a lograr que el estudiante construya sus propios mecanismos, métodos, técnicas, procedimientos de aprendizaje; por lo que la teoría fundamental en la dirección del proceso de construcción de conocimientos y los métodos a emplear, la construcción de los modos de actuación; que propician el desarrollo de las habilidades necesarias para llevar a cabo la efectividad de la actividad en función del conocimiento.

En el libro de Metodología de la enseñanza de la Matemática en la escuela primaria (1992) de un colectivo de autores cubanos se asume la habilidad como “Las acciones que el sujeto debe asimilar y, por tanto denominan en mayor o menor grado y que, en esta medida, le permiten desenvolverse en la realización de determinadas tareas” (1992.:88). En esta definición se asumen las habilidades como modo de actuación que se forman y desarrollan en la propia actividad.

El poder matemático está formado por los hábitos, habilidades y capacidades específicas de la asignatura, desarrolladas por los alumnos para operar con los conocimientos adquiridos y darles aplicación, así como las normas de conducta y cualidades personalidad (1992.:88)

En investigaciones sobre el tema. H. González presenta un contenido para clasificar las habilidades matemáticas que toma como punto de partida la idea de que hacer matemáticas “es el reflejo de una o de un subconjunto de habilidades específicas, entonces el sistema así planteado en un conjunto de habilidades matemáticas específicas, estrictamente secuenciadas en la acción” (González, H: 1993: 49)

Sin embargo ha habido en los últimos años una tendencia que identifica la habilidad como proceso y resultado de perfeccionamiento de los modos de actuación correspondientes o una actividad determinada, lo que sin dudas acerca esta categoría a la capacidad.

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

El análisis de las tendencias pedagógicas contemporáneas constituyen un importante fundamento en la resolución de problemas y específicamente los problemas relacionados con las igualdades de triángulos; teniendo en cuenta un papel protagónico el actuar de los estudiantes.

En estas posiciones se orienta el proceso de formación y desarrollo de las habilidades desde el modo de actuar generalizado hacia la búsqueda de nuevos conocimientos y estrategias que permitan resolverlo; es decir, va desde el carácter instrumental de los conocimientos hasta el carácter objetal.

En estudios realizados por Josepma. Fortuny Aymery: (1990) sobre el aprendizaje de la Matemática como proceso de acción constructivo, caracteriza las acciones mentales mediante la planificación de fases en que cada actividad y estrategia se realizan según un proceso heurístico de resolución de problemas.

En este caso se asume que el alumno parte de un mundo de significaciones, ejerce sus saberes, puede cumplir un papel importante en la comunicación con sentido y construye modelos conceptuales mediante sus estrategias heurísticas para plantear y resolver problemas (Hidalgo Guzmán, José L.: 1992:115)

Sin embargo Cesar Coll; apoyándose en el contexto interpersonal profesor - alumno y fundamentándose en la zona de desarrollo próximo de Vigotski, indica como tarea del profesor: proporcionar un contexto significativo para la ejecución de las tareas escolares en el que el alumno pueda insertar sus actuaciones y construir interpretaciones coherentes; adecuar el nivel de ayuda o directividad al nivel de competencia de los alumnos, evaluar continuamente las actividades de los alumnos e interpretarlas para conseguir un ajuste óptimo de la intervención pedagógica (Coll, C.: 1986. 19)

El psicólogo Bruner reconoce el desarrollo y estructura de las habilidades como el desarrollo de estrategia para la utilización inteligente de la información, escogiendo entre modos alternativos de respuestas, aceptando la estrategia como patrón de

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

decisiones en la adquisición, retención y utilización de la formación que sirve para lograr ciertos objetivos (Bruner, 1989.:129).

Resultó importante en este caso el papel que juega el sujeto en la ejecución e interpretación de la actividad.

En las concepciones didácticas actuales, el análisis sistemático del contenido de la enseñanza distingue entre sus componentes un sistema de conocimientos y un sistema de habilidades. El conocimiento refleja el objeto de la ciencia y su movimiento y las habilidades reflejan las relaciones del hombre con dicho objeto.

La habilidad según C. Álvarez es: el modo de actuar, de relacionarse el estudiante con el objeto de estudio, esta condicionado por dicho objeto, por sus componentes, por sus estructuras, por las relaciones que están presentes en él mismo. El dominio de la habilidad presupone, a la vez, el dominio de las características del objeto de estudio (C. Álvarez.:1999:46)

En esta idea se expresa el carácter flexible de la habilidad y que esta se manifiesta en la medida en que se le plantea una nueva situación al alumno, enriqueciendo el nuevo objeto de estudio. Con este propósito y para lograr que los estudiantes adquieran una cultura Matemática, esta puesto en vigencia el programa Director de la Matemática desde el curso escolar 1997-1998 y retomado por el modelo de la secundaria básica en la actualidad.

1. 3 Reflexiones en torno a los procedimientos para resolver problemas.

En el transcurso de la vida cada ser humano se enfrenta desde las primeras edades, a una gran cantidad de problemas, de cuya solución depende, en mayor o menor medida; el éxito en las diferentes situaciones que se le presentan y en las tareas emprendidas. Es por eso que al referirse a lo esencial del quehacer matemático, los que han insistido, en diferentes épocas, en quehacer Matemática es por excelencia resolver problemas, que resolver problemas no es repetir conceptos o procedimientos, es construir el conocimiento matemático, buscarlo y utilizarlo (Educación Matemática: 1992:. 5).

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

Los problemas ocupan un importante papel en el aporte productivo que cada persona hace de la sociedad, por lo cual cobra gran significación la preparación que en cuanto a la solución de problemas se alcance.

El decursar por la historia prepara al individuo para la solución de problemas, en especial si se tiene en consideración que esta preparación se obtiene en el contexto, en la comunicación con otras personas que nos transmiten sus experiencias.

La capacidad del hombre para la solución de problemas es un punto muy discutido en el mundo pues se considera una actividad de gran importancia en la enseñanza; esto caracteriza a cada una de las conductas más inteligentes del hombre y que más utilidad práctica tiene, ya que la vida misma obliga a resolver problemas continuamente.

En este sentido se comprende que no se trata de que en la escuela se depositen contenidos en los alumnos como si se tratara de recipientes, sino de desarrollar sus capacidades para enfrentarlos al mundo y, en particular, enseñarlos a aprender. Pero no es un secreto que la escuela no realiza, de manera óptima, la función de preparar los estudiantes para que pueda enfrentar y solucionar independientemente los problemas tanto en la propia aula como fuera de ella.

El sistema educacional cubano está sujeto a una serie de transformaciones que pretenden asegurar la formación y desarrollo de un hombre íntegro, capaz de afrontar cualquier dificultad, que pueda abordar de forma óptima la solución de problemas y se sobreponga con su preparación ante diferentes obstáculos, formar un hombre con una cultura general integral, para de esta forma, llevar adelante nuestra sociedad y la revolución (Álvarez Pérez, M: 2004:259)

Pero; ¿qué son los problemas? Existen muchas consideraciones acerca de la definición de problemas, pero parece acertado definirlo como: "un problema es toda situación en la cual, dada determinadas condiciones (más o menos precisas), se plantea determinada exigencia (a veces más de una)". (Labarrere Sarduy Alberto F: 1988:1)

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

En la literatura psicopedagógica se recogen tres momentos o fases fundamentales en el desarrollo de cualquier actividad. Estas son:

- Orientación
- Ejecución
- Control

La resolución de problemas no es ajena a esta fase, ya que se considera una actividad, y está sujeta a estos tres momentos.

La importancia del planteamiento y solución de problemas consiste, sobre todo, en la posibilidad, especialmente favorable de dirigir la enseñanza de acuerdo con el proceso de reconocimiento de problemas, así como de utilizar las potencialidades para desarrollar el pensamiento creador de los alumnos.

En la enseñanza de la Matemática también se ofrece la posibilidad de dirigir esta hacia el planteamiento y la solución de problemas que surgen del contenido de la propia enseñanza (demostraciones, búsquedas de leyes, solución de problemas, entre otros.)

La solución de problemas constituye un proceso que está caracterizado por un algoritmo de solución y que será aplicado por los alumnos en el proceso de resolución.

El proceso de trabajo para la solución de problemas tiene la siguiente estructura. (Werner Jungk; 1989: P46).

1. Planteamiento del problema.
2. Trabajo para el problema.
3. Solución del problema.
4. Evaluación de la solución y de la vía de solución.

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

La combinación de los pasos para la solución de problemas actúa estrechamente relacionadas entre sí, formando una unidad en el proceso de resolución de problemas. Cada una tiene una función específica para desentrañar la explicación y argumentación del fenómeno en la realidad objetiva que se plantea el problema.

El proceso de trabajo se puede dirigir mediante una serie de reglamentaciones, reglas, estrategias, procedimientos, entre otros.

Reglamentaciones para realizar el proceso de trabajo en un problema.

- Reglamentaciones razonables :

Principio de la racionalidad de un método.

Principio de la economía (se refiere al tiempo)

Principio de la perseverancia (no ciclen precipitadamente).

- Reglas preferenciales :

El todo tiene preferencia sobre la parte, y las partes particulares (principales) sobre las partes secundarias.

- Estrategias :

Trabajo hacia delante, trabajo hacia atrás, trabajo combinado, principio de analogía.

- Procedimientos :

⇒ Algoritmo (la sucesión de operaciones está fijada unívocamente).

⇒ Casi algoritmo (la sucesión de operaciones no está fijada unívocamente).

⇒ Heurístico por lo menos una operación básica, y realizar no es lo suficientemente unido, la selección se desprende de un conjunto de operaciones básicas).

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

- Compendios: para conceptos teoremas, procedimientos.

Estas consideraciones sobre la solución de problemas que realiza Werner Jungk en el texto “Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática 2” Primera Parte; tiene en cuenta la teoría de Galperin sobre el aprendizaje.

La esencia de la actividad mental radica en que esta es una actividad de orientación. Esta actividad abarca las condiciones del comportamiento en la realidad objetiva y, a su vez dirige el comportamiento del hombre de acuerdo con esas condiciones reales. (Galperin, :1982.:40). Considera las siguientes acciones mentales para dar solución a un problema.

- La acción: es la piedra angular de toda la actividad humana.
- La fase de realización de la acción.
 - ⇒ Fase de estimulación.
 - ⇒ Fase de orientación.
 - ⇒ Fase de realización.
 - ⇒ Fase de control.

Analizando las consideraciones iniciales que hace (Jung) para resolver un problema y se puede ver claramente las relaciones estrechamente conectadas con las fases para realizar una acción, según Galperin.

Todo verdadero problema se caracteriza o te exige que aquel que lo resuelve el alumno en nuestro caso, comprometa de una forma intensa su actividad cognoscitiva, que se emplee a fondo, desde el punto de vista de la búsqueda activa, el razonamiento, la elaboración de hipótesis u ideas previas de solución, entre otros. (Labarrere Sarduy; Alberto F.; 1988;1).

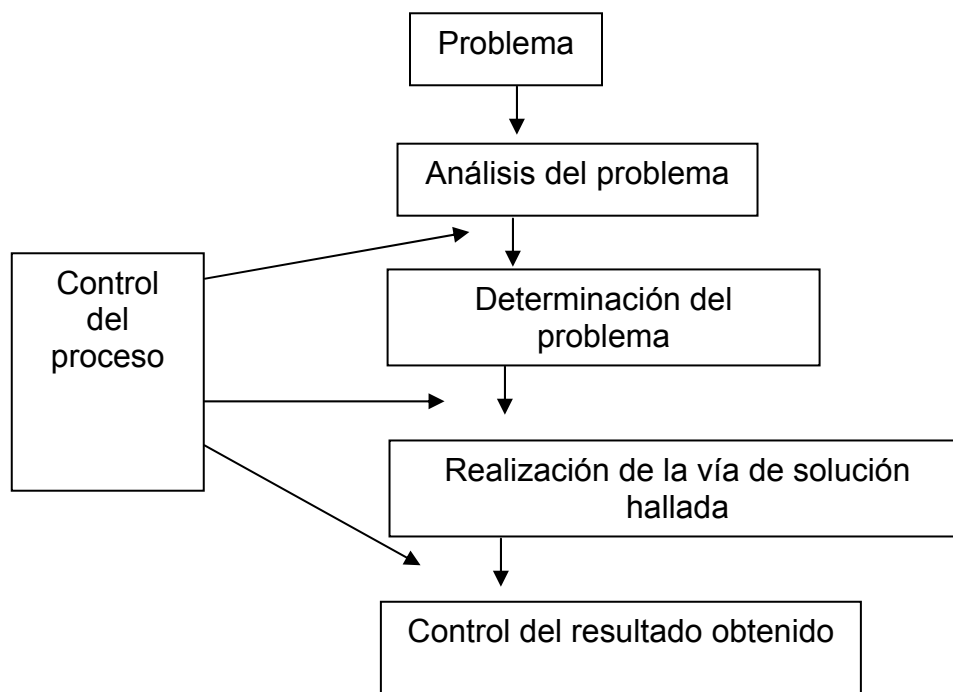
Las exigencias para la solución de un problema no pueden ser cumplidas directamente con la aplicación de procedimientos o conocimientos asimilados, sino

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

que se requiere la combinación, la transformación de estas en el transcurso de la actividad como solución de problema.

Todo problema crea para el alumno la necesidad de superar determinadas barreras o limitaciones que se alza en el camino del cumplimiento de las exigencias dadas en el planteamiento de un problema.

Estructura general de la solución de un problema según Labarrere.

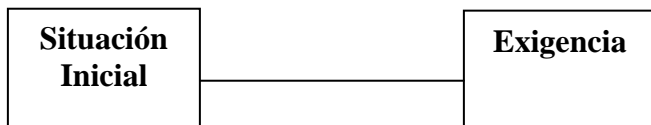


Labarrere agrega en la última fase para dar solución a un problema, el control del proceso; permitiéndole ir controlando cada momento de la actividad y comprobando su efectividad en la explicación del fenómeno planteado en el problema, convirtiéndose estas en una evaluación sistemática de la situación problemática a todo lo largo del proceso.

La capacidad para solucionar problemas se ha convertido en el centro de enseñanza de la Matemática en la época actual, por lo que es necesario contar con la capacidad de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento lógico.

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

Problema: Es toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo. (Campistur P. L. y Rizo C. 2002)



El autor de este problema considera que la vía para pasar de la situación de planteamiento inicial a la nueva situación exigida, tiene que ser desconocida; cuando es conocida deja de ser un problema. Además tiene en cuenta la motivación para solucionar un problema; ya que cuando deja de existir esta; también deja de ser un problema para quien lo ejecuta; pues no está interesado en esta actividad.

De las consideraciones que hemos expuesto sobre el autor antes mencionado, hay que agregar que tuvo en cuenta dos condiciones necesarias para la solución de un problema:

1. La vía tiene que ser desconocida.
2. El individuo quiere hacer la transformación, es decir, quiere resolver el problema.

Podríamos añadir otras condiciones para que la situación planteada sea un problema, como son:

1. Querer trabajar en la situación dada.
2. Tener conocimientos básicos para poder trabajar.
3. Percibir una diferencia entre un estado presente dado por los datos y un estado deseado dado por la o las palabras.

----- (Palacio, J: 2003: 4)

Como se puede apreciar, el esquema básico en todos los procedimientos expuestos responde al esquema básico de Polya.

Etapas según Polya:

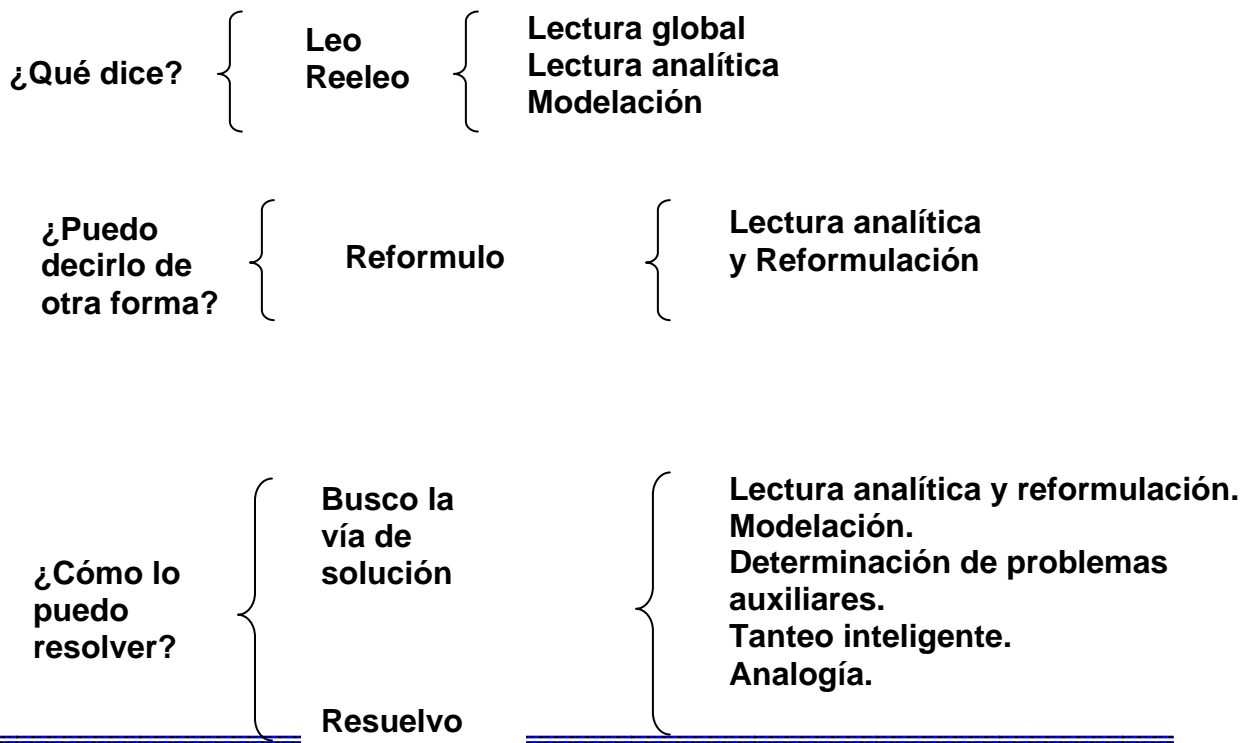
Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

- Comprender el problema.
- Concebir el plan.
- Ejecución del plan.
- Visión retrospectiva

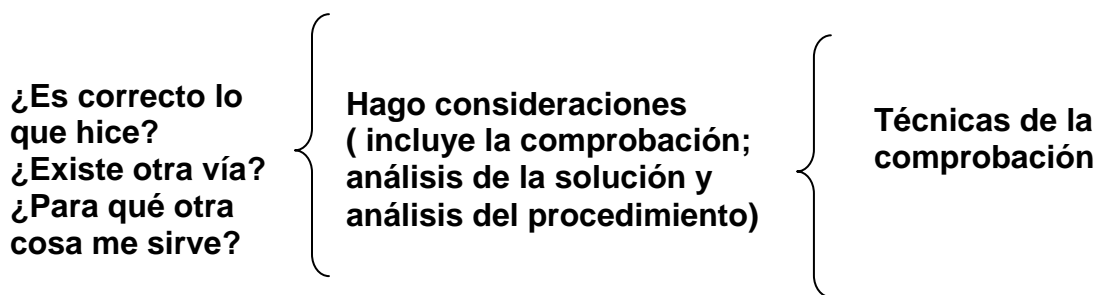
Campistur y Rizo consideran que este esquema visto en toda su magnitud hay que abrirlo, dando la posibilidad de profundizar cada paso en que hacer en cada paso.

Partiendo del esquema de resolución de problemas que hace Labarrere. Se hace necesario desgeneralizar las etapas o fases; buscando que el alumno deje de ser objeto de enseñanza y pase a ser objeto de su aprendizaje, es decir, describir el procedimiento en acciones para el alumno, incluyendo las técnicas en cada fase, logrando una de las prioridades y objetivos en el aprendizaje integral del alumno; que se convierta en el protagonista de su propio aprendizaje; de este modo, el problema se reduce a buscar vías didácticas para que el alumno interiorice el procedimiento y no a dar indicaciones al profesor de cómo dirigir la solución de problemas.

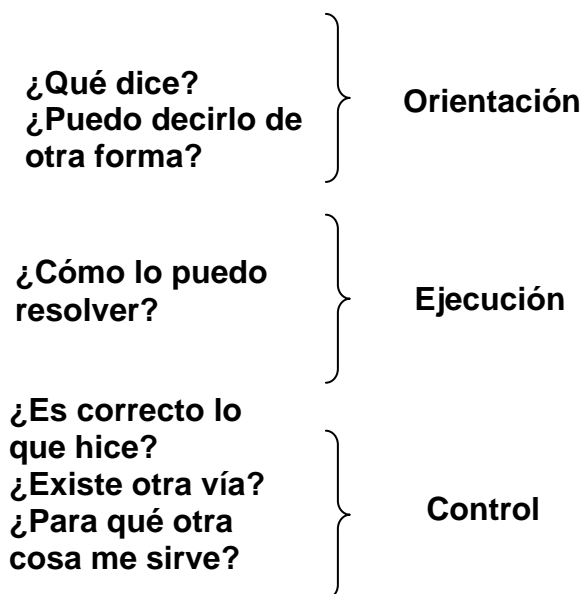
El procedimiento comprende las fases siguientes:



Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.



Agrega el autor de este procedimiento, que puede darse internamente relacionado con los tres momentos de la actividad.



Los estudios realizados por psicólogos y pedagogos en las últimas décadas han determinado que para la dirección proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, puede emplearse el programa (heurístico general), pues se corresponden con las acciones de orientación, ejecución y control que se realiza para cualquier actividad y refleja el transcurso de los diferentes eslabones o funciones didácticas de la clase de forma general.

Para comprender el programa heurístico general y su aplicación en la enseñanza de la Matemática, resulta necesario realizar algunas reflexiones con respecto al concepto de problemas.

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

Desde el punto de vista práctico – social: toda situación en la que hay un planteamiento y una exigencia que obliga a transformarla (Campistur, 1996).

Desde el punto de vista psicológico: Una situación que produce en el sujeto un cierto grado de incertidumbre, donde hay discernimiento, razonamiento. (Labarrere 1989).

Desde el punto de vista metodológico: Toda situación que hay que resolver para lo cual no existe o no se conoce un algoritmo de solución (Jungk; 1985 y Zilmer, 1993).

Ninguna de estas definiciones se contradicen y todos tienen un nivel de generalidad, que permiten ser aplicadas a diversas situaciones relacionadas con la enseñanza de la Matemática (Albarrán, J.: 2006:27).

Para el tratamiento metodológico de problemas en el sentido más amplio se tendrán en cuenta una alternativa del programa heurístico general planteado por (Müller; H.: 1987:52) y que están en estrecha relación con los pasos a seguir según Polya en la solución de un problema.

Creemos necesario aclarar algunos conceptos referentes a la heurística como disciplina científica. Esta es relativamente joven y en épocas recientes en que aparece como procedimientos heurísticos en la literatura pedagógica.

El vocablo “heurística” o “eurística” proviene del griego y significa: hallar, descubrir, inventar (Ballester Pedroso Sergio; 1992.:225)

Instrucción heurística: Es la enseñanza conciente y planificada de las reglas generales y especiales de la heurística para la solución de problemas, para lo cual es necesario que cuando se declaren por primera vez las mismas, se distingan de un modo claro y firme, y se recalque su importancia en clases posteriores hasta que los alumnos las aprendan y lo utilicen independientemente de manera generalizada, por lo que debe ejecutarse su uso en numerosas y variadas tareas.

Cuando se emplea correctamente la instrucción heurística en las clases de Matemática, se contribuye a:

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

- La independencia cognoscitiva.
- La integración de los nuevos conocimientos, con los ya asimilados.
- El desarrollo de operaciones intelectuales (analizar, sintetizar, comparar, clasificar, entre otros.)
- La formación de capacidades mentales; intuición, la productividad, la originalidad, la creatividad, entre otros.)

La formación y desarrollo de habilidades precisa que no puede verse aisladamente de la independencia cognoscitiva de la integración a los nuevos contenidos, al desarrollo operacional de analizar, sintetizar, comparar, clasificar, argumentar, entre otros.; para que contribuya a la formación de capacidades mentales en los estudiantes, desarrollando el pensamiento lógico que se persigue en nuestras escuelas

El objetivo fundamental de la heurística es investigar las reglas y métodos que conducen a los descubrimientos y a las invenciones, e incluye la elaboración de principios, reglas estrategias y programas que facilitan la búsqueda de vías de solución a través de carácter algorítmico de cualquier tipo y de cualquier dominio científico o práctico.

Algunos autores consultados clasifican los elementos heurísticos en dos categorías:

- Procedimientos heurísticos.
- Medios auxiliares heurísticos.

Los procedimientos heurísticos apoyan la realización conciente de actividades mentales complejas y exigentes. La introducción en las clases de Matemática y su posterior aplicación por parte de los alumnos, propician la asimilación de los conocimientos, capacidad para resolver problemas que conocen de procedimientos algorítmicos y sobre todo el desarrollo del pensamiento lógico. Una vez más se pone

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

de manifiesto el protagonismo que propicia dicho procedimiento en la adquisición de conocimientos por parte de los estudiantes.

Los procedimientos heurísticos pueden dividirse en principios, reglas y estrategias, las cuales pueden ser generales y especiales. Sin embargo los principios heurísticos constituyen sugerencias para encontrar (directamente) la idea de solución principal de resolución, posibilita determinar por tanto a la vez los medios y las vías de solución (Torres, P.:2000:75).

Dentro de los principios heurísticas generales se destacan el de analogía, el de reducción y el de inducción. Estos son de gran utilidad para la búsqueda de nuevos conocimientos y también sugieren ideas para la solución de problemas.

Además de estos principios generales, existen otros que sirven para la búsqueda de suposiciones y de ideas de demostración o de solución de problemas.

- Principios de generalización
- Principio de movilidad
- Principios de medir y probar.
- Principio de consideración de casos especiales y casos límite.

Los principios heurísticos tienen el carácter de impulsos dentro del proceso de búsqueda de nuevos conocimientos y de la resolución de problemas, al respecto, estudios realizados por diferentes autores, determinaron que los impulsos contribuyen a conducir la conversación dentro de la clase (Almeida, B.:1995:3).

Se diferencian los principios por el alcance de su aplicación, pues ellos no sugieren directamente la idea esencial para resolver un problema, pero aparecen recomendaciones de gran utilidad para llegar a encontrarlas, ya que expresan las acciones y operaciones a realizar en la búsqueda de los medios matemáticos y de las vías para resolver.

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

Las estrategias heurísticas constituyen los procedimientos principales para buscar los medios matemáticos concretos que se necesitan para resolver un problema en sentido amplio y para buscar la idea fundamental de solución, por lo que se les llama estrategia de búsqueda.

Existen dos estrategias heurísticas

- El trabajo hacia delante o método sintético
- El trabajo hacia atrás o método analítico.

En la planificación y dirección de los procesos de resolución de problemas se utilizan los llamados programas heurísticos. De interés especial resulta el conocido como programa heurístico general, el cual constituye para el profesor el instrumento universal de dirección, y para los alumnos una base de orientación para el trabajo con problemas. Al respecto Müller plantea que el programa en esta forma generalizada constituye el esqueleto teórico para el trabajo concreto con ejercicios de diferentes tipos (Müller, H.:1987:76).

Programa heurístico general

Fases fundamentales	Tareas principales
1. Orientación hacia el problema.	➤ Comprensión del problema
2. Trabajo en el problema.	➤ Búsqueda de la idea de solución. ➤ Reflexiones sobre los medios ➤ Reflexiones sobre las vías
3. Solución del problema.	➤ Ejecución del plan de solución.
4. Evolución de la solución y de la vía.	➤ Comprobación de la solución ➤ Reflexión sobre los métodos aplicados.

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

De esta fase, la segunda tiene mayor importancia desde el punto de vista metodológico pues en la resolución de problemas lo esencial y más difícil es la búsqueda de la idea de la solución y para ello la aplicación de los procedimientos heurísticos resulta imprescindible, pero debe tenerse en cuenta que las ayudas deben ser lo suficientemente exigentes para que los alumnos tomen conciencia de que a pesar de los avances el problema no ha sido resuelto y tampoco tan exigente que se alejen del nivel de desarrollo real de los alumnos (Bell y Musibay; 2001:53).

1.4 Transcurso de la línea directriz fundamental - demostrar en los grados de primero a noveno.

A partir del estudio de la demostración como habilidad que desarrolla capacidades mentales a largo plazo. Se consideró, que esta forma parte de la línea directriz Geometría y muy específicamente pertenece a la línea directriz fundamental – demostrar constituye un hilo director para lograr el cumplimiento de los objetivos parciales a lograr en la asignatura de Matemática.

Caracterizaremos esta línea directriz desde sus inicios en los primeros grados.

De primero a quinto grado los alumnos aprenden a argumentar sus juicios y razonamientos, fundamentando resultados y vías de solución, también de los pasos de construcción sobre la base de propiedades estudiadas.

A partir de sexto grado comienza el trabajo sistemático con teoremas y demostraciones. Los alumnos inician las demostraciones, aunque no se exigen todavía que realicen demostraciones de forma independiente; aparecen otras exigencias respecto a los grados de primero a cuarto, pues se familiarizan con el lenguaje formal (teoremas, recíproco, premisa, tesis, demostración) y deben comprender o reproducir las demostraciones que se hacen en el curso, aunque el peso fundamental recae en los ejercicios básicos de fundamentación.

En los grados de séptimo y octavo las exigencias cambian y se les exigen a los alumnos que comprendan la esencia de las relaciones expresadas en los teoremas

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

que se estudian. Además deben comprender demostraciones directas y reproducir algunas que ocupen un lugar central en el curso.

La resolución de ejercicios de demostración comienza en séptimo grado y continúa en octavo grado el desarrollo de actividades para realizar de forma independiente demostraciones sencillas.

En noveno grado se inicia la familiarización con demostraciones directas, la introducción de recíprocos de teoremas fundamentales que propician este tipo de demostración.

El tratamiento de teoremas y demostraciones es una labor didáctica relevante para la consecución de los objetivos de la asignatura de Matemática. El profesor, para estructurar de forma adecuada esta situación típica, necesita además del dominio del contenido, poseer capacidades para la aplicación de las reglas de inferencia, métodos de demostración y otros recursos de la lógica bivalente. Se distinguen tres procesos parciales a la hora de la elaboración de teoremas y demostraciones, encaminados a buscar suposiciones, hallar demostraciones y representar estas últimas en un texto comprensible.

Todo el tratamiento debe estar acompañado de un intenso trabajo heurístico, contribuyendo al desarrollo de capacidades para demostrar, las cuales se alcanzan a largo plazo a través de la realización consciente de la línea directriz “fundamentar – demostrar”.

1. 5 Desarrollo de la habilidad demostrar en la enseñanza de la Geometría.

Mediante la enseñanza de la Geometría se deben formar en los alumnos ideas claras sobre los objetos geométricos del plano y del espacio, así como las relaciones entre ellos.

Con este fin, deben de tratarse en la escuela una cantidad de figuras planas y cuerpos, de forma tal que los alumnos sean capaces de describir (definir) los objetos geométricos correspondientes y de explicar (fundamentar) las relaciones entre ellos,

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

en especial aquellas que son esenciales para comprender la estructura de la recta, del plano y del espacio. (Ballester Pedroso S.;2000: 92)

El decursar de la enseñanza de la Geometría en los primeros grados de la enseñanza primaria; van preparando las condiciones para el desarrollo gradual de la habilidad demostrar; a través de la contienda desde el punto de vista metodológico. Tal es el caso de los contenidos referidos a: Definir concepto que el alumno conoce de manera intuitiva desde grados anteriores.

De manera que en el primer ciclo de la enseñanza primaria (propedéutico) de 1ro a 4to grado los objetivos fundamentales se corresponden a la adquisición de conocimiento y capacidad relacionada con los conceptos geométricos y su descripción desarrollando las habilidades de trazado y construcción.

En el segundo ciclo de la enseñanza primaria de 5to a 6to grado aparecen la adquisición de conocimiento y la capacidad relacionada con los conceptos geométricos y sus definiciones desarrollando las habilidades en el cálculo geométrico y la aplicación de sucesiones de indicaciones para las construcciones.

El paso hacia el nivel medio se continúa la adquisición de conocimientos y de capacidades relacionadas con los conceptos geométricos y sus definiciones y aparecen la aplicación de las transformaciones geométricas fundamentales y la interrelación con las ramas de la Matemática

Se retoman todos los contenidos de los grados anteriores y sobre esta base se van construyendo las habilidades necesarias para llegar a desarrollar la habilidad demostrar en 8. grado y su posterior sistematicidad en 9. grado.

El desarrollo de estas capacidades permite el progreso sucesivo y gradual de la fundamentación, base fundamental para desarrollar la demostración como habilidad desarrolladora de capacidades mentales a largo plazo.

La aplicación del concepto igualdad de figuras geométricas a los triángulos, requiere una clara noción acerca de los movimientos y sus propiedades, así como ciertas

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

habilidades en el trabajo con ángulos que se basan en el reconocimiento de relaciones entre ellos.

Es importante habituar al alumno a expresarse oral, escrita y gráficamente en situaciones tratadas matemáticamente, mediante la adquisición y el manejo de un vocabulario de nociones y términos matemáticos.

La resolución de problemas debe contemplarse como una práctica habitual integrada a cada una de las facetas que conforman el proceso de enseñanza – aprendizaje.

El trabajo en grupos, ante problemas que estimulen la curiosidad y la reflexión facilita el desarrollo de los hábitos de trabajo que permite al alumno desarrollar estrategias para defender sus argumentos frente a los de sus compañeros, permitiéndoles, comparar distintos criterios al seleccionar las respuestas más adecuadas.

Por último, y no por ello menos importantes, hay que considerar que la lectura comprensiva es la técnica o procedimiento transversal por excelencia de todo el currículum, ya que constituye la herramienta necesaria para adquirir los conocimientos de todas las áreas, y de cuyo dominio depende del éxito académico y profesional del estudiante. Así pues se señala la importancia de que estos alcancen y dominen las técnicas de comprensión lectora y sean capaces de entender la variedad de textos que el profesorado del área le presente para su aprendizaje donde se les brinda una serie de aspectos teóricos fundamentales.

Después de haberse realizado el análisis de los principales aspectos teóricos que sustentan el presente trabajo se arriba a las siguientes conclusiones del capítulo.

1. Como sustento filosófico la teoría marxista-leninista, asumiendo las leyes generales de la dialéctica materialista.
2. Desde el punto de vista sociólogo la socialización del estudiante, en unidad dialéctica con la individualización.

Capítulo I: Fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.

3. En los referentes psicológicos se opta por un enfoque histórico - cultural de esencia humanística basada en el materialismo dialéctico y particularmente en los postulados de Vigotsky.
4. En lo relacionado con la evolución de las actividades didácticas para demostrar en la igualdad de triángulos se asoció al criterio de la aplicación de procedimientos heurísticas generales, y específicos en la aplicación en la Geometría.

Capítulo II: Diagnóstico y diseño de las actividades didácticas.

2.1 Fase de diagnóstico.

Durante este proceso de investigación se realizaron estudios sobre las características de los estudiantes de secundaria básica, así como la documentación pedagógica y psicológica que fundamentaron las características de la población y la muestra de la presente investigación. Además se aplicaron una serie de técnicas con el objetivo de explorar el estado real en que se encuentra el problema.

- Se aplicó una prueba pedagógica inicial (ver anexo 1) para comprobar el conocimiento que tenían los estudiantes referentes a los contenidos geométricos.
- Encuestas a los estudiantes (ver anexo 7), para constatar el estado de aceptación de la Geometría en la asignatura de Matemática.
- Entrevista a estudiantes (ver anexo 8) para constatar el estado motivacional con la asignatura de Matemática.
- Se aplicó una prueba pedagógica final (ver anexo 9) para comprobar el estado de conocimientos que tenían los estudiantes acerca de las demostraciones de igualdad de triángulos después de aplicada la propuesta de solución al problema planteado en esta investigación.

Después de aplicar las técnicas iniciales de la investigación, las mismas arrojaron los siguientes resultados:

1. Los estudiantes poseen pocos conocimientos sobre la Geometría.
2. Los estudiantes no se encontraban motivados por el estudio de la Geometría.

Al quedar identificado y constatado el estado real del problema existente, se hacía necesario la búsqueda de una vía que diera solución al mismo. Se pensó desde el momento actual la elaboración de actividades didácticas para desarrollar la habilidad “Demostrar” en las igualdades de triángulos que tuvieran implícita la aplicación de procedimientos heurísticos. Llegando a la conclusión que era importante la elaboración de la misma.

Capítulo II: Diagnóstico y diseño de las actividades didácticas.

En la elaboración de las actividades didácticas para demostrar que dos triángulos son iguales, se utilizó la propuesta de los procedimientos heurísticos generales, adaptándolo a especificidades de la enseñanza de la Geometría, (Programa heurísticos general; 1994) ya que posee poderosos argumentos metodológicos y es el ideal para establecer las relaciones existentes en toda actividad geométrica como por ejemplo:

- Las fases de realización coinciden con las de resolución de problemas
- El programa heurísticos general puede utilizarse como instrumento de trabajo.
- A partir de dicho programa se pueden elaborar programas heurísticos específicos o particulares.
- En él se señalan los impulsos que puede brindar el profesor para la aplicación de los procedimientos heurísticos por sus alumnos.
- Otra posibilidad muy buena, es que el estudiante se convierta en protagonista en la adquisición de conocimientos.
- Además, los estudiantes logran una mejor visión científica del fenómeno a demostrar.

2.2 Diseño metodológico de las actividades didácticas.

De las formas en que se estructura, organiza y dirige a la enseñanza, y el papel que se asigna al escolar, del sistema de actividades que realice depende mucho que se logre la formación de motivar de intereses por conocer el desarrollo de su esfera intelectual y de cualidades personales como la responsabilidad, la persistencia, la independencia, entre otros. (López Hurtado, J: 2000: 4).

Una posición protagonista del estudiante en el proceso de enseñanza – aprendizaje, conlleva, a que sea cada vez más preciso en los momentos o fases para resolver una problemática que contribuye al desarrollo de capacidades mentales. Debemos lograr que este momento sea lo más sencillo y comprensible para el estudiante, y

Capítulo II: Diagnóstico y diseño de las actividades didácticas.

hacer uso de todos los recursos posibles y de fácil manejo para que se sienta plenamente identificado con la actividad a desarrollar.

Por lo cual el uso de nuestro idioma en la resolución de problemas, es muy rico y da las posibilidades de utilizarlo desde sus propias raíces, sin dañar el significado de sus propios conceptos y contribuir objetivamente en la interpretación de la realidad objetiva.

En tal sentido en el proceso de enseñanza-aprendizaje el papel del lenguaje es determinante para la actividad cognitiva, por cuanto el primero es una forma de actuación comunicativa, social y humana, que utiliza un sistema complejo de signos con los cuales recibimos y transmitimos conceptos, pensamientos, sentimientos y vivencias (Periolibro. Módulo III: 74).

Además el lenguaje contribuye a la comprensión de textos, y al respecto, diferentes autores dan significado especial a este término; tal es el caso de Ana María López que lo define como: “rehacer interiormente el proceso de conocimiento que produjo el mensaje”. (López, Ana M: 1984:23).

Por otra parte, Guillermina García lo califica como: “un proceso que adopta las reglas de producción de significado que explícita o implícitamente propone el texto”. (García, G: 1985:45).

Se puede observar que estos autores coinciden con un enfoque constructivista y desechan, por tanto, el criterio que de leer es descifrar o descodificar el código escrito. Sin embargo desde una postura histórico-cultural no es suficiente presentar a los estudiantes un texto para que lo lean y después lo interpreten; de ahí que Van Dijk y Kintsch planteen que la comprensión consiste en descubrir la macro estructura semántica del texto. (Bernaldez, E: 1994:314).

Ejemplificando lo anteriormente planteado, pudiéramos argumentar que si utilizáramos los pronombres y los adverbios en la interpretación del programa heurístico general, preparamos las condiciones para llevar a cabo el desarrollo de las

Capítulo II: Diagnóstico y diseño de las actividades didácticas.

actividades dirigidas a demostrar la igualdad de triángulos en los estudiantes de 8. Grado, propiciando la puesta en práctica de nuestro programa.

Se utilizaron; como pronombre interrogativo; ¿Qué? y los adverbios; ¿Cómo? ¿Dónde? y ¿Cuándo?; su aplicación responde a sus significados y función que tiene en la utilización adecuada del idioma español.

Cada uno responde a las fases o momentos para el desarrollo de la actividad:

- La orientación se introduce con el pronombre interrogativo ¿Qué...?
- La ejecución con los adverbios ¿Cómo...? y ¿Dónde...?
- El control responde al adverbio ¿Cuándo...?

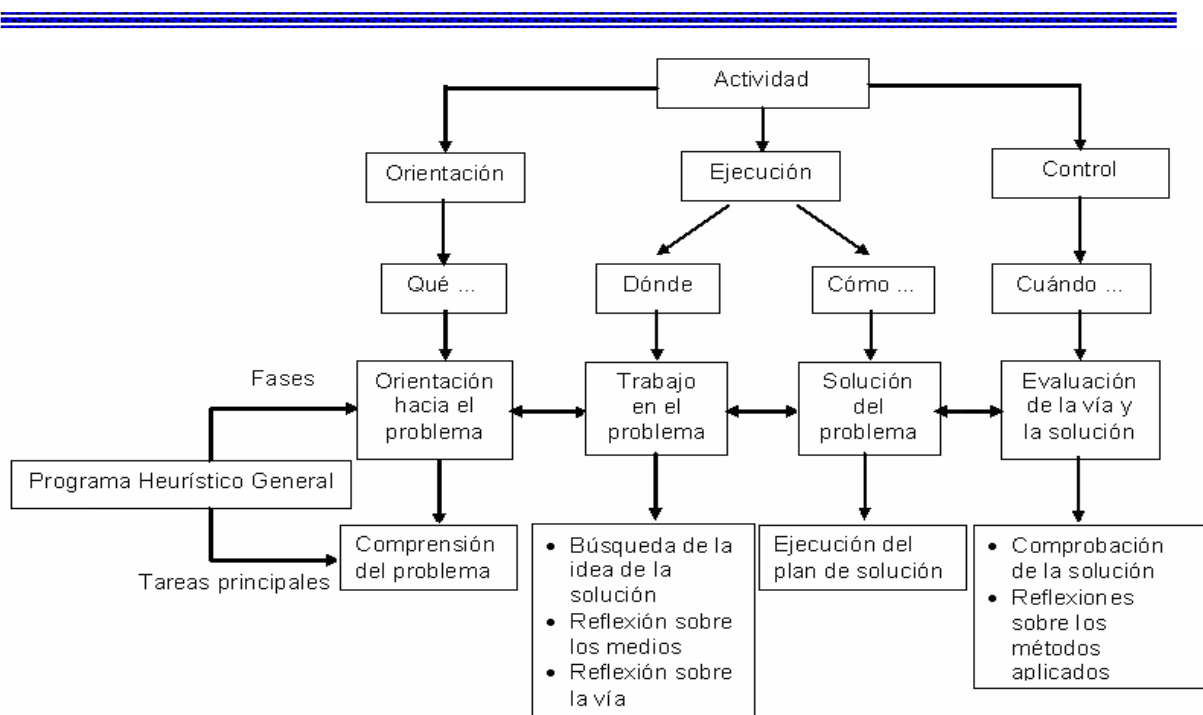
Estableciendo la relación entre los momentos o fases para desarrollar cualquier actividad y los pasos para resolver un problema, llegamos a la conclusión que este pronombre y los adverbios antes mencionados constituyen un mediador de comprensión en el desempeño interpretativo de cada paso o fase para la resolución de problemas que conducen o se reducen a una demostración de igualdades de triángulos.

La interrelación entre estos momentos; nos permiten garantizar que es aplicable de forma directa en la ejecución del programa heurístico general y aún más en la heurística para demostrar la igualdad de triángulos.

Estableceremos la interrelación entre el programa heurístico y el desarrollo de la actividad, y la interrelación de los adverbios y el pronombre facilitando la comunicación entre las estructuras de este programa.

La actividad y su desarrollo heurístico en su ejecución.

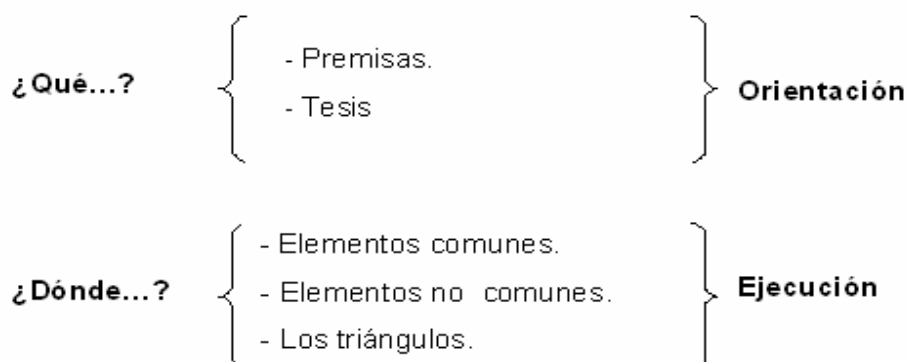
Capítulo II: Diagnóstico y diseño de las actividades didácticas.

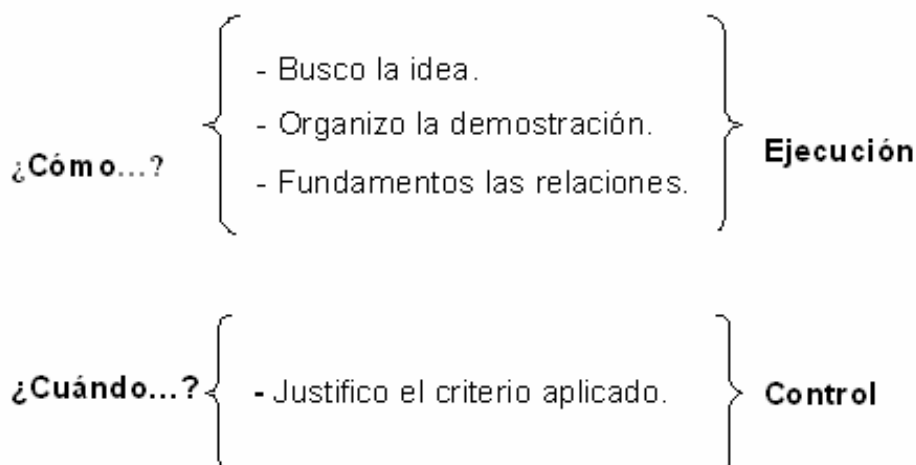


Sin embargo, para desarrollar la habilidad “demostrar” en las igualdades de triángulos es necesario trasladar estas consideraciones y reflexionar del mismo modo.

La aplicación de teoremas y sus demostraciones se realiza con frecuencia y necesita la aplicación conciente de programas heurísticos y ofrece las posibilidades necesarias para un adiestramiento heurístico a largo plazo, labor que facilita la puesta en práctica del programa antes mencionado.

Esquema heurístico para interpretar una situación problemática de carácter demostrativo en Geometría.





2.3 Actividades didácticas para contribuir el desarrollo de la habilidad demostrar.

Los Profesores Generales Integrales al dirigir el proceso de enseñanza – aprendizaje, deberán utilizar metodologías que propicien el diagnóstico, la reflexión y que promuevan el ejercicio del pensar a sus alumnos a “aprender a aprender”, técnica de estudio y de procesamiento de información a partir de la realización de proyecto investigativo: (colectivo de autores: 2007.:32).

El profesor deberá concebir la clase de una forma desarrolladora, participar activamente junto a sus alumnos en el desarrollo de las actividades, observando en cada momento el modo de actuación en el aprendizaje del conocimiento.

Según S. Puig cuando hablamos de desempeño cognitivo queremos referirnos al cumplimiento de lo que uno debe hacer en un área del saber, de acuerdo con la vigencia establecida para ello , en este caso con la edad y el grado escolar alcanzado y cuando se trate de los niveles de desempeño cognitivo nos referimos a los aspectos íntimamente interrelacionado, el grado de complejidad con que se quiere medir este desempeño cognitivo y al mismo tiempo la magnitud de los logros del aprendizaje alcanzado en una asignatura determinada , que constituye el caso específico que estamos abordando (Puig ,S:2003:4)

Capítulo II: Diagnóstico y diseño de las actividades didácticas.

En Matemática estos niveles se expresan:

Nivel 1: En este nivel se consideran los alumnos que sean capaces de resolver ejercicios formales, eminentemente reproductivo.

Nivel II: Situaciones problemáticas que están enmarcadas en los llamados problemas rutinarios, que tienen una vía de solución conocida, al menos para la mayoría de los alumnos, que sin llegar a ser propiamente reproductivo, tampoco pueden ser considerado completamente reproductivo .

Nivel III: Problemas propiamente dichos, donde la vía por lo general no es conocida para la mayoría de los alumnos y donde el nivel de producción de los mismos es más elevado.

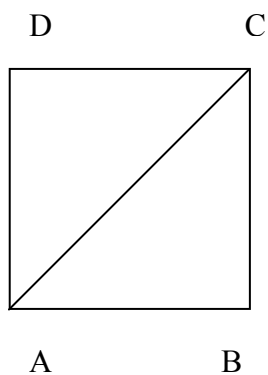
Los estudios realizados en torno al trabajo con los ejercicios matemáticos incluyen valoraciones sobre las funciones que estos desempeñan en apoyo al cumplimiento de los objetivos de la enseñanza de la Matemática.

A los ejercicios en la Matemática se le atribuyen funciones específicas como la instructiva, educativa, de desarrollo y de control. Esta función no se presenta aislada, aunque en determinada actividad aparece realizado su función rectora.

Las actividades didácticas están estrechamente relacionadas con los poderes de desempeño de los estudiantes, exigiendo su progresivo desarrollo en el proceso enseñanza – aprendizaje. Además las actividades didácticas están estructuradas sobre la base del programa heurístico para demostrar la igualdad de triángulo y sustentado en el programa heurística general.

Actividades didácticas I.

En la figura ABCD es cuadrado de lado 4,0cm AC diagonal.



- a) Menciona todos los lados y ángulos de cada triángulo.
- b) ¿Cuántos triángulos forman la figura?
- c) ¿Cuál es la posición de los triángulos respecto al cuadrado?
- d) Diga los elementos iguales de cada triángulo.
- e) Fundamenta la igualdad según (Ia); (IIa) o (III)
- f) ¿Qué relación tienen los triángulos ABC y ACD?
Fundamenta tu respuesta.

El desarrollo de esta actividad, responde a los intereses didácticos de preparación del estudiante para realizar una demostración de igualdades de triángulos, además se adapta a las exigencias que debe cumplir un estudiante que se encuentre en el nivel bajo: propiciando que estos se doten de recursos heurísticos para realizar la actividad demostrar.

Actividad del profesor	Actividad de los alumnos
¿Qué lados y ángulos tienen cada triángulo?	a) ΔABC Lados Ángulos \overline{AB} $\angle CAB$ \overline{BC} $\angle ABC$ \overline{CD} $\angle BCA$
¿Qué triángulos forman la figura?	b) La figura está formada por los triángulos ABC y ACD

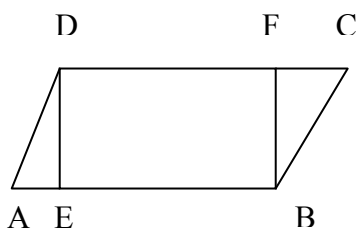
Capítulo II: Diagnóstico y diseño de las actividades didácticas.

<p style="text-align: center;">¿Dónde se encuentran situado los triángulos?</p>	<p>c) - Los triángulos están dentro del cuadrado</p> <p style="padding-left: 40px;">- Los triángulos están interiores al cuadrado.</p> <p style="padding-left: 40px;">- Coinciden dos lados de cada triángulo en los del cuadrado</p>
<p style="text-align: center;">¿Dónde están los elementos iguales de cada triángulo?</p>	<p>d)- En los lados del cuadrado</p> <p style="padding-left: 40px;">- En la diagonal del cuadrado</p>
<p style="text-align: center;">¿Cómo organizo los elementos iguales y que estén en la relación (Ia)(IIa)(III)?.</p>	$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{CD} \\ \overline{BC} = \overline{AD} \end{array} \right\} \text{ Por ser lados de un cuadrado.}$ <p style="padding-left: 40px;">$\angle ABC = \angle ADC$ Por ser ángulos interiores de un cuadrado</p>
<p style="text-align: center;">¿Cuándo organizo la relación entre los triángulos?</p> <p style="text-align: center;">¿Cuándo garantizo esta relación?</p>	<p>f) Los triángulos ABC y BCD son iguales</p> <p style="padding-left: 40px;">$\triangle ABC = \triangle ACD$.</p> <p style="padding-left: 40px;">- Por tener dos lados y el ángulo comprendido respectivamente iguales.</p>

En el desarrollo de esta actividad el profesor puede dirigir la búsqueda de los elementos iguales de los triángulos, según criterio que adopten los estudiantes; pero sin dejar de explicar cualquier vía a utilizar, dando lugar al papel protagónico que juegan los estudiantes en la adquisición de conocimientos y la importancia que tienen para el desarrollo de habilidades para demostrar.

Actividad II

En la figura; ABCD es un paralelogramo $\overline{AE} = \overline{FC}$



Demuestra que el $\Delta AED = \Delta BCF$

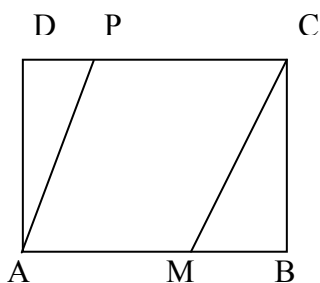
Actividad del profesor	Actividad de los alumnos
¿Qué premisas tenemos?	ABCD es un paralelogramo; $\overline{AE} = \overline{FC}$
¿Qué propiedades del paralelogramo ABCD pudiéramos utilizar?	Premisas: $(\overline{AD} = \overline{BC}; \overline{AB} = \overline{CD}; \angle DAE = \angle BCF; \angle ADC = \angle ABC; \overline{AE} = \overline{FC})$
¿Qué tenemos que demostrar?	Tesis: Los $\Delta AED; \Delta BCF$ son iguales ($\Delta AED = \Delta BCF$)
¿Dónde se encuentran los datos de la premisa?	-Interiores al paralelogramo (Tesis)
¿Dónde se encuentran los datos de la tesis?	-En los lados del paralelogramo y en sus ángulos opuestos
¿Dónde se encuentran los elementos comunes?	-En los ángulos comunes que tienen los triángulos y el paralelogramo
¿Dónde se encuentran los elementos no comunes?	-En los lados opuestos del paralelogramo que forman lados del triángulo
¿Cómo organizo los elementos	- $\overline{AD} = \overline{BC}$ por lados opuestos en el

Capítulo II: Diagnóstico y diseño de las actividades didácticas.

iguales que pertenecen a los triángulos?	paralelogramo - $\angle DAE = \angle BCF$ por ángulos opuestos de un paralelogramo - $\overline{AE} = \overline{FC}$ por datos
¿Cuándo organizo los criterios para establecer la igualdad de triángulos? ¿Cuándo puedo obtener la tesis?	Aplicar el teorema (lal) ($\triangle AED = \triangle BCF$ por lal)

Luego de haber alcanzado en los estudiantes un determinado desarrollo de la habilidad demostrar, es que podemos realizar actividades con un grado de dificultad acorde con el desempeño. En este caso se logra la realización de una demostración con todos los requisitos establecidos; donde tienen un importante papel el lugar geométrico que ocupan los triángulos; así como la fundamentación requerida en cada paso.

Actividad III



En la figura; ABCD es un rectángulo; el área del triángulo MBC es de 15cm^2 ; $\angle DAP = \angle BCM$. Calcula el área del triángulo ADP.

a) Calcula el área del ADP

Actividad del profesor	Actividad del alumno
<p>¿Qué premisas tenemos?</p> <p>¿Qué propiedades del paralelogramo ABCD podemos utilizar?</p>	<p>ABCD es un rectángulo. $A_{\Delta MBC}=15\text{cm}^2$; $\angle DAP = \angle BCM$.</p> <p>Premisas: $\overline{AD} = \overline{BC}$; $\overline{AB} = \overline{CD}$; $\angle B = \angle D$.</p> <p>$\angle BCM = \angle DAP$</p>
<p>¿Qué tenemos que demostrar?</p> <p>¿Qué tenemos que calcular?</p>	<p>Tesis: Los triángulos MBC y APD son iguales</p> <p>$(\Delta MBC = \Delta APD)$</p> <p>Tienen iguales áreas.</p> <p>$A_{\Delta MBC} = A_{\Delta APD}$.</p>
<p>¿Dónde se encuentran los datos de las premisas?</p> <p>¿Dónde se encuentran los datos de las tesis?</p>	<p>-En los lados del rectángulo ABCD, en ángulos interiores de este y en los triángulos MBC y PAD.</p> <p>-Interiores al paralelogramo; en los</p>

Capítulo II: Diagnóstico y diseño de las actividades didácticas.

<p>¿Dónde se encuentran los elementos comunes?</p> <p>¿Dónde se encuentran los elementos no comunes?</p>	<p>triángulos representados.</p> <p>-En los ángulos del rectángulo; en los ángulos de los triángulos y en el lado opuesto (lado menor) del rectángulo.</p> <p>-En los lados puestos del rectángulo (\overline{AB} y \overline{CD}).</p>
<p>¿Cómo organizar los elementos iguales que pertenecen al triángulo?</p> <p>¿Cómo organizar los elementos del cálculo de área?</p>	<p>- $\overline{BC} = \overline{AD}$; por lados opuestos de un rectángulo.</p> <p>- $\angle B = \angle D$; por ser ángulos de un rectángulo.</p> <p>- $\angle MCB = \angle PAD$; por datos.</p>
<p>¿Cuándo organizo los criterios para establecer la igualdad de los triángulos?</p> <p>¿Cuándo puedo obtener las tesis?</p> <p>¿Cuándo puedo calcular?</p>	<p>-Aplicar el teorema a.l.a.</p> <p>-$\Delta MBC = \Delta APD$ por a.l.a.</p> <p>-Por elementos homólogos de triángulos iguales.</p> <p>$A_{\Delta MBC} = A_{\Delta APD} = 15 \text{ cm}^2$</p>

La organización de las actividades es un asunto complejo, pues no se trata de fijar los impulsos del profesor; sino dar la posibilidad de que su actuación en el proceso de demostración, establezcan relación y sean punto de partida común a la hora de reflexionar por parte de los profesores y estudiantes. Debe estar adaptado al nivel de desarrollo afectivo alcanzado por los estudiantes la ayuda que se brinda. Esto

Capítulo II: Diagnóstico y diseño de las actividades didácticas.

requiere la determinación de la zona de desarrollo próximo y dirigir a ella el aprendizaje, de modo que el estudiantes esté en condiciones de experimentar éxitos en sus estudios, aumentar la confianza en si mismo y los intereses por la asignatura.

Capítulo III: Análisis de los resultados y validación de las actividades didácticas.

3.1 Análisis de los resultados.

En la etapa inicial de la investigación a un grupo de estudiantes de 8 1-A; conformado por 15 estudiantes; 6 del sexo femenino y 8 del masculino (ver anexo 2) se les aplicó varios instrumentos, arrojando los siguientes resultados.

- Prueba pedagógica inicial. (Ver anexo 1).

En la evaluación de la prueba pedagógica inicial, se tiene en cuenta los siguientes aspectos a evaluar.

- Reconocimiento de las premisas y la tesis.
- Reconocimiento de los criterios para demostrar las igualdades de triángulos.
- Planteamiento de los elementos de igualdad y su fundamentación.
- Fundamentación de la tesis (aplicar criterios de igualdad de triángulos).

Además, partiendo de los aspectos anteriores, se diseñó una clave de calificación, que responde a los intereses de la aplicación del procedimiento heurístico para demostrar la igualdad de triángulos.

Clave de calificación.

Pasos lógicos	Puntuación
➤ Reconocer las premisas y la tesis	1 ^c /u = 2
➤ Reconocer la vía de demostración	1
➤ Identificar los elementos iguales	1 ^c /u = 3
➤ Justificar (fundamentar) la igualdad de los elementos	1 ^c /u = 3

Capítulo III: Análisis de los resultados y validación de las actividades didácticas.

➤ Aplicar correctamente el criterio 1

Total **10 puntos**

En el momento en que se aplicó la prueba, se pudo apreciar que los estudiantes se encontraban inquietos, preocupados, nerviosos, murmuraban unos con otros, miraban a su alrededor.

Después de calificada la misma se obtiene lo siguiente.

Matrícula de 8.1-A	Presentados	Aprobados	% de aprobados
15	15	5	33,3

De los 15 estudiantes que se les aplicó la prueba, 10 desaprobaron (ver anexo 2), es decir el 67% se encuentran desaprobados. (Ver anexo 2, gráfico 2).

Se tomaron en cuenta las siguientes categorías para identificar la efectividad en la aplicación de los procedimientos. Un estudiante es evaluado de E (excelente) si alcanza los 10ptos en la calificación; MB (muy bien) si alcanza 9 ptos; de B (bien) si llega a obtener entre 7 y 8 ptos; de R (regular) si obtiene 6 y M (Mal) menos de 6 ptos.

Matrícula 8,1-A	Presentados	E	MB	B	R	M
15	15	1	1	1	2	10

De los 15 estudiantes fueron evaluados de M el 66,6%; de R el 13,3% y entre las categorías de E, MB y B solo el 6,6% respectivamente (ver anexo 3, gráfico 4), además la frecuencia de aprobados con mayor calidad es baja, al igual que la de los

Capítulo III: Análisis de los resultados y validación de las actividades didácticas.

alumnos que se consideran aprobados, sin embargo la frecuencia de desaprobados es alta. (Ver anexo 3, gráfico 5).

Las mediciones de los indicadores para determinar la calidad en la aplicación de las habilidades para demostrar, se clasifican en A (alta); B (baja) y M (medio) y teniendo en cuenta la puntuación que alcanzaron en la prueba pedagógica se determinó que: Se consideró alto (A) aquella puntuación entre (9 y 10) pts, (E y MB); medio (M) entre (7 y 8) pts, (B) y bajo (B) los que alcancen una puntuación menor o igual a 6 pts.

A demás aquellos estudiantes evaluados en su rendimiento por la categoría de alto, no necesitan nivel de ayuda alguno, los que están en el nivel medio no han alcanzado el grado de independencia deseado y necesitan algún nivel de ayuda y los categorizados como bajo tienen que tener presentes en todo momento un nivel de ayuda que dirija la actividad que realizan.

Los resultados descritos por el porcentaje de aprobados, respecto a las categorías se muestran de la siguiente manera. (Ver anexo 3, gráfico 5).

- Nivel alto, solo el 13,33%.
- Nivel medio, a penas el 6,66%.
- Nivel bajo, el 80%.

Se determinaron que los resultados son pobres y preocupantes, no existe equilibrio entre las categorías, ya que la tendencia que refleja, marca un retroceso en el desarrollo de la habilidad demostrada en la igualdad de triángulos.

La mayoría de las dificultades presentadas en la prueba pedagógica, responden a determinados parámetros de organización; a la estructuración de la actividad; así como el lugar geométrico del fenómeno a explicar. Entre las impresiones más frecuentes se encuentran:

Capítulo III: Análisis de los resultados y validación de las actividades didácticas.

1. Reconocen las premisas y la Tesis.
2. Determinar el lugar que ocupan los triángulos.
3. Organización de la estructura de la demostración.
4. Fundamentar las igualdades de los elementos.
5. Organización del criterio a aplicar en la demostración.

Después de haber hecho el análisis de los instrumentos estadísticos aplicados a la prueba pedagógica, para tener una mejor visión del comportamiento de la aplicación de los procedimientos para demostrar las igualdades de triángulos, se determinó que los conocimientos que tienen los estudiantes se mueven entre (M y B) medio y bajo aumentando la tendencia a B (ver anexo 4), así como el comportamiento a nivel de grupo de las categorías para evaluar la calidad, describen un crecimiento en el desconocimiento de la ejecución y control de la actividad de aprendizaje (ver anexo 5, gráfico 6), evaluado en la prueba pedagógica, sin embargo la categoría de B se mostró al 80% considerándose de pobre entre los resultados y mostrándose el poco aprendizaje de los procedimientos heurísticos para demostrar en la igualdad de triángulos, además el estudio del comportamiento de las categorías de evaluación de la calidad (A; M; B) en el desempeño por indicadores arrojaron que los estudiantes tienen poco conocimiento en la puesta en práctica de la ejecución y control de las actividades para realizar demostraciones de igualdades de triángulos. (Ver anexo 6, gráfico 7).

Después de la realización del estudio de los resultados de la prueba pedagógica a través de las diferentes técnicas aplicadas, se determinaron las siguientes dificultades.

- Poco conocimiento de las premisas y la tesis.

Capítulo III: Análisis de los resultados y validación de las actividades didácticas.

- Desconocimiento del lugar geométrico que ocupan los triángulos en figuras de análisis.
- Determinar los lados y ángulos iguales entre los triángulos.
- Discriminar los elementos innecesarios para aplicar el criterio de igualdad de triángulos apropiado.
- Fundamentar la igualdad entre los elementos, según propiedades de las figuras geométricas.
- Ordenar la demostración.
- Justificar la tesis y arribar a conclusiones.

1. Encuesta a estudiantes (ver anexo 7), arrojó los siguientes resultados:

- Les gusta la Matemática, pero se les hace difícil entender.
- Los estudiantes no saben estudiar la asignatura de Matemática, necesitan ayuda directa,
- Los estudiantes no saben cuando dos triángulos son iguales.
-
- Existen dificultades en el dominio de la terminología de las premisas y tesis.
- No dominan un procedimiento para demostrar las igualdades de triángulos.

2. Entrevista a estudiantes (ver anexo 8), arrojó los siguientes resultados:

- Les gusta la asignatura de Matemática y no a todos los estudiantes les gusta la Geometría.
- Los estudiantes no saben cuando dos triángulos son iguales.

Capítulo III: Análisis de los resultados y validación de las actividades didácticas.

- No dominan los procedimientos para demostrar las igualdades de triángulos.
- No determinan con exactitud las premisas y la tesis.
- A los estudiantes les cuesta trabajo ubicar en el gráfico los elementos iguales y los triángulos.
- Los alumnos se encuentran desmotivados por este tipo de ejercicio.

Detectado el estado que se encuentran los resultados del aprendizaje de los contenidos referidos a la demostración de igualdades de triángulos y analizando las fuentes comunes que arrojaron los métodos aplicados se determina que:

- Los estudiantes no rechazan la asignatura, pero no la entienden en su totalidad.
- El dominio para determinar las premisas y la tesis es común en los estudiantes.
- Existen dificultades con la interpretación geométrica y su fundamentación según propiedades de la figura.

En forma general se determinó luego de detectar el estado real en que se encuentra la habilidad de demostrar las igualdades de triángulos y determinándose la necesidad de contribuir al desarrollo de la misma, elaborar actividades didácticas que contribuyan al desarrollo de la habilidad demostrar igualdades de triángulos.

Capítulo III: Análisis de los resultados y validación de las actividades didácticas.

3. 2 Validación de las actividades didácticas

En este capítulo además se describen los resultados de las actividades didácticas aplicadas para contribuir a desarrollar la habilidad demostrar en la igualdad de triángulos.

Para la aplicación de estas actividades didácticas se tubo en cuenta el programa heurístico general de la Matemática y su ejecución está fundamentada por el programa heurístico para la Geometría; especificándose su aplicación a las demostraciones de igualdades de triángulos.

Los miembros de la muestra coinciden con los de la etapa inicial, los cuales fueron controlados en un 100% y para corroborar los resultados de las actividades didácticas se aplicó una prueba pedagógica final.

1. Prueba pedagógica final. (Ver anexo 9).

En la evaluación de la prueba pedagógica final , se tienen en cuenta los mismos aspecto evaluados en la prueba pedagógica inicial, así como el control de la evaluación se consideró mantenerlo para establecer relación en los criterios antes expuesto .

En el momento que se aplicó la prueba pedagógica final de la investigación se pudo apreciar que los estudiantes se encontraban más seguros, tranquilos, manteniendo el puesto de trabajo más organizado y su concentración era total.

Después de calificada la prueba pedagógica final se obtuvieron los siguientes resultados:

Capítulo III: Análisis de los resultados y validación de las actividades didácticas.

Matricula 8.1-A	Presentados	Aprobados	%
15	15	15	100

De los 15 estudiantes que se le aplicó la prueba pedagógica final, el 100% aprobados. Los resultados son muestras del desempeño por categoría. (Ver anexo 10, gráfico 8 y 9).

La efectividad en la aplicación del procedimiento se comportó de la siguiente manera:

- Tres estudiantes fueron evaluados de E (excelente)
- Cuatro estudiantes fueron evaluados de MB (muy bien)
- Seis evaluados de B (bien)
- Dos evaluados de R (regular)

Matricula 8.1 A	Presentados	E	MB	B	R	M
15	15	3	4	6	2	0

De los 15 estudiantes fueron evaluados de excelente el 20%; muy bien el 26.66 %; bien 40 % y de regular 13.33 %. Se comprobó que la frecuencia de aprobados es alta; así como la distribución por categoría determinó asequibilidad en el procedimiento heurístico para demostrar las igualdades de triángulos. (Ver anexo 10, gráfico 8 y 9).

Se determinó que los resultados descritos por el porcentaje de aprobados, respecto a la categoría se muestran de la siguiente manera: (anexo 12 gráfico 10)

Capítulo III: Análisis de los resultados y validación de las actividades didácticas.

- Nivel alto: 46.66 %
- Nivel medio: 40 %
- Nivel bajo: solo 13.33 %

En cuanto a los resultados arrojados determinaron que hay un equilibrio entre las categorías de Alto y Medio, reflejando un progreso en el aprendizaje y desarrollo de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos; y las dificultades se consideraron como discretas.

Los problemas detectados al inicio de la investigación fueron superados o mejorados en correspondencia con el aprendizaje de los estudiantes, tal como se muestra en el desempeño de cada uno, donde las categorías de alto y medio evolucionaron satisfactoriamente. (Ver anexo 12, gráfico10).

Además , los resultados demuestran que los estudiantes reconocen con facilidad las premisas y las tesis logrando separarlas, así como el lugar que ocupa cada una en correspondencia con la situación geométrica dada; además se muestran más organizados en la estructuración de la demostración, facilitándoles fundamentar y llegar a conclusiones .

Los instrumentos estadísticos aplicados a la prueba pedagógica final, arrojaron movimientos en las tendencias de las categorías para medir la calidad del aprendizaje de los procedimientos para demostrar las igualdades de triángulos. Se determinó que los conocimientos que tienen los estudiantes se muestran entre alto y medio disminuyendo la tendencia de bajo. (Ver anexo 11).

El comportamiento de la categoría a nivel de grupo describe una mejor comprensión de la realización de la ejecución y control de la actividad, además el grado desempeño de los estudiantes se corresponde con la calidad mostrada en las categorías.

Capítulo III: Análisis de los resultados y validación de las actividades didácticas.

También se corroboró que la frecuencia de categoría Alto, Medio y Bajo en los alumnos tuvo una tendencia a crecer en los niveles aceptados para enseñar en el grado, mostrándose un crecimiento en las categorías de Alto y Medio. Este análisis permitió reflexionar en la horizontal del desempeño del estudiante. (Ver anexo 12, gráfico10).

En el desempeño de las categorías por indicadores, se determinó que la mayoría de los resultados corresponden a las categorías de alto y medio. (Ver anexo 13, gráfico 11).

El análisis permitió afirmar que los resultados que arrojaron cada instrumento de la investigación tienen puntos comunes que permitieron reflexionar y llegar a criterios para determinar las dificultades y conocer durante el proceso de investigación.

De forma general, se tomaron criterios sobre la aplicación de las actividades didácticas para desarrollar la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos. Las mismas se ajustan a las características de los elementos a los cuales van dirigido, a la exigencia del nivel de enseñanza y a los requerimientos para dirigir un proceso de enseñanza- aprendizaje desarrollador, instructivo y educativo.

La aplicación generalizada de este trabajo, hará que el estudiante y el profesor cuenten con suficiente elementos para actuar en este sentido, donde se proponen procedimientos que contribuyan a desarrollar la habilidad demostrar en la enseñanza de la Matemática en función de resolver nuevas problemáticas presentadas en la enseñanza.

Conclusiones.

Después de hacer una valoración de los aspectos planteados se arribaron a las siguientes conclusiones:

- La revisión bibliográfica permitió profundizar acerca del tratamiento metodológico de la demostración en las igualdades de triángulos, las que son de gran importancia en el trabajo de formación y desarrollo de las habilidades correspondientes
- El proceso de enseñanza-aprendizaje de la habilidad demostrar en la igualdades de triángulos, presentan algunas insuficiencias que influyen en el rendimiento académico de los estudiantes.
- El desarrollo de la habilidad demostrar constituye un recurso de gran importancia para los estudiantes de la enseñanza media.
- Para el proceso de enseñanza – aprendizaje de la habilidad demostrar, de acuerdo con el estudio realizado, se consideró necesario aplicar actividades didácticas que contribuyeron a desarrollar la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.
- A través de las reflexiones que arrojaron los diferentes instrumentos de investigación, se determinó que las actividades didácticas se ajustan a las características de los estudiantes a los cuales va dirigido y a las exigencias del nivel. Por tanto es pertinente su aplicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría.

Recomendaciones.

Dada la importancia de esta investigación para elevar la calidad del proceso de enseñanza – aprendizaje de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos, se considera oportuno ofrecer las siguientes recomendaciones:

- A los Profesores Generales Integrales (PGI) de la enseñanza media aplicar las actividades didácticas en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la habilidad demostrar en las igualdades de triángulos.
- A los asesores municipales que incluyan las actividades didácticas para demostrar las igualdades de triángulos en las preparaciones metodológicas municipales.
- Al responsable de la asignatura Matemática de la Sede Pedagógica, integrar el estudio del procedimiento utilizado en las actividades didácticas con el fin de que todos los Profesores Generales Integrales en formación tengan acceso a ellas .
- A continuar el estudio y profundización de estas actividades didácticas en contenidos a otras enseñanzas en generales

1. Albarrán Pedroso, Juana: (2006). Didácticas de la Matemática en la escuela primaria, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 2. Almeida, B y Otros: (1995). Los procedimientos heurísticos en la enseñanza de las Matemáticas, ISP Enrique José Varona, Ciudad de la Habana.
 3. Álvarez de Sayas, Rita M.: (1982). El sistema de Habilidades Profesionales en la Metodología de la enseñanza de la Historia. Revista Varona #8. Ciudad de la Habana.
 4. Álvarez Pérez, Marta: (2004). Interdisciplinaridad. Una aproximación desde la enseñanza – aprendizaje de al ciencias, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 5. Ballester Pedroso, Sergio: (2000). Metodología de la Enseñanza de la Matemática tomo II, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 6. Ballester Pedroso, Sergio: (2003). El transcurso de las líneas directrices en los programas de Matemáticas y la planificación de la enseñanza. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 7. Ballester Pedroso, Sergio: (1992). Metodología de la enseñanza Tomo I, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 8. Ballester Pedroso, Sergio: (1992). Metodología de la enseñanza Tomo II, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 9. Baranov P., S.: (1989). Pedagogía. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 10. Bell, R. y M. Muribay: (2001). Pedagogía y Diversidad, Editorial Abril, La Habana.
 11. Bermúdez Zerquera, R.: (1996). y Rodríguez Robustillo, M, Teoría y Metodología del Aprendizaje, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
-
-

12. Bernárdez, Enrique: (1994). Enseñar Lenguas. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 13. Bruner, Jerome: (1989). Acción, Pensamiento y Lenguaje. Compilación Alianza editorial Madrid.
 14. Campistur Pérez, Luis y Rizo Cabrerías, Celia: (2002). Aprender a resolver problemas Aritméticos, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 15. Castro Ruz, Fidel: Selección de discursos en soporte digital.
 16. Colectivo de Autores: (1992). Metodología de La Matemática en la escuela primaria, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 17. Colectivo de Autores: (2007). Modelo de la escuela secundaria básica. Editorial. Molina Trade.
 18. Colectivo de Autores: (2007). Programa 8. grado, secundaria básica Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 19. Colectivo de Autores de la Dirección Nacional de Secundaria Básica y el Instituto Central de Ciencias Pedagógicas: (2007). Edición y diseño: Molinos Trade, S.A.
 20. Colectivo de Autores: (2006). Programa 9. grado, Secundaria Básica Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 21. Colectivo de Autores: (2007). Programas 7. grado, Secundaria Básica, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 22. Colectivo de Autores: (2007). Modelos de la escuela Secundaria Básica. Editorial Molino Trade, S.A.
 23. Coll, Cesar: (1986). Acción, Interacción y Construcción del conocimiento en condiciones educativas. Revista educación 279.P-9-24. Madrid.
 24. Dávidson San Juan; Luis J.: (1995). Revista educación, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
-
-

25. Diccionario Encarta, versión digital.
 26. Diccionario Océano Práctico: Enciclopédico.
 27. Educación Matemática. Vol. 5(2): (1993). Grupo editorial Iberoamérica, México.
 28. Galperin, P.: (1982). Introducción a la Psicología. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 29. García Batista, Gilberto: (2002). Compendio de pedagogía. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 30. Garcías Guillermina: (1985). Discusión sobre la comprensión lectora en revista lectura y vida #4 Chile.
 31. González, H. E.: (1993). Un criterio para clasificar habilidades matemáticas. Educación Matemática Vol. 5 #1, Grupo Editorial Iberoamericano. México.
 32. Hidalgo Guzmán, José L.: (1992). Aprendizaje Operativo, Ensayo de Teoría Pedagógica. Casa de la Cultura del maestro. México AC.
 33. Labarrere Sarduy, Alberto F.: (1988). ¿Cómo enseñar a los alumnos de primaria a resolver problemas? Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 34. Labarrere Sarduy, Alberto F.: (1987). Base Psicopedagógica para la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 35. Leontiev, A. N.: (1981). Actividad, Conciencia y Personalidad, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 36. López Ana María: (1984). Didáctica de la lengua, Editorial Ateneo. Buenos Aires.
 37. López Hurtado, Josefina: (2000). Aprendizaje y desarrollo del escolar primario. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
-
-

38. MINED: (1998). Programa director de la Matemática Ministerio de Educación Ciudad de la Habana.
 39. Müller, Honst: (1987). El programa heurística general para la solución de ejercicios. Boletín Sociedad Cubana de matemáticos #9 La Habana.
 40. Müller, Host: (1987). El trabajo heurística y la ejercitación en la enseñanza de la Matemática. Folleto. ISP, Frank País García.
 41. Palacios Peña, Joaquín: (2003). Colección de Problemas matemáticos para la vida. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 42. Palacios Peñas, Joaquín: (2003). Colección de problemas matemáticos para la vida, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 43. Pérez Álvarez, Celina E.: (2006). Selección de temas didácticos de la geografía. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 44. Periolibro Módulo III, Segunda Parte: (2006). Maestrías en ciencias de la educación. Mención en Educación de Secundaria Básica, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 45. Periolibro: (2006). Maestría en Ciencias de la Educación módulo III; Primera Parte; Mención en educación Secundaria Básica, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 46. Petrovski, AV: (1980). Psicología General Editorial Progreso, Moscú.
 47. Puig, S.: (2003). Una aproximación a los niveles de desempeño cognitivos de los alumnos. ICCP. La Habana.
 48. Pujol Bandomo, Ismery Dayami: (2007). Tesis en opción la título académico de master en nuevas tecnologías para la educación.
 49. Quintaba, Aurelio y Coautores: (2005). Matemática 8. grado, Cuaderno complementario, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 50. Rico, P.: (2003). La zona de desarrollo próximo. Procedimientos y tareas de aprendizajes, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
-
-

51. Schoefeld, A. H.: (1985). Ideas y tendencias en la resolución de problemas. Separata del libro "La enseñanza de la Matemática. Debate". Ministerio de Educación y Ciencias. Madrid.
52. Silvestre Aromas, N. y Zilberteín Torvncha, J.: (2002). Hacia una didáctica desarrolladora. Editorial Pueblo y educación, Ciudad de la Habana.
53. Torres Paúl: (2000). La instrucción heurística de las Matemáticas escolares. ISP Enrique José Varona, Ciudad de la Habana.
54. Torres, P: (2000). La instrucción heurística de la Matemática escolar ISP. Enrique José Varona, en soporte magnético.
55. Vigotski, L. S.: (1968). Pensamiento y Lenguaje, Edición Revolucionaria, La Habana.
56. Werner, Jungk: (1989). Conferencia sobre metodología de la enseñanza de la Matemática, Primera Parte. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
57. Zilmer, W.: (1990). Complemento de Metodología de la Enseñanza de la Matemática, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
-
-

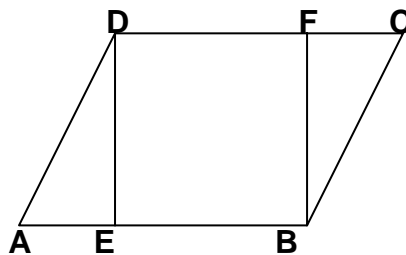
Anexo 1

Prueba pedagógica (inicial) a un grupo de estudiantes de 8. 1 –A

Objetivos: Comprobar el conocimiento que tienen los estudiantes acerca de los procedimientos para demostrar en las igualdades de triángulos.

Objeto: Conocimiento que tienen los estudiantes acerca de los procedimientos para demostrar en las igualdades de triángulos.

Cuestionario



En la figura aparecen los elementos necesarios para demostrar que los triángulos A E D y B C F, son iguales según la descripción: A B C D, es un paralelogramo; A E D y B C F son triángulos y $AE = FC$.

Basado en la información dada responda:

- ¿Cuáles son las premisas?
- ¿Cuál es la tesis?
- ¿De qué manera puedes reducir la igualdad de triángulos?
- ¿A qué conclusiones podemos llegar a partir de las premisas?
- ¿Qué falta hacer para obtener la tesis?

Anexo 2

Representación del sexo y el porciento de aprobados.

Gráfico 1: Representación por sexo.

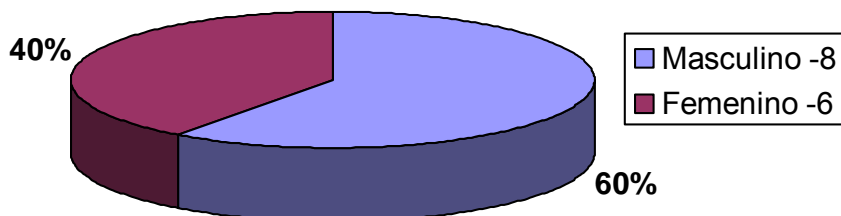


Gráfico 2: Representación del porciento de aprobados.

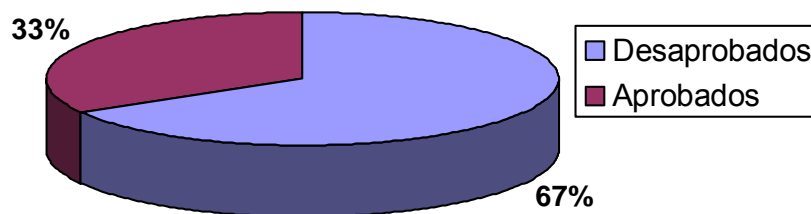
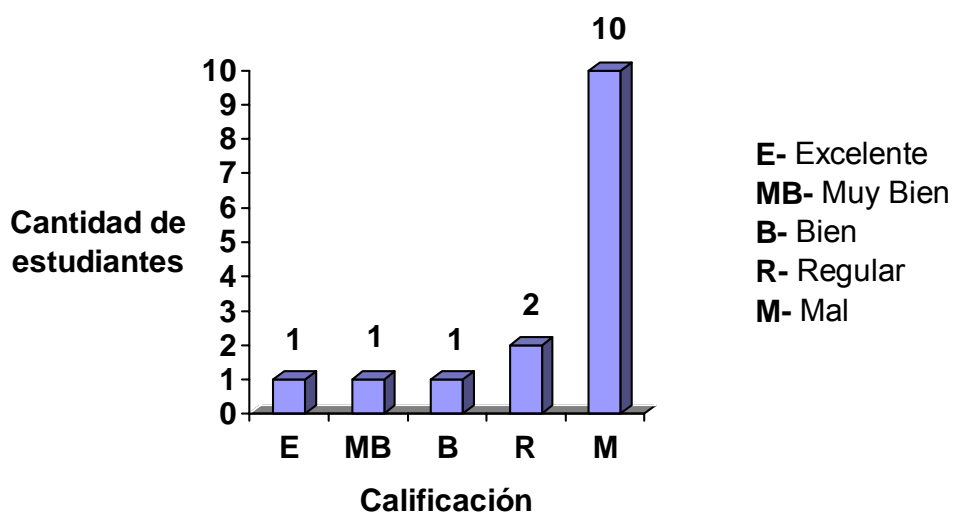


Gráfico 3: Representación de las categorías.



Anexo 3

Representación de la frecuencia absoluta y relativa.

Notas	F. A	F. R	F. R %
10	1	1/15	6.6%
9	1	1/15	6.6%
8	1	1/15	6.6%
6	2	2/15	13.3%
5	6	6/15	40%
4	4	4/15	26.6%

Gráfico 4: Representación de notas y el por ciento que representa.

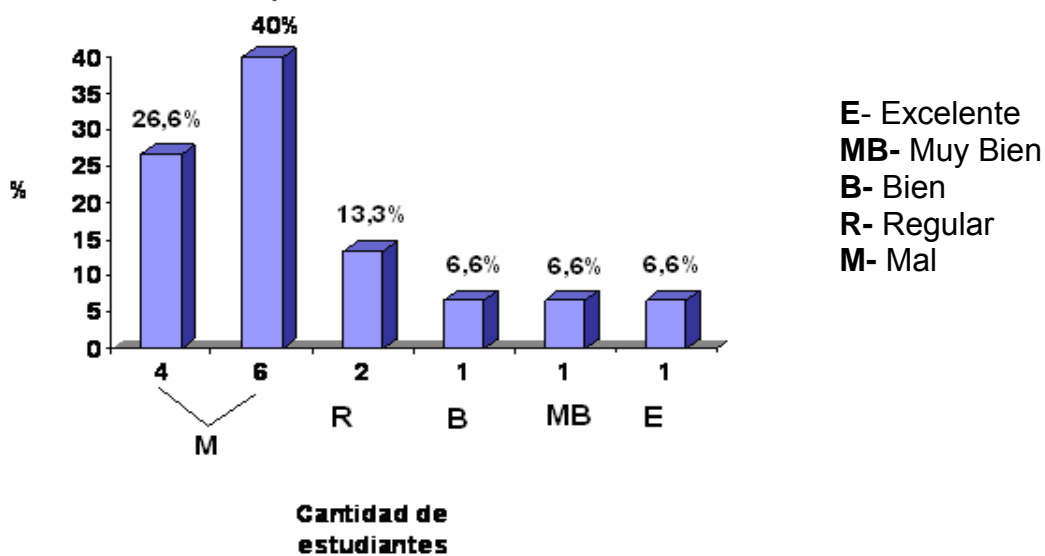
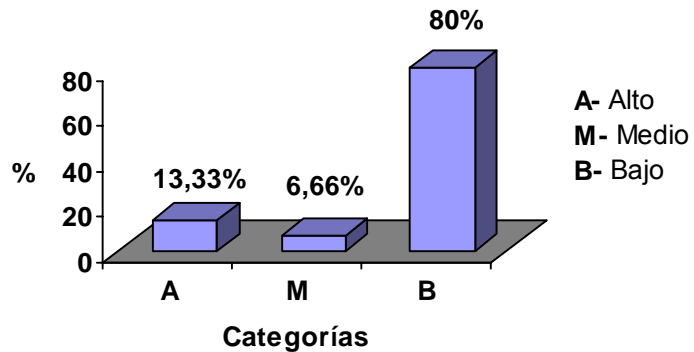


Gráfico 5: Representa el porcentaje de aprobados por categorías.



Anexo 4

Representación de los indicadores por categorías.

Alumnos	Indicadores																				
	1			2			3			4						5					
	A	M	B	A	M	B	A	M	B	4.1			4.2			5.1			5.2		
										A	M	B	A	M	B	A	M	B	A	M	B
X ₁			X		X				X			X			X			X			X
X ₂			X		X				X			X			X			X			X
X ₃		X		X			X			X			X		X					X	
X ₄		X		X				X			X		X					X			X
X ₅		X			X			X		X			X					X			X
X ₆			X		X				X		X			X				X			X
X ₇		X		X				X		X			X					X			X
X ₈		X			X		X			X				X				X			X
X ₉	X			X			X			X			X		X				X		
X ₁₀		X			X			X		X				X				X			X
X ₁₁		X				X		X		X				X				X			X
X ₁₂	X			X			X			X			X		X				X		
X ₁₃			X		X			X			X			X				X			X
X ₁₄			X		X				X			X			X			X			X
X ₁₅			X			X		X			X			X				X			X
Total	2	7	6	5	8	2	4	7	4	3	5	7	1	5	9	3	0	12	2	1	12

X₁; X₂; X₃;...; X₁₅. (Alumnos)

Descripción de las Categorías.

A- Alto M- Medio B- Bajo

Descripción de los indicadores.

- 1- Reconocer premisas.
- 2- Reconocer tesis.
- 3- Reconocer los teoremas de igualdad de triángulos.
- 4- Organización de la demostración(estructura)
 - 4.1- reconocer los elementos de igualdad.
 - 4.2- Fundamentar la igualdad de elementos.
- 5- Fundamentar la tesis.
 - 5.1- Establecer la igualdad de triángulos.

5.2- Plantear la justificación de la tesis.

Alumno(a)	A	M	B	Total Indicadores
X ₁	0	1	6	7
X ₂	0	1	6	7
X ₃	4	3	0	7
X ₄	1	4	2	7
X ₅	0	5	2	7
X ₆	0	1	6	7
X ₇	1	4	3	7
X ₈	1	3	3	7
X ₉	7	0	0	7
X ₁₀	0	4	3	7
X ₁₁	0	3	4	7
X ₁₂	6	1	0	7
X ₁₃	0	2	4	7
X ₁₄	0	1	6	7
X ₁₅	0	1	6	7
Total	20	34	51	105

Anexo 5
Representación de la frecuencia de categorías

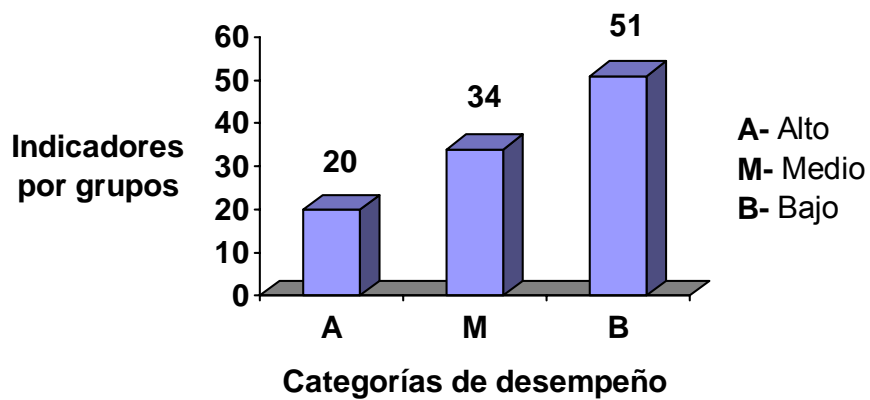
rías por estudiantes

X₁; X₂; X₃;...; X₁₅. (Alumnos)

Descripción de las Categorías.

A- Alto M- Medio B- Bajo

Gráfico 6: Representa la cantidad de indicadores en el grupo con respecto a las categorías.



Anexo 6

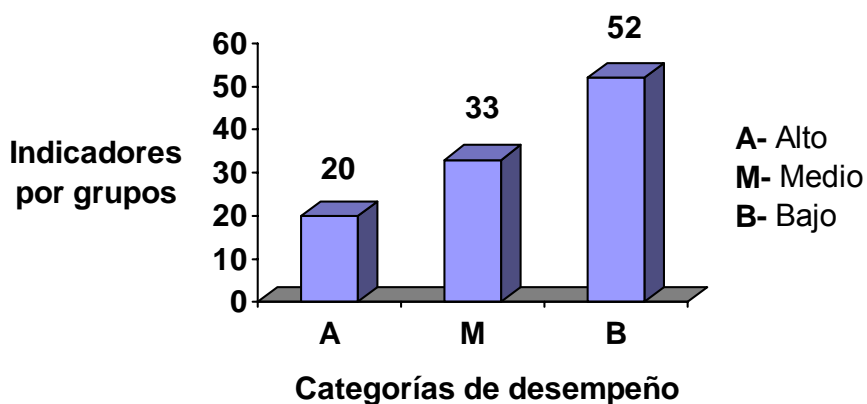
Representa la frecuencia de las categorías por indicadores.

Indicadores	A	M	B	Total
1	2	7	6	15
2	5	8	2	15
3	4	7	4	15
4	4.1	3	5	15
	4.2	1	5	15
5	5.1	3	0	15
	5.2	2	1	15
Total	20	33	52	105

Descripción de las Categorías.

A- Alto M- Medio B- Bajo

Gráfico 7: Representa las categorías respecto al total de indicadores.



Anexo 7

Encuesta a estudiantes de 8. grado

Objetivos: Constatar como se imparten los contenidos dirigidos a denotar las igualdades del diagnóstico.

Objeto: Impartición de los contenidos dirigidos a demostrar las igualdades de triángulos.

Questionarios

Queridos estudiantes necesitamos de su colaboración para que respondan la siguiente encuesta, la misma no tiene carácter evaluativo, pero puede contribuir a desarrollar el aprendizaje de cada unos de ustedes.

1. ¿Le gusta la asignatura de Matemática?

Si____ No____

2. ¿Le resulta muy difícil?

Si____ No____ ¿Por qué?

3. ¿Sabes lo que es un triángulo?

Si____ No____

4. ¿Cuándo dos triángulo son iguales?

5. ¿Haz utilizado la demostración alguna vez?

Si____ No____ ¿Para qué?

6. ¿Conoces los pasos para realizar una demostración?

Si____ No____

¿Cuáles?

7. ¿Cuándo realizan una demostración? ¿Qué tienes que demostrar?

8. ¿De dónde partes para demostrar lo deseado?

Anexo 8

Entrevistas a estudiantes de 8. grado

Objetivos: Constatar como se imparten los contenidos dirigidos a demostrar la igualdad de triángulos.

Objeto: Impartición de los contenidos dirigidos a demostrar la igualdad de triángulos.

Nombre: _____

Grupo: _____

1. ¿Le gusta la clase de Matemática?
 2. ¿Le gusta la geometría?
 3. ¿Por qué?
 4. ¿Conoces qué es un Triángulo?
 5. ¿Cuándo dos Triángulos son iguales?
 6. Cuando realizas ejercicios para demostrar que dos triángulos son iguales ¿Por dónde comenzar?
 7. ¿Cómo se llama lo que tienes que demostrar?
 8. ¿Qué criterios conoces para fundamentar que dos triángulos son iguales?
-
-

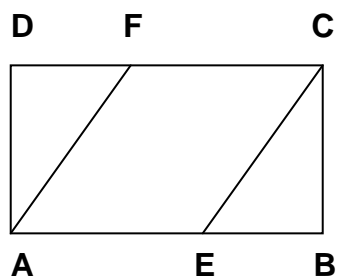
Anexo 9

Prueba Pedagógica (final) a un grupo de estudiantes de 8. grado.

Objetivos: Comprobar el desarrollo de las habilidades demostrar en la igualdad de triángulos que han alcanzado los estudiantes.

Objeto: Desarrollo de la habilidad demostrar en la igualdad de triángulos que han alcanzado los estudiantes.

Cuestionario



En la figura ABCD es un rectángulo y AECF un rombo.

Demuestra que $\triangle ADF = \triangle EBC$.

Anexo 10

Representación de las frecuencias absolutas y relativas.

Notas	F. A	F. R	F. R %
10	3	1/5	20 %
9	4	4/15	26 %
8	4	4/15	26 %
7	2	2/15	13 %
6	2	2/15	13 %

Gráfico 8: Representación de las categorías

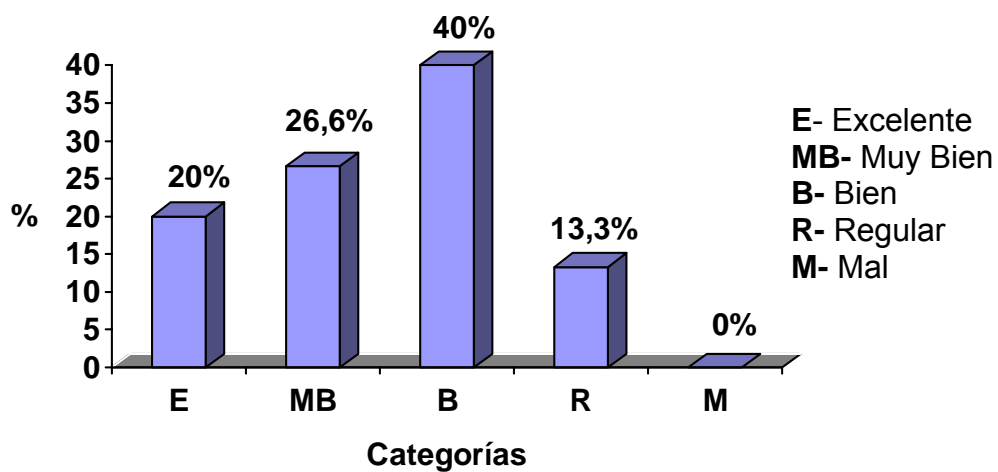
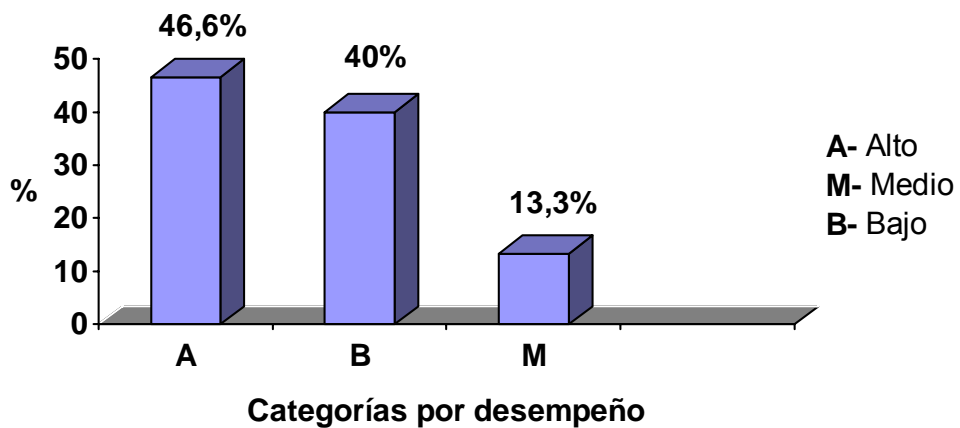


Gráfico 9: Representación de las categorías



Anexo 11

Representación de los indicadores por categorías.

Alumnos	Indicadores																				
	1			2			3			4						5					
	A	M	B	A	M	B	A	M	B	4.1			4.2			5.1			5.2		
										A	M	B	A	M	B	A	M	B	A	M	B
X ₁		X			X		X			X			X			X			X		
X ₂		X				X		X			X			X			X			X	
X ₃	X			X			X			X			X			X			X		
X ₄	X			X			X			X			X			X			X		
X ₅		X			X			X			X			X			X			X	
X ₆	X			X				X			X			X			X			X	
X ₇	X			X			X			X				X			X			X	
X ₈	X			X			X			X				X			X			X	
X ₉	X			X			X			X			X			X			X		
X ₁₀	X			X			X				X			X			X			X	
X ₁₁	X			X			X			X				X			X			X	
X ₁₂	X			X			X			X			X			X			X		
X ₁₃	X			X			X				X			X			X			X	
X ₁₄	X			X				X			X			X			X			X	
X ₁₅		X		X				X			X			X			X			X	
Total	11	4	0	12	2	1	9	6	0	7	8	0	3	12	0	10	5	0	7	5	3

X₁; X₂; X₃;...; X₁₅. (Alumnos)

Descripción de las Categorías.

A- Alto M- Medio B- Bajo

Descripción de los indicadores.

- 5- Reconocer premisas.
- 6- Reconocer tesis.
- 7- Reconocer los teoremas de igualdad de triángulos.
- 8- Organización de la demostración(estructura)
- 4.1- reconocer los elementos de igualdad.
- 4.2- Fundamentar la igualdad de elementos.
- 5- Fundamentar la tesis.
- 5.1- Establecer la igualdad de triángulos.
- 5.2- Plantear la justificación de la tesis.

Anexo 12

Representación de las frecuencias de categorías por estudiantes

Alumno (a)	A	M	B	Total
X ₁	0	7	0	7
X ₂	0	5	2	7
X ₃	7	0	0	7
X ₄	6	1	0	7
X ₅	0	5	2	7
X ₆	3	4	0	7
X ₇	6	1	0	7
X ₈	6	1	0	7
X ₉	7	0	0	7
X ₁₀	4	3	0	7
X ₁₁	6	1	0	7
X ₁₂	7	0	0	7
X ₁₃	4	3	0	7
X ₁₄	2	5	0	7
X ₁₅	1	5	1	7
Total	59	41	5	105

X₁; X₂; X₃;...; X₁₅. (Alumnos)

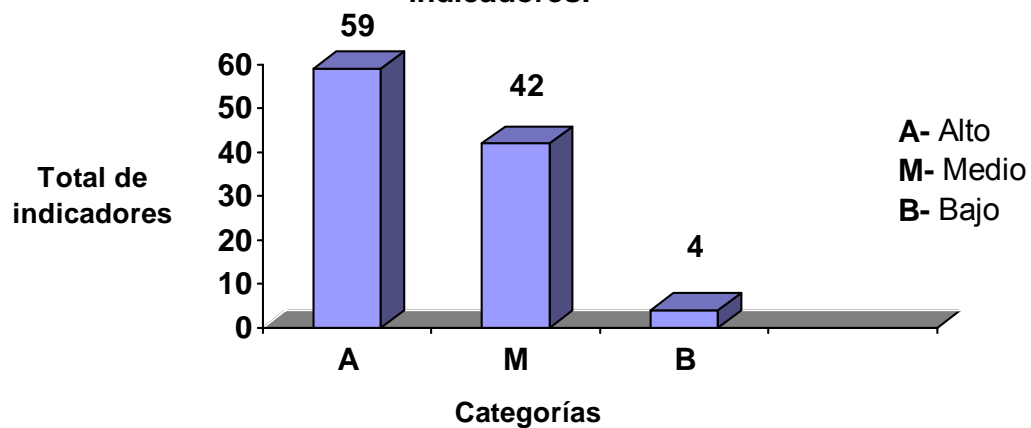
Descripción de las Categorías.

A- Alto

M- Medio

B- Bajo

Gráfico 10: Representa la cantidad de categorías por indicadores.



Anexo 13

Representación de las frecuencias de las categorías por indicadores.

Indicadores		A	M	B	Total
1		11	4	0	15
2		12	2	1	15
3		9	6	0	15
4	4.1	7	8	0	15
	4.2	3	12	0	15
5	5.1	10	5	0	15
	5.2	7	5	3	15
Total		59	42	4	105

Descripción de las Categorías.

A- Alto M- Medio B- Bajo

Gráfico 11: Representa las categorías respecto al total de indicadores.

