

**INSTITUTO SUPERIOR PEDAGÓGICO**

**Cap. “Silverio Blanco Núñez”**

**Sancti Spíritus**

**Sede Pedagógica La Sierpe.**

**Tesis en opción al Título Académico de Máster en Ciencias de la Educación.**

**Mención Secundaria Básica.**

**TÍTULO: Tareas docentes para el desarrollo de la habilidad resolver  
problemas matemáticos en estudiantes de 7.grado.**

**AUTORA: Lic. Mayelín López García.**

**TUTORA: Dra. Ela Orellana Pérez.**

**CURSO: 2007-2008.**

**RESUMEN**

La investigación que dio origen a este trabajo aborda un problema de actualidad

relacionado con las insuficiencias que presentan los estudiantes de 7.º grado de la ESBE: “Eliseo Reyes Rodríguez” del municipio La Sierpe cuando van a resolver problemas matemáticos. En la muestra seleccionada, la utilización de diferentes métodos empíricos permitió constatar la existencia del problema en el proceso de enseñanza aprendizaje de los contenidos relacionados con la línea directriz planteo, formulación y resolución de problemas.

En el trabajo se ofrece una solución al problema detectado en el cual fue necesario utilizar diferentes métodos teóricos que permitieron establecer los principales fundamentos a considerar así como caracterizar el estado actual de la preparación de los estudiantes en relación con el tema de investigación. El análisis de las causas del problema y las posibles vías de solución permitió elaborar tareas docentes con el propósito de fortalecer el desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos utilizando un procedimiento metodológico de orientación constatándose como principal resultado la efectividad de las mismas por lo que constituyen una vía de solución al problema científico de investigación.

## **ÍNDICE**

|  |  |
|--|--|
| <b>INTRODUCCIÓN.....</b>   |  |
| <b>CAPÍTULO I: LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. FORMACIÓN Y<br/>DESARROLLO DE LAS HABILIDADES.....</b>                |  |
| <b>1.1 La resolución de problemas en el aprendizaje de la Matemática.....</b>                                    |  |
| <b>1.2 Las habilidades matemáticas.....</b>  |  |
| <b>1.2.1 Vías para la formación y el desarrollo de las habilidades.....</b>                                      |  |
| <b>1.3 Habilidad resolver problemas matemáticos. Empleo del Programa<br/>Heurístico General.....</b>             |  |
| <b>1.4 Tareas docentes. Características y concepciones dominantes.....</b>                                       |  |
| <b>1.4.1 Características de las tareas docentes.....</b>   |  |
| <b>1.4.2 Concepciones dominantes.....</b>  |  |
| <b>CAPITULO II: TAREAS DOCENTES DIRIGIDAS A DESARROLLAR LA<br/>HABILIDAD RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS.....</b> |  |
| <b>2.1 Constatación inicial.....</b>   |  |
| <b>2.2 Características de la orientación de las tareas docentes concebidas.....</b>                              |  |
| <b>2.3 Ejemplos que tipifican la orientación de tareas docentes.....</b>   |  |
| <b>2.4 Resultados del experimento pedagógico.....</b>  |  |
| <b>CONCLUSIONES.....</b>   |  |
| <b>RECOMENDACIONES.....</b>  |  |
| <b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>   |  |
| <b>ANEXOS.....</b>   |  |

## **INTRODUCCIÓN.**

En las últimas décadas el Ministerio de Educación ha llevado a cabo el constante

perfeccionamiento del proceso de enseñanza aprendizaje, en este proceso los planes de estudio y programas se han encaminado a lograr una formación cualitativamente superior en todos los niveles de enseñanza.

La Enseñanza Media ha recibido particular atención, por ser la que garantiza la preparación necesaria de los adolescentes para enfrentar con éxito las exigencias que el desarrollo socioeconómico del país demanda.

Una de las prioridades de la educación en Cuba es alcanzar niveles óptimos en la formación matemática de los alumnos, lo que queda debidamente plasmado en el Programa Director que se aplica desde el curso escolar 1997 - 1998, que indica las habilidades matemáticas que deben ser atendidas con mayor fuerza, entre ellas la de resolución de problemas.

El programa actual de Matemática fue reelaborado en el curso escolar 1999-2000 tomando como punto de partida la definición de los Objetivos Formativos Generales y por grados para el nivel, lo cual llevó a la reorganización del sistema de conocimientos y habilidades del programa anterior. Dicho programa fue experimentado durante dos años y generalizado en el curso escolar 2002-2003. Está organizado en los tres grados atendiendo a los tres bloques de contenidos fundamentales para el nivel: aritmética, álgebra y geometría, en ese orden, y se entrelazan en él las líneas directrices con énfasis en la que expresa el planteo, formulación y resolución de problemas.

En este sentido, La tarea principal de la enseñanza de la Matemática consiste en transmitir a las nuevas generaciones los conceptos, proposiciones y procedimientos básicos de esta ciencia, de modo que los estudiantes aprecien el valor y la utilidad de esta información, puedan comunicar sus razonamientos matemáticos al acometer tareas en colectivo y adquieran capacidades que les permitan aplicar la Matemática en la identificación, planteo y resolución de problemas de diversa naturaleza, relacionados con su entorno y otras disciplinas del currículo.

La enseñanza de la Matemática con esta concepción científica y desarrolladora, tiene que promover un aprendizaje interactivo, reflexivo y cooperativo en todos los estudiantes.

En Matemática se asume la concepción de aprendizaje como un proceso activo, reflexivo y regulado a través del cual el sujeto que aprende se apropia de forma gradual, de una cultura acerca de los conceptos, proposiciones y procedimientos de esta ciencia, bajo condiciones de orientación e interacción social que le permiten apropiarse, además de las formas de pensar y actuar del contexto histórico social en que se desarrolla.

En la actualidad la resolución de problemas constituye uno de los campos más importantes de la investigación educativa ya que el estudiante se enfrenta a la generación y resolución de problemas, es socialmente relevante por el aporte que significa para su buen desempeño en la vida.

En investigaciones realizadas, en el período 1990-1996 sobre el desarrollo de la habilidad para resolver problemas matemáticos en la escuela media, se destacaron, entre otras, las siguientes dificultades en la formación matemática de los estudiantes:

1. Demuestran poca solidez en los conocimientos por lo que no logran su reproducción total o parcial;
2. Aunque algunos alumnos son capaces de reproducir los conceptos y teoremas son limitadas sus posibilidades para aplicarlos;
3. Las habilidades para escribir, en el lenguaje matemático, las ideas de la solución buscada son insuficientes.

Al analizar las dificultades señaladas se reconocieron múltiples causas. Algunas de ellas eran: la labor de dirección del proceso de enseñanza por los profesores y la forma en que estaban concebidos los programas de la asignatura.

La concepción de los programas en las últimas décadas no reflejaba con precisión la estructura sistémica del contenido, especialmente de las habilidades matemáticas, esto no permitía ver la asignatura más allá de bloques de contenidos (conceptos, teoremas y procedimientos) y de esta forma precisar cuál era la actividad más compleja que debía ejecutar el estudiante, para concebir posteriormente desde la planificación del proceso de enseñanza aprendizaje las acciones necesarias, no como eslabones individuales, sino como partes del sistema.

Particular interés en la búsqueda de soluciones pedagógicas a estos problemas lo tiene el lograr que el PGI alcance una preparación cada vez más profunda que le garantice comprender el contenido de la enseñanza. Esto quiere decir, que el PGI no limite su acción a que el alumno asimile conocimientos y habilidades de forma fraccionada que no le permita conformar un verdadero sistema y que, además, contribuya con ello a la formación de las convicciones que las propias posibilidades de utilización en la resolución de problemas han de aportar.

En la organización del proceso de enseñanza de la Matemática la comprensión clara del papel de cada unidad temática (tema o capítulo) permite al PGI reconocer que los objetivos de la asignatura en este nivel de sistematicidad del proceso alcanzan todas las condiciones para su cumplimiento, si se considera que los problemas que el alumno no aprende a resolver en este período de tiempo, resulta muy difícil que lo logre posteriormente cuando son desarrolladas otras unidades temáticas, en las que generalmente se exige lo ya aprendido.

Esta unidad organizativa del proceso de enseñanza aprendizaje merece especial atención cuando se analizan los componentes del proceso de enseñanza y su dinámica, porque, es en este marco, que se planifica y ejecuta el trabajo conjunto del profesor y los alumnos con el fin de dar cumplimiento a los Objetivos Formativos Generales.

La constatación efectuada, a través de diferentes comprobaciones realizadas a los estudiantes de 7.º grado de la ESBE: "Eliseo Reyes Rodríguez" ha servido para corroborar la pobre preparación que presentan para enfrentar ejercicios de aplicación, particularmente aquellos que constituyen problemas, detectándose las serias limitaciones para la búsqueda de una vía de solución y principalmente las insuficiencias que tienen para argumentar y llegar a conclusiones como resultado de la idea de solución escogida, unido al hecho de que las habilidades matemáticas no alcanzan el nivel de fijación que satisfaga los objetivos del actual programa de Matemática.

Las reflexiones anteriores han servido de base para plantear como problema científico de esta investigación:

## **¿Cómo contribuir al desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos en los estudiantes de 7. grado de la ESBE:"Eliseo Reyes Rodríguez"?**

**El objeto de la investigación** es el proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura Matemática en 7.grado y **el campo de acción** es el desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos.

El objetivo de la investigación es:

**Aplicar tareas docentes que contribuyan al desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos en los estudiantes de 7. Grado de la ESBE: "Eliseo Reyes Rodríguez".**

Para el cumplimiento del objetivo se propuso dar respuesta a las siguientes preguntas científicas:

- ¿Qué fundamentos teóricos sustentan el trabajo con el desarrollo de la habilidad resolver problemas en el Proceso de Enseñanza de la Matemática?
- ¿Qué insuficiencias existen en los estudiantes de 7.grado de la ESBE: "Eliseo Reyes Rodríguez" en relación al desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos?
- ¿Qué tareas docentes permiten el desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos en los estudiantes de 7.grado de la ESBE:"Eliseo Reyes Rodríguez"?
- ¿Qué resultados se obtendrán con la aplicación de las tareas docentes para el desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos en los estudiantes de 7.grado de la ESBE:"Eliseo Reyes Rodríguez"?

Las tareas científicas desarrolladas son:

1. Sistematización de los fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos.
2. Diagnóstico del estado real de los estudiantes de 7.grado de la ESBE" Eliseo Reyes Rodríguez" en relación al desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos.

3. Elaboración de tareas docentes para el desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos en los estudiantes de 7.º grado de la ESBE: "Eliseo Reyes Rodríguez".
4. Constatación de la efectividad de las tareas docentes para el desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos en los estudiantes de 7.º grado de la ESBE: "Eliseo Reyes Rodríguez".

Los métodos de investigación aplicados son los siguientes:

#### **Métodos teóricos.**

- Método analítico-sintético: para estudiar los componentes del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, los componentes de la habilidad para resolver problemas matemáticos y las habilidades matemáticas básicas.
- Método de análisis histórico y lógico: para analizar diferentes posiciones y tendencias sobre la formación y el desarrollo de habilidades matemáticas.
- Método de enfoque sistémico: para fundamentar el enfoque de sistema de las habilidades matemáticas.

#### **Métodos empíricos.**

- Observación: observar el desempeño de los estudiantes seleccionados de manera intencional en relación a las acciones principales que realizan para resolver problemas matemáticos.
- Entrevista a estudiantes: Para determinar las causas por las cuales no saben resolver problemas.
- Experimento pedagógico: Para validar la efectividad de la aplicación de tareas docentes dirigidas al desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos.

#### **Métodos matemáticos y estadísticos.**

Se utilizó de la estadística descriptiva para el procesamiento y análisis de los datos, tablas de distribución de frecuencias para organizar la información obtenida y determinar el comportamiento de los diferentes indicadores en los estudiantes seleccionados.

Se utilizaron además cálculos aritméticos para determinar el avance por estudiantes en cada indicador medido.



**Decisión muestral:** Para el desarrollo de la investigación seleccionamos a los estudiantes de 7.º grado de la ESBE: "Eliseo Reyes Rodríguez" como población e intencionalmente una muestra representativa perteneciente al grupo 1 integrada por siete varones y ocho féminas con las características típicas del adolescente aunque algunos conservan conductas y rasgos propios de la niñez.

**Conceptualización de términos:**

**Tareas docentes:** aquellas actividades orientadas para que el alumno las realice en clases o fuera de estas que implican la búsqueda y adquisición de conocimientos, el desarrollo de habilidades y la formación integral de la personalidad.

**Habilidad resolver problemas matemáticos:** es la construcción y dominio, por el alumno, de los modos de actuar y métodos de solución de problemas utilizando los conceptos, teoremas y procedimientos matemáticos, en calidad de instrumentos y las estrategias de trabajo heurístico para la sistematización de esos instrumentos en una o varias vías de solución.

**Variable independiente:** tareas docentes.

**Variable dependiente:** habilidad resolver problemas matemáticos.

**Operacionalización de la variable dependiente:**

**Dimensiones:**

**1. Comprensión del texto del problema.**

**Indicadores:**

- Reproduce el contenido con sus palabras.
- Reconoce palabras claves y términos desconocidos.
- Identifica lo dado y lo buscado.

**2. Búsqueda de la idea de solución. (reflexión sobre los medios y la vía)**

**Indicadores:**

**Reflexión sobre los medios:**

- Busca analogías de solución.
- Relaciona el problema con conceptos, teoremas o procedimientos matemáticos conocidos.

**Reflexión sobre la vía:**

- Analiza la vía principal de solución mediante fórmulas, ecuaciones o el cálculo.

- Determina el plan de solución.

### **3. Ejecución del plan de solución.**

#### **Indicadores:**

- Representa la solución del problema.
- Resuelve las operaciones indicadas, las ecuaciones o fórmulas obtenidas con seguridad y exactitud.

### **4. Comprobación de la solución.**

#### **Indicadores:**

- Reflexiona acerca de los resultados obtenidos.
- Analiza críticamente si la solución es lógica.
- Redacta literalmente la respuesta.

### **5. Reflexión sobre los métodos aplicados. (Comprobación de la vía)**

#### **Indicadores:**

- Analiza cómo logró el resultado.
- Busca otras vías de solución.

La novedad radica en la concepción de las tareas docentes elaboradas en las que además de integrarse los componentes del Proceso de Enseñanza Aprendizaje y plantearse nuevas exigencias a los estudiantes, estos utilizan el modelo guía de actuación y el Profesor General Integral la técnica de estimulación "Necesitamos comprender y analizar problemas matemáticos" lo cual constituye una vía de solución al problema de investigación.

El aporte práctico de la investigación está dado en la aplicación de tareas docentes con un procedimiento metodológico de orientación en el que se utiliza un modelo guía de actuación unido a la aplicación de la técnica de estimulación "Necesitamos comprender y analizar problemas matemáticos" concebido para el desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos, con una concepción sistémica lo cual constituye una necesidad y se constata en la práctica escolar.

La tesis cuenta con una introducción, dos capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos.

En el Capítulo I titulado "La resolución de problemas. Formación y desarrollo de las habilidades" se ofrece un resumen que resulta del análisis crítico realizado de la bibliografía especializada consultada que sirve de fundamento al problema de investigación. Se dedica al análisis de lo que significa la resolución de problemas en el aprendizaje de la Matemática, el concepto de habilidad cómo ha sido tratado por diferentes autores, la habilidad resolver problemas matemáticos y los fundamentos que sustentan el trabajo con las tareas docentes.

En el Capítulo II titulado "Tareas docentes dirigidas a desarrollar la habilidad resolver matemáticos" se muestran los resultados obtenidos en el diagnóstico inicial, las características de la orientación de las tareas docentes concebidas para el desarrollo de la habilidad resolver problemas, los ejemplos que tipifican la orientación de estas y los resultados del experimento pedagógico realizado.

Los anexos aportan información acerca del procesamiento estadístico realizado a partir de los datos obtenidos utilizando las tablas de frecuencia, además, muestra los instrumentos aplicados y los resultados de estos utilizando también cálculos aritméticos.

## **CAPÍTULO I: LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. FORMACIÓN Y DESARROLLO DE HABILIDADES.**

### **1.1. La resolución de problemas en el aprendizaje de la matemática.**

En palabras de Doris Castellanos (2002) "... el aprendizaje tiene, al mismo tiempo, una naturaleza individual: sus mecanismos son sumamente personales y constituyen un reflejo de la individualidad de cada personalidad. El perfil singular de las potencialidades y deficiencias (fuerzas y debilidades) del aprendiz, sus capacidades, ritmos, preferencias, estrategias y estilos de aprendizaje, unidos a la historia personal, los conocimientos previos y la experiencia anterior (que va conformando un conjunto de concepciones, actitudes, valoraciones y sentimientos con respecto al mismo), condicionan el carácter único e individual de los procesos que pone en juego cada persona para aprender" (Castellanos Simons, D. et. al, 2002, p. 26).

Al referirse a lo esencial del quehacer matemático son muchos los que han insistido, en diferentes épocas, en que "hacer matemáticas es por excelencia resolver problemas", que resolver problemas no es repetir conceptos o procedimientos, es construir el conocimiento matemático, buscarlo y utilizarlo. (Educación Matemática, 1992, p.5)

Desde la década de los setenta ha sido una tendencia en la enseñanza de la Matemática la de fortalecer la habilidad para plantear y resolver problemas, antecedido de un fuerte movimiento de innovación surgido en los años 60 con la introducción de la matemática moderna que ubicó en un primer plano el estudio de estructuras algebraicas abstractas, lo que acentuó los aspectos lógicos sobre los aspectos prácticos y los ejercicios formales en detrimento de los problemas prácticos.

El objeto de la actividad matemática en esta etapa estuvo más encaminado a la comprensión de las estructuras matemáticas, el rigor en la fundamentación de proposiciones y, en menor medida, a la resolución de problemas, lo que tuvo sus antecedentes en los auges del formalismo que presenta a la Matemática como un cuerpo estructurado de conocimientos que tiene como criterio de validación de los resultados el marco axiomático deductivo.

Al trabajar exclusivamente con las formas y las relaciones entre los objetos matemáticos, el formalismo se inclina a ignorar el significado de esos objetos y, si bien se han reconocido los aportes en el desarrollo de la Ciencia Matemática en este siglo a partir de esta concepción, sus consecuencias, en la práctica educativa, no se han correspondido, según los estudios realizados por autores como M. De Guzmán, L. Moreno, G. Waldegg, A. Schoenfeld y otros.

La necesidad de cultivar la intuición, en particular la intuición espacial, a partir de la crítica a la exageración en el estudio de las estructuras abstractas de la Matemática ha ocupado desde los años 80 la atención de investigadores que han fundamentado el hecho de que la Ciencia Matemática en su propio decursar histórico se reconoce como cuasiempírica por las múltiples posibilidades de solución de problemas de las ciencias naturales, económicas, sociales, etc. y que es en la actividad productiva de los hombres que surgieron las matemáticas y que los nuevos conceptos y métodos se formularon, en lo esencial, bajo la influencia de las ciencias naturales. (Ribnikov, 1987, p.12)

En la intención de señalar las tendencias generales en el panorama educativo de la matemática M. De Guzmán expone como los aspectos más interesantes los siguientes:

- ¿Qué es la actividad matemática?
- La educación matemática como proceso de “inculturación”.
- Continuo apoyo en la intuición directa de lo concreto. Apoyo permanente en lo real.
- Los procesos del pensamiento matemático. El centro de la educación matemática.
- Los impactos de la nueva tecnología.
- Conciencia de la importancia de la motivación.

En estas tendencias se resalta la necesidad de que la filosofía de la matemática contemporánea se fundamente a partir del carácter cuasiempírico de la actividad matemática a partir de los trabajos de Y. Lakatos, el papel de esta ciencia en la cultura de la sociedad y la insistencia en que la Matemática es saber hacer, es “una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido” y, por

tanto, los esfuerzos se encaminan a la transmisión de estrategias heurísticas adecuadas para la resolución de problemas, más que a la transmisión de teorías ya acabadas.(De Guzmán, M. 1992, p.12)

El concepto de problema es comprendido, en la Didáctica, como una situación inherente a un objeto, que induce una necesidad en un sujeto que se relaciona con dicho objeto y que sirve como punto de partida, tanto para el diseño, como para el desarrollo del proceso docente educativo, lo que significa, según C. M. Álvarez de Zayas, que en el desarrollo del proceso docente educativo el problema es el punto de partida para que en su solución el alumno aprenda a dominar la habilidad y se apropie del conocimiento.(C. Álvarez, 1984, p.130)

Es importante en esta investigación la relación que establece este autor entre las categorías problema y habilidad.

Como se indica, resolver problemas es considerado, actualmente, una actividad de especial importancia en el proceso docente educativo, por su valor instructivo y formativo. Lo esencial para comprender la particularidad de esta actividad está en la idea siguiente: resolver un problema es hacer lo que se hace cuando no se sabe qué hacer pues si se sabe lo que hay que hacer ya no hay problema. Esto, evidentemente, rompe con la idea de que sea una actividad basada en la repetición de acciones o estrategias ya asimiladas y deja claro el reto de que el individuo se enfrenta a situaciones que lo deben poner a prueba, por su novedad, por la diversidad de posibilidades al cambiar las condiciones en que se manifiesta esa situación.

El concepto de problema, el Dr. C. Ballester Pedroso lo define como un ejercicio que refleja, determinadas situaciones a través de elementos y relaciones del dominio de las ciencias o la práctica, en el lenguaje común y exige de medios matemáticos para su solución; se caracteriza por tener una situación inicial (elementos dados, datos) conocida y una situación final (incógnita, elementos buscados) desconocida, mientras que su vía de solución también desconocida se obtiene con ayuda de procedimientos heurísticos.(Ballester et al., 1992, p.407)

En este concepto se concentra la atención en el aspecto de la formulación o presentación de la situación (de la práctica o de los dominios de las ciencias) en

un lenguaje común, no teniendo en cuenta las situaciones que dentro de la matemática constituyen verdaderos problemas para el alumno (no disponen de vías inmediatas de solución) y pueden estar descritas con una orden muy directa o planteadas en el lenguaje propio de la disciplina. De igual manera no se tiene en cuenta que para que exista un problema además del aspecto objetivo señalado, hay que considerar el aspecto subjetivo, la disposición, motivación e interés de ese alumno por darle solución.

En los estudios más recientes sobre este concepto se destaca la atención al aspecto objetivo del sujeto que aprende, considerando lo que debe saber hacer (métodos, procedimientos) y también los factores afectivos y volitivos que se comprometen en la resolución de problemas. Como señalan L. Campistrous y C. Rizo el problema es “toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo”, pero que en su solución hay al menos dos condiciones necesarias: la vía de solución tiene que ser desconocida y el individuo quiere hacer la transformación, es decir, quiere resolver el problema. (Campistrous y Rizo, 1996, p. IX-X)

Con relación al papel de la resolución de problemas en el proceso de enseñanza aprendizaje, en nuestro país, se han realizado investigaciones entre las que se destacan los trabajos del psicólogo Alberto Labarrere, el pedagogo Carlos M. Álvarez de Zayas y los doctores Luis Campistrous Pérez y Celia Rizo Cabrera. Resulta un importante antecedente en esta investigación el estudio realizado por A. Labarrere sobre la solución de problemas y el aprendizaje del escolar que se fundamenta en la doble función que realizan los problemas en la enseñanza de cualquier asignatura: la función de asimilación de conocimientos, de fortalecimiento y comprobación de los mismos por un lado, y la función educativa y de desarrollo por otro. (A, Labarrere, 1998, p.16)

En los resultados de estas investigaciones en nuestro país se concluye que las dificultades para la solución independiente de problemas están relacionadas con algunas deficiencias que aún subsisten en la estructuración de la enseñanza y, en particular, en la enseñanza de la solución de problemas. Se valoran los avances significativos en la función del problema como medio para la asimilación de los

conocimientos de las asignaturas y, por el contrario, los pocos avances en la función de desarrollo del pensamiento del escolar, lo que consideramos estaba relacionado con las concepciones en que se fundamentaba la lógica y estructura del proceso docente en la escuela media.

Esto lo corrobora A. Labarrere cuando plantea: "para que la enseñanza de la solución de problemas permita a la vez asimilar conocimientos, formar hábitos y habilidades y desarrollar el pensamiento del alumno, es necesario concebirla y estructurarla de una forma determinada, especialmente planificada, con objetivos de desarrollo claramente formulados" (A, Labarrere, 1998, p.18). En esta posición queda claro que lo esencial se concentra en la organización y conducción de la enseñanza para que el alumno asimile y forme procedimientos de enfoque y transformación de los problemas.

C. Álvarez (1984) al referirse a la organización del proceso docente lo concibe de modo tal que el estudiante esté permanentemente motivado en adquirir nuevos conocimientos y que para lograrlo debe estar consciente de que el nuevo contenido le es imprescindible para enfrentar las futuras tareas.

El procedimiento docente que, en su criterio, más se adecua a este proceso docente es el planteamiento de problemas, que el nuevo contenido se ofrezca como resultado de la selección de una situación problémica.

La organización de este proceso docente la fundamenta a partir del modo en que la humanidad se ha desarrollado, es decir, "el hombre se enfrenta a un problema y se percató que el nivel de conocimiento que poseía le es insuficiente para resolverlo y, mediante complejos procesos de la actividad práctica y mental, enriquece el conocimiento de su objeto de trabajo a la vez que soluciona el problema", concluyendo con la idea de que los objetivos que el profesor plantea a los estudiantes implican la resolución del problema.(C. A de Zayas, 1984, p.130)

Sobre la comprensión del contenido de la enseñanza, Carlos M. Álvarez destaca que el contenido que se escoge es el que como sistema permite cumplir los objetivos y satisfacer el problema planteado, priorizando el núcleo en el que se ubican los elementos esenciales que constituyen las invariantes de las habilidades con la ayuda de las cuales se va desarrollando el sistema de conocimientos.



El núcleo de la teoría es conformado por los conceptos, leyes, regularidades y modelos que constituyen la esencia del sistema de conocimientos y son la base de la formación de convicciones. (C. A de Zayas, 1984, p.131)

De la teoría de este pedagogo cubano resaltamos el papel asignado a la motivación asociado al planteamiento y solución de problemas; la estructuración del sistema de conocimientos sobre la base de un núcleo, que constituyen las invariantes de las habilidades; la organización del proceso docente la concibe siguiendo la lógica de la ciencia y la reafirmación de que el conocimiento se adquiere en la actividad.

Destacamos en este caso cómo se sitúa en un primer plano determinar qué va a hacer el estudiante con el concepto, la ley, la regularidad o el modelo; es decir, comprender los elementos esenciales del contenido, el sistema de acciones y operaciones que le permiten resolver problemas y adquirir, desarrollar y perfeccionar ese sistema de conocimientos.

En las investigaciones realizadas por los Doctores L. Campistrous y C. Rizo sobre el aprendizaje de la resolución de problemas destacan algunas barreras que existen, para la resolución de los problemas aritméticos, que consideramos deben ser tenidas en cuenta de modo general.

Dichas barreras se concentran en: la excesiva actuación del maestro, el alumno no logra formas de actuación generalizadas, los problemas se utilizan en función del desarrollo de habilidades y no como objeto de enseñanza en sí mismos, no se enseñan técnicas de trabajo, los parámetros de dificultad para los problemas son pocos precisos y no se trabajan los significados prácticos. (Campistrous y Rizo, 1996, p. X-XI)

Si bien el estudio se basa en los problemas aritméticos, en esas barreras se expresan importantes limitaciones que consideramos afectan el objetivo de la formación matemática general que es preparar a los alumnos para resolver problemas lo que se atiende con la propuesta de técnicas que guíen la actividad de aprendizaje.

A continuación se expone el análisis crítico de cada uno de los enfoques o tendencias más importantes de la enseñanza por problemas realizado por estos

autores. (Campistrous y Rizo, p.99)

**Enseñanza problémica** consiste en problematizar el contenido de enseñanza, de tal forma que la adquisición del conocimiento se convierte en la resolución de un problema en el curso de la cuál se elaboran los conceptos, algoritmos o procedimientos requeridos. Está muy elaborada desde el punto de vista didáctico y tiene un cuerpo categorial muy estructurado. En esta forma de enseñanza poco se deja a la improvisación. Se supone la forma en que debe proceder el alumno y es como si el hilo conductor del pensamiento del maestro determinara la actividad del alumno.

**La enseñanza por problemas** que consiste en el planteamiento de problemas complejos en el curso de cuya solución se requieren conceptos y procedimientos matemáticos que deben ser elaborados. Este procedimiento resulta complejo de realizar, en su mayoría los problemas se limitan a una función motivacional y a aportar un contexto en el que adquieren sentido los conceptos y procedimientos matemáticos que se pretenden estudiar.

**La enseñanza basada en problemas** que consiste en el planteo y resolución de problemas en cuya resolución se produce el aprendizaje. En este caso no se trata de problematizar el objeto de enseñanza ni de plantear problemas complejos que requieran de nuevos conocimientos matemáticos, más bien se trata de resolver problemas matemáticos relacionados con el objeto de enseñanza, sin confundirse con él, y que van conformando hitos en el nuevo aprendizaje.

Consideramos que este procedimiento tiene que ver mucho con la creatividad del docente y sobre todo con la independencia y capacidad de los alumnos.

**La enseñanza de la resolución de problemas** es otra de las formas que adopta el Problem solving en los EEUU, que debe ser bien diferenciada de las anteriores, y que se ha difundido mucho mediante los textos que enuncian y practican "estrategias" para resolver problemas y después plantean problemas para aplicarlas. Esta nueva forma es otra tarea urgente, independiente de las anteriores y que, en rigor, debe precederlas. Incluso se han elaborado textos sobre "estrategias" con este enfoque, que a veces resulta bien alejado del espíritu de lo que Polya preconizaba, aunque supuestamente se basan en él.

Esta investigación se ubica en el problema abierto que se plantea en la tendencia de **la enseñanza de la resolución de problemas** al encaminarse en el sentido de una propuesta de tareas docentes dirigidas al desarrollo de la habilidad resolver problemas empleando el programa heurístico general, que se detallara más adelante.

Por su parte, Fredy González expresa que un sujeto está ante una situación problemática cuando, estando motivado (u obligado por las circunstancias académicas, personales o vitales) para alcanzar un determinado objetivo, se encuentra impedido o frustrado, de modo temporal para lograrlo. Significa entonces que el sujeto ha de estar consciente de la existencia de la situación y de que desea o necesita actuar para superar la situación. (González, 1987, p.252) La diferencia que enmarca este autor entre los conceptos de problema y de ejercicio se sustenta en los objetivos que cada uno se propone. Los ejercicios se proponen para el aprendizaje de hechos y habilidades específicas y los problemas permiten la adquisición de enfoques generales que ayudan a enfrentar situaciones matemáticas diversas, ayudan a “aprender a aprender”. (González, 1987, p.252) En este sentido, el estudio del pensamiento matemático, la actividad matemática y la resolución de problemas, en su interrelación, revela en los trabajos de A. H. Schoenfeld, cuatro categorías que ayudan a dilucidar cómo el sujeto entiende la Matemática y por qué es más importante que la entienda a que la ejercite:

- Los **recursos** se refieren a los conocimientos matemáticos que el sujeto posee y cómo accede a ellos para su utilización.
- La **heurística** se refiere a las estrategias matemáticas generales para resolver exitosamente problemas, teniendo en cuenta la naturaleza de cada una y el tipo de conocimiento que requiere para implementarlas.
- El **control** se refiere a cómo lograr un hacer competente y poder evaluar de qué depende la actuación matemática.
- El **sistema de creencias** se refiere al conjunto de entendimientos acerca de qué es lo que la Matemática establece y el contexto psicológico en el que el sujeto hace Matemática, aquí se argumenta que la visión matemática de las personas determina su orientación hacia los problemas, los instrumentos y cómo las

técnicas en las cuales la persona cree son relevantes, incluso su acceso inconsciente está potencialmente relacionado constituyendo un material útil. (Schoenfeld,1985)

Consideramos que, las categorías descritas, reflejan más la responsabilidad del alumno, y no del profesor, en el proceso de enseñanza aprendizaje, aquellas condiciones que él debe ser capaz de desplegar para poder enfrentar el objetivo formativo fundamental que es resolver los problemas, que en cada nivel de su desarrollo se plantean.

Resulta por tanto, un aspecto de interés en la labor docente metodológica de los PGI, el estudio de las condiciones que poseen los alumnos para encontrar vías de solución, para construir o utilizar estrategias de razonamientos, elaborar esquemas, y particularmente cuál es su disposición para enfrentar los procesos de búsqueda de forma individual o colectiva.

Son importantes las cualidades que se han atribuido a la resolución de problemas como: la flexibilidad del pensamiento, el afán por lograr un objetivo, la constancia, la tenacidad, la capacidad de generalización y transferencia de los conocimientos, etc. Por lo que la resolución de problemas no se reduce sólo al uso y asimilación de diferentes métodos o estrategias heurísticas como resultado de resolver un gran número de ellos.

Estudiosos de este tema como M. de Guzmán, A. H. Schoenfeld, L. M. Santos, J. Arrieta, R. Valenzuela, J. Gascón, etc. han reconocido el proceso de resolver problemas como un importante modo de comprender y profundizar en la actividad matemática y proponen enseñar a través de este método, lo que implica implementar actividades que propicien, al alumno, condiciones similares al proceso de desarrollo de la Matemática.

La perspectiva constructivista, que comprende el problema como fundamento y medio de aprendizaje, pretende que el maestro organice el proceso de enseñanza aprendizaje a partir de una situación inicial que toma un sentido y un determinado contexto y que el alumno transformará con la adquisición del nuevo conocimiento.

La llamada nueva metodología “resolviendo problemas” que según L. Santaló consiste en iniciar el avance de los conocimientos matemáticos, planteando

problemas comprensibles con los conocimientos previamente adquiridos y que sean suficientemente motivadores para despertar el interés de los alumnos, y que al mismo tiempo necesiten nuevos conocimientos para su solución; es una expresión de los resultados que se han alcanzado en la Didáctica de la Matemática y citando a M. de Guzmán y B. Rubio reafirma la conveniencia didáctica de presentar, en primer lugar, las situaciones que por su interés han dado lugar a las estrategias, técnicas y métodos de pensamiento. (Santaló, L, p.104)

El análisis, en particular, de los programas de enseñanza de la Matemática en la escuela media cubana en las últimas décadas, conduce a la conclusión de que los problemas aparecían al finalizar el estudio de los elementos teóricos de los temas, se prestaba más atención al aprendizaje de procedimientos y a la solución de problemas aislados con el propósito de relacionar estos procedimientos.

Los objetivos de la asignatura en el actual Modelo de Secundaria Básica exigen del estudiante resolver problemas propios de las diferentes asignaturas y de la vida cotidiana, por medio del empleo de estrategias de aprendizaje y técnicas específicas, la aplicación de conocimientos y el desarrollo de procedimientos lógicos.

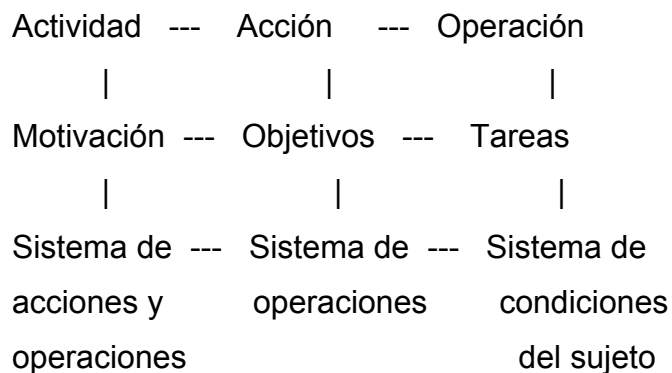
## **1.2 Las habilidades matemáticas.**

Dentro de la psicología marxista leninista la categoría actividad ocupa un importante lugar. La actividad humana está conformada por diferentes procesos mediante los cuales, el hombre, respondiendo a sus necesidades, se relaciona con la realidad, es decir, con la naturaleza.

Algunos psicólogos como S. L. Rubinstein, L. S. Vigotski, D.N. Uznadze, A. N. Leontiev y A. V. Petrovski desarrollaron importantes ideas acerca de la estructura de la actividad que revelan la relación motivo - objetivo y los tránsitos recíprocos entre las distintas unidades de la actividad.

La actividad humana tiene un carácter objetual y por dicho carácter está indisolublemente ligada a su motivo que le confiere a la actividad de la personalidad su dirección, orientación y sentido para el sujeto.

De ahí que la actividad que constituye la vida humana esté formada por actividades específicas de acuerdo al motivo que las induce. Cada una de ellas está compuesta por acciones que son procesos subordinados a objetivos, cuyo logro conduce al objetivo general de la actividad como expresión consciente del motivo de la misma. A su vez, las acciones transcurren a través de operaciones que son formas de realización a tenor de las condiciones orientadas para el logro de los objetivos. Esta es la estructura general de la actividad de la personalidad. (Brito, 1987, p.51)



El análisis de una actividad debe iniciarse por la delimitación de la actuación que el que la realiza debe cumplir para resolver la tarea que se le plantea, para luego pasar a la separación de las acciones que la forman y, después, al análisis estructural y funcional del contenido de cada una de ellas, que es lo que permite, como análisis sistémico, revelar sus componentes, vínculos, interrelaciones y dependencias para asegurar el logro del objetivo de la actividad de la que forman parte.

Muchos de estos psicólogos han orientado su estudio hacia las formas de asimilación de la actividad que se explican a través de los conceptos de hábitos, habilidades y capacidades y se caracterizan por reflejar diferentes niveles de dominio de las unidades estructurales: operación, acción y actividad, respectivamente.

Por la importancia que tiene el estudio de estos conceptos en el proceso docente educativo se ha destacado la atención al análisis de las acciones del alumno que

conlleven a asimilar conocimientos, hábitos y habilidades que le permiten adoptar formas de conducta y tipos específicos de actividad para el logro de un objetivo determinado.

La expresión de las formas de asimilación de la actividad humana, dada a través de los conceptos de hábitos, habilidades y capacidades, explica estos conceptos a partir del nivel de perfeccionamiento que se alcanza en el dominio de sistemas de acciones y operaciones que conforman una determinada actividad.

Sobre el concepto de habilidad son conocidos los estudios realizados por L. F. Spirin en su libro *Formación de las habilidades profesionales del maestro*, en el que selecciona 22 definiciones dadas por autores como O. A. Abdulina, E. I. Boiko, I. M. Viktorov, N. V. Kuzmina, A. N. Leontiev, K. K. Platonov, A. A. Stepanov y otros, que expresan las dos principales tendencias en la evolución de este concepto: los que definen la habilidad como un hábito culminado y los que la definen como una acción creadora en constante perfeccionamiento. El estudio de éste y otros trabajos sobre el tema, indica la mayor tendencia al segundo grupo, tanto en psicólogos como en pedagogos.

Derivado de esta tendencia una de las definiciones más difundida en nuestro país es la que señala que las habilidades constituyen el dominio de acciones (psíquicas y prácticas) que permiten una regulación racional de la actividad, con ayuda de los conocimientos y hábitos que el sujeto posee. (Brito, 1997, p.51)

Las habilidades se forman con la sistematización de las acciones subordinadas a un fin consciente y se desarrollan sobre la base de la experiencia del sujeto, de sus conocimientos y de los hábitos que posee; pero los conocimientos se manifiestan o expresan concretamente en las habilidades, en la posibilidad de operar con ellos, de ahí que se les denomine como instrumentación consciente en la manifestación ejecutora de la actuación de la persona en un contexto dado.

En general, muchos de los autores citados asumen que la habilidad es resultado de la asimilación de conocimientos y hábitos por lo que prestan la mayor atención a su estructura funcional y se ocupan menos de cómo actúa el sujeto con esos conocimientos y hábitos en los diferentes niveles de sistematicidad del contenido.

Especialmente importante es el hecho de que la actuación del sujeto se motiva por un fin consciente que consideramos ha de estar relacionado con el contexto que brinda el problema que se propone resolver.

Al hablar de la metodología de la enseñanza y la metodología del aprendizaje se debate la idea de que no basta con transmitir o apropiarse de los conocimientos, sino que a la persona que aprende hay que modelarle las condiciones necesarias para que aprenda a aprender, o sea, desarrollar las potencialidades metacognitivas. (Bermúdez,1996, p.44)

Coincidimos, con esta idea, en que la metodología de la enseñanza ha de estar dirigida a lograr que el estudiante construya sus propios mecanismos, métodos, técnicas, procedimientos de aprendizaje; por lo que la tarea fundamental es la dirección del proceso de construcción de conocimientos y los métodos a emplear por el alumno, la construcción de los modos de actuación que le posibilitan enfrentar las tareas docentes, entre ellas la resolución de problemas. (Bermúdez, 1996, p.44)

El concepto de habilidad matemática que se maneja se analizará a continuación a la luz de esta posición.

En el libro de Metodología de la enseñanza de la Matemática para la escuela primaria (1975), de autores alemanes (de la antigua RDA), se entiende por habilidades matemáticas “los componentes automatizados que surgen durante la ejecución de acciones con un carácter preferentemente matemático y que posteriormente pueden ser empleados en acciones análogas”(Geissler,1975,p.41). Evidentemente, queda limitada la habilidad matemática a la repetición de la misma forma de acción que con la automatización puede ser incorporada a formas más complejas como acciones parciales. Esto ha conducido a la idea de que la formación y desarrollo de una habilidad matemática se alcanza con la formación de determinados patrones cuando se propone la ejercitación con grupos de ejercicios similares sin que necesariamente se reflexione sobre las posibilidades de utilización en situaciones diferentes, en una diversidad de contextos.

Este concepto limita su aplicación a actividades como la resolución de problemas, en el sentido ya explicado, si se tiene en cuenta que no se trata de situaciones



análogas, ni se trata de automatizar acciones a partir de la repetición de una misma forma de acción, por lo que es conveniente hacer precisiones sobre el concepto que comprenda el sentido de la habilidad matemática en toda su complejidad y niveles de sistematicidad de la actividad matemática.

Las habilidades matemáticas son definidas como “un complejo formado por conocimientos específicos, sistemas de operaciones y conocimientos y operaciones lógicas”. Por lo que se consideran tres componentes fundamentales: los conocimientos matemáticos, los sistemas de operaciones de carácter matemático y los conocimientos y operaciones lógicas.

En este concepto la habilidad puede ser comprendida más a partir de todo aquello que la conforma en el plano estructural y de las operaciones lógicas, como un complejo aislado, y no por lo que representa en la actuación del alumno para enfrentar las tareas docentes, la resolución de uno u otro problema.

En el libro de Metodología de la enseñanza de la Matemática en la escuela primaria (1992) de un colectivo de autores cubanos se asume la habilidad como “las acciones que el sujeto debe asimilar y, por tanto, dominar en mayor o menor grado y que, en esta medida, le permiten desenvolverse adecuadamente en la realización de determinadas tareas” (1992, p.88). Asumen las habilidades como modos de actuación que se forman y desarrollan en la actividad a través de los siguientes momentos:

- Comprensión del modo de actuar y del orden en que deben realizarse las acciones.
- Asimilación de forma consciente del modo de actuación.
- Fijación del modo de acción asimilado, a través de la repetición.
- Aplicación de las habilidades adquiridas a otras situaciones más complejas desde el punto de vista del contenido y en la adquisición de nuevos conocimientos.

Estos momentos expresan un proceso en el que el alumno llega a apropiarse de un modo de actuación, a la formación de un hábito, cuando se señala como esencial la repetición de la acción con la misma dificultad hasta lograr su automatización, aunque queda positivamente planteada la idea de que deben

variarse las condiciones del ejercicio y aumentar las dificultades, destacando también el papel importante del lenguaje matemático, no sólo como medio de comunicación sino como una forma de pensamiento.

El poder matemático está formado por los hábitos, habilidades y capacidades específicas de la asignatura, desarrollados por los alumnos para operar con los conocimientos adquiridos y darles aplicación, así como las normas de conducta y cualidades de la personalidad. (1992, p.88).

Sin embargo, en la discusión de este tema no se esclarece el concepto de habilidad matemática ni se expresan explícitamente estrategias metodológicas para dirigir el proceso de su formación y desarrollo, aún cuando se reconoce, basado en principios de la psicología marxista leninista, que este proceso de formación y desarrollo de las habilidades matemáticas se rige por el principio de la sistematicidad y el carácter científico de la enseñanza.

En investigaciones relacionadas sobre este tema H. González presenta un criterio para clasificar las habilidades matemáticas que toma como punto de partida la idea de que hacer matemáticas “es el reflejo de una o de un subconjunto de habilidades específicas, entonces el sistema así planteado es un conjunto de habilidades matemáticas específicas, estrictamente secuenciadas en la acción”. (H, E, González, 1993, p.49)

La clasificación se presenta a partir de tres etapas en el proceso de enseñanza aprendizaje: el proceso del hacer matemático asociado al uso de definiciones matemáticas, las asociadas a las generalizaciones matemáticas y las relacionadas con el quehacer matemático terminal que es la resolución de problemas, tanto teóricos como prácticos.

Si bien, la clasificación comprende lo esencial de lo que este autor define como hacer o quehacer matemático, las tres etapas se diseñan con un enfoque conductista al considerar que el alumno, en un proceso gradual, formará las habilidades sobre conceptos, luego sobre teoremas, propiedades y posteriormente resolverá problemas, afirmando que cualquier trastorno a esta secuencia sólo contribuye a dañar el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática.

Como se observa, el concepto de habilidad se ha enmarcado en dos momentos históricos. En uno de ellos la habilidad se asociaba a la automatización de sistemas de acciones, a su repetición, por tanto, a lo que actualmente se define como hábito. Sin embargo, ha habido una importante tendencia en los últimos años que identifica la habilidad como proceso y resultado de perfeccionamiento de los modos de actuación correspondientes a una actividad determinada, lo que sin dudas acerca esta categoría a la capacidad.

El concepto de habilidad se asume en la tendencia que la reconoce como una acción creadora en constante perfeccionamiento que parte desde el proceso de construcción del modo de actuar y se domina en la medida en que se aplica en la solución de situaciones diferentes, novedosas.

El dominio del modo de actuar, que constituye en un momento la meta a alcanzar, se contextualiza cuando se utiliza como un método o instrumento para enfrentar una nueva situación y siempre que dicha situación se modifique, poder interpretarla y encontrarle vías de solución.

El análisis de las tendencias pedagógicas contemporáneas, tomando como base el protagonismo del alumno, no solo en la construcción del conocimiento, también en las convicciones, valores, sentimientos, que conforman el modo de actuación que la resolución de problemas es un importante fundamento considerado en esta investigación.

El enfoque histórico cultural, en el que se sustenta el sistema educativo cubano, toma como premisa la relación enseñanza - desarrollo, es el elemento de partida en el análisis del papel del profesor, en su intervención pedagógica y en la dirección del aprendizaje de sus alumnos, en un contexto socializado dentro de la clase y fuera de ella, a través de métodos que estimulen el interés, la disposición y el compromiso en el enfrentamiento de las tareas docentes, en la búsqueda de soluciones a los problemas.

En las tendencias constructivistas, actualmente, se observa que la discusión acerca del concepto de habilidad se ha encaminado a precisar la importancia de la enseñanza a través de problemas, como vía para proporcionar al alumno un

contexto significativo para actuar y construir interpretaciones. La concepción constructivista del aprendizaje parte de que toda actividad mental es constructiva. En estas posiciones se orienta el proceso de formación y desarrollo de las habilidades desde el modo de actuar generalizado hacia la búsqueda de nuevos conocimientos y estrategias que permitan resolverlo, es decir, va del carácter instrumental de los conocimientos (sirven para resolver uno o varios problemas) al carácter objetal (una vez que sirven para resolver un problema pasan a formar parte de la teoría correspondiente). (H, E, González, 1993, p.6)

En estudios realizados por Josep Ma. Fortuny Aymery (1990), sobre el aprendizaje de la Matemática como proceso de acción constructivo, se caracteriza la ejecución de las acciones mediante la planificación de fases en la que cada actividad y estrategia se realizan según un determinado orden siguiendo el proceso heurístico de resolución de un problema.

En la fundamentación del aprendizaje operatorio, J. L. Hidalgo Guzmán, considera la habilidad, cuando el que aprende se ve frente a un enigma que reclama imaginación, conjeturas y estructuraciones razonadas, rechazando la idea de que su desarrollo se logre a partir de la repetición. Al concebir este aprendizaje como construcción de conocimientos dan especial importancia a que el que aprende asimile las estructuras intelectuales a partir de la actividad y la comunicación.

En este caso, se asume que "el alumno parte de un mundo de significaciones, ejerce sus saberes, puede cumplir un papel importante en la comunicación con sentido y construye modelos conceptuales mediante sus estrategias heurísticas para plantear y resolver problemas". (Hidalgo Guzmán, 1992, p.115)

Si bien se resalta el protagonismo del alumno y el hecho de que pueda operar con una estructura cognoscitiva en términos de estrategias heurísticas para enfrentar la realidad expresada en los problemas, no queda preciso en qué términos se construyen los conocimientos que tienen la finalidad de prepararlos para resolver problemas.

La construcción de conocimientos se produce, según Juan Luis Hidalgo, cuando se efectúan actividades sapientes tanto prácticas (saber hacer) como

intelectuales (saber interpretar, pensar en lo diferente y construir) para resolver problemas, además precisa que el que aprende no construye, en sentido estricto, la información que le transmite el docente, sino que conforma la estructura de conocimientos, es decir, las nuevas condiciones de entendimiento y las bases de sus modelos conceptuales, finalmente se acepta que el alumno construye estrategias heurísticas para plantearse y resolver problemas.

Por su parte, César Coll, como representante de estas tendencias constructivistas, parte del papel atribuido a la actividad del alumno, como elemento clave del aprendizaje escolar; sin embargo, critica la insistencia injustificada a olvidar que el proceso de enseñanza aprendizaje es, en esencia, un proceso interactivo en el que el profesor actúa con el fin de facilitar el aprendizaje de los alumnos y cómo en la medida en que se enriquecen los conocimientos y se desarrollan habilidades cada vez más complejas se hace más difícil su intervención.

Al analizar en este contexto la relación interpersonal profesor - alumno y fundamentándose en el concepto de "zona de desarrollo próximo" de L. S. Vigotski, César Coll indica como tareas del profesor: "proporcionar un contexto significativo para la ejecución de las tareas escolares en el que el alumno pueda 'insertar' sus actuaciones y construir interpretaciones coherentes; adecuar el nivel de ayuda o directividad al nivel de competencia de los alumnos; evaluar continuamente las actividades de los alumnos e interpretarlas para conseguir un ajuste óptimo de la intervención pedagógica".(Coll, 1986, p.19)

Por su parte, Jerome Bruner reconoce el desarrollo y estructura de las habilidades, como "el desarrollo de estrategias para la utilización inteligente de la información, escogiendo entre modos alternativos de respuestas", aceptando la estrategia como patrón de decisiones en la adquisición, retención y utilización de la información que sirve para lograr ciertos objetivos. (Bruner, 1989, p.129)

Resulta importante, en este caso, el papel que se asigna al dominio de estrategias y el hecho de que el sujeto sea capaz de verbalizarlas y ser consciente de ellas, tanto para el desarrollo de las habilidades como para el desarrollo del pensamiento. Sin embargo, desde estas posiciones cognitivistas no se destacan

los sentimientos, actitudes, valores que se forman y desarrollan asociados al conocimiento de estrategias de trabajo.

Evidentemente, en estas posiciones se le da especial importancia a que el alumno pueda construir y dominar estrategias, para su utilización en la resolución de problemas. La idea de que el alumno construye el modo de actuación, más que apropiarse de él, teniendo en cuenta que lo que se espera de su actividad en la resolución de problemas no es reproducir acciones aprendidas sino buscar, decidir, sistematizar esas acciones en la diversidad de condiciones de las situaciones que así lo requieran.

Uno de los temas que más atención ocupa hoy en los diferentes sistemas didácticos es el que se refiere a las tendencias para el trabajo con problemas dirigidos a la fijación de conocimientos y habilidades, la enseñanza de la Matemática a través de problemas y enseñar a los estudiantes a resolver problemas. La tendencia referida a la presentación y tratamiento de los nuevos contenidos a través de problemas cobra especial interés por las potencialidades que brinda para la estimulación y contextualización del aprendizaje. Esto constituía un problema, hasta la puesta en práctica del actual modelo de secundaria básica. En las concepciones didácticas actuales, en nuestro país, el análisis sistémico del contenido de la enseñanza distingue entre sus componentes: un sistema de conocimientos y un sistema de habilidades. El conocimiento refleja el objeto de la ciencia y su movimiento propio y las habilidades reflejan las relaciones del hombre con dicho objeto.

La habilidad caracteriza el modo de actuar el estudiante en el contexto de un tema y como señala C. Álvarez, es: "el modo de actuar, de relacionarse el estudiante con el objeto de estudio, está condicionado por dicho objeto, por sus componentes, por su estructura, por las relaciones que están presentes en el mismo. El dominio de la habilidad presupone, a la vez, el dominio de las características del objeto de estudio". Cada nueva habilidad, según C. Álvarez, en "su estructura de acciones y operaciones contiene componentes que son dominados previamente por el escolar, para él es novedosa la nueva estructura y quizás alguna acción del conjunto que exige la nueva habilidad". (C. Álvarez, p.46)

En esta idea se expresa el carácter flexible de la habilidad que se manifiesta en la medida en que se plantea al alumno una nueva situación, un nuevo problema que enriquece el nuevo objeto de estudio.

En esta discusión se centra la importante idea de que la habilidad no sólo se limita al resultado o producto de la formación de sistemas de acciones o el dominio de una metodología de acción ya aprendida, sino que comprende también la actuación del sujeto en una nueva situación, cómo se orienta en la búsqueda y ejecución de esos modos de actuar a partir de las condiciones previas que posee.

La formación y desarrollo de habilidades en el proceso de enseñanza aprendizaje, así comprendida, precisa que no puede verse aislada de las demás formas de asimilación de la actividad: los hábitos y las capacidades, porque la habilidad se forma y desarrolla en la unidad del sistema de acciones y conocimientos, por lo que debe prevalecer su integración para que el alumno se apropie de un modo de actuación.

Con el propósito de establecer prioridades y garantizar que los alumnos adquieran gradual y sistemáticamente una formación matemática adecuada, desde el curso escolar 1997-1998 está vigente el Programa Director de Matemática que tiene como principal objetivo elevar la eficiencia del proceso docente educativo en la escuela estableciendo objetivos básicos encaminados a avanzar en dos direcciones: el cumplimiento de los objetivos de cada grado y del nivel de asimilación de los conocimientos y desarrollo de las habilidades matemáticas, así como el fortalecimiento de las relaciones interdisciplinarias.

El Programa Director hace explícita la exigencia de no convertir la resolución de problemas en la realización de ejercicios rutinarios y que los alumnos deben aprender a razonar a partir de datos y situaciones intra y extramatemáticas y en las indicaciones para eliminar incongruencias y diferencias de enfoque en el tratamiento de los contenidos en el área de Ciencias Exactas y Naturales plantea en su número 6: (En todas las asignaturas en la resolución de problemas, se seguirá un enfoque metodológico común que considere, en principio, los siguientes pasos: el análisis del problema o comprensión cualitativa de la situación planteada; el análisis de las vías de solución; la solución cualitativa o cuantitativa

del problema; la comprobación y evaluación del resultado, así como de la vía de solución)

Opinamos que, para la escuela media cubana actual, este programa constituye un documento rector que guía a los PGI en la proyección, conducción y evaluación de las acciones específicas de todas las asignaturas para lograr el desarrollo del pensamiento lógico y la formación matemática de los estudiantes.

Por su parte el transcurso de la línea directriz: Planteo, formulación y resolución de problemas retoma aspectos positivos de la línea directriz “Matematizar problemas matemáticos” y le incorpora nuevos elementos en correspondencia con un enfoque socio cultural, que pretende dar realce a la búsqueda de problemas y su formulación como una fase previa a su resolución. Los problemas se presentan como punto de partida ante los nuevos conocimientos y como tareas docentes para la fijación de estos.

En 7. grado el programa se concentra en el proceso de consolidación y sistematización de los conocimientos y habilidades matemáticas previos. El nivel de complejidad superior se lo imprimen los enfoques y métodos de la asignatura en su conjunto.

Tanto los datos como el modelo matemático de resolución de problemas matemáticos deben circunscribirse al procesamiento aritmético con números naturales y fraccionarios (concepto, orden y operaciones), hasta el nivel del tanto por ciento, la resolución de ecuaciones lineales de la forma  $ax=b$  ( $a$  diferente de 0) y  $ax+b=c$  ( $a$  diferente de 0 y  $c>b$ ). Ellos deben incluir el trabajo con relaciones de posición y magnitudes en las figuras planas fundamentales así como las propiedades fundamentales.

A partir de la definición de los Objetivos Formativos Generales y por grados para el nivel de Secundaria Básica se hizo necesario precisar el papel de la Matemática como asignatura priorizada, para lograr su vínculo con la vida y su responsabilidad en el desarrollo del pensamiento lógico de los alumnos como base y parte esencial de la formación comunista, integral y armónica de su personalidad. Con este propósito se produce un ajuste de los objetivos por grados, se redefinen los contenidos correspondientes y su secuencia, y se precisan los métodos más



efectivos de la asignatura instrumentándose en las escuelas secundarias básicas seleccionadas durante el curso escolar 2002-2003.

Constituyen transformaciones en el enfoque metodológico general de la asignatura:

1. La presentación y tratamiento de los nuevos contenidos a partir del planteamiento y solución de problemas prácticos de carácter político-ideológico, económico-laboral y científico-ambiental, y no solo desde la propia lógica de la asignatura.

Ello significa que los problemas no podían seguir empleándose solamente como las nuevas situaciones en las que los estudiantes aplicaban los conocimientos aprendidos y las habilidades correspondientes.

Es entonces que se comienzan a tratar los problemas como una situación del medio natural o social en que se desenvuelve el estudiante, del que conoce cierta información y descubre interrogantes no resueltas, que necesita explicar o responder, para lo cual, entonces, requiere un pensamiento heurístico y ampliar sus conocimientos y habilidades matemáticas.

2. El tratamiento de los contenidos para lograr la sistematización de estos dentro de cada unidad y a lo largo del nivel y la integración de las diferentes áreas matemáticas (Aritmética, Álgebra y Geometría), como el sistema de recursos que le sirve a los estudiantes para resolver los problemas prácticos antes señalados, y no como objetos matemáticos independientes entre sí

Ello significa que la asignatura tiene que asegurar la comprensión y la utilización sistemática de los contenidos dentro de cada área matemática. Además, la comprensión y empleo por los estudiantes de los contenidos de un área matemática determinada debe apoyarse en la representación de los mismos en otras áreas, como expresión de la interrelación de las líneas directrices del saber (dominios numéricos, trabajo con variables, ecuaciones, correspondencias, funciones y geometría)

3. La incorporación de habilidades matemáticas que amplíen los procedimientos lógicos para el planteamiento y solución de los problemas prácticos,

específicamente en el procesamiento de información, la estimación y el esbozo de figuras y modelos geométricos sencillos.

Ello significa desarrollar en los estudiantes habilidades en el procesamiento selectivo de la información cuantitativa que aparece en la prensa y no limitarse al trabajo con procedimientos exactos, sino desarrollar también, en los modos de pensar, la estimación de cantidades, magnitudes y resultados de cálculos y ecuaciones.

4. La integración de contenidos de otras asignaturas del currículo a los contenidos específicos de la Matemática de forma tal que a través de las clases de la asignatura se ponga de manifiesto el carácter interdisciplinario que debe lograrse. En los métodos y procedimientos para la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje, las transformaciones se refieren a:

1. La necesidad de asegurar la comprensión del significado de los contenidos por todos los estudiantes antes de proceder a la ejercitación para su fijación, y no sobredimensionar el trabajo con ejercicios como vía metodológica para el tratamiento de los contenidos.

2. El empleo predominante del método de elaboración conjunta, mediante el procedimiento de preguntas heurísticas.

Ello significa mover el pensamiento de los estudiantes despertando el interés por la solución de los referidos problemas prácticos y enseñarlos a razonar lógicamente.

3. La planificación, orientación y control del trabajo independiente extraclase de los estudiantes como una forma organizativa más del proceso de enseñanza aprendizaje.

Ello significa que los estudiantes no solo realicen ejercicios sino que cumplan las fases necesarias de búsqueda de información, comprensión de los contenidos, elaboración de posibles respuestas a problemas.

4. La planificación de la evaluación en correspondencia con los objetivos de los grados y unidades, y como proceso continuo que promueva la discusión de alternativas y procedimientos para la solución de las tareas docentes.

Ello significa el empleo de la crítica y la autocrítica como método habitual para la evaluación de los compañeros en el grupo y la propia autoevaluación de los estudiantes.

Hoy la escuela constituye una institución de nuevo tipo que materializa las aspiraciones de la sociedad actual. La Secundaria tiene como fin la formación básica e integral del adolescente cubano, sobre la base de una cultura general que le permita estar plenamente identificado con su nacionalidad y patriotismo.

Los objetivos formativos de cada grado y del nivel tienen como sustento esencial, la formación de valores en los estudiantes, con énfasis en la responsabilidad, la honestidad, la honradez y el patriotismo, dentro del sistema de valores a los que se aspira.

Nuestra investigación responde básicamente al objetivo formativo general número 5 del actual Modelo de Secundaria Básica que propone: solucionar problemas propios de las diferentes asignaturas y de la vida cotidiana, con una actitud transformadora y valorativa, a partir de la identificación, formulación y solución de problemas, mediante el desarrollo del pensamiento, la aplicación de conocimientos, el empleo de estrategias y técnicas de aprendizaje específicas, así como de las experiencias y hábitos de estudio, de su comunicación, es decir, expresarse, leer, comprender y escribir correctamente; actuar con un nivel de independencia y autorregulación de su conducta adecuado a su edad.

El objetivo formativo 5.1 en el 7.º grado plantea: resolver con determinada orientación, problemas propios de las diferentes asignaturas y de la vida cotidiana, a partir de la identificación, formulación y solución de problemas, por medio del empleo de estrategias de aprendizaje y técnicas específicas, la aplicación de conocimientos y del desarrollo de procedimientos lógicos y valorativos y de la lengua materna para su correcta comunicación, utilizando fuentes de información, los textos martianos, la prensa, softwares, el Programa Editorial Libertad.

Consideramos que el Profesor General Integral (PGI) como máximo responsable del proceso educativo y del proceso de enseñanza aprendizaje en todas las asignaturas, debe utilizar metodologías que propicien el diálogo, la reflexión y que

promuevan el ejercicio del pensar, enseñar a sus estudiantes a "aprender a aprender", técnicas de estudio y de procesamiento de información.

### **1.2.1 Vías para la formación y el desarrollo de las habilidades.**

La búsqueda del ordenamiento más efectivo del proceso de enseñanza ha sido objeto de estudio, especialmente, en el problema de que el alumno asimile los conocimientos de forma tal que cada concepto, teorema, procedimiento, no los vea aislados, independientes; que puede traer como consecuencia que se fraccione el contenido y, sobre todo, la significación que pueda tener.

En las investigaciones realizadas por la Doctora Margarita Silvestre Oramas (1993), sobre el desarrollo intelectual, se fundamenta cómo la asimilación de conocimientos fraccionados es, en nuestra escuela, una causa de la pobre preparación que en este sentido alcanzan los alumnos. Aquí se señala el hecho de que el proceso de enseñanza no asegura la necesaria integración de los conocimientos.

Para el desarrollo intelectual, tiene gran importancia la asimilación de conocimientos integrados en un sistema complejo, dinámico y, además, dominar las habilidades teóricas que intervienen en la asimilación de los conocimientos.

En las investigaciones realizadas sobre la enseñanza de la resolución de problemas en los alumnos de la escuela primaria, Alberto Labarrere (1988) propone los aspectos para formar un pensamiento desarrollado y destaca, como esencial, que los maestros se planteen la necesidad de organizar y conducir el proceso de forma tal que propicien la adquisición de sólidos conocimientos, habilidades y hábitos y la formación de un pensamiento que haga capaz a los alumnos de asimilar los progresos científicos y técnicos.

La solución de problemas es vista por A. Labarrere no como un momento final, sino como todo un complejo proceso de búsqueda, encuentros, avances y retrocesos en el trabajo mental que hace necesario analizar cómo transcurre la preparación del alumno y cuál es la labor que debe desempeñar el maestro.

En este punto, queda planteada la doble función que realizan los problemas en la enseñanza de cualquier asignatura: la función de asimilación, de fortalecimiento y comprobación de los conocimientos y la función educativa y de desarrollo. Pero,

afirma, "no es cualquier estructura del proceso de enseñanza la que favorece que dé la solución a los problemas a la vez que se asimilen los conocimientos, se formen hábitos y habilidades y se desarrolle el pensamiento del alumno; debe lograrse de una forma determinada y planificada desde la formulación de los objetivos". (A. Labarrere, 1988, p.18)

Asumimos entonces, que la habilidad no debe separarse de la formación de los sistemas de conocimientos y hábitos por lo siguiente:

1. Las acciones que sistematizadas definen la habilidad tienen como contenido los conocimientos y los modos de utilizarlos;
2. Las acciones para constituirse en un sistema, en el estudiante, es conveniente que estén orientadas a un fin consciente desde el inicio, lo que refuerza el papel de la base orientadora a través de una adecuada motivación y orientación del objetivo;
3. La formación de los nuevos conocimientos y el desarrollo de habilidades adquiere significación cuando se orienta a la comprensión, análisis o solución de un determinado problema, lo que da la posibilidad de ver el conocimiento integrado.

En los puntos de vistas anteriores se declara la idea de que la habilidad, en su formación, no se puede asociar sólo a la ejercitación o repetición de acciones ya elaboradas anteriormente. En este concepto, debe considerarse todo el proceso de construcción, estructuración y perfeccionamiento del sistema de acciones y sus operaciones, es decir, todo el proceso a través del cual el alumno se apropia de un modo de actuación.

La habilidad, según lo expuesto anteriormente, se ha ido caracterizando como expresión de la preparación del alumno para elaborar y aplicar el sistema de acciones inherente a una determinada actividad que es lo que permite al profesor verla en todo el proceso de enseñanza y no limitarla a los eslabones del proceso destinados a la asimilación de lo aprendido.

El concepto atiende, en nuestra opinión, a todo el proceso en el que el alumno realiza una determinada actividad, desde una forma imperfecta inicialmente para

luego con el completamiento y profundización de los conocimientos lograr mayor precisión, comprensión y seguridad en la ejecución.

No es suficiente, pretender que para que el alumno domine la habilidad, deba, primeramente, haber recibido todo el conocimiento sino una vía que le permita saber desde el inicio el tipo de actividad que se aspira que domine y cómo los conocimientos y los procedimientos constituyen medios para comprender y realizar con mayor calidad dicha actividad.

En las investigaciones realizadas por profesores de Matemática de la escuela media de Santiago de Cuba (1991 - 1998) sobre la formación y desarrollo de la habilidad para resolver problemas matemáticos, se estudiaron los sistemas de acciones que caracterizan el modo de actuación inherente a esta habilidad, el contenido de estas acciones y sus operaciones, basados en concepciones como las de George Polya, Werner Jungk, L. M. Friedman, A. Schoenfeld, que fundamentan estrategias generales para preparar a los alumnos en esta importante actividad.

Pero, se concluyó que no es suficiente pensar en la resolución de problemas en sí misma (en un sistema de acciones), es imprescindible analizar el proceso en el que transcurre la preparación del alumno, es decir, el proceso en el que se construye y llega a dominar un modo de actuación, que se alcanza en etapas o eslabones didácticos a los que corresponde un determinado nivel de sistematización de los conocimientos, hábitos, habilidades, capacidades, modelos explicativos o patrones para actuar.

El reconocimiento de la relación problema - habilidad, de la resolución de problemas como la actividad matemática fundamental y el propósito de que el alumno desarrolle habilidades a través del planteamiento y resolución de problemas, constituyen las premisas a partir de las cuales se sustenta la aplicación de las tareas docentes en esta investigación.

El problema establece la situación hacia la cual ha de dirigirse la actuación del sujeto. La habilidad es el modo de relacionarse el sujeto con la situación que le posibilita darle solución y el objetivo expresa los conocimientos, niveles de

asimilación, de profundidad y de sistematicidad y las condiciones en que ese sujeto desarrollará la habilidad.

La habilidad presupone un modo de actuación, imprescindible para darle solución a problemas, ya sea como el principal modo de hacer inherente al método de solución, o el modo de hacer necesario para realizar cada uno de los procesos parciales de ese método de solución o todas aquellas acciones más concretas que le permiten al sujeto realizar cada uno de los pasos con exactitud, en el tiempo apropiado.

La concepción del proceso de formación y desarrollo de habilidades matemáticas donde se tome como principio que no sólo se atiende a la estructura de la actividad (sistemas de acciones y operaciones), sino que se tenga en cuenta la actuación del sujeto, su actitud y disposición hacia la apropiación de la actuación correspondiente, se materializa a través de la categoría didáctica problema ya que en ella se indica la situación con la que ese sujeto debe interactuar, sin menospreciar los factores subjetivos del que aprende.

La enseñanza a través de la resolución de problemas asigna a esta categoría didáctica una posición significativa en el proceso de aprendizaje del estudiante que basa su actuación en la búsqueda de todos aquellos recursos que le posibilitan explicar vías de solución para enfrentar con éxito la actividad donde toma conciencia del qué, por qué, con qué, cómo y hasta dónde del modo de actuación.

Las precisiones sobre el concepto de habilidad matemática tienen como premisas lograr claridad acerca del objeto matemático sobre el que actúa el individuo (concepto o definición, teorema, demostración, procedimiento de solución, etc.) y la delimitación de la acción que sobre dicho objeto va a ejecutar según el propósito o fin a lograr. Esto obliga a reflexionar sobre el significado que en el orden intelectual y lógico tiene una u otra acción, por ejemplo: describir, identificar, explicar, relacionar, generalizar, resolver, etc.

Cada contenido matemático, por su naturaleza, exige un modo de actuar con características específicas, por tanto las habilidades matemáticas han de expresar

esas particularidades teniendo en cuenta el campo a que se refieren y los niveles de sistematicidad y complejidad de la actividad a ejecutar.

La explicación de las habilidades matemáticas ha sido un propósito de maestros y profesores desde las épocas más remotas. Desde la preparación de los alumnos para realizar operaciones de cálculo con precisión y rapidez, realizar mediciones y estimaciones, hasta las operaciones más complejas del pensamiento que exige la resolución de problemas.

Para caracterizar las habilidades matemáticas es conveniente analizar la actividad que realiza el sujeto (estudiante) como el proceso en que manifiesta su actitud hacia el objeto, lo asimila y convierte en esencia de su actuación a la luz de la teoría de la actividad desarrollada por los seguidores de la escuela vigotskiana.

Estos presupuestos apuntan hacia la caracterización de la actividad matemática y para ello es necesario reconocer los rasgos del objeto matemático sobre el que actúa el alumno y las acciones que tiene que realizar.

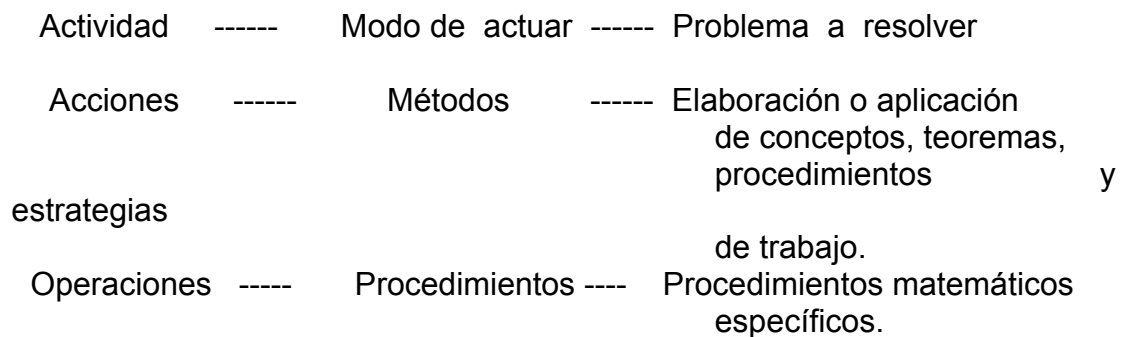
Al estudiar la actividad matemática, en su carácter especial, ella se materializa cuando el individuo es capaz de plantearse, interpretar y resolver un problema o situación que requiere de los medios que ofrece la Ciencia Matemática.

En el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática la actividad del alumno se orienta a la elaboración de conceptos, teoremas y sus demostraciones, procedimientos y la resolución de ejercicios; lo que constituye el sistema de conocimientos y habilidades que integran el contenido de esta asignatura en la escuela, conjuntamente con las cualidades de la personalidad a las que hace un importante aporte.

Este tipo de actividad va más allá de la conformación de conocimientos, del establecimiento de un orden en ellos, si no se disponen de las vías para su utilización en situaciones diversas y solamente cuando los conocimientos pueden utilizarse en función de un objetivo se convierten en los instrumentos de la actividad correspondiente. La sistematización del conocimiento del objeto matemático se produce al nivel de los conceptos, de las proposiciones y de los métodos de solución, de ahí que la resolución de problema se identifique como una importante forma de sistematización de la actividad matemática.



Una conclusión sobre la estructura de la actividad matemática (como forma particular de actividad) en los planos psicológico y metodológico, se describe en el esquema siguiente:



La actividad del alumno queda estimulada por la necesidad de resolver un problema y tiene como contenido las acciones asociadas a la elaboración o aplicación de los conceptos, teoremas, estrategias y las operaciones que constituyen los procedimientos específicos según las condiciones del problema.

El carácter procesal y estructural de la actividad matemática se expresa, no en un conjunto de acciones o pasos, sino en un proceso que tiene como resultado poder resolver un determinado problema.

El estudio de la habilidad como forma de asimilación de la actividad, sobre la base también de un enfoque procesal y estructural, permite ver al alumno como sujeto activo de su aprendizaje y, por tanto, en la formación y desarrollo de los modos de actuación y métodos necesarios.

Las habilidades matemáticas, son reconocidas por muchos autores (H. Hernández, H. González) como aquellas que se forman durante la ejecución de las acciones y operaciones que tienen un carácter esencialmente matemático. A partir del análisis realizado acerca del concepto de habilidad, del papel de la resolución de problemas en el aprendizaje de la Matemática y lo que caracteriza la actividad matemática del alumno consideramos la habilidad matemática como la construcción y dominio, por el alumno, del modo de actuar inherente a una determinada actividad matemática, que le permite buscar o utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, emplear estrategias de trabajo, realizar razonamientos, emitir juicios y resolver problemas matemáticos.

Las habilidades matemáticas expresan, por tanto, no sólo la preparación del alumno para aplicar sistemas de acciones (ya elaborados) inherentes a una determinada actividad matemática, ellas comprenden la posibilidad y necesidad de buscar y explicar ese sistema de acciones y sus resultados, de describir un esquema o programa de actuación antes y durante la búsqueda y la realización de vías de solución de problemas en una diversidad de contextos; poder intuir, percibir el posible resultado y formalizar ese conocimiento matemático en el lenguaje apropiado, es decir, comprende el proceso de construcción y el resultado del dominio de la actividad matemática.

La habilidad se ha formado cuando el sujeto es capaz de integrarla con otras en la determinación de vías de solución, cuando deja de ser un eslabón aislado para ubicarla en un contexto, cuando tiene significación y el estímulo, interés o gusto por la actividad que puede realizar, ya que, de lo contrario, sólo alcanza potencialidades muy limitadas que no permiten enfrentar una diversidad de situaciones dentro o fuera de la asignatura.

En el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática la actividad del alumno comprende, como premisas principales: la elaboración de conceptos, teoremas y sus demostraciones, procedimientos y la resolución de ejercicios; que constituyen, como se ha señalado, el objeto del sistema de conocimientos y habilidades del contenido de la asignatura en la escuela.

El contenido de las acciones y operaciones que se ejecutan en la actividad matemática comprenden aquellos recursos de los que debe disponer el alumno así como las estrategias y métodos que le permitan desplegar ese modo de actuar. Teniendo en cuenta el objeto matemático sobre el que se ejecuta ese modo de actuación, de carácter complejo, se han reconocido los siguientes componentes del contenido de la actividad matemática:

- conceptos matemáticos y sus propiedades;
- procedimientos de carácter algorítmico;
- procedimientos de carácter heurístico;
- situaciones - problemas de tipo intra y extramatemáticas.

El estudio de las acciones y operaciones que se ejecutan en cualquier actividad matemática, especialmente su contenido descrito en los componentes señalados, permiten distinguir las habilidades matemáticas siguientes:

1. Habilidades matemáticas referidas a la formación y utilización de conceptos y propiedades.

Son aquellas habilidades que comprenden, la elaboración, el reconocimiento, identificación de conceptos y propiedades matemáticas, su expresión en el lenguaje matemático (denominación con la terminología y simbología correspondiente) y viceversa, teniendo en cuenta las diferentes formas de representación gráfica o analítica; estas habilidades ofrecen recursos imprescindibles para el análisis y comprensión de un problema.

2. Habilidades matemáticas referidas a la elaboración y utilización de procedimientos algorítmicos a partir algoritmos conocidos.

Son aquellas habilidades que comprenden el establecimiento, reproducción o creación de sucesiones de pasos u operaciones encaminadas al logro de un objetivo parcial o final en la solución de una clase de ejercicios o problemas, aparecen frecuentemente como pasos necesarios en la etapa de ejecución del plan de la solución de un problema.

3. Habilidades matemáticas referidas a la utilización de procedimientos heurísticos.

Son aquellas que comprenden la identificación y utilización de principios, reglas y estrategias heurísticas para la búsqueda de vías de solución, que caracterizan técnicas específicas o generales para la solución de problemas matemáticos. Su papel fundamental lo tienen en el proceso de búsqueda de vías de solución, de establecimiento de un plan y la valoración de los resultados de su aplicación (interpretación de la solución y la vía de la solución), por lo que estas habilidades se proyectan como recursos metacognitivos en la actuación del alumno que le permite construir modelos de las situaciones planteadas.

4. Habilidades matemáticas referidas al análisis y solución de situaciones problemáticas de carácter intra y extramatemáticas.

Son aquellas que comprenden la utilización de estrategias para el análisis y comprensión de ejercicios y problemas con textos o no y que se estimulan a partir de una situación matemática o de la vida práctica, dada en el lenguaje común o en el lenguaje matemático, pero que no constituye un ejercicio formal con una orden directa. Estas habilidades se despliegan a partir de la búsqueda que la situación planteada genera, la que para su solución necesita poner en práctica, las habilidades de los tipos explicados anteriormente.

Las habilidades matemáticas así caracterizadas ofrecen un corte horizontal del modo de actuar esperado del alumno en un tema o sistema de clases dado, es decir, permite destacar los componentes principales del modo de actuar en función del contenido matemático, lo que debe saber hacer con los conceptos, propiedades, procedimientos y situaciones - problemas.

Las habilidades matemáticas, en esos tres niveles de sistematicidad de la actividad matemática (general, particular y singular) las caracterizamos de la forma siguiente:

| <b>Niveles de sistematicidad</b> |       | <b>Habilidades matemáticas</b>                        |
|----------------------------------|-------|---|
| <b>General</b>                   | ----- | <b>Habilidad para resolver problemas matemáticos.</b> |
| <b>Particular</b>                | ----- | <b>Habilidades matemáticas básicas.</b>               |
| <b>Singular</b>                  | ----- | <b>Habilidades matemáticas elementales.</b>           |

La habilidad para resolver problemas matemáticos como hilo conductor se estructura a través de las habilidades matemáticas básicas (éstas a su vez de las elementales) y se perfecciona en la medida en que éstas últimas alcanzan un nivel superior de desarrollo. Cada habilidad logra su óptimo desarrollo cuando el alumno es capaz de reconocer sus componentes, sus dependencias y relaciones, que son los que les permiten orientarse en el cumplimiento del objetivo general.

### **1.3 Habilidad resolver problemas. Empleo del Programa Heurístico General.**

La habilidad para resolver problemas expresa el objetivo central de la escuela cubana de preparar al hombre para la vida, "educarlo para servir a la humanidad participando desde la misma escuela en la construcción de la sociedad: es prepararlo para resolver problemas como resultado de que en su estancia en la institución docente aprenda a resolverlos" (C. Álvarez, 1993, p.3). Este objetivo se propone lograr que el alumno enfrente la resolución de problemas como instrumento formativo fundamental.

De ahí que la formación y desarrollo de habilidades matemáticas no se reduce al aspecto cognitivo de aprender conceptos, teoremas y procedimientos también se propone fomentar a través de la resolución de problemas la consolidación de un sistema de valores como la laboriosidad, responsabilidad, amor al trabajo, etc. y las actitudes, sentimientos, intereses, disposiciones que requiere la sociedad cubana.

Dicha habilidad, no se puede formar y desarrollar a partir de la repetición de acciones ya elaboradas previamente sin atender a cómo se han asimilado y el nivel de significación que éstas tienen para los alumnos atendiendo a sus experiencias, su disposición hacia la actividad; de ahí la necesidad de enfocar como parte de la formación y desarrollo de esta habilidad la etapa en que transcurre la estructuración del sistema de conocimientos (conceptos, teoremas y procedimientos matemáticos) a partir de situaciones - problemas.

El planteamiento de problemas se comprende como un medio para estimular en el alumno la interpretación de una determinada situación analizar las condiciones que se dan para luego discernir las vías de solución, partiendo de los conceptos, teoremas y procedimientos que son los instrumentos de que dispone y los modos de sistematizarlos en función de un objetivo (estrategias) según la interpretación realizada.

Considerar los instrumentos y las estrategias en el concepto de la habilidad para resolver problemas matemáticos y no considerar uno como parte del otro obedece a que los alumnos pueden dominar un modo actuar ante un problema y no disponer de los instrumentos necesarios y viceversa, tener la información y no poder estructurarla a través de una estrategia para cumplir el objetivo.

Pensar en la habilidad para resolver problemas matemáticos en los términos explicados precisa el proceso por el que transita el alumno en la búsqueda de conceptos, teoremas y procedimientos, en la concreción de estrategias de trabajo utilizando relaciones, inferencias, conclusiones, en el lenguaje matemático correspondiente.

El alumno podrá alcanzar un óptimo nivel de independencia en la resolución de problemas en la medida en que sea capaz de plantearse el sistema de preguntas que lo guíen hacia la solución y el planteamiento de nuevos problemas a la vez que le sirvan de autocontrol de su propio proceso de solución (a su modo de actuación); pero, para ello requiere del constante entrenamiento para ejecutar los procesos de:

- ❖ La comprensión y análisis de los problemas;
- ❖ La búsqueda de las vías de solución;
- ❖ El planteamiento de la solución;
- ❖ La valoración (control) de la solución y de la vía empleada y;
- ❖ El planteamiento de nuevos problemas.

En la medida en que el alumno sea consciente de cómo proceder, de forma general, alcanzará un desarrollo superior en el análisis de situaciones particulares en uno u otro tema y en diferentes asignaturas.

En la actualidad en el mundo, especialmente en Latinoamérica, existen diversas tendencias de cómo enseñar a los alumnos a resolver problemas.

Con la aparición en 1945 del libro titulado "How to solve it", del matemático de origen húngaro George Polya, se inicia una nueva tendencia en la resolución de problemas.

A raíz de su publicación un creciente número de matemáticos, pedagogos, y psicólogos se han ocupado del tema, asentado con categoría de ciencia independiente lo que ha dado en llamarse "Heurística Moderna".

Polya se basó en las observaciones que había realizado como profesor de matemática y en la obra de los gestalistas, aunque también podemos encontrar coincidencias con el modelo de Dewey.

Sugirió que la resolución de problemas está basada en procesos cognitivos que

tienen como resultados encontrar una salida o una dificultad, una vía alrededor de un obstáculo, alcanzando un objetivo que no es inmediatamente alcanzable.

Este modelo consta de cuatro fases;

- 1.- Comprender el problema.
- 2.- Concebir un plan.
- 3.- Ejecutar el plan.
- 4.- Examinar la solución obtenida.

Otra referencia básica es el trabajo de (Schoenfeld, 1985), que promueve un nuevo modelo basado en el de Polya, en el que la metacognición, las creencias y el desarrollo de los alumnos son los ejes principales e incluye experiencias de cómo tratar algunos tipos de problemas.

(Friedman, 1982) señala: "Que las investigaciones psicológicas relativas a los problemas de la enseñanza de la solución de problemas muestra que una de las causas fundamentales de la falta de formación en los alumnos de los hábitos y habilidades generales para resolver problemas consiste en que no se forman por separado las habilidades y hábitos para la ejecución de las acciones y operaciones que conforman a la actividad general de solución de problemas.

No se estimula el análisis constante por parte de los alumnos de sus propias acciones durante la solución de problemas, a fin de definir enfoques y métodos generales, y mucho menos la reflexión en torno a la fundamentación teórica de tales métodos".

Uno de los últimos modelos publicados es el de (Guzmán, 1991) en " Para pensar mejor", que sobre la base de las cuatro fases de Polya, orienta y anima al que enfrenta problemas para que avance en su solución.

Para este autor la resolución de un problema pasa por cuatro fases:

- 1.- Familiarización con el problema.
- 2.- Búsqueda de estrategias.
- 3.- Desarrollo de la estrategia.
- 4.- Revisión del proceso.

Este modelo se basa en los modelos de Polya y Schoenfeld y en su propia reflexión, introduciendo ampliamente refuerzos afectivos que ayuden a eliminar

los bloqueos que a veces se producen.

(Labarrere, 1987) destaca que es necesario contemplar la solución de problemas no solo como una actividad que posibilita a los alumnos enfrentarse a los problemas de la escuela y de la vida práctica, sino también como una vía de alcanzar niveles altos en su desarrollo intelectual.

Insiste también en que resulta necesario transformar la posición de los alumnos en el proceso de enseñanza, otorgándole una función activa en la adquisición y en la aplicación de los conocimientos.

Sobre los pasos o etapas que otros autores señalan que caracterizan la resolución de problemas este autor destaca: “Si bien el carácter de etapas o momentos indica una secuencia, debe decirse que en el caso de las etapas de solución de los problemas ellas aparecen no como una secuencia lineal, sino más bien, en espiral; esto es, que en determinados momentos del desarrollo de la solución de un problema el alumno ( o cualquier otra persona ) repite, en un nivel superior, el mismo tipo de actividad que caracteriza una etapa determinada.

El carácter flexible y dinámico de las etapas de la solución de problemas está en íntima correspondencia con su consideración como actividad cognoscitiva y como proceso”.

Uno de los objetivos más importantes que se plantea en la esfera de la resolución de los problemas en el programa de Matemática es enseñar a los alumnos a resolver los problemas de manera independiente.

“Para lograr este objetivo es necesario enseñar a buscar la vía para la solución del problema, revelar ante ellos el laboratorio del pensamiento que la acompaña, lógico y heurístico. Un maestro experimentado no tiene apuro para enseñar al alumno o al aula cómo es necesario resolver un problema en caso de una dificultad, sino que les dirá: “Vamos a buscar juntos la salida de esta situación difícil” y hará que los alumnos resuelvan el problema y adquieran una experiencia determinada. Aquí es importante que cada alumno aclare correctamente para sí la causa de sus dificultades y haga una conclusión para un futuro y memorice lo nuevo e instructivo.” (Metelsking, 1993.)

La resolución de problemas es un proceso complejo que requiere formar en los



alumnos determinadas acciones y operaciones que los prepare a enfrentar con éxito esta labor.

La teoría de Galperin destaca que las acciones mentales se desarrollan en la actividad de los alumnos, en un proceso de formación por etapas, partiendo de acciones externas con los objetos.

El contenido de la acción está constituido por la transformación consciente y real de un objeto inicial o de una situación inicial, en un producto deseado o en una situación deseada; a esto se llama parte de realización de la acción.

La profesora soviética (Talizina, 1985) plantea que: “El saber no puede materializarse si no es a través de las habilidades específicas relativas al objeto”.

La estructura de las habilidades, según Talizina, está integradas por cuatro aspectos: un conocimiento específico, un sistema operacional específico (acciones) y por último conocimientos y operaciones lógicas.

Para abordar el desarrollo de habilidades en los alumnos, en este trabajo, consideramos los conceptos de habilidad, acciones y operaciones dados por el profesor (Brito, 1987).

“Las habilidades constituyen el dominio de las acciones (psíquicas y prácticas) que permiten una regulación racional de la actividad con ayuda de los conocimientos y hábitos”.

“Acciones son los distintos procesos que el hombre realiza en la actividad con un fin u objetivo determinado.”

“Las operaciones son las vías, procedimientos, métodos, en fin, las formas en que el proceso se realiza para alcanzar el objetivo”

Es decir, las operaciones propician la acción y un sistema de ellas a la habilidad correspondiente, luego para desarrollar habilidades en una determinada actividad se deben desarrollar a su vez las acciones y operaciones necesarias para esa habilidad.

Así se explica la habilidad para resolver problemas matemáticos como el dominio de las acciones para estructurar modos de actuar y métodos de solución utilizando los conceptos, proposiciones y procedimientos matemáticos.

Como vemos, la habilidad para resolver problemas matemáticos incluye una serie

de acciones y operaciones, cada una de las cuales hay que formarlas y desarrollarlas por separado e ir trabajando con ellas e integrándolas en un sistema que se completa y amplía cada vez más.

La habilidad para resolver problemas matemáticos es la construcción y dominio, por el alumno, de los modos de actuar y métodos de solución de problemas utilizando los conceptos, teoremas y procedimientos matemáticos, en calidad de instrumentos y las estrategias de trabajo heurístico para la sistematización de esos instrumentos en una o varias vías de solución.

En este sentido, es importante destacar que los problemas están estrechamente relacionados con los programas heurísticos generales pues estos ayudan a los estudiantes a orientarse a la hora de resolver ejercicios y en particular los problemas.

Según Riverón: "... el uso de las estrategias de resolución de problemas en las clases de matemática depende en cierta medida de cómo el profesor planifique el trabajo con las mismas, tanto desde el punto de vista colectivo como individual dentro del grupo. Sin embargo, se ha podido constatar en visitas a clases, así como por la propia experiencia en estos menesteres, que no siempre se hace posible un trabajo organizado en la búsqueda de la solución del problema propuesto" (Riverón, 1997, p.33).

Consideramos que el empleo de una instrucción heurística adecuada provee al estudiante de un conjunto de acciones organizadas que le facilitarán la búsqueda de la solución del problema con mayor facilidad.

Horst Müller en su obra relacionada con los procedimientos heurísticos, plantea que: "Es posible formular un programa heurístico general (PHG) que abarca el proceso total de resolución de ejercicios y que contiene todos los demás programas como subprogramas o en forma de casos especiales"(Müller, s.f, p.23), el que consta de las siguientes fases:

| FASES FUNDAMENTALES   | FASES PARCIALES.   |
|---|--|
| 1- FASE DE ORIENTACIÓN  | 1.1- Búsqueda del problema o motivación.                           |
|   | 1.2- Planteamiento del ejercicio.                                  |
|   | 1.3- Comprensión del problema.                                     |
| 2- FASE DE ELABORACIÓN<br>O FASE DE TRABAJO EN EL<br>EJERCICIO. | 2.1- Análisis y precisión.   |
|   | 2.2- Búsqueda de la idea de solución.                              |
|   | - Reflexión sobre los métodos.                                     |
|   | - Elaboración de un plan de solución.                              |
| 3- FASE DE REALIZACIÓN  | 3.1- Realización del plan de solución.                             |
|   | 3.2- Representación de la solución.                                |
| 4- FASE DE EVALUACIÓN   | 4.1- Comprobación de la solución.                                  |
|   | 4.2-Determinación del número de las soluciones.                    |
|   | 4.3 - Subordinación de la solución en el sistema                   |
|   | 4.4- Memorización de la "ganancia" de la información metodológica. |
|   | 4.5- Consideraciones perspectivas                                  |

Por otro lado, los autores cubanos adoptaron como programa heurístico general, el brindado por Jungk (Jungk, 1986) mucho más amplio, que se puede aplicar a cualquier tipo de problema en general.

| FASES FUNDAMENTALES                | TAREAS PRINCIPALES          |
|------------------------------------|-----------------------------|
| 1.- ORIENTACIÓN HACIA EL PROBLEMA. | - Comprensión del problema. |

|                                |                                       |
|--------------------------------|---------------------------------------|
| 2.- TRABAJO EN EL PROBLEMA.    | - Búsqueda de la idea de la solución. |
|                                | . Reflexión sobre los medios.         |
|                                | . Reflexión sobre la vía.             |
| 3.- SOLUCIÓN DEL PROBLEMA.     | - Ejecución del plan de solución.     |
| 4.- EVALUACIÓN DE LA SOLUCIÓN. | - Comprobación de la solución.        |
|                                | -Reflexión (métodos aplicados).       |

Este programa, propuesto en el texto M.E.M. I, de los autores cubanos, (Ballester, et al., 1992, p. 239), es el que se acoge convenientemente, para llevar a efecto la instrucción heurística en los estudiantes, ya que es el que más se adecua, al desarrollo del pensamiento lógico y empleo de estrategias según se plantea en los objetivos formativos actuales de la enseñanza media y es mucho más general, dirigido tanto al profesor como a los estudiantes.

Plantean acertadamente los autores cubanos:

De estas fases fundamentales, la segunda tiene mayor importancia desde el punto de vista metodológico pues en la resolución de problemas lo esencial y más difícil es la búsqueda de la idea de la solución, y para ello la aplicación de los procedimientos heurísticos resulta imprescindible (Ballester et al., 1992, p. 239).

Este programa es de gran utilidad a la hora de resolver las tareas docentes que constituyan problemas matemáticos, pues sirve como instrumento de dirección para el tratamiento metodológico de las mismas.

#### **1.4 Tareas docentes Características y concepciones dominantes.**

##### **1.4.1 Características de las tareas docentes.**

Las exigencias históricas – sociales de los nuevos tiempos colocan al profesor ante un proceso de reconceptualización de su práctica formativa y por tanto lo enfrenta ante el desafío del proceso de elaboración y orientación de la tarea docente de la clase como célula básica del aprendizaje de los alumnos, de manera

que esta le permita lograr la formación humanista del hombre en un proceso de relación y generalización que los ponga en condiciones, no solo de aplicar, sino de transferir para transformarse a sí y al mundo que lo rodea.

Muchas son las definiciones que en la literatura podemos encontrar de tarea docente, pero con la intención de que los rasgos esenciales que la tipifican se empleen por el PGI en el proceso de su elaboración, ejecución, control y evaluación y no como simple reproducción memorística, es que penetramos a continuación en su esencia.

### **Rasgos esenciales que tipifican a la tarea docente.**

- Célula básica del aprendizaje y
- Componente esencial de la actividad cognoscitiva.
- Portadora de las acciones y operaciones que
- Propician la instrumentación del método y el uso de los medios para
- Provocar el movimiento del contenido y alcanzar el objetivo.
- En un tiempo previsto.

**El aprendizaje:** Es en síntesis, el proceso de aprehensión por el alumno del contenido como parte de la cultura que debe ser asimilada por él en términos de conocimientos, habilidades, valores y rasgos de la actividad creadora en un proceso de integración y generalización, por tanto, la tarea docente debe elaborarse en función del alumno de sus posibilidades y ritmo de aprendizaje a partir del diagnóstico y el objetivo formativo previsto.

**La actividad cognoscitiva** es un tipo especial de actividad humana que posibilita el conocimiento del mundo que nos rodea y debe ser dirigida conscientemente por el maestro y asimilada por el alumno en su proceso de aprendizaje.

**Las acciones** son los pasos lógicos que deben guiar al alumno para desarrollar su aprendizaje: por ejemplo, en la habilidad para resolver problemas matemáticos se pueden distinguir las acciones de:

- Comprender el problema.

- Buscar los medios posibles para la solución.
- Encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan ( Búsqueda de una vía de solución)
- Poner en ejecución el plan,  
Volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla.

**Las operaciones:** Constituyen la parte instrumental de la tarea docente en que se concretan y materializan las acciones, pues para resolver problemas, el alumno tendrá que valerse de las operaciones.

En el sistema de acciones dirigidas a comprender el problema, búsqueda de los medios y a la búsqueda de una vía de solución se pueden destacar, entre otras, las siguientes operaciones:

- Determinar el tipo de problema
- Confeccionar boceto de la situación o tabla.
- Determinar lo dado y lo buscado, expresándolos mediante notaciones convenientes.
- Recordar conceptos y proposiciones relacionados con lo dado y lo buscado.
- Seleccionar los instrumentos para la solución.
- Buscar analogías en ejemplos o problemas ya resueltos.
- Determinar los problemas parciales que se deben resolver.
- Determinar una estrategia de solución

Las acciones y operaciones deben conformarse de manera tal que en estrecha relación conduzcan, no sólo al desarrollo de la habilidad, sino también unido a ella a la adquisición del conocimiento y al alcance de la intencionalidad educativa como una totalidad no dividida declarada ya en el objetivo formativo de la clase. Este es el particular que matiza la tarea docente de nuestros tiempos de revolución educacional.

**El método:** Es la vía o modo que utiliza el profesor y el alumno para asimilar el contenido, su curso tienen lugar a través de procedimientos que constituyen momentos o eventos del método y el mismo propicia el desarrollo de las acciones y operaciones previstas en la tarea docente.

**Los medios:** son el soporte material del método y expresan la esencia del contenido.

Los métodos y los medios permiten darle curso a las acciones y operaciones de la tarea docente para provocar el movimiento del contenido y alcanzar el objetivo formativo.

**El objetivo** es el propósito o aspiración social que determina el resto de los componentes personalizados del proceso pedagógico. El objetivo formativo expresa en su estructura interna la unidad entre los conocimientos, las habilidades y los valores a alcanzar y se direccionan integradamente en las acciones y operaciones de la tarea docente

**El tiempo previsto** es aquel necesario y suficiente para darle solución a la tarea docente, el que se necesita prever en función de las posibilidades de los alumnos y su interés de aprendizaje, determinado por el diagnóstico y la naturaleza y complejidad del contenido.

Es en la tarea docente como célula básica del aprendizaje, y la menor unidad del proceso docente educativo, donde se concreta la interrelación dinámica entre los componentes personales y personalizados.

**Exigencias de la tarea docente:**

- La correspondencia entre el diagnóstico y la estrategia grupal.
- La atención a la diversidad a través de:
  - ✓ El trabajo preventivo desde la clase.
  - ✓ La correspondencia entre el tratamiento del contenido y las respuestas individualizadas.
  - ✓ El tratamiento del contenido a partir de los intereses y motivaciones del grupo.
  - ✓ Tiene en cuenta criterios y dudas de estudiantes en particular para dar explicaciones generales.

- ✓ La utilización de los recursos existentes que apoyan al proceso docente educativo
- ✓ La demostración de la utilidad de la clase para su actividad a partir de las necesidades de la vida práctica.
- ✓ La simulación de situaciones docentes a partir de la práctica
- ✓ La estimulación de la competencia comunicativa
- ✓ El desarrollo de acciones de autoaprendizaje y autoevaluación
- ✓ La orientación, ejecución y control del trabajo independiente
- ✓ La calidad del trabajo político ideológico
- ✓ El uso de programas y recursos que aporta el programa de la Revolución Educativa.

La tarea docente constituye un medio a través de la cual se ponen de manifiesto los componentes fundamentales de la actividad pedagógica. Su función principal es la de organizar la participación de los sujetos que intervienen en el PEA, dentro y fuera del momento de la clase. Su esencia transformadora se manifiesta a través del método que se emplee para solucionarla, de manera que ofrezca un modo de actuación y sus **características principales**, según Garcés (2000) son:

- La variedad de formas y enfoques que pueda adoptar.
- No se da aislada de los componentes del PEA.
- Está dirigida a la formación multilateral de la personalidad.

**Otras características** de la tarea docente son consecuencias del concepto acción, "como componente fundamental de la actividad" (Leontiev, 1986, p.46)

Entre estas características se destacan:

- Se estructuran sobre la base de objetivos jerárquicamente determinados.
- Su planteamiento tiene un carácter consciente y planificado.
- Está necesariamente relacionada con el concepto de motivo.
- Se realiza a través de una secuencia de determinadas acciones objetivamente condicionadas que se superponen e interrelacionan de diversas formas.

En esta caracterización se reafirma la concepción de que la tarea docente es la



instancia donde se integran los componentes del PEA. Por tanto consideramos que es en la tarea docente donde se plantean nuevas exigencias a los estudiantes, las cuales repercuten tanto en la adquisición de conocimientos, en el desarrollo del intelecto, así como en la formación de cualidades y valores, todo en función de formar un modo de actuación.

Las tareas docentes se pueden concebir para realizar por el alumno en clase y fuera de esta, de forma individual o colectiva, vinculadas a la búsqueda y adquisición de los conocimientos y al desarrollo de las habilidades.

#### **1.4.2 Concepciones dominantes acerca de la tarea docente.**

En un análisis realizado por (M. I. Majmutov, 1983) a mediados de la década de los setenta, revela las limitaciones que aún existían alrededor de la categoría tarea docente, las que se expresan a través de:

-Una marcada intención en producir una separación entre las categorías tarea docente y problema docente.

-El establecimiento de diferencias sustanciales entre la tarea docente como categoría "didáctica" y el problema como categoría "psicológica –didáctica –lógica", lo que se refleja en el siguiente planteamiento"... (La tarea) es como la forma, como la capa o la expresión externa del problema". Esta concepción de la tarea docente no permite considerar al problema docente como una tarea en si mismo, pues se plantea que en el marco de la categoría tarea es imposible revelar el mecanismo de los actos internos (lógico-psicológico) del estudiante.

Una definición sobre la tarea docente es la expresada por Carlos M. Álvarez de Zayas cuando plantea: "...es el proceso docente educativo en que el estudiante desarrolla una acción sencilla, en que se resuelve un problema específico, con un objetivo también inmediato, en el contexto del objetivo del tema (Álvarez, 1998, p.33)

De otra parte Doris Castellanos Simons expresa: "El aprendizaje está determinado por la existencia de una cultura, que condiciona tanto los contenidos de los cuales los educandos deben apropiarse, como los propios métodos, instrumentos, recursos (materiales y subjetivos) para la apropiación de dicho contenido, así como los espacios y las situaciones específicas en que se lleva a

cabo el mismo” (Castellanos Simons, D. et. al, 2002, p. 26).

Quedan definidos así, los condicionantes externos del aprendizaje. Sin embargo, a esto se contrapone el hecho de que cada estudiante aprende y progresa de acuerdo con su ritmo y potencialidades personales, y por tanto, que el aprendizaje depende esencialmente del ser que aprende y no de forma directa de lo que desea o se propone el que enseña (Gimeno Sacristán, J. y Pérez Gómez, A. I., 1992; Bermúdez Serguera, R. y Rodríguez Rebutillo, M., 1996; Valle Arias, A. y González Cabanach, R., 1998; González Serra, Diego J., 2000; Pozo, J. I. y Gómez Crespo, M. A., 2001; Castellanos Simons, D. et. al, 2002).

Numerosos autores (Davíдов, V. V., 1987; Concepción, M. R., 1989; Medina Rivilla, A., 1995; Álvarez de Zayas, C. M., 1996, 1999; Garcés, W., 1997; Silvestre, M., 1999; Fuentes González, H. C., 2000; Concepción, I., 2000; Sánchez, G., 2000; Zilberstein, J. y Silvestre, M., 2000; Cañal de León, P., 2000; Travé González, G. y Cuenca López, J. M., 2000; Rodríguez, R. A., 2001; Zaldívar, M. E., 2001; Zilberstein, J. y Pórtela, R., 2002), identifican la tarea como medio para dirigir y propiciar el aprendizaje de los estudiantes.

V. V. Davíдов señala que “(...) el dominio por parte de los escolares del procedimiento teórico generalizado de solución de cierta clase de tareas concretas particulares, constituye la característica sustancial de la tarea docente” (Davíдов, V. V., 1987, p. 15). Con ello, destaca la funcionalidad de la tarea docente como medio para aprender a resolver determinadas tareas concretas particulares, que podrían ser, por ejemplo, problemas propios de determinado contexto. O sea, las tareas docentes son vistas por este autor como medio para la construcción del sistema cognitivo–instrumental necesario para la resolución de problemas, propios de determinado contexto.

Para Medina Rivilla, A. (1995), “Las tareas... son núcleos de actividades, secuenciadas y estructuradas que permiten organizar la acción. Las tareas organizan la experiencia y estimulan el aprendizaje del alumno...” (Medina Rivilla, A., 1995, p. 468).

Autores como Silvestre, M. (2000); Zilberstein, J. y Silvestre, M. (2000); Zilberstein, J. y Pórtela, R. (2002), por su parte, consideran las tareas docentes “(...) **como**

**aquellas actividades que se orientan para que el alumno las realice en clases o fuera de estas, implican la búsqueda y adquisición de conocimientos, el desarrollo de habilidades y la formación integral de la personalidad”** (Silvestre, 2000, p. 35).

En esta definición quedan explícitamente delimitadas, a criterio de los autores, las funciones de cada uno de los polos que intervienen en el proceso de enseñanza–aprendizaje: los profesores diseñan y orientan las actividades (tareas docentes); los estudiantes las realizan, y en consecuencia, adquieren conocimientos, desarrollan habilidades y en general, forman integralmente su personalidad.

Haciendo aún más evidente la función que se le adjudica a la tarea docente dentro del proceso de enseñanza–aprendizaje, M. R. Concepción (1989), citando a N. E. Kuznetzova, establece que las mismas constituyen un medio para dirigir el proceso y procedimientos de la actividad por parte del profesor, y el medio para dominar los conocimientos y las habilidades para los estudiantes (Concepción, M. R., 1989).

En los criterios analizados, se evidencia una doble funcionalidad de la tarea docente atendiendo a cada uno de los polos que interviene en el proceso de enseñanza–aprendizaje:

- 1) como medio para aprender (para los estudiantes)
- 2) como medio para dirigir el aprendizaje (para los profesores).

Álvarez de Zayas, C. M. (1999), expresa que “la explicación de un concepto y su correspondiente comprensión por el alumno, la realización de un ejercicio o de un problema por éste, son ejemplos de tareas docentes” (Álvarez de Zayas, C. M., 1999, pág. 116).

Fuentes González, H. C. (2000), considera que la tarea “... puede ser interpretada como operación o como procedimiento dependiendo de que estemos considerándolo como actividad o como el método con que se enfrenta el problema” (Fuentes González, H. C., 2000, p. 16). Criterio que no se comparte, pues equivale a considerarla instrumentación o recurso, propio del proceso de resolución de problemas, y no como cualquier actividad diseñada para enseñar o aprender, como coinciden en señalar la mayoría de los autores consultados.

Según Garcés (2000) "es común encontrar en la literatura pedagógica dos acepciones del término "tarea". La primera es cualquier tipo de ejercicio cuya solución exija la materialización de algún acto cognoscitivo. La segunda no es cualquier ejercicio, sino precisamente una "tarea" que frecuentemente se denomina "tarea cognoscitiva", cuya solución conduce a los estudiantes a conocimientos y modos de acción nuevos para ellos."(Garcés, 2000, p. 42).

Se asume el criterio de Margarita Silvestre porque ella hace un reajuste más acertado a nuestro contexto educacional cuando se refiere acerca de su definición de tarea docente, donde dice que el alumno realice esta actividad dentro o fuera de esta y que además busque información y adquiera conocimientos, desarrollando habilidades y la formación integral de la personalidad.

## **CAPITULO II: TAREAS DOCENTES DIRIGIDAS A DESARROLLAR LA HABILIDAD RESOLVER PROBLEMAS.**

### **2.1 Constatación inicial.**

En la investigación realizada en la ESBE: Eliseo Reyes Rodríguez del municipio La Sierpe, se seleccionó intencionalmente el grupo 1 de 7, grado integrado por 15 alumnos y se aplicaron métodos empíricos que permitieron constatar la situación real del problema.

La entrevista grupal realizada (Anexo 1) con el objetivo de determinar las causas por las cuales no saben resolver problemas matemáticos, arrojó que la mayoría de los estudiantes plantean que logran interpretar el contenido del problema, reconocer palabras claves y términos desconocidos, identificar lo dado y lo pedido, reproducir teoremas y conceptos estudiados pero son limitadas sus posibilidades para aplicarlos, además las habilidades para escribir en el lenguaje matemático las ideas de solución buscadas son insuficientes y que presentan serias limitaciones para la búsqueda de una vía de solución y dificultades para argumentar y llegar a conclusiones como resultado de la idea de solución escogida, así como en aplicar conceptos y teoremas conocidos como se había expresado anteriormente cuando se trata de problemas cuya resolución implica el uso de fórmulas y el planteo de ecuaciones, manifestándose esto en 14 de los 15 estudiantes de la muestra seleccionada, es decir solo un estudiante manifiesta no presentar inconvenientes durante la resolución de los problemas matemáticos.

Para realizar el análisis de los resultados obtenidos en la guía de observación aplicada (Anexo 2) se tuvieron en cuenta las dimensiones e indicadores de la variable dependiente: habilidad resolver problemas matemáticos reflejados en el Anexo 3.

Para constatar el desempeño de los estudiantes en relación a las acciones principales que realizan para resolver problemas matemáticos, se aplicó una guía de observación, la cual arrojó (Anexo 4) que la mayoría de ellos, es decir, 12 de los 15 seleccionados, logran comprender el enunciado del problema, o sea, reproducir el contenido, reconocer palabras claves y términos desconocidos e

identificar lo dado y lo pedido lo cual evidencia que solo 1 de cada 5 estudiantes de la muestra no logra comprensión del problema.

Buscan analogías de solución y relacionan el problema con conceptos, teoremas o procedimientos matemáticos conocidos 10 de los 15 estudiantes, o sea, 1 de cada 3 de estos no logra reflexionar sobre los medios en la búsqueda de la idea de solución.

Analizan la vía principal de solución mediante fórmulas, ecuaciones o el cálculo, determinan el plan de solución, representan la solución del problema, resuelven las operaciones indicadas y las ecuaciones o fórmulas obtenidas con seguridad y exactitud, 5 de los 15 estudiantes, o sea, 2 de cada 3 de ellos no reflexionan sobre la vía de solución ni ejecutan pues no elaboran el plan a seguir.

Reflexionan acerca de los resultados alcanzados y analizan críticamente si la solución obtenida es lógica 2 de los 15 estudiantes lo cual evidencia que en 13 de ellos, prevalecen insuficiencias para argumentar y llegar a conclusiones como resultado de la idea de solución escogida.

Redactan literalmente la respuesta 5 de los 15 estudiantes, o sea,  $\frac{1}{3}$  de la muestra responde acertadamente lo que se le pregunta en el texto del problema y no lo logran 2 de cada 3 de estos, lo cual indica que en sentido general la comprobación de la solución constituye una barrera para la mayoría de ellos.

Analizan como se logró el resultado obtenido 2 de los 15 estudiantes y solo uno de ellos, busca la posibilidad de resolver el problema por otra vía más corta lo que corrobora insuficiencias en relación a la reflexión sobre los métodos aplicados.

Como resultado de este análisis podemos plantear que solo 1 estudiante de la muestra seleccionada realiza correctamente todas las acciones principales que exige la resolución de problemas por lo que como se puede apreciar las principales dificultades de la mayoría de los estudiantes están dadas por las serias limitaciones que tienen para la búsqueda de una vía de solución, insuficiencias para argumentar y llegar a conclusiones como resultado de la idea de solución escogida y limitadas posibilidades para aplicar conceptos, fórmulas y teoremas conocidos en relación a las habilidades para escribir en el lenguaje matemático

las ideas de solución buscadas, lo que corrobora la pobre preparación que tienen para enfrentar la resolución de problemas matemáticos.

## **2.2 Características de la orientación de las tareas docentes concebidas para el desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos.**

A continuación se describirá un procedimiento metodológico para la orientación de tareas docentes concebidas para desarrollar la habilidad resolver problemas matemáticos el cual contiene en su estructura un modelo guía de actuación para el estudiante y una técnica de estimulación que favorece la comprensión y el análisis de los problemas matemáticos dirigida por el profesor.

La aplicación del modelo guía de actuación tiene como objetivo esencial:

Entrenar a los estudiantes mediante un conjunto de procedimientos heurísticos que les permita la resolución de problemas matemáticos de forma independiente.

El modelo guía está dirigido a tratar de enmendar las dificultades que se le presentan a los estudiantes cuando van a resolver problemas matemáticos.

El mismo contiene exigencias que guían en una etapa inicial como apoyo externo para la ejecución exitosa de la tarea docente planteada hasta que los estudiantes lo interioricen gradualmente y puedan trabajar sin él.

### **Modelo guía de orientación para el desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos:**

1. Comprensión y análisis del problema.
  - a) Lee cuidadosamente el problema.
  - b) Separa magnitudes dadas y pedidas.
  - c) Confecciona esbozos, figuras de análisis, tablas.
  - d) Representa las relaciones contenidas en el texto del problema e introduce variables.
  - e) Busca relaciones (Recuerda conceptos, teoremas, fórmulas que se relacionen con el problema).
  - f) Busca la idea de solución.
  - g) Analiza la vía principal de solución mediante la aplicación de fórmulas, determinación de ecuaciones, el cálculo, introducción de magnitudes auxiliares.
2. Realiza el planteo matemático.

3. Resuelve el problema matemático.
4. Evalúa los resultados. (Explica la solución y la vía)

**Características del modelo guía de orientación:**

1) Ofrece una forma de ayuda al alumno, es decir, no se diseña un procedimiento para que los alumnos elaboren estrategias o se apropien de algunas, sino que se utilizan de manera externa, como algo que existe y que el profesor utiliza en apoyo a su trabajo.

2) Por su misma naturaleza, las exigencias planteadas tienen un carácter heurístico; no algorítmico; no se trata de formar patrones de conducta para utilizar una u otra exigencia, sino de dotar a los alumnos de herramientas que pueden utilizar cuando lo entiendan necesario; sobre todo, cuando no existe un camino natural para resolverlo.

Como parte del procedimiento metodológico se utiliza además una técnica de estimulación titulada “Necesitamos comprender y analizar problemas matemáticos” para favorecer lo esencial y más difícil en la resolución de un problema matemático, es decir la búsqueda de la idea de solución, aspecto este que resulta sumamente importante para la ejecución exitosa de la tarea docente planteada.

**¿En qué consiste la técnica “Necesitamos comprender y analizar problemas matemáticos”?**

La técnica esta diseñada para estimular a los estudiantes en la comprensión y análisis de los problemas matemáticos. El éxito de ella está dado por la certera conducción del docente, quien es facilitador, supervisor y controlador durante la aplicación de esta.

Propicia enriquecer el entrenamiento de los procesos lógicos del pensamiento, así como el desarrollo de la percepción analítica y el lenguaje en la habilidad resolver problemas matemáticos.

Posibilita desmembrar el problema matemático en partes para estudiar cada una y detallar el mismo y así identificar relaciones con lo pedido.

**Objetivo de la técnica:** Estimular a los estudiantes en la comprensión y análisis de los problemas matemáticos.



### **Exigencias de la técnica:**

Los estudiantes deben responder las siguientes interrogantes:

¿De qué trata el problema?

¿Qué datos nos dan?

¿Qué se busca?

¿Son suficientes los datos para la solución del problema?

¿No son suficientes?

¿Sobran?

¿Podría proponerse el problema de otra manera?

¿Puede hacerse un esbozo o gráfico que esclarezca la situación?

¿Qué relación se puede formular entre los datos y la incógnita?

¿Pueden relacionar el problema con otro conocido y cuya solución sea más simple?

### **Descripción del desarrollo:**

El estudiante procederá de manera independiente a la comprensión y análisis del problema matemático planteado como tarea docente. La técnica le exige a su vez:

1. Leer el problema cuidadosamente. (La lectura realizada implica que respondan a la pregunta: ¿De qué trata el problema? Para ello deben reproducir el contenido con sus palabras, interpretar palabras claves y reconocer términos desconocidos)

2. Separar magnitudes dadas y buscadas. (Deben responder las preguntas: ¿Qué datos nos dan? ¿Qué se busca? )

3. Confeccionar esbozos, figuras de análisis, tablas. (Esta exigencia responde a la pregunta: ¿Puede hacerse un esbozo o gráfico que esclarezca la situación?)

4. Representar las relaciones contenidas en el texto e introducir variables mediante conceptos, fórmulas y teoremas relacionados con el problema. (El estudiante debe comprender la formulación matemática y mediante la continuidad del análisis arribar así a una comprensión más profunda del problema en cuestión. Responde a la pregunta ¿Qué relación se puede formular entre los datos y la incógnita?)

5. Buscar la idea de solución. (Ello exige al estudiante analizar la vía principal de solución mediante la aplicación de fórmulas, determinación de una ecuación, el

cálculo, introducción de magnitudes auxiliares. Responde a las preguntas ¿Son suficientes los datos para la solución del problema? ¿Sobran? ¿Podría proponerse el problema de otra manera?

**Procedimiento metodológico para la orientación de tareas docentes concebidas para el desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos:**

1. Es necesario en el trabajo con la tarea docente explicar a los estudiantes la importancia que tiene para ellos desarrollar la habilidad para resolver problemas matemáticos por la utilidad social de esta actividad y significación que tiene para el desarrollo de su personalidad.

2. A partir de esa motivación, se analizan las exigencias que deben tener en cuenta para resolver los problemas matemáticos planteados en las tareas docentes orientadas. En este punto se precisa con el grupo de estudiantes las exigencias esenciales que debe cumplir la tarea docente para considerarse resuelta de manera correcta. Estas exigencias conforman un modelo guía de orientación para el estudiante el cual se plasma en grandes cartulinas para uso colectivo y en tarjetas para uso individual.

En la etapa inicial este modelo guía de orientación sirve como apoyo externo para la ejecución exitosa del problema matemático planteado en la tarea docente orientada hasta que los estudiantes interioricen gradualmente y puedan trabajar sin la tarjeta, es decir, sin el apoyo externo, pues lo hacen a nivel mental.

3. Luego de analizado el modelo guía de orientación el profesor a partir de un ejemplo orienta cómo deben desarrollar la tarea docente utilizando el modelo y plantea además las exigencias para el empleo de la técnica “Necesitamos comprender y analizar problemas matemáticos” la cual favorece la búsqueda de la idea de solución.

4. Finalmente el profesor realiza una valoración con el grupo donde analiza si las exigencias planteadas en el modelo fueron cumplidas o no y con qué calidad estas se realizaron para lograr el objetivo a que se aspira (desarrollar la habilidad resolver problemas matemáticos).


**2.3 Ejemplos que tipifican la orientación de tareas docentes concebidas.**

Es preciso destacar que en la orientación de las tareas docentes la labor del PGI debe estar encaminada a preparar a sus estudiantes para que con la mayor independencia posible realicen la solución de estas y lograr de esta forma el desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos.


La aplicación de la técnica y el modelo se ejemplificará a continuación a partir de tareas docentes orientadas comprobadas experimentalmente.

Ejemplo 1 de tarea docente.

| Actividad del PGI   | Actividad del estudiante  |
|---|---|
| 1.Orientación hacia el problema<br>1.1Motivación.   | Comprende la importancia de resolver problemas matemáticos por su utilidad social y significación para el desarrollo de su personalidad.  |
| 1.2 Planteamiento del problema.   | Se quiere delimitar el huerto de la escuela con una cerca. Si se sabe que este es de forma rectangular, que mide 15m de ancho y tiene un área de 300m <sup>2</sup> . ¿Que cantidad de cerca se necesita?                              |
| 1.3 Comprensión del problema.<br>Lee cuidadosamente el problema.<br>¿De qué trata el problema?  | Realiza la lectura cuidadosa.<br>Formula el texto con sus propias palabras, interpreta palabras claves y términos desconocidos.(Se refiere a la cantidad de cerca que se necesita para delimitar el huerto rectangular de la escuela) |
| 2. Trabajo en el problema.<br>2.1 Precisión del problema.<br>¿Qué es conveniente hacer para iniciar la resolución de un problema? ¿Será necesario separar lo dado y lo pedido?<br>¿Qué datos nos dan? | Separa magnitudes dadas y pedidas.<br>Ancho 15m y Área del rectángulo igual a 300m <sup>2</sup> .   |

|   |   |
|---|---|
| ¿Qué nos piden?   | Cantidad de cerca   |
| ¿Qué significa eso?   | Metros de alambre para cercar   |
| ¿Qué magnitud debemos determinar entonces?  | El perímetro  |
| ¿Qué es para ustedes el perímetro?  | Alrededor de la medida, en este caso del rectángulo.  |
| ¿Puede hacerse un esbozo o gráfico que esclarezca la situación?   | Sí. Dibuja un rectángulo.(Confecciona una figura de análisis)<br>  |
| ¿Con qué rama de la Matemática se relaciona este problema?  | Geometría.  |
| <p>2.2 Búsqueda de la idea de solución.</p> <p>2.2.1 Reflexión sobre los medios.</p> <p>¿Existe alguna fórmula que nos ayude en la solución del problema?</p> <p>En el problema nos piden determinar el perímetro, nos dan el área y el ancho del terreno rectangular. ¿Qué relaciones podemos formular entre los datos y la incógnita?</p> | <p>Reflexiona sobre el modelo matemático posible según las relaciones del texto del problema.</p> <p>Representa relaciones contenidas en el texto e introduce variables.</p> <p>Recuerda fórmulas conocidas.</p> <p><math>p=2(a+b)</math></p> <p><math>A=a \cdot b</math></p> |
| ¿Quiénes son a y b?   | a es el ancho y b es el largo del rectángulo.   |
| ¿Con qué otra rama de la Matemática se relaciona este   | Con el Álgebra.   |

|  |   |
|--|---|
| problema?  |   |
| ¿Qué idea de solución tienen?  | Busca la idea de solución.  |
| <p>¿Son suficientes los datos para la solución del problema?</p> <p>¿Es posible trabajar directamente en la fórmula del perímetro?</p> <p>¿Qué otro dato desconocemos?</p> <p>¿Qué pueden hacer con la otra fórmula?</p> <p>3. Solución del problema.</p> <p>Si conoces el área y la longitud del ancho y necesitas el largo. ¿Qué resulta de eso?</p> <p>Hazlo</p> <p>Luego de despejada b. ¿Qué necesitan realizar?</p> <p>¡A sustituir entonces!</p> <p>Calculen el cociente para determinar el valor del largo.</p> <p>¿Por qué la unidad de magnitud se expresa en m?</p> <p>Si conocemos el largo y por datos el ancho. ¿Qué sugieren?</p> <p>¡A calcular!</p> | <p>No.</p> <p>No.</p> <p>El largo del rectángulo.</p> <p>Reflexiona. Analiza la vía principal de solución mediante aplicación de fórmulas conocidas.</p> <p>Ejecuta el plan de solución.</p> <p>Despeja la magnitud b (largo) en <math>A=a \cdot b</math></p> <p><math>b=A/a</math></p> <p>Sustituir el valor del área y del ancho según lo datos.</p> <p><math>b=300m^2/15m</math></p> <p><math>b=20m</math></p> <p>El resultado de este cociente de bases iguales con exponentes diferentes es en este caso igual a m, es decir, de <math>m^2/m</math> resulta m.</p> <p>Sustituir los valores en la relación del perímetro y calcular.</p> <p><math>p=2(a+b)=2(15m+20m)=2(35m)=70m.</math></p> <p>Resuelve el problema matemático.</p> |

|  |   |
|--|---|
| <p>4. Evaluación de la solución y de la vía.</p> <p>4.1 Comprobación de la solución.</p> <p>¿Es lógico el resultado según el texto del problema?</p> <p>¿Es única la solución?</p> <p>¿Tiene sentido plantear que el perímetro es 70m?</p> <p>¿Qué respuesta literal sugieren para este problema resuelto?</p> <p>4.2 Reflexión sobre los métodos aplicados.</p> <p>¿Cómo procedimos para la solución del problema? Auxíliate de la figura de análisis.</p>  <p>¿Puede resolverse el problema por otra vía?</p> <p>Propone la vía aritmética.</p> <p>Es aplicable la vía algebraica escogida a la solución de otros problemas de este tipo.</p> | <p>Evalúa los resultados.</p> <p>Explica la solución.</p> <p>Comprueba si existe alguna contradicción con las relaciones que se dan en el texto del problema.</p> <p>Sí</p> <p>Sí. Comprueba la solución a partir del texto del problema.</p> <p>Se necesitan 70m de cerca para delimitar el huerto de la escuela.</p> <p>Explica la vía.</p> <p>Retoma los procedimientos y métodos utilizados para el plan de solución.</p> <p>Analiza en la figura y comprueba la solución obtenida en ella.</p> <p>No tiene idea.</p> <p>Analiza la posibilidad de hacerlo por otra vía que puede ser más corta.</p> <p>Valora esta posibilidad ante situaciones similares.</p> |
|--|---|

Ejemplo 2 de tarea docente.

| Actividad del PGI   | Actividad del estudiante  |
|---|---|
| <p>1.Orientación hacia el problema</p> <p>1.1 Motivación.</p> | <p>Comprende la importancia de resolver problemas matemáticos por su utilidad social y significación para el desarrollo de su</p> |

|   |  |            |               |                   |            |      |                 |      |            |
|---|--|------------|---------------|-------------------|------------|------|-----------------|------|------------|
|   | personalidad.  |            |               |                   |            |      |                 |      |            |
| 1.2 Planteamiento del problema.   | En una acampada participan 120 pioneros, el 20% compitió en la modalidad de pistas y señales, 8 pioneros menos que la mitad del resto lo hicieron en nudos y los restantes en tiro. ¿Cuántos pioneros participan en cada modalidad?  |            |               |                   |            |      |                 |      |            |
| 1.3 Comprensión del problema.<br>Lee cuidadosamente el problema.<br>¿De qué trata el problema?  | Realiza la lectura cuidadosa.<br>Formula el texto con sus propias palabras, interpreta palabras claves y términos desconocidos.(Competencia de pioneros exploradores en tres modalidades diferentes)   |            |               |                   |            |      |                 |      |            |
| 2. Trabajo en el problema.<br>2.1 Precisión del problema.<br>¿Qué es conveniente hacer para iniciar la resolución de un problema? ¿Será necesario separar lo dado y lo pedido?<br>¿Qué datos nos dan? | Separa magnitudes dadas y pedidas.<br>Total de pioneros 120.<br>Pistas y señales 20% de 120.<br>Nudos (8 pioneros menos que la mitad del resto)<br>Tiro (Restantes)  |            |               |                   |            |      |                 |      |            |
| ¿Qué nos piden?   | Cantidad de pioneros participantes en cada modalidad.  |            |               |                   |            |      |                 |      |            |
| ¿Puede hacerse un esbozo, tabla o gráfico que esclarezca la situación?  | Sí. Dibuja una tabla <table border="1" data-bbox="751 1572 1393 1797"> <tr> <td>Modalidad.</td> <td>Exploradores.</td> </tr> <tr> <td>Pistas y señales.</td> <td>20% de 120</td> </tr> <tr> <td>Nudo</td> <td>R/2-8 (R resto)</td> </tr> <tr> <td>Tiro</td> <td>Restantes.</td> </tr> </table> | Modalidad. | Exploradores. | Pistas y señales. | 20% de 120 | Nudo | R/2-8 (R resto) | Tiro | Restantes. |
| Modalidad.  | Exploradores.  |            |               |                   |            |      |                 |      |            |
| Pistas y señales.   | 20% de 120   |            |               |                   |            |      |                 |      |            |
| Nudo  | R/2-8 (R resto)  |            |               |                   |            |      |                 |      |            |
| Tiro  | Restantes.   |            |               |                   |            |      |                 |      |            |

|   |  |
|---|--|
|   |  |
| ¿Con qué rama de la Matemática se relaciona este problema?  | Aritmética.  |
| <p>2.2 Búsqueda de la idea de solución.</p> <p>2.2.1 Reflexión sobre los medios.</p> <p>¿Existe alguna fórmula que nos ayude en la solución del problema?</p> <p>En el problema nos piden determinar la cantidad de pioneros exploradores por modalidad. ¿Qué relaciones podemos formular entre los datos y la incógnita?</p> | <p>Reflexiona sobre el modelo matemático posible según las relaciones del texto del problema.</p> <p>Representa relaciones contenidas en el texto e introduce variables.</p> <p>Recuerda fórmulas conocidas.</p> $p/T=x/100$ |
| ¿Quiénes son p, T, x y 100?   | p-parte, T-Total, x-por ciento de la parte   |
| ¿Con qué otra rama de la Matemática se relaciona este problema?   | Con el Álgebra.  |
| ¿Qué idea de solución tienen?   | Busca la idea de solución.   |
| <p>¿Son suficientes los datos para la solución del problema?</p> <p>¿Es posible trabajar directamente en la fórmula del tanto por ciento?</p> <p>¿Qué necesitamos calcular</p>  | <p>Sí.</p> <p>Sí.</p> <p>.Reflexiona. Analiza la vía principal de</p>  |



|   |   |
|---|---|
| <p>inicialmente?</p> <p>3. Solución del problema.</p> <p>¿Qué pueden hacer conociendo la fórmula y a partir de los datos?<br/>Sustituyan.</p> <p>Luego de sustituidos los valores qué pueden hacer para abreviar el trabajo</p> <p>¿Qué sugieren realizar ahora?</p> <p>¿Qué obtuvieron?</p> <p>Si conocemos los competidores en la modalidad de pistas y señales y necesitamos conocer la cantidad de competidores en nudo. ¿Qué se infiere según los datos de la tabla?</p> <p>¿Qué representa el resultado obtenido?</p> | <p>solución mediante la aplicación de la fórmula conocida.</p> <p>La parte de 120 que corresponde al 24%<br/>Ejecuta el plan de solución.</p> <p>Resuelve el problema.<br/>Sustituir el por ciento conocido y el total</p> <p><math>p/120=20/100</math><br/>Simplifica<br/><math>p/120=1/5</math>.</p> <p>Despeja y calcula<br/><math>p=120/5=24</math><br/>La cantidad de pioneros que compitieron en la modalidad de pistas y señales.<br/>Sustraer 24 de 120 para obtener el resto, dividirlo por su mitad y luego sustraer 8 a dicho cociente.<br/><math>120-24=96</math> (resto)<br/><math>96/2=48</math> (mitad del resto)<br/><math>48-8=40</math> (ocho pioneros menos que la mitad del resto)</p> <p>La cantidad de pioneros exploradores que compitieron en la modalidad de nudo.</p> |
|---|---|

|   |   |
|---|---|
| <p>Ya conocen la cantidad de pioneros competidores en las modalidades de pistas y señales y nudo. ¿Qué modalidad desconocen ahora?</p> <p>¿Qué nos aportan los datos de la tabla?</p> <p>¿Cómo se explica esto?</p> <p>¿Qué representa el resultado obtenido?</p> <p>Evaluación de la solución y de la vía.</p> <p>4.1 Comprobación de la solución.</p> <p>¿Son lógicos los resultados obtenidos según el texto del problema?</p> <p>¿Es única la solución?</p> <p>¿Tiene sentido plantear que el participaron en pistas y señales 24 pioneros, en nudo 40 pioneros y 56 en tiro?</p> <p>¿Qué respuesta literal sugieren para este problema resuelto?</p> <p>4.2 Reflexión sobre los métodos aplicados.</p> | <p>La modalidad de tiro.</p> <p>Son los restantes.</p> <p>Suma la cantidad de pioneros participantes en pistas y señales y los de nudo y sustrae este resultado de 120 que es el total.</p> <p><math>24+40=64</math></p> <p><math>120-64=56</math></p> <p>La cantidad de pioneros participantes en tiro</p> <p>Evalúa los resultados.</p> <p>Explica la solución.</p> <p>Comprueba si existe alguna contradicción con las relaciones que se dan en el texto del problema.</p> <p>Sí</p> <p>No. Comprueba la solución a partir del texto del problema.</p> <p>Sí.</p> <p>Explica la vía.</p> <p>Participaron 24 pioneros exploradores en pistas y señales, 40 en nudo y 56 en tiro.</p> <p>Retoma los procedimientos y métodos utilizados para el plan de solución.</p> <p>Analiza en la tabla y comprueba la solución</p> |
|---|---|

|   |  |
|---|--|
| <p>¿Cómo procedimos para la solución del problema? Auxíliate de la tabla.</p> <p>¿Puede resolverse el problema por otra vía?</p> <p>Propone la vía algebraica.</p> <p>Es aplicable la vía aritmética a la solución de otros problemas de este tipo.</p> | <p>obtenida en ella.</p> <p>No tiene idea.</p> <p>Analiza la posibilidad de hacerlo por otra vía que puede ser más corta.</p> <p>Valora esta posibilidad ante situaciones similares.</p> |
|---|--|

#### **2.4 Resultados del experimento pedagógico.**

Como ya hemos señalado, en la fase inicial, después de debatir con los estudiantes la importancia de aprender a resolver problemas matemáticos de manera independiente, se procedió al análisis de las exigencias planteadas en el modelo guía de orientación. Una vez discutidas se ejemplificó la utilización de este a partir de la orientación de una tarea docente y se dirigió la actividad utilizando una técnica de estimulación del desarrollo intelectual titulada “Necesitamos comprender y analizar problemas matemáticos”.

Un análisis del comportamiento de los estudiantes en la etapa inicial, evidenció algunas particularidades a partir del procedimiento metodológico utilizado que consideramos de interés destacar, los estudiantes al no tener un dominio suficiente de cada exigencia planteada en el modelo guía y no estar habituados a este tipo de actividad hacían señalamientos superficiales, muestra de estos son: ¿Ahora tengo que utilizar siempre esto?, ¿Creo que esto es más difícil?, ¿Tengo que buscar la solución y además cumplir con todo esto?

Inicialmente al hacer el control y valoración de la orientación de las tareas docentes utilizando el modelo guía y la técnica de estimulación se constató (Anexo 7) que 1 de cada 3 estudiantes logró ejecutar el plan de solución y redactar la respuesta literal según lo pedido y 2 de los 15 seleccionados explican cómo logran

el resultado y solo 1 estudiante de la muestra demostró tener dominio de todas las acciones las cuales realizó de manera correcta.

Lo anterior evidencia insuficiencias en la gran mayoría de los estudiantes en relación a las acciones principales para resolver problemas.

Con la dirección del profesor en el análisis colectivo de las sucesivas tareas docentes orientadas, los estudiantes fueron adquiriendo habilidades con la utilización del modelo guía y muchas de los señalamientos expuestos anteriormente desaparecieron, así al finalizar la primera etapa de trabajo experimental (Anexo 5), 7 de los 15 estudiantes seleccionados logran ejecutar satisfactoriamente el plan de solución, 1 de cada 3 de la muestra reflexiona acerca de los resultados obtenidos y redacta literalmente la respuesta y 2 estudiantes cumplen con todas las exigencias establecidas en el modelo guía.

Consideramos importante destacar que en relación a lo constatado en la fase inicial, o sea, donde  $\frac{1}{5}$  de los estudiantes no logran comprender el problema y como ahora en esta etapa del experimento eliminan la dificultad señalada. Por su parte otros 2 estudiantes avanzan logrando reflexionar sobre la vía y de 2 que habían anteriormente ahora 7 ejecutan el plan de solución y de estos 3 reflexionan acerca de los resultados obtenidos y 1 busca otra vía de solución.

Teniendo en cuenta el índice de avance de acciones correctas (Anexo 10) en la muestra podemos plantear que en etapa 1 del experimento considerada a partir de la observación intermedia, los estudiantes realizaron 27 acciones correctas más que las ejecutadas en la fase inicial, es decir de 88 que efectuaban ahora avanzan hasta lograr 115 acciones válidas.

Como se puede apreciar (Anexo 7) ya en esta 1 etapa del experimento se evidencia un avance considerable manifestado por el total de acciones correctas realizadas en la resolución de las tareas docentes orientadas y teniendo en cuenta los resultados en el corte realizado, decidimos continuar con aplicación del modelo guía y la técnica de estimulación.

Se considera significativo destacar además de lo anterior que los estudiantes utilizan con destreza el modelo guía y emiten respuestas favorables a las interrogantes de la técnica aunque en algunos todavía lo logrado no satisface las

exigencias del modelo. (Anexo 8)

Estas dificultades señaladas anteriormente fueron eliminándose en la segunda etapa del experimento considerada a partir de los resultados de la observación final (Anexo 6) a lo cual contribuyó considerablemente la técnica de estimulación, permitiendo a los estudiantes sentar las bases para la resolución del problema y comprobación de los resultados.

En esta segunda etapa además se logró un análisis crítico superior de la resolución de las tareas docentes orientadas donde los estudiantes en sus argumentos muestran un mayor dominio de las exigencias y apropiación de términos del vocabulario técnico de la asignatura; aún sin la presencia del modelo aplican correctamente el procedimiento para resolver problemas matemáticos, la gran mayoría no requiere de este, han interiorizado las exigencias por lo que los logros en el desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos son cada vez más evidentes.

Un análisis de la forma en que los alumnos fueron dominando las exigencias y aplicándolas correctamente puede ser apreciado a partir del Anexo 9.

Los resultados expuestos demuestran el aumento gradual, que a partir del desarrollo del experimento se produjo en la asimilación de las exigencias por todos los estudiantes, lográndose que estas se cumplieran por la mayoría de ellos en la resolución de las tareas docentes.

Es de destacar que si bien al inicio del experimento los estudiantes presentaban serias dificultades para la búsqueda de una vía de solución, insuficiencias en argumentar y llegar a conclusiones como resultado de la idea de solución escogida y para escribir en el lenguaje matemático, en la fase final las dificultades estuvieron centradas en la comprobación de la solución y reflexión sobre los métodos aplicados.

Las insuficiencias que existían en relación a la incomprensión de problemas e irreflexión sobre los medios fueron eliminadas totalmente, apreciándose niveles superiores en los índices de avance lo que habla a favor del desarrollo alcanzado por los estudiantes en relación a la habilidad resolver problemas matemáticos.

Consideramos importante destacar que en relación a lo constatado en la fase final,

3 estudiantes superan las deficiencias de búsqueda de analogías de solución y relación del problema con conceptos, teoremas o procedimientos matemáticos conocidos, otros 5 representan la solución del problema y resuelven las operaciones indicadas, ecuaciones o fórmulas y de estos 2 redactan la respuesta literal. Por su parte 2 de los 15 estudiantes analizan la vía principal de solución y determinan el plan a seguir y otros 3 analizan críticamente si la solución obtenida es lógica.

Teniendo en cuenta el índice de avance de acciones correctas en la muestra, (Anexo 10) podemos plantear que en etapa 2 del experimento considerada a partir de lo logrado en la observación final, los estudiantes realizaron 25 acciones correctas más que las ejecutadas en la observación intermedia, es decir de las 115 ejecutadas correctamente en la primera etapa ahora avanzan hasta alcanzar 140 acciones válidas lo que representa un considerable avance de 52 de estas no logradas antes del experimento.

## **CONCLUSIONES.**

De los resultados de la investigación realizada se concluye lo siguiente:

La revisión bibliográfica permitió profundizar en las diferentes concepciones acerca del tratamiento metodológico de la formulación y resolución de problemas

matemáticos las que son de gran importancia para el trabajo de formación y desarrollo de las habilidades correspondientes.

La constatación inicial realizada nos permite afirmar que los estudiantes de 7. grado de la ESBE "Eliseo Reyes Rodríguez" presentan insuficiencias en relación al desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos motivado esto por ser una actividad compleja e integral que requiere de la formación de modos de actuación, métodos de solución y procedimientos específicos.

Las tareas docentes con un procedimiento metodológico de orientación en el que se utiliza un modelo guía de actuación unido a la aplicación de la técnica de estimulación "Necesitamos comprender y analizar problemas matemáticos" permiten el desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos.

La experiencia realizada constata que las tareas docentes son aplicables en la escuela media cubana actual y que a través de la orientación correcta de estas pueden lograrse niveles superiores en el desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos considerando que la ayuda pedagógica del profesor propicia que se desarrolle dicha habilidad atendiendo a la precisión en la exigencia de lo que debe saber hacer el alumno y las condiciones reales que tiene para lograrlo.

## **RECOMENDACIONES**

Se propone profundizar en las formas de control de la ejecución de las tareas docentes concebidas para el desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos. .

## **BIBLIOGRAFÍA.**

Aballí, Gudelia y otros: El desarrollo de habilidades previas de cálculo en 9. grado. Revista Educación # 67. Ciudad de La Habana. Octubre-Diciembre, 1987.

Addine, F.: " Principios para la dirección del proceso pedagógico", en Compendio de Pedagogía. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. Cuba. 2002.

Acuña Escobar, C. E. (2001). El proceso de solución de problemas. En <http://contexto-educativo.com.ar/2001/1/nota-07.htm>

Álvarez de Zayas, Carlos M.: Didáctica. Material impreso



Álvarez de Zayas, Carlos M.: Fundamentos teóricos de la dirección del proceso de formación del profesional de perfil ancho. Ciudad de la Habana. 1984.

Álvarez de Zayas, C. M. (1999). La escuela en la vida. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana.

Álvarez de Zayas, Rita M.: El sistema de habilidades profesionales en la Metodología de la enseñanza de la Historia. Revista Varona # 8. Ciudad de la Habana. 1982.

Arrieta Gallastegui, J. J.: La resolución de problemas y la educación matemática: Hacia una mayor interrelación entre investigación y desarrollo curricular. En Enseñanza de las Ciencias. 7(1). Febrero. España. 1989.

Ballester, Sergio: Cómo sistematizar los conocimientos matemáticos. Editorial Academia. Ciudad de la Habana. 1995.

Ballester, Sergio y C. Arango: Cómo consolidar conocimientos matemáticos. Editorial Academia. Ciudad de la Habana. 1995.

Ballester, S. y otros: Metodología de la enseñanza de la Matemática. Editorial Pueblo y Educación. Tomo 1. Ciudad de La Habana. 1992

-----: El Transcurso de las Líneas Directrices en los Programas de Matemática y la Planificación de la Enseñanza. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 2002.

Ballester, S. et al. (2000). Metodología de la Enseñanza de la Matemática. Tomo 2. La habana. Pueblo y Educación.

Bermúdez Serguera, R. y Rodríguez Rebutillo, M. (1996). Teoría y metodología del aprendizaje. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana. 1996.

Brito, Héctor y otros: Psicología general para los Institutos Superiores Pedagógicos. Tomo 2. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1987.

-----: Capacidades, habilidades y hábitos. Una alternativa teórica, metodológica y práctica. Boletín informativo. CDIP, ISP "Frank País García". 1990.

Bruner, Jerome: Acción, pensamiento y lenguaje. Compilación. Alianza Editorial. Madrid. 1989.

Cala, E (2002). El sistema de tareas como una alternativa metodológica dirigida a la formación y desarrollo del concepto de función en los escolares de noveno grado de la secundaria básica. Tesis en opción al título académico de Master en Didáctica de la Matemática.

Campistrous, L y Rizo, C. (2001). "Sobre las hipótesis y preguntas científicas en los trabajos de investigación". Revista Desafío Escolar. Año 5. Segunda Edición Especial.

Campistrous, L. y C. Rizo: Aprende a resolver problemas aritméticos. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana. 1996.

Campistrous, L y C. Rizo: Algunas técnicas de resolución de problemas aritméticos. Pedagogía. 1999.

Cañal de León, P. (2000). Las actividades de enseñanza. Un esquema de clasificación. En Revista Investigación en la escuela. N. 40. Sevilla.

Castellanos Simons, D. [et. al]. (2002). Aprender y enseñar en la escuela. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana.

Castellanos, D. y otros: Hacia una concepción de aprendizaje desarrollador. Colección Proyectos, ISPEJV, La Habana, 2001.

Cerezal, J. y Fiallo J. (2001). "Los métodos teóricos en la investigación pedagógica". Revista Desafío Escolar. Año 5. Segunda Edición Especial.

Colectivo de autores: Pedagogía. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1984.

Colectivo de autores: Modelo de Escuela Secundaria Básica. Editorial Pueblo Y educación. Ciudad de la Habana. 2007.

Colectivo de autores: "Tabloide. Modulo III. Material Base Didáctica de la Matemática en la Secundaria Básica". IPLAC, editorial Pueblo y educación, La Habana, 2006.

Colectivo de autores: Metodología de la Enseñanza de la Matemática en la escuela primaria. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana. 1992

Coll, César: Acción, interacción y construcción del conocimiento en situaciones educativas. Revista educación 279. Madrid. Enero-abril. 1986.

Crahay, M. (2002). Psicología de la educación. Editorial Andrés Bello. Santiago de Chile.

Danilov, M. A. y M. N. Skatkin: Didáctica de la escuela media. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1981

Davidov, V. V. (1987). Formación de la actividad docente en los escolares. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.

Davidov, V. V.: Contenido y estructura de la actividad de aprendizaje de los alumnos. En Educadores del mundo. Berlín. 1981

Delgado Criado, B. (1992). Tendencias pedagógicas contemporáneas. En Introducción a la pedagogía. Barcanova, S. A. Barcelona.

Dubinsky, Ed: El aprendizaje cooperativo de las Matemáticas en una sociedad no cooperativa. En Revista Cubana de Educación Superior No 2-3. CEPES. Universidad de La Habana. 1996.

Fernández Arena, A. (1992). La didáctica contemporánea. En Introducción a la pedagogía. Barcanova, S. A. Barcelona.

Fuentes González, H. C. (2000). Didáctica. Monografía. Escuela Superior Profesional. INPAHU. Santa Fé de Bogotá.

Fuentes González, H. C. y I. B. Álvarez Valiente. (2001). Dinámica del proceso docente educativo. Monografía. CEES "Manuel F. Gran". Santiago de Cuba.

Friedman, L. M.: Metodología para enseñar a resolver problemas matemáticos. En Matemática en la escuela # 5. Moscú. 1991. Traducido del ruso.

Galperin, P. Ya.: Sobre el método de formación por etapas de las acciones intelectuales. En Antología de la Psicología Pedagógica y de las edades. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1986.

Garcés, Wilber (2000): El sistema de Tareas como Modelo de Actuación Didáctica en la Formación de Profesores de Matemática-Computación. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. ISP "José de la Luz y Caballero". Holguín.

García Batista, G. (2005). El trabajo independiente. Ciudad de la Habana: Editorial Pueblo Educación.

García Vera, A. B.: Fundamentación de un método de enseñanza basado en la resolución de problemas. Revista de Educación # 282. 1987.

Gascón, J.: El papel de la resolución de problemas en la Enseñanza de las Matemáticas. Educación Matemática. Vol. 6. N0 3. Grupo Editorial Iberoamérica. México. Diciembre, 1994.

Geissler, E. y otros: Metodología de la Enseñanza de la Matemática. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1975.

Gil Pérez, D. y Guzmán Ozámiz, M. de. (1993). Enseñanza de las Ciencias. Tendencias e innovaciones. Edición PDF. Editorial Popular. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura.

Jimeno Sacristán, J. y Pérez Gómez, A. J. (1992). Comprender y transformar la enseñanza. Ediciones Morata S. A. Madrid.

González, F.E.: Trascendencia de la resolución de problemas de Matemática. Revista Paradigma, Vol. VIII, # 2 .Venezuela. Diciembre, 1987.

González, H. E.: Un criterio para clasificar habilidades matemáticas. Educación Matemática. Vol. 5. No 1. Grupo Editorial Iberoamérica. México. Abril 1993.

Guzmán, M.: Tendencias innovadoras en educación matemática. Olimpiada Matemática Argentina. 1992

Hidalgo Guzmán, José L.: Aprendizaje operatorio. Ensayos de teoría pedagógica. Casa de la cultura del maestro mexicano A.C.1992.

Jungk, Werner: Conferencias sobre Metodología de la enseñanza de la Matemática. Tres partes. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1982.

Klingberg, L.: Introducción a la Didáctica General. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1972.

Labarrere, Alberto: La formación de procedimientos generales para la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria. Revista Ciencia Pedagógicas # 14. Ciudad de la Habana. Enero - Junio, 1987.

-----: Bases psicológicas de la enseñanza de la solución de problemas en la escuela primaria. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1987.

-----: Cómo enseñar a los alumnos de primaria a resolver problemas.

Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1988.

López, J. (2000). "Vigencia de las ideas de S. L. Vygotsky". Biblioteca digital para los ISP. N. 1.

Guillermina y Valdivia Pairol, Gladys E. (2001). Pedagogía. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana.

Leontiev, A. N.: Actividad, conciencia y personalidad. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1981.

Leontiev, A. N. y otros: Psicología. Editorial Grijalbo. México. 1975.

Majmutov, M. I.: La enseñanza problémica. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1983.

Medina Rivilla, A. (1995). Las actividades. En Didáctica–adaptación. El curriculum: fundamentación, diseño, desarrollo y evaluación. Madrid.

Milfan, V.: "Propuesta de actividades para el desarrollo de las habilidades de numeración en el primer ciclo de la enseñanza primaria". Tesis de Maestría, La Habana, 2000.

MINED. (1998). "Programa Director de Matemática", Ministerio de Educación. Ciudad de la Habana.

MINED. (2001). "Dirección del aprendizaje". Reunión Nacional Preparatoria del Curso Escolar 2001-2002. Material Mimeografiado.

Moreno, L. G. Waldegg: Constructivismo y Educación Matemática. Educación Matemática. Vol. 4. No 2. Grupo Editorial Iberoamérica. México. Agosto, 1992.

Müller, Horst: El trabajo heurístico y la ejercitación en la enseñanza de la Matemática. Folleto. ISP "Frank País García". 1987.

Muñoz, Félix y otros: Matemática. 7. grado. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1989.

Neuner, G [et. al]. (1981). Pedagogía. Editorial de libros para la educación. Ciudad de La Habana.

Nota Editorial. En Educación Matemática. Volumen 4(3). Grupo Editorial Iberoamérica. México. Diciembre.1992.

Pozo, J. I. y Gómez Crespo, M. A. (2001). Aprender y enseñar ciencia. Ediciones Morata S. L. Madrid.

Peltier, Merie-Lise: Una visión de la Didáctica de las Matemáticas en Francia. Educación Matemática. Vol. 5 (2). Grupo Editorial Iberoamérica. México. Agosto, 1993.

Pérez Martínez, L.: La formación de habilidades lógicas a través de la enseñanza de la Física General en Carreras de Ciencias Técnicas. Tesis de grado. Santiago de Cuba. 1992.

Petrovski, A. V.: Psicología general. Editorial Progreso. Moscú. 1980.

Piaget, J.: La epistemología genética. Barcelona. 1970.

-----: La construcción de lo real en el niño. Editora revolucionaria. La Habana. 1967.

-----: La enseñanza de las Matemáticas. Madrid. 1968.

Poggioli, L. (2002). Estrategias de resolución de problemas. En <http://www.fpolar.org.ve/poggioli/poggio05.htm>

Polya, George: ¿Cómo plantear y resolver problemas? Editorial Trillas. México. 1986.

Pozo, J. I. y Gómez Crespo, M. A. (2001). Aprender y enseñar ciencia. Ediciones Morata S. L. Madrid.

Programa de 7.grado. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 2004.

Puig, S.: "Una aproximación a los niveles de desempeño cognitivo".ICCP, La Habana, 2003 (material mimeografiado).

Quintana, Aurelio y coautores: Matemática 7.grado, Cuaderno Complementario. Editorial Pueblo y Educación, la Habana, 2005.

Rebollar, A. y otros: Estudio de la habilidad para resolver problemas matemáticos en la escuela media. Informe de investigación. Santiago de Cuba. 2000.

Rebollar, A.: Una variante para la estructuración del contenido de la Matemática en la escuela media. Informe de investigación. Santiago de Cuba. 2000.

Ribnikov, K.: Historia de las Matemáticas. Primera Edición en Español. Editorial MIR. Moscú. 1987. E

Rico, P.: ¿Cómo desarrollar en los alumnos las habilidades para el control y la valoración de su trabajo docente? Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 1990.

-----: Técnicas para potenciar un aprendizaje desarrollador en el escolar primario. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 2002.

-----: La Zona de Desarrollo Próximo. Procedimientos y tareas de aprendizaje. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 2003.

Rico, P. y otros: Proceso de Enseñanza-Aprendizaje Desarrollador en la Escuela Primaria. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 2004.

Rizo, Celia: La formación de habilidades y capacidades en la enseñanza de la Matemática. Revista Educación # 13. Enero - Junio. 1983. p. 46 - 55.

Riverón, R. (1997): La optimización en el contexto de la enseñanza de la Matemática para la escuela cubana del nivel medio. Tesis en opción al título de Máster en Didáctica de la Matemática. Holguín.

Rubinstein, S. L.: Psicología del pensamiento. Editora universitaria. La Habana. 1966.

Rubinstein, S. L. (1966). El proceso del pensamiento. El pensamiento y los caminos de su investigación. Editora Universitaria. La Habana.

-----: El principio de la actividad creativa. Cuestiones de Psicología # 4. 1986. p. 101 - 107.

Ruzin, N. H.: El problema como objetivo y medio de la enseñanza de la Matemática. Revista Matemática en la escuela # 4. Moscú. 1980.

Santaló, L. y otros: La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia. Tratado de Educación Personalizada. Ediciones RIALP, S. A. Madrid, 1994.

Santos Marín, Norma: Sistema de habilidades lógicas relacionadas con los conceptos y los teoremas en la Matemática de las Ciencias Técnicas. Tesis de grado. Universidad Central de Las Villas. 1985.

Santos, L. M.: Resolución de problemas; El trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las Matemáticas. En Educación Matemática. Vol. 4 (2). Agosto. 1992.

Schoenfeld, A. H.: Ideas y tendencias en la resolución de problemas. Separata del libro "La enseñanza de la matemática debate". Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid. 1985.

-----: Mathematical Problem Solving. Academic Press INC. California. Estados Unidos. 1985.

Silvestre Oramas, Margarita: Metodología y técnica que contribuyen a estimular el desarrollo intelectual. Proyecto cubano TEDI. 1993.

Silvestre Oramas, M. y Zilberstein Toruncha, J. (2002). Hacia una didáctica desarrolladora. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana.

Spirin, L. F.: Formación de las habilidades profesionales pedagógicas del maestro. Traducción. ISP "Frank País G."

Talizina, N.: Psicología de la enseñanza. Editorial Progreso. Moscú. 1988.

Talízina, N. (1985). Psicología de la enseñanza. Editorial Progreso. Moscú.

Tareas de aprendizaje relacionadas con el intercambio escolar. En sitio [http://boj.cnice.mecd.es/~blamas/tareas\\_de\\_aprendizaje\\_relacionad.htm](http://boj.cnice.mecd.es/~blamas/tareas_de_aprendizaje_relacionad.htm)

Torres, P (2000). La instrucción heurística de la Matemática Escolar. ISP Enrique José varona. En Soporte magnético.

Turner Martí, Lidia: Cinco preguntas acerca del Perfeccionamiento continuo del Sistema Nacional de Educación. Revista Educación # 66. Julio - Septiembre. 1987.

Travé González, G. y Cuenca López, J. M. (2000). Estrategias y actividades de enseñanza en Ciencias Sociales. Análisis de caso. En Revista Investigación en la escuela. N. 40, Sevilla.

Usova, A. V.: Acerca de los criterios y niveles para la formación de las habilidades cognoscitivas en los alumnos. Revista Pedagogía Soviética # 12. Moscú. 1980.

Valle Arias, A. y González Cabanach, R. (1998). Psicología de la educación I. Variables personales y aprendizaje escolar. Universidad de Coruña. La Coruña.

Valle Lima, A.: La transformación educativa. Consideraciones. La Habana, Pueblo y Educación , 2003.

Verdugo Fabiani, H. Resolución de Problemas en Física. En sitio <http://www.galeon.com/aprenderaaprender/general/hernan.htm>

Vigotski, L. S.: Pensamiento y lenguaje. Edición revolucionaria. La Habana. 1968.

Zabala, A.: El enfoque globalizador. En Cuadernos de Pedagogía # 168. 4. edición. Barcelona. 1990.



Zankov, L.: La enseñanza y el desarrollo. Editorial Progreso. Moscú. 1984.

Zilberstein, J.: " Aprendizaje, enseñanza y desarrollo", en ¿Cómo hacer más eficiente el aprendizaje?, de M. Silvestre y J. Zilberstein, Ediciones CEIDE, México, 2000.

### **Anexo 1. Entrevista realizada a los estudiantes.**

Objetivo: Determinar las causas por las cuales los estudiantes no saben resolver problemas matemáticos.

Necesitamos aplicar una entrevista grupal donde expongan sus criterios del porqué no saben resolver problemas matemáticos. Es preciso conocer la aprobación de ustedes para realizarla y para ello el éxito dependerá del protagonismo que manifiesten en sus respuestas diversas.

1. ¿Qué tipo de problemas matemáticos les resulta más fácil resolver?
2. ¿Qué problemas matemáticos no saben resolver?
3. ¿Qué saben hacer con seguridad cuando van a resolver un problema matemático?
4. ¿Qué es lo que más se les dificulta en la resolución de un problema matemático?
5. ¿Cuál razón o razones provoca(n) que no puedan resolver problemas matemáticos?

## Anexo 2. Guía de observación

Objetivo: Observar el desempeño de los estudiantes seleccionados de manera intencional en relación a las acciones principales que realizan para resolver problemas matemáticos.

| Alumnos | Dimensiones |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---------|-------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|         | 1           |   |   | 2 |   |   |   | 3 |   | 4 |   |   | 5 |   |
|         | a           | b | c | a | b | c | d | a | b | a | b | c | a | b |
| A       |             |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| B       |             |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| C       |             |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| D       |             |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| E       |             |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| F       |             |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| G       |             |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| H       |             |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| I       |             |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| J       |             |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

|   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| K |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| L |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| M |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| N |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| P |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Observación: Las dimensiones con sus respectivos indicadores aparecen reflejadas en el Anexo 3.

### Anexo 3. Dimensiones e indicadores de la variable dependiente.

| Dimensiones                         | Indicadores   |
|-------------------------------------|---|
| 1) Comprensión del problema.        | a) Reproduce el contenido con sus palabras.   |
|                                     | b) Reconoce palabras claves y términos desconocidos.  |
|                                     | c) Identifica lo dado y lo pedido.  |
| 2) Búsqueda de la idea de solución. | a) Busca analogías de solución.   |
|                                     | b) Relaciona el problema con conceptos, teoremas o procedimientos matemáticos conocidos.                  |
|                                     | c) Analiza la vía principal de solución mediante fórmulas, ecuaciones o el cálculo.                       |
|                                     | d) Determina el plan de solución.   |
| 3) Ejecución del plan de solución.  | a) Representa la solución del problema.   |
|                                     | b) Resuelve las operaciones indicadas, las ecuaciones o las fórmulas obtenidas con seguridad y exactitud. |
| 4) Comprobación de la solución.     | a) Reflexiona acerca de los resultados obtenidos.   |
|                                     | b) Analiza críticamente si la solución obtenida es lógica.  |
|                                     | c) Redacta literalmente la respuesta.   |
| 5) Reflexión sobre los métodos      | a) Analiza cómo logró el resultado.   |
|                                     | b) Busca otras vías de solución( Posibilidad de resolver el   |

|            |                                   |
|------------|-----------------------------------|
| aplicados. | problema por otra vía más simple) |
|------------|-----------------------------------|

**Anexo 4. Resultados de la guía de observación (Datos de entrada).**

| Alumnos | Dimensiones |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---------|-------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|         | 1           |   |   | 2 |   |   |   | 3 |   | 4 |   |   | 5 |   |
|         | a           | b | c | a | b | c | d | a | b | a | b | c | a | b |
| A       | X           | X | X | X | X |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| B       | X           | X | X | X | X |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| C       |             |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| D       | X           | X | X |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| E       | X           | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| F       | X           | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |   |
| G       | X           | X | X | X | X |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| H       | X           | X | X | X | X | X | X | X | X |   |   | X |   |   |
| I       | X           | X | X | X | X | X | X | X | X |   |   | X |   |   |
| J       | X           | X | X | X | X | X | X | X | X |   |   | X |   |   |
| K       | X           | X | X |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| L       |             |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| M       |             |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| N       | X           | X | X | X | X |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| P       | X           | X | X | X | X |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

**Anexo 5. Resultados de la guía de observación (Datos intermedios).**

| Alumnos | Dimensiones |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---------|-------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|         | 1           |   |   | 2 |   |   |   | 3 |   | 4 |   |   | 5 |   |
|         | a           | b | c | a | b | c | d | a | b | a | b | c | a | b |
| A       | X           | X | X | X | X | X | X |   |   |   |   |   |   |   |
| B       | X           | X | X | X | X | X | X |   |   |   |   |   |   |   |
| C       | X           | X | X |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| D       | X           | X | X | X | X |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| E       | X           | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| F       | X           | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| G       | X           | X | X | X | X | X | X |   |   |   |   |   |   |   |
| H       | X           | X | X | X | X | X | X | X | X | X |   | X |   |   |
| I       | X           | X | X | X | X | X | X | X | X | X |   | X |   |   |
| J       | X           | X | X | X | X | X | X | X | X | X |   | X |   |   |
| K       | X           | X | X | X | X |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| L       | X           | X | X |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| M       | X           | X | X |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| N       | X           | X | X | X | X | X | X |   |   |   |   |   |   |   |
| P       | X           | X | X | X | X | X | X |   |   |   |   |   |   |   |

**Anexo 6. Resultados de la guía de observación (Datos de salida).**

| Alumnos | Dimensiones |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---------|-------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|         | 1           |   |   | 2 |   |   |   | 3 |   | 4 |   |   | 5 |   |
|         | a           | b | c | a | b | c | d | a | b | a | b | c | a | b |
| A       | X           | X | X | X | X | X | X | X | X |   |   |   |   |   |
| B       | X           | X | X | X | X | X | X | X | X |   |   |   |   |   |
| C       | X           | X | X | X | X |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| D       | X           | X | X | X | X | X | X |   |   |   |   |   |   |   |
| E       | X           | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| F       | X           | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| G       | X           | X | X | X | X | X | X | X | X |   |   |   |   |   |
| H       | X           | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |   |   |
| I       | X           | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |   |   |
| J       | X           | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |   |   |
| K       | X           | X | X | X | X | X | X |   |   |   |   |   |   |   |
| L       | X           | X | X | X | X |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| M       | X           | X | X | X | X |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| N       | X           | X | X | X | X | X | X | X | X |   |   | X |   |   |
| P       | X           | X | X | X | X | X | X | X | X |   |   | X |   |   |

**Anexo 7. Tabla de frecuencia que muestra el comportamiento de los diferentes indicadores en la muestra seleccionada (Datos de entrada).**

| Indicadores | Frecuencia Absoluta | Frecuencia Relativa |
|-------------|---------------------|---------------------|
| 1a          | 12                  | 12/15               |
| 1b          | 12                  | 12/15               |
| 1c          | 12                  | 12/15               |
| 2a          | 10                  | 10/15               |
| 2b          | 10                  | 10/15               |
| 2c          | 5                   | 5/15                |
| 2d          | 5                   | 5/15                |
| 3a          | 5                   | 5/15                |
| 3b          | 5                   | 5/15                |
| 4a          | 2                   | 2/15                |
| 4b          | 2                   | 2/15                |
| 4c          | 5                   | 5/15                |
| 5a          | 2                   | 2/15                |
| 5b          | 1                   | 1/15                |

**Anexo 8 Resultados del experimento pedagógico (Avance por alumnos en cada indicador medido).**

| Cantidad de acciones correctas desarrolladas por alumnos. |                  |                   |                 |
|---|------------------|-------------------|-----------------|
| Alumnos   | Datos de entrada | Datos intermedios | Datos de salida |
| A   | 5                | 7                 | 9               |
| B   | 5                | 7                 | 9               |
| C   | 0                | 3                 | 5               |
| D   | 3                | 5                 | 7               |
| E   | 14               | 14                | 14              |
| F   | 13               | 14                | 14              |
| G   | 5                | 7                 | 9               |
| H   | 10               | 11                | 12              |
| I   | 10               | 11                | 12              |
| J   | 10               | 11                | 12              |
| K   | 3                | 5                 | 7               |
| L   | 0                | 3                 | 5               |
| M   | 0                | 3                 | 5               |
| N   | 5                | 7                 | 10              |
| P   | 5                | 7                 | 10              |



**Anexo 9 Tabla de frecuencia que muestra el avance de la muestra en cada indicador medido.**

| Indicadores | Datos de entrada |       | Datos intermedios |       | Datos de salida |       |
|-------------|------------------|-------|-------------------|-------|-----------------|-------|
|             | F.A              | F.R   | F.A               | F.R   | F.A             | F.R   |
| 1a          | 12               | 12/15 | 15                | 15/15 | 15              | 15/15 |
| 1b          | 12               | 12/15 | 15                | 15/15 | 15              | 15/15 |
| 1c          | 12               | 12/15 | 15                | 15/15 | 15              | 15/15 |
| 2a          | 10               | 10/15 | 12                | 12/15 | 15              | 15/15 |
| 2b          | 10               | 10/15 | 12                | 12/15 | 15              | 15/15 |
| 2c          | 5                | 5/15  | 10                | 10/15 | 12              | 12/15 |
| 2d          | 5                | 5/15  | 10                | 10/15 | 12              | 12/15 |
| 3a          | 5                | 5/15  | 5                 | 5/15  | 10              | 10/15 |
| 3b          | 5                | 5/15  | 5                 | 5/15  | 10              | 10/15 |
| 4a          | 2                | 2/15  | 5                 | 5/15  | 5               | 5/15  |
| 4b          | 2                | 2/15  | 2                 | 2/15  | 5               | 5/15  |
| 4c          | 5                | 5/15  | 5                 | 5/15  | 7               | 7/15  |
| 5a          | 2                | 2/15  | 2                 | 2/15  | 2               | 2/15  |
| 5b          | 1                | 1/15  | 2                 | 2/15  | 2               | 2/15  |

Observación:

FA. (Frecuencia Absoluta)

FR. (Frecuencia Relativa)

**Anexo 10 Cálculo del índice de avance de acciones correctas en la muestra seleccionada.**

**El índice de acciones correctas** (inicial, intermedio y final) se calcula sumando la frecuencia absoluta de los indicadores medidos en la muestra seleccionada.

**El índice de avance** en la muestra de los indicadores medidos se calcula mediante la diferencia entre el índice final y el índice inicial de acciones correctas, considerándose el índice intermedio como final en la primera etapa y a su vez inicial para la segunda etapa del experimento.

Avance en la etapa 1 (índice intermedio – índice inicial)

Avance en la etapa 2 (índice final – índice intermedio)

El avance final del experimento se calcula sumando los resultados de los avances obtenidos en las etapas 1 y 2.

Avance final=Avance (etapa1) + Avance (etapa2)

**Anexo 11. Ejemplo 3 de tarea docente.**

| Actividad del PGI  | Actividad del estudiante   |
|--|--|
| <p>1.Orientación hacia el problema</p> <p>1.1Motivación.</p>   | <p>Comprende la importancia de resolver problemas matemáticos por su utilidad social y significación para el desarrollo de su personalidad.</p>  |
| <p>1.2 Planteamiento del problema.</p>   | <p>El acuario nacional de Cuba aumentó significativamente su capacidad de almacenamiento de agua de mar de 1760 m<sup>3</sup> a 4530 m<sup>3</sup>, las áreas dedicadas a la exhibición de animales entrenados tiene hoy espacio para 1700 espectadores. ¿Cuántas personas podían asistir inicialmente?</p>    |
| <p>1.3 Comprensión del problema.</p> <p>Lee cuidadosamente el problema.</p> <p>¿De qué trata el problema?</p>  | <p>Realiza la lectura cuidadosa.</p> <p>Formula el texto con sus propias palabras, interpreta palabras claves y términos desconocidos.(Se refiere a un aumento de la capacidad de almacenamiento de agua de mar y como resultado un espacio superior disponible para la exhibición de animales entrenados)</p> |
| <p>2. Trabajo en el problema.</p> <p>2.1 Precisión del problema.</p> <p>¿Qué es conveniente hacer para iniciar la resolución de un problema? ¿Será necesario separar lo dado y lo pedido?</p> <p>¿Qué datos nos dan?</p> | <p>Separa magnitudes dadas y pedidas.</p> <p>Capacidad antes y después y los espectadores después del aumento de las áreas.</p>  |
| <p>¿Qué nos piden?</p>   | <p>Cantidad de espectadores que podían asistir inicialmente.</p>   |

| <p>¿Puede hacerse un esbozo, tabla o gráfico que esclarezca la situación?</p>   | <p>Sí. Dibuja una tabla</p> <table border="1" data-bbox="753 243 1395 415"> <thead> <tr> <th data-bbox="753 243 1019 296">Acuario</th> <th data-bbox="1019 243 1187 296">Antes</th> <th data-bbox="1187 243 1395 296">Después</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="753 296 1019 348">Capacidad</td> <td data-bbox="1019 296 1187 348">1760</td> <td data-bbox="1187 296 1395 348">4530</td> </tr> <tr> <td data-bbox="753 348 1019 415">Espectadores</td> <td data-bbox="1019 348 1187 415">X</td> <td data-bbox="1187 348 1395 415">1700</td> </tr> </tbody> </table> | Acuario | Antes | Después | Capacidad | 1760 | 4530 | Espectadores | X | 1700 |
|---|---|---------|-------|---------|-----------|------|------|--------------|---|------|
| Acuario   | Antes   | Después |       |         |           |      |      |              |   |      |
| Capacidad   | 1760  | 4530    |       |         |           |      |      |              |   |      |
| Espectadores  | X   | 1700    |       |         |           |      |      |              |   |      |
| <p>¿Con qué rama de la Matemática se relaciona este problema?</p>   | <p>Aritmética.</p>  |         |       |         |           |      |      |              |   |      |
| <p>2.2 Búsqueda de la idea de solución.</p> <p>2.2.1 Reflexión sobre los medios.</p> <p>¿Existe alguna fórmula que nos ayude en la solución del problema?</p> <p>¿Qué sugiere este tipo de problema matemático?</p> <p>¿Qué tipo de proporcionalidad se aprecia en este caso?</p> <p>En el problema nos piden determinar la cantidad de personas que podían asistir inicialmente y los datos de la tabla aportan además la capacidad de agua de mar antes y después así</p> | <p>Reflexiona sobre el modelo matemático posible según las relaciones del texto del problema.</p> <p>No</p> <p>Representa relaciones contenidas en el texto e introduce variables.</p> <p>Infiere que a menor capacidad de agua de mar menor va a ser el espacio disponible para la participación de los espectadores.</p> <p>Una proporción.</p> <p>Una proporcionalidad directa.</p> <p><math>1760/X=4530/1700</math></p>   |         |       |         |           |      |      |              |   |      |

|   |   |
|---|---|
| como la cantidad de espectadores que hoy pueden visitarlo.¿Qué proporción sugieren conocidos los datos y la incógnita?                                      |   |
| ¿Cómo calcular entonces la cantidad de personas que podían asistir inicialmente?  | Despejando la variable X.<br>$X=(1760*1700)/4530=299200/453=660$  |
| ¿Con qué otra rama de la Matemática se relaciona este problema?   | Con el Álgebra.   |
| ¿Qué idea de solución tienen?   | Busca la idea de solución.  |
| ¿Son suficientes los datos para la solución del problema?<br>3. Solución del problema.<br><br>Luego de despejada la variable X.<br>¿Qué necesitan realizar? | Sí.<br><br>Reflexiona. Analiza la vía principal de solución mediante la proporcionalidad directa establecida.<br><br>Ejecuta el plan de solución.<br>El cálculo<br>calcula<br>$X=(1760*1700)/4530=299200/453=660$<br>Resuelve el problema matemático. |

|   |  |
|---|--|
| <p>4. Evaluación de la solución y de la vía.</p> <p>4.1 Comprobación de la solución.</p> <p>¿Es lógico el resultado según el texto del problema?</p> <p>¿Es única la solución?</p> <p>¿Tiene sentido plantear que asistían inicialmente 660 personas?</p> <p>¿Qué respuesta literal sugieren para este problema resuelto?</p> <p>4.2 Reflexión sobre los métodos aplicados.</p> <p>¿Cómo procedimos para la solución del problema? Auxíliate de la tabla.</p> <p>¿Puede resolverse el problema por otra vía?</p> <p>Es aplicable la vía aritmética utilizada a la solución de otros problemas de este tipo.</p> | <p>Evalúa los resultados.</p> <p>Explica la solución.</p> <p>Comprueba si existe alguna contradicción con las relaciones que se dan en el texto del problema.</p> <p>Sí</p> <p>Sí. Comprueba la solución a partir del texto del problema.</p> <p>Podían asistir inicialmente 660 personas.</p> <p>Explica la vía.</p> <p>Retoma los procedimientos y métodos utilizados para el plan de solución.</p> <p>Analiza en la tabla y comprueba la solución obtenida en ella.</p> <p>No tiene idea.</p> <p>Analiza la posibilidad de hacerlo por otra vía que puede ser más corta.</p> <p>Valora esta posibilidad ante situaciones similares.</p> |
|---|--|

**Anexo 12. Ejemplo 4 de tarea docente.**

| Actividad del PGI   | Actividad del estudiante   |
|---|--|
| 1.Orientación hacia el problema<br>1.1Motivación.   | Comprende la importancia de resolver problemas matemáticos por su utilidad social y significación para el desarrollo de su personalidad.   |
| 1.2 Planteamiento del problema.   | El agua al congelarse aumenta su volumen en 1/10 del mismo. ¿Qué volumen ocuparán 200 litros de agua después de helarse?   |
| 1.3 Comprensión del problema.<br>Lee cuidadosamente el problema.<br>¿De qué trata el problema?                | Realiza la lectura cuidadosa.<br>Formula el texto con sus propias palabras, interpreta palabras claves y términos desconocidos.(Se refiere al aumento del volumen de agua al congelarse) |
| ¿Qué palabras o ideas son claves?   | Congelamiento, Aumento de volumen, litro.<br>Interpreta palabras claves y términos desconocidos.   |
| ¿Qué quiere decir que el agua se congela?   | Que se convierte en hielo, en sólido.  |
| ¿Qué le pasa al agua al congelarse?   | Aumenta su volumen.  |
| ¿Cuánto crece?  | Crece 1/10 de su volumen.  |
| ¿Podrían expresarlo en por ciento?  | Crece un 10%   |
| El aumento del volumen de agua al congelarse es precisamente un fenómeno físico que estudiaran en el 8.grado. | Reflexiona.<br>Esa es la razón por la que no podemos llenar los pomos de agua al ponerlos en el congelador. Si los llenamos se rompen.   |
| ¿Si fueran 50 litros de agua congelada que ocurre?  | Tendríamos mas de 50 litros  |
| ¿Qué es un litro?   | 1dm <sup>3</sup>   |

|  |  |
|--|--|
| <p>2. Trabajo en el problema.</p> <p>2.1 Precisión del problema.</p> <p>¿Qué es conveniente hacer para iniciar la resolución de un problema? ¿Será necesario separar lo dado y lo pedido?</p> <p>¿Qué datos nos dan?</p> | <p>Separa magnitudes dadas y pedidas.</p> <p>Volumen inicial 200 litros</p> <p>Aumenta en 1/10 de su volumen.</p>  |
| <p>¿Qué nos piden?</p>   | <p>Volumen final</p>   |
| <p>¿Qué significa eso?</p>   | <p>Hay que determinar el volumen final que tienen los 200 litros de agua.</p>  |
| <p>¿Qué vínculo hay entre el volumen final y el inicial?</p>   | <p>Volumen final es el inicial más el incremento</p>   |
| <p>¿Puede hacerse un esbozo o gráfico que esclarezca la situación?</p>   | <p>Sí. Dibuja un gráfico</p>   |
| <p>¿Con qué rama de la Matemática se relaciona este problema?</p>  | <p>Aritmética.</p>   |
| <p>2.2 Búsqueda de la idea de solución.</p> <p>2.2.1 Reflexión sobre los medios.</p> <p>¿Existe alguna fórmula que nos ayude en la solución del problema?</p>  | <p>Reflexiona sobre el modelo matemático posible según las relaciones del texto del problema.</p> <p>No.</p> <p>Representa relaciones contenidas en el texto.</p> <p>.</p> |
| <p>En el problema nos piden</p>  | <p>Busca la idea de solución mediante</p>  |



|   |  |
|---|--|
| determinar el volumen final. ¿Qué relaciones podemos establecer entre los datos y la incógnita?   | relaciones.<br>Multiplicar el incremento por el volumen inicial y luego sumarlo a este último.   |
| ¿Qué operaciones deben realizarse entonces?   | Multiplicación y suma  |
| <p>¿Son suficientes los datos para la solución del problema?</p> <p>3. Solución del problema.</p> <p>¿Qué resulta del análisis realizado de la idea de solución?</p> <p>¿Qué representa el número 20 obtenido?</p> <p>¿Qué obtuvieron como volumen final?</p> | <p>Sí.</p> <p>Reflexiona. Analiza la vía principal de solución.</p> <p>Ejecuta el plan de solución.</p> <p>Halla el incremento y se lo adiciona al valor inicial del volumen.</p> <p><math>1/10 \cdot 200 = 20</math></p> <p><math>20 + 200 = 220</math>.</p> <p>El incremento</p> <p>220 litros</p> <p>Resuelve el problema matemático.</p> |

|   |   |
|---|---|
| <p>4. Evaluación de la solución y de la vía.</p> <p>4.1 Comprobación de la solución.</p> <p>¿Es lógico el resultado según el texto del problema?</p> <p>¿Es única la solución?</p> <p>¿Tiene sentido plantear que el incremento es 20 litros?</p> <p>¿Qué respuesta literal sugieren para este problema resuelto?</p> <p>4.2 Reflexión sobre los métodos aplicados.</p> <p>¿Cómo procedimos para la solución del problema? Auxíliate de la figura.</p> <p>¿Puede resolverse el problema por otra vía?</p> <p>Es aplicable la vía aritmética escogida a la solución de otros problemas de este tipo.</p> | <p>Evalúa los resultados.</p> <p>Explica la solución.</p> <p>Comprueba si existe alguna contradicción con las relaciones que se dan en el texto del problema.</p> <p>Sí</p> <p>Sí. Comprueba la solución a partir del texto del problema.</p> <p>Después de helarse 200 litros de agua ocupan un volumen de <math>220\text{dm}^3</math>.</p> <p>Explica la vía.</p> <p>Retoma los procedimientos y métodos utilizados para el plan de solución.</p> <p>Analiza en la figura y comprueba la solución obtenida en ella.</p> <p>No tiene idea.</p> <p>Analiza la posibilidad de hacerlo por otra vía que puede ser más corta.</p> <p>Valora esta posibilidad ante situaciones similares.</p> |
|---|---|

**Anexo 13. Ejemplo 5 de tarea docente.**

| Actividad del PGI   | Actividad del estudiante   |       |       |      |        |    |   |
|---|--|-------|-------|------|--------|----|---|
| 1.Orientación hacia el problema<br>1.1Motivación.   | Comprende la importancia de resolver problemas matemáticos por su utilidad social y significación para el desarrollo de su personalidad.   |       |       |      |        |    |   |
| 1.2 Planteamiento del problema.   | Una mujer tiene 31 años. Su hijo tiene 7 años. ¿Al cabo de cuántos años la edad de la madre será el quíntuplo de la edad de su hijo?   |       |       |      |        |    |   |
| 1.3 Comprensión del problema.<br>Lee cuidadosamente el problema.<br>¿De qué trata el problema?  | Realiza la lectura cuidadosa.<br>Formula el texto con sus propias palabras, interpreta palabras claves y términos desconocidos. (Se refiere a la edad inicial de dos personas y luego de ciertos años tendrán una edad mayor.) |       |       |      |        |    |   |
| Escoge un lenguaje apropiado  | Designa por X los años transcurridos   |       |       |      |        |    |   |
| ¿Cuántos años pasan?  | No se sabe   |       |       |      |        |    |   |
| ¿Cómo lo puedo representar?   | Por una incógnita, X.  |       |       |      |        |    |   |
| 2. Trabajo en el problema.<br>2.1 Precisión del problema.<br>¿Qué es conveniente hacer para iniciar la resolución de un problema? ¿Será necesario separar lo dado y lo pedido?<br>¿Qué datos nos dan? | Separa magnitudes dadas y pedidas.<br><br>La edad inicial de la madre y el hijo.   |       |       |      |        |    |   |
| ¿Qué nos piden?   | Al cabo de cuantos años la edad de la madre será el quíntuplo de la edad de su hijo.   |       |       |      |        |    |   |
| ¿Puede hacerse un esbozo, tabla o gráfico que esclarezca la situación?  | Sí. Realiza una tabla. <table border="1" data-bbox="750 1789 1395 1900"> <thead> <tr> <th>Datos</th> <th>Madre</th> <th>Hijo</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Inicio</td> <td>31</td> <td>7</td> </tr> </tbody> </table>   | Datos | Madre | Hijo | Inicio | 31 | 7 |
| Datos   | Madre  | Hijo  |       |      |        |    |   |
| Inicio  | 31   | 7     |       |      |        |    |   |

|  | Después   | 31+X | 7+X |
|--|---|------|-----|
| ¿Con qué rama de la Matemática se relaciona este problema?   | Álgebra.  |      |     |
| 2.2 Búsqueda de la idea de solución.<br>2.2.1 Reflexión sobre los medios.<br><br>¿Existe alguna fórmula que nos ayude en la solución del problema?<br><br>¿Qué relación hay entre la edad de la madre y la de su hijo al cabo de X años? | Reflexiona sobre el modelo matemático posible según las relaciones del texto del problema.<br><br>No.<br>Representa relaciones contenidas en el texto.<br><br>Busca la idea de solución mediante relaciones.<br><br>La madre tendrá el quíntuplo de la edad del hijo. |      |     |
| ¿Qué quiere decir el quíntuplo?  | Que es cinco veces mayor.   |      |     |
| ¿Con cuál operación se puede designar?   | Multiplicando por cinco.  |      |     |
| ¿Qué cantidad es quíntuplo de cuál?  | 31+X es quíntuplo de 7+X  |      |     |
| Escribe esa relación   | $31+X=5(7+X)$   |      |     |
| ¿Son suficientes los datos para la solución del problema?<br>3. Solución del problema.<br>¿Qué resulta del análisis realizado de la idea de solución?  | Sí.<br><br>Reflexiona. Analiza la vía principal de solución.<br><br>Ejecuta el plan de solución.  |      |     |

|   |   |
|---|---|
| ¿Cómo se resuelve el problema?<br>¿Tienen idea?<br><br>Resuelvan entonces   | Basta resolver esta ecuación.<br><br>$31+X=35+5X$<br>$31-35=5X-X$                                       |
| ¿Qué pasa con este problema?  | No tiene solución en el dominio de los números naturales y la solución tiene que ser un número natural. |
| ¿Todo problema tiene que tener solución?  | No  |
| ¿Cuántas soluciones tiene un problema?  | Puede que ninguna, una o varias.  |
| Hasta el momento el problema no tiene solución, cuando ustedes conozcan otros dominios numéricos, podrán encontrar solución a problemas de este tipo. |   |

### **PENSAMIENTO.**

El razonamiento heurístico es bueno por sí mismo; lo que es malo es asociarlo a la demostración rigurosa; lo que es peor es presentarlo como demostración rigurosa. Un razonamiento heurístico presentado con gusto y con franqueza puede ser

útil; puede preparar el camino al razonamiento riguroso del cual encierra ciertos gérmenes.

Polya.

### **AGRADECIMIENTOS**

A mi tutora por todo el tiempo dedicado a la revisión del trabajo y la ayuda brindada de manera constante y eficiente.

A los profesores que me impartieron clases en la maestría, quienes permitieron que ampliara mis horizontes en el campo de las Ciencias de la Educación.

A toda mi familia, especialmente a mis queridos padres por el gran esfuerzo realizado durante este período.

A todos aquellos que de algún modo contribuyeron a que este trabajo culminara.

A todos, muchas gracias.

### **DEDICATORIA**

Dedico este trabajo a mis padres quienes con su luz irradian el espacio infinito de mi vida.

A mis hermanos que me ayudan en todo de manera incondicional.

A mi querida hija y sobrino en los que confío para que se conviertan en continuadores de esta tradición familiar.

A mi esposo que a través de sus sabios consejos ha contribuido en mi vocación.

A la Revolución Cubana, por haber permitido que aplique la fórmula del amor triunfante: “Con todos y para el bien de todos”.