UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGOGICAS

Capitán “Silverio Blanco Núñez”

Sancti - Spíritus

Sede Pedagógica Cabaiguán

TESIS EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE MÁSTER EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

MENCIÓN: PREUNIVERSITARIO

Título: Ejercicios para contribuir al desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos en los alumnos de décimo grado.

Autora. Lic. Yamilec Alvarez García

Curso: ***2010-2011***

UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGOGICAS

Capitán "Silverio Blanco Núñez"

Sancti Spiritus

Sede Pedagógica Cabaiguán

TESIS EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE MÁSTER EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

MENCIÓN: PREUNIVERSITARIO

Título: Ejercicios para contribuir al desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos en los alumnos de décimo grado.

Autora. Lic. Yamilec Alvarez García

Tutora: MSc. Milagros de la Caridad Pérez Martínez

Curso: ***2010-2011***

Dedicatoria

A la memoria de Cachy.

A mi madre y hermanos.

A mi hija Ángela Nayara.

A mis sobrinos.

A mis compañeros y amigos.

A mis alumnos.

Agradecimientos

Mi gratitud hacia todas aquellas personas que, con su esfuerzo moral y científico, me han brindado su apoyo a lo largo de mi carrera y han hecho posible mi formación pedagógica, especialmente:

A Leidys, Clementina y Milagros.
A Mis compañeros de trabajo.

RESUMEN

La investigación que dio origen a este trabajo aborda un problema de actualidad relacionado con las insuficiencias que presentan los estudiantes de décimo grado del IPVCP. Beremundo Paz Sánchez, del municipio Cabaiguán cuando van a demostrar la igualdad de triángulos. En la muestra seleccionada, la utilización de diferentes métodos empíricos permitió constatar la existencia del problema en el proceso de enseñanza aprendizaje de los contenidos relacionados con la línea directriz Geometría. En el trabajo se ofrece una solución al problema detectado en el cual fue necesario utilizar diferentes métodos teóricos que permitieron establecer los principales fundamentos a considerar, así como caracterizar el estado actual de la preparación de los estudiantes en relación con el tema de investigación. El análisis de las causas del problema y las posibles vías de solución permitió elaborar ejercicios, con el propósito de contribuir al desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos. Los resultados obtenidos luego de la puesta en práctica de los ejercicios concebidos, permite afirmar que la propuesta es factible.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.

En la tesis sobre política educacional de Primer Congreso del Partido Comunista de Cuba y ratificada en los siguientes se plantea:

"... la política educacional del partido tiene como fin formar las nuevas generaciones y a todo el pueblo en la concepción científica del mundo, es decir, del materialismo dialéctico e histórico...". (PCC, 1975:23).

La Educación Preuniversitaria tiene la función social de proporcionar los conocimientos básicos necesarios, con la calidad requerida, y desarrollar las capacidades y actitudes, hábitos y habilidades necesarias para la vida social y productiva que demanda el país.

El estudio de la Matemática ofrece múltiples posibilidades para contribuir al desarrollo integral de la personalidad. Durante la formación matemática a los estudiantes se les presentan exigencias que no sólo están vinculadas al saber sino al poder con marcado interés en el desarrollo de capacidades, hábitos y habilidades generales y la formación de valores.

La importancia de la Matemática se fundamenta por el reconocido valor de los conocimientos matemáticos para la solución de los variados problemas que se pueden presentar en cualquier contexto de actuación del individuo, por la contribución de esta al desarrollo del pensamiento, así como al desarrollo de la conciencia y la educación de las nuevas generaciones. Del contenido y de la calidad de la formación matemática depende en gran medida cómo llegarán a vencerse las tareas planteadas a la ciencia y a la técnica.

La dirección del país y en particular el Ministerio de Educación delegan en esta asignatura una alta responsabilidad, por lo que especialistas, metodólogos e investigadores trabajan incansablemente en función del perfeccionamiento continuo del proceso de enseñanza aprendizaje de dicha ciencia.

En las ciencias pedagógicas es común, cuando se hace alusión al término perfeccionamiento, pensar sólo en cambios en el currículo, sin embargo el perfeccionamiento en la enseñanza de la matemática ha estado en función de este y del resto de los componentes del proceso de enseñanza aprendizaje a fin de satisfacer las demandas de la sociedad que es lograr el desarrollo integral de la personalidad de los alumnos.

Se han incrementado las investigaciones pedagógicas en las que se abordan temas de relevancia en la enseñanza de la matemática, "La enseñanza problémica en la enseñanza de la matemática del nivel medio general" (Torres, P., 2000:14), "La resolución de problemas matemáticos" (Llivina Lavigne, M. J., 1996: 45), "La sistematización de los conocimientos matemáticos" (Ballester, Pedroso, S., 2000:57), entre otras; todas realizadas por prestigiosos investigadores y estudiosos de la Didáctica de la Matemática en Cuba.

En correspondencia con las tendencias contemporáneas respecto al proceso de enseñanza aprendizaje todas estas investigaciones apuntan hacia la necesidad de lograr que este sea un proceso activo y desarrollador en el que el alumno sea sujeto y objeto de su propio aprendizaje.

Como en todas las asignaturas, para la consecución de los objetivos se conciben las líneas directrices que son declaradas como principios de orden de la materia de enseñanza que deben unir objetivos y contenidos en la estructuración del proceso docente a todo lo largo del curso escolar (Klimberg., 1972: 22).

Las líneas directrices en la enseñanzas de la Matemática se dividen en dos grandes grupos: las líneas directrices del desarrollo de conocimientos de la disciplina a la que se asocian aquellas situaciones conocidas como específicas y las líneas directrices del desarrollo de capacidades en las que se incluyen las capacidades mentales específicas y generales, así como la educación patriótica y socialista (Zillmer, W., 1990: 23 y Jungk, W., 1979: 14).

Dentro de las líneas directrices del desarrollo de conocimientos se encuentran aquellos complejos de materia que deben ser parte de la formación matemática de los alumnos. Una de estas líneas contiene todos los conocimientos geométricos de los diferentes niveles de enseñanza, la línea directriz ***"**Geometría*".

El estudio de la geometría comienza en el nivel preescolar. Durante esta etapa y toda la enseñanza primaria tiene un carácter propedéutico y meramente intuitivo.

Al desarrollo de esta línea directriz en el nivel medio básico se le da un tratamiento especial pues en dicho nivel se formalizan las definiciones de los conceptos que el alumno conoce de manera intuitiva, se enuncian las propiedades como teoremas y se realizan demostraciones que requieren la aplicación de diferentes procedimientos especiales de demostración.

En el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría en el nivel medio superior se sistematizan estos conocimientos, por lo que ello siempre ha sido un reto para los profesores de matemática, no sólo por las características del contenido, sino además por las regularidades del adolescente, para el que el aumento de sus posibilidades cognoscitivas no es consecuencia de un proceso espontáneo interno y biológico, sino de la asimilación de conocimientos y de la formación de capacidades, habilidades y hábitos que tienen lugar en el transcurso de este proceso.

En la enseñanza de la matemática se plantean objetivos generales que son alcanzables sólo a través de un adecuado tratamiento de las diferentes situaciones de enseñanza y que tienen una relación directa con la geometría, por ejemplo, los alumnos tienen que realizar acciones como, definir, fundamentar y demostrar. Esta última por sus características requiere de una adecuada dirección del proceso de enseñanza aprendizaje, así como del empleo de métodos y procedimientos que requieran de un alto grado de actividad mental y que van más allá de una simple reproducción.

A través del desarrollo de la geometría se evidencian sus potencialidades por el carácter integrador y desarrollador de conocimientos, habilidades y hábitos en los estudiantes. Sin embargo, a pesar de los esfuerzos realizados se ha podido constatar que los resultados están lejos de las aspiraciones en cuanto al logro de conocimientos sólidos y duraderos, así como la apropiación por parte de los alumnos de formas de trabajo que propicien el desarrollo de las habilidades generales desde la enseñanza de la matemática.

Durante la fase del estudio diagnóstico realizado en el IPVCP. Beremundo Paz Sánchez del municipio de Cabaiguán acerca del desarrollo de la habilidad demostrar, específicamente la igualdad de triángulos, se pudo constatar que:

- No se considera el proceso de formación y desarrollo de esta habilidad como un proceso cognoscitivo generalizador e integrador.

- No se conoce por parte de los profesores los aspectos teóricos acerca de la estructuración de la habilidad.

- No se realiza una adecuada orientación de las acciones, sobrestimando así la fase de ejecución, los profesores plantean que las habilidades se desarrollan sólo con la repetición de las acciones de forma mecánica.

- En las clases no se emplean métodos y procedimientos que propicien la participación activa y consciente de los alumnos.

- La ejercitación no se planifica teniendo en cuenta la formación de las acciones por etapas.

Sin llegar a ser absolutos, es criterio de la autora, que las insuficiencias que se presentan en el desarrollo de esta habilidad a través de la enseñanza de la matemática pueden atribuirse en parte, a la preparación que tienen los docentes para asumir su impartición en la escuela, lo que puede ser una consecuencia directa de no contar con una literatura especializada sobre la metodología para el tratamiento de estas habilidades.

En correspondencia con los planteamientos anteriores y como resultado de los diferentes instrumentos aplicados se ha podido constatar que los estudiantes de décimo grado del IPVCP. Beremundo Paz Sánchez presentan insuficiencias en el desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos, con énfasis en ejercicios integradores de contenido, tales como:

- Identificación de las propiedades de las diferentes figuras planas y reconocimiento de los datos que aportan al ejercicio.

- Identificación de los triángulos a demostrar, en correspondencia con lo pedido.
- Identificación de ángulos iguales en la circunferencia.
- Identificación de ángulos iguales que se forman entre rectas que se cortan y entre rectas paralelas.

De lo anterior se pueden realizar algunas inferencias que facilitan a la autora determinar que se está en presencia de un importante **problema científico:** ¿Cómo contribuir al desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos, en los estudiantes de décimo grado del IPVCP. Beremundo Paz Sánchez?

Encaminado a su solución está la presente investigación que toma como **objeto:** el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en el preuniversitario y como **campo:** el desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos en los estudiantes de décimo grado.

En correspondencia con el problema planteado se define como **objetivo**: Validar ejercicios dirigidos al desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos en los estudiantes de décimo grado.

Para guiar el proceso investigativo se formulan las siguientes **preguntas científicas:**

1. ¿Cuáles son los presupuestos teóricos y metodológicos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en los estudiantes de preuniversitario?
2. ¿Cuál es el estado actual de los estudiantes del grupo décimo dos en relación con el desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos?
3. ¿Qué ejercicios se pueden diseñar para contribuir al desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos en los estudiantes de décimo grado?
4. ¿Qué resultados se obtienen luego de la aplicación de los ejercicios concebidos para contribuir al desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos en los estudiantes de décimo grado?

Para dar cumplimiento al objetivo propuesto fue necesario planificar y ejecutar las siguientes **tareas científicas**:

1. Determinación de los presupuestos teóricos y metodológicos que sustentan el desarrollo de la habilidad demostrar en los estudiantes de preuniversitario.

2. Diagnóstico del estado actual de los estudiantes del grupo décimo dos en relación con el desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos.

3. Elaboración y fundamentación de ejercicios dirigidos al desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos en los estudiantes de décimo grado.

4. Validación de ejercicios dirigidos al desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos en los alumnos de décimo grado del IPVCP. Beremundo Paz Sánchez.

Se declararon las siguientes **variables:**

Variable independiente: ejercicios para contribuir al desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos. La autora de esta tesis asume este concepto como: "… no es una agrupación (…) sino un conjunto de ejercicios que cumplen determinados principios y que están proyectados a un tipo de pensamiento matemático correspondiente a él, dirigido a favorecer el desempeño de los alumnos." (Muñoz, F., 1985: 44)

Variable dependiente: nivel de desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos en los estudiantes de décimo grado.

Se asume como definición de este concepto la siguiente: se define como el conjunto de métodos lógicos de fundamentación de la veracidad de un juicio por medio de otros juicios verdaderos y relacionados con él. Ello se expresa en la medida que el estudiante comprende el ejercicio de demostración, identifica las propiedades presentes en los datos, analiza y precisa el ejercicio de demostración, realiza y fundamenta cada acción que realiza en la demostración y evalúa la solución y la vía. (Concepto operativo elaborado por la autora, a partir del criterio de Guétmanova A., 1991: 15).

Operacionalización de la variable dependiente.

Indicadores:

Dimensiones	Indicadores
Motivacional-afectiva.	1. La disposición hacia la realización del ejercicio.
	2. Participación en las clases.
Cognitiva-procedimental.	1. Comprender el ejercicio de demostración, a partir de las propiedades presentes en los datos.
	2. Buscar la idea de la demostración.
	3. Realizar la demostración.
	4. Evaluar la solución y la vía.

Los métodos y técnicas empleados en el desarrollo de este trabajo estuvieron determinados por el objetivo y las tareas de investigación previstas.

Métodos empleados.

Del nivel teórico:

Análisis y síntesis: para realizar el estudio de la habilidad demostrar como un proceso generalizador e integrador, así como de cada uno de los pasos a tener en cuenta para su formación y desarrollo.

Inductivo-deductivo: para determinar las operaciones que deben realizar los estudiantes para alcanzar el nivel de dominio de la habilidad demostrar en el contexto de la unidad de geometría y poder generalizar dichas acciones a cualquier fundamentación y demostración.

Histórico y lógico: para realizar el estudio acerca de cómo transcurre el proceso de formación y desarrollo de la habilidad demostrar desde la enseñanza primaria, la enseñanza secundaria y el preuniversitario.

Del nivel empírico:

Observación científica: con el objetivo de diagnosticar el problema y constatar la efectividad de los ejercicios diseñados.

Pruebas pedagógicas: se utilizó también como parte de la fase de diagnóstico y constatación empírica del problema científico identificado y su contextualización, para esto se elaboró un test pedagógico dirigido a medir el desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos, además para la verificación de la efectividad de la propuesta diseñada.

Experimento pedagógico: constituyó un método fundamental en el proceso investigativo. El tipo de experimento empleado, atendiendo al grado de control de las variables fue el pre-experimento**.** Al trabajar con una muestra formada por alumnos de décimo grado, se registró el estado en que se encontraba el nivel de desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos, se introdujo la propuesta de ejercicios y posteriormente se volvió a registrar el estado de la variable dependiente.

Dentro de los **métodos matemático-estadísticos** se utilizó el cálculo porcentual y algunos procedimientos de la estadística descriptiva, tales como distribuciones de frecuencias absolutas y porcentuales, tablas y gráficos para realizar el procesamiento de la información obtenida con la aplicación de los diferentes instrumentos durante el pre-test y el post-test, que permitieron la valoración cuantitativa de los resultados.

La **población** está compuesta por 180 alumnos de décimo grado del IPVCP. Beremundo Paz Sánchez del municipio de Cabaiguán y la **muestra** por 38 alumnos, del grupo décimo dos, que representan el 21,1% de la población. Se utilizó como tipo de muestra la no probabilística y como técnica de muestreo la intencional.

Los alumnos tomados como muestra presentan las siguientes regularidades: identifican los conceptos, pero no saben describir sus características esenciales, poseen poco dominio de la teoría para fundamentar proposiciones matemáticas, tienen tendencia al empleo de métodos reproductivos que conducen al fracaso y provocan el abandono de la tarea y no poseen una instrucción heurística, ni métodos que contribuyan a la búsqueda de soluciones de los ejercicios integradores de contenidos, encaminados al desarrollo de habilidades matemáticas, particularmente la habilidad demostrar igualdad de triángulos.

La **novedad científica** de este trabajo está dada por las características de los ejercicios que componen la propuesta, los cuales fueron elaborados por la autora, a partir de la sistematización del estudio teórico realizado. Los ejercicios fueron elaborados a partir de variadas situaciones intramatemáticas, a partir de la combinación de diferentes figuras geométricas, cuyas propiedades posibilitan fundamentar diferentes proposiciones que constituyen las premisas básicas para la demostración. Estos ejercicios presentan un enfoque teórico y metodológico dirigido a tratar las carencias y potencialidades de los alumnos.

La tesis está estructurada en dos capítulos. El Capítulo I contiene las posiciones teóricas que servirán de base para la solución del problema científico planteado, en el Capítulo II se propone una posible solución a dicho problema, a través de ejercicios dirigidos al desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos en los estudiantes de décimo grado, así como la fundamentación y validación de la propuesta de ejercicios concebidos.

CAPÍTULO I: PRECISIONES TEÓRICAS QUE SUSTENTAN EL DESARROLLO DE LA HABILIDAD DEMOSTRAR EN EL PREUNIVERSITARIO.

1.2 El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en el preuniversitario.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática juega un papel determinante en todas las educaciones. La educación preuniversitaria es de vital importancia en la formación de la nueva generación, en ella se define el futuro del joven, por ello la UNESCO la denomina como eje para toda la vida; en este nivel el escolar profundiza en su formación cultural y ciudadana, en su orientación vocacional y formación profesional, de esta manera el proceso de enseñanza-aprendizaje que se desarrolla en los centros docentes debe tener un enfoque formativo integral.

“El proceso de enseñanza-aprendizaje ha sido históricamente caracterizado de forma diferente, que va desde su identificación como proceso de enseñanza con un marcado acento en el papel central del maestro como transmisor de conocimientos, hasta las concepciones más actuales en las que se concibe este proceso como un todo integrado, en el que se pone de relieve el papel protagónico de los alumnos. En este último enfoque se revela como característica determinante la integración de lo cognitivo y lo afectivo, de lo instructivo y lo educativo, como requisitos psicológicos y pedagógicos esenciales” (Rico, P. y Silvestre Oramas , M., 1997:69).

Cuando el proceso logra que los alumnos se interesen, se convenzan de que esos contenidos que les ofrece el profesor son imprescindibles para su futura actuación como ciudadano de la comunidad donde vive, es que surge la contradicción fundamental del proceso, es decir, la contradicción se transforma de exigencia en necesidad, de una contradicción externa en una interna.

La organización metodológica en cada tarea docente se fundamenta en esta contradicción interna para su desarrollo. Esto implica que el profesor, se hace consciente de que el objeto fundamental del proceso es el grupo estudiantil, que su labor es motivar desde la etapa de orientación hasta la evaluación del aprendizaje.

Según el psicólogo ruso Vigotsky (1987: 98). “Toda actividad responde a un motivo, el cual le da orientación, sentido e intención a la misma”.

No existe actividad humana sin motivo, cuando a la actividad que despliega el hombre se le despeja de su motivo, la misma pierde su carácter intrínsicamente humano y se convierte en un factor semejante al sujeto, pues carece de sentido para él.

Este tema de investigación intenta contribuir a la solución de un problema actual inherente a la matemática, a su vez esta forma parte de la pedagogía socialista de Cuba y tiene como base metodológica general la teoría del conocimiento de la dialéctica materialista de la Filosofía Marxista-Leninista. Una categoría fundamental que ha servido de premisa teórica es la de actividad que se define como:

Categoría Filosófica. ” (…) es un modo de existencia, cambio, transformación y desarrollo de la realidad social. Deviene como relación sujeto-objeto y está determinada por las leyes objetivas (…) toda actividad está adecuada a fines, se dirige a un todo y cumple determinadas funciones” (Pupo, R., 1990: 26).

Categoría psicológica “(…) son aquellos procesos mediante los cuales el individuo, respondiendo a sus necesidades, se relaciona con la realidad, adoptando determinada actitud hacia ella” (González Maura, V., 2001: 91)

Por otra parte Bermúdez Morri, plantea que la actividad “Constituye el proceso subordinado a una representación del resultado a alcanzar, o sea, a una meta u objetivo conscientemente planteado”. (Bermúdez Morris, R., 2004: 182).

Precisando, la actividad de aprendizaje existe a través de las acciones (observar atentamente, escribir en la libreta, responder preguntas, realizar tareas, entre otras), de diversas condiciones, vías, procedimientos, la acción transcurre mediante las operaciones, el maestro motiva su actividad, los estudiantes satisfacen sus necesidades, el maestro explica bien para que los estudiantes conozcan qué acciones (qué modelo) y realiza las operaciones.

En la actualidad se evidencia un predominio de las tendencias relacionadas con el cognitivismo, el constructivismo y el enfoque histórico-cultural de L. S. Vigotsky y sus colaboradores.

La comprensión de un sujeto activo, reflexivo, protagónico, ha estado y está en el centro de los diferentes modelos antes mencionados, con el propósito de sustituir la actitud pasiva del estudiante, aún presentes en las aulas como reflejo de la enseñanza tradicional basados en enfoques conductistas, que con tanta fuerza prevalecieron en la escuela y cuya concepción del aprendizaje está dada por la formación de hábitos, mediante un proceso que se efectúa por ensayo y error.

Es de interés centrar la atención en la escuela histórico-cultural, en su comprensión del aprendizaje y, en particular, se quiere profundizar en una categoría fundamental, la Zona de Desarrollo Próximo.

Según este enfoque se ha considerado al individuo como un ser social e histórico que se manifiesta mediante los procesos educativos en los cuales está inmerso desde su nacimiento, y que se constituye en transmisor de la cultura legada por las generaciones presentes.

Con frecuencia se exige al maestro, en la práctica escolar, trabajar para una enseñanza desarrolladora, esto es, trabajar para el desarrollo de las potencialidades de sus alumnos.

La autora asume el concepto dado por Vigotsky sobre la Zona de Desarrollo Próximo que se define como: ¨(…) la distancia entre el nivel real de desarrollo determinado por la capacidad de resolver un problema y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz.¨(Bermúdez Morris, R., 2004: 52)

En la Zona de Desarrollo Próximo se enmarcan los siguientes niveles:

- Nivel de desarrollo potencial: es lo que el alumno hace con ayuda, realiza acciones en el plano externo, social y de comunicación.

- Nivel de Desarrollo Real: es lo que el alumno hace solo, realiza acciones en el plano interno, mental, individual.

Por tanto, no es posible desconocer que el aprendizaje implica a la personalidad como un todo integrado y resulta así un proceso complejo, cuyas derivaciones van más allá de los aspectos cognitivos e intelectuales, incidiendo de forma particular en el ser humano, es decir, en la persona, sus sentimientos, valores y aspiraciones, de ahí que el maestro tenga que velar por conducir un proceso en el cual sus significados y los de los alumnos encuentren puntos de convergencias para ser compartidos, de lo contrario pudiera producirse un proceso formal que por falta de comunicación, sin sentido para el alumno, estaría inhibiendo el desarrollo.

Se deduce entonces que en el proceso de aprendizaje se puede considerar una relación dialéctica entre lo social y lo individual, tal como señalara Doris Castellanos (2000:29) y otros. "En el aprendizaje cristaliza continuamente la dialéctica entre lo histórico-social y lo individual-personal, es siempre un proceso activo de reconstrucción de la cultura, y de descubrimiento del sentido personal y la significación vital que tiene el conocimiento para el sujeto."

Según Vigotsky, lo que está en la Zona de Desarrollo Próximo en una determinada etapa es apropiado y se mueve, se actualiza para el nivel de desarrollo de una segunda etapa. En otras palabras, lo que el estudiante es capaz de hacer en colaboración hoy, será capaz de hacerlo solo mañana.

La autora asume las etapas para desarrollar un correcto proceso de enseñanza aprendizaje, dadas por la Dra. Viviana González Maura (2001: 58):

Etapa de orientación:

- Propicia que el alumno establezca nexos entre lo conocido y lo nuevo por conocer.

- Utiliza preguntas de reflexión u otras vías que orienten al alumno en el análisis de las condiciones de las tareas y en los procedimientos de solución.

- Tantea con los estudiantes posibilidades de diferentes vías de solución.
- Controla como parte de la orientación.

Etapa de ejecución:

- Propicia la realización de las diferentes tareas y actividades.
- Propicia la ejecución de tareas individuales, por pareja, por equipos o por grupos, favoreciendo con estas últimas los procesos mediadores de socialización.
- Atiende las necesidades individuales y del grupo y del diagnóstico.

Etapa de control:

- Propicia la realización de actividades de control y valoración individuales por parejas y colectiva, así como el autocontrol y la autovaloración.
- Utiliza formas variadas de control.
- Dirige el proceso dándole la posibilidad de expresar sus ideas, sentimientos, plantearse proyectos propios, argumentos, no anticipándose a sus juicios y razonamientos.
- Da atención de hábitos, de normas de comportamiento y valores como parte del proceso y orientación valorativa de la personalidad de los estudiantes.

De esta forma las exigencias contenidas en este modelo se convierten, para el maestro, en elementos que contienen la dirección de hacia dónde producir el cambio en la remodelación de un proceso de enseñanza aprendizaje desarrollador.

El enfoque histórico cultural de L. S. Vigotsky y sus colaboradores aborda las relaciones existentes entre la instrucción y el desarrollo. El proceso de aprendizaje es instrucción, pero también es desarrollo y se produce en un proceso de interiorización del aspecto social-individual, de lo externo y lo interno.

El aprendizaje es una actividad social, mediante la cual el sujeto produce y reproduce la experiencia social y se apropia de los modos de relacionarse.

Cada actividad de enseñanza que aspira a lograr un aprendizaje exitoso, se tiene que desarrollar sobre la base de una concepción teórica segura. Para la realización de actividades, hay que estimular al estudiante para que pueda asimilar la materia de enseñanza que se fija en los programas y que se selecciona de acuerdo con las necesidades sociales, además para que se desarrollen en correspondencia con los objetivos de la sociedad socialista.

Al planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje, debe ser precisado el nivel de apropiación de los conocimientos y habilidades que se pretenden lograr: reconocer determinadas características de un objeto o proceso; reproducir coherentemente las acciones realizadas en clases; utilizar en diversas situaciones con ayuda del profesor, los conocimientos y habilidades aprendidos; utilizar libremente en la resolución de problemas, los conocimientos y habilidades adquiridas.

Organizar el proceso de enseñanza-aprendizaje, fundamentado en estos principios cambia los criterios tradicionales seguidos para la selección de las formas, medios y métodos de enseñanza.

El proceso de enseñanza-aprendizaje tiene como propósito esencial contribuir a la formación integral de la personalidad de los alumnos, constituyendo la vía mediatizadora fundamental para la adquisición de los conocimientos, procedimientos, normas de comportamiento, valores, es decir, la apropiación de la cultura legada por las generaciones precedentes, la cual hace suya, como parte de su interacción en los diferentes contextos sociales específicos donde cada estudiante se desarrolla.

Concebir la enseñanza y el aprendizaje de manera tal que se tenga en cuenta su efecto en el desarrollo de los alumnos, ayudará a formar en ellos cualidades de la personalidad que les permitan, además de su adaptación a los constantes cambios que se operan actualmente, transformar de forma creadora la sociedad en que viven.

En el desarrollo del proceso, el alumno aprenderá diferentes elementos del conocimiento: nociones, conceptos, teorías, leyes, que forman parte del contenido de las asignaturas y a la vez se apropiará, en un proceso activo mediante las interacciones con el profesor y con el resto de los estudiantes, de los procedimientos que el hombre ha adquirido para la utilización del conocimiento y por su actuación, de acuerdo a las normas y valores de la sociedad en que vive.

El aprendizaje es el proceso mediante el cual se integran conocimientos, habilidades y actividades para conseguir cambios o mejoras de conducta. Por lo tanto, el aprendizaje es una acción que toma el conocimiento (en un sentido amplio) y genera nuevos conocimientos". (Labarrere Sarduy, A., 1987:38)

Muy acertado considera, la autora del trabajo, este concepto y lo asume, porque en la enseñanza de la Matemática, en el preuniversitario adquiere un matiz diferente, se trata de integrar una serie de conocimientos, habilidades y actividades que vienen tratándose desde las enseñanzas precedentes y el aprendizaje de esta es eminentemente práctico, ya los conocimientos en su gran mayoría se fijan mediante la resolución de ejercicios y problemas.

La Didáctica de la Matemática como disciplina científica, se atiene a las leyes generales de la instrucción y la educación, las cuales forman parte del fundamento de todas las ciencias pedagógicas; pero como disciplina particular ha de resolver un conjunto importante de problemas teóricos y prácticos.

Cuba le ha otorgado gran prioridad a la educación y dentro de ella reconoce la necesidad de elevar el conocimiento de las ciencias, con énfasis en la Matemática. Esta ha sido siempre una asignatura útil para todos, pero de interés solo para parte de la población escolar; mientras pocos la consideran fácil, muchos la valoran de difícil. Su utilidad no es discutida por nadie, de ahí su prioridad en los programas escolares de todos los niveles de educación.

Para comprender el significado de la Matemática y su enseñanza, es necesario conocer su devenir histórico, el cual muestra que los conocimientos matemáticos, surgidos de las necesidades prácticas del hombre mediante un largo proceso de abstracción, tienen un gran valor para la vida.

El estudio de las múltiples aplicaciones de la Matemática en diferentes esferas de la vida económica, cultural, militar y social puede servir para comprender la necesidad del empleo de la Matemática en bien de la sociedad y en la defensa de la Patria.

La aplicación de la Matemática juega un importante papel en la planificación de la economía, la dirección de la producción, el diagnóstico y tratamiento de enfermedades, invadiendo así todos los campos del saber de la humanidad.

Actualmente “La tarea principal de la enseñanza de la Matemática consiste en transmitir a las nuevas generaciones los conceptos, proposiciones y procedimientos básicos de esta ciencia, de modo que los alumnos aprecien el valor y la utilidad de esta información, puedan comunicar sus razonamientos matemáticos al acometer tareas en colectivo y adquieran capacidades que les permitan aplicar la Matemática en la identificación, planteo y resolución de problemas de diversa naturaleza, relacionados con su entorno” (Ballester Pedroso, S., 2007:17)

Tal concepción científica y desarrolladora sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, implica promover un aprendizaje reflexivo, interactivo, cooperativo en todos los alumnos, sin el cual se pierde el objetivo principal de la enseñanza de esta asignatura; sin embargo la práctica educativa actual dista en ocasiones de esta aspiración.

La enseñanza de la Matemática en la escuela cubana tiene la tarea de contribuir a la preparación de los jóvenes para la vida laboral y social. Se trata de que estos dispongan de sólidos conocimientos matemáticos, que les permitan interpretar los adelantos científicos, que sean capaces de operar con ellos con rapidez, rigor y exactitud, de modo consciente y que lo puedan aplicar en forma creadora a la solución de problemas de diversas esferas de la vida, en la construcción del socialismo en su país.

Lo anteriormente señalado expresa la necesidad de que la escuela proporcione una elevada instrucción matemática general, la que se caracteriza por:

- “El dominio de un saber matemático básico que debe ser ampliado en dependencia de la profesión seleccionada por cada joven;
- La disponibilidad del saber y el poder matemáticos para su utilización;
- La comprensión de problemas matemáticos, en el marco de los conocimientos básicos de la formación matemática escolar;
- El reconocimiento de problemas matemáticos en la vida práctica de nuestro medio social y la intuición para buscar soluciones a los mismos;
- La decisión para la selección y el empleo de los medios matemáticos necesarios en la solución de los problemas y el aseguramiento lógico de cada reflexión, de cada paso en la solución;
- La capacidad de abstracción;
- La adaptación a las tendencias modernas y de desarrollo de la Matemática.” (Ballester Pedroso, S. et al., 1992: 13)

En esta asignatura, se asume la concepción de aprendizaje como un proceso activo, reflexivo y regulado, a través del cual el sujeto que aprende se apropia de forma gradual, de una cultura acerca de los conceptos, proposiciones y procedimientos de esta ciencia, bajo condiciones de orientación e interacción social que le permiten apropiarse, además, de las formas de pensar y actuar del contexto histórico social en que se desarrolla.

La importancia de la enseñanza de la Matemática en la escuela cubana se fundamenta en los siguientes elementos básicos:

- “El reconocido valor de los conocimientos matemáticos para la solución de los problemas que nuestro pueblo debe enfrentar para la edificación de la sociedad socialista.
- Las potencialidades que radican en el aprendizaje de la Matemática para contribuir al desarrollo del pensamiento.

- La contribución que puede prestar la enseñanza de la Matemática al desarrollo de la conciencia y la educación de las nuevas generaciones." (Ballester Pedroso, S. et al., 1992: 5)

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, concebido a partir de la política educacional del Estado, reconoce la necesidad de elevar el grado de motivación para el aprendizaje, al declarar que es fundamental que se cree un clima favorable alrededor del estudio de esta asignatura, con la utilización de recursos disponibles, entre otros los dirigidos al desarrollo de la autonomía en el aprendizaje, al desarrollo de la creatividad.

Los alumnos deben aprender a analizar los problemas, encontrar por sí mismos los medios para resolverlos; la resolución de problemas no puede convertirse en la realización de ejercicios rutinarios que no estimulan la iniciativa, la independencia y la creatividad.

El proceso de enseñanza transcurre indisolublemente ligado al de aprendizaje de los estudiantes y no se desarrolla de manera empírica ni espontánea, sino sujeto a objetivos bien determinados, y según regularidades históricamente comprobadas, lo cual se materializa en la adopción de lineamientos generales para la enseñanza de la Matemática. Estos son:

- Contribuir a la educación (ideopolítica, jurídica, laboral y económica, para la salud, estética y ambiental) de los estudiantes, mostrando que la Matemática permite la obtención y aplicación de conocimientos a la vida, la ciencia, la técnica y el arte, posibilita comprender y transformar el mundo, y ayuda a desarrollar valores y actitudes acorde con los principios de nuestra revolución.

- Favorecer la comprensión conceptual, desarrollando un pensamiento flexible y reflexivo, al proponer variadas tareas de aprendizaje, en correspondencia con los resultados del diagnóstico individual y grupal.

- Potenciar el desempeño de los alumnos hacia niveles superiores, mediante la realización de tareas cada vez más complejas, incluso de carácter interdisciplinario, y el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y la creatividad.

- Hacer que los alumnos aprendan a identificar, formular y resolver problemas dados en contextos diferentes, de modo que los conocimientos, habilidades, modos de actividad mental y actitudes que desea formar en los estudiantes se adquieran mediante el trabajo con problemas y en función de resolver estos.

- Sistematizar continuamente conocimientos, habilidades y modos de la actividad mental, incluyendo dentro de estos últimos los procedimientos heurísticos que faciliten la búsqueda de vías de solución a problemas y que son de tanta utilidad como los procedimientos algorítmicos.

- Enfatizar en el análisis de las causas de los errores, de manera de aprovecharlos conscientemente para que los propios alumnos los corrijan en un ambiente cooperativo y donde se propicien acciones de autovaloración y autocontrol.

Estos lineamientos generales corroboran el carácter consciente, contextualizado, dirigido y científico del proceso pedagógico en la enseñanza de la Matemática, todo lo cual se dirige a favorecer la formación multilateral de los alumnos, fomentando su conciencia de estudiar para construir un mundo mejor para todos.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática debe dirigirse de modo que los alumnos sean entes activos en la asimilación de los conocimientos y en el desarrollo de las habilidades, enfrentándose a contradicciones que deben ser resueltas a través de su aprendizaje.

Constituyen precisamente estas contradicciones que surgen en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática las que se erigen en fuerza impulsora del desarrollo de los alumnos, para lograr conocimientos cualitativamente superiores.

En la clase de Matemática hay que tener en cuenta el volumen de información que pueden asimilar los alumnos, la distribución de la carga de trabajo de modo que evite el cansancio y la monotonía, todo lo cual facilitará una asimilación más efectiva.

“En el perfeccionamiento continuo del Sistema Nacional de Educación hay que tener en cuenta que (…) el programa de Matemática favorezca la necesaria adaptación del contenido a nuestras realidades y condiciones actuales (…). La meta es enseñarle al alumno que no está en la escuela para recibir órdenes, sino para descubrir cómo pueden realizar tareas cada vez más complejas usando sus propios recursos y pensamientos” (Albarrán Pedroso, J. y Suárez, C., 2007:43)

Lo anteriormente expresado, permite plantear que dirigir científicamente el aprendizaje en la asignatura Matemática significa diagnosticar sistemáticamente su estado; lograr un acercamiento cada vez más certero a los elementos del conocimiento que se encuentran afectados en los estudiantes; hacer los correspondientes análisis para sintetizar cuáles son las principales dificultades y las causas que las originan, en función de organizar las acciones que permitan resolverlas en el orden científico, didáctico y metodológico.

“Durante la clase de Matemática el maestro debe:

- Lograr que los alumnos se interesen por la actividad, disfruten durante la ejecución y puedan realizar otras actividades en caso de que concluyan la tarea propuesta.

- Evaluar con profundidad los procesos de solución seguidos, así como la corrección final de la respuesta.

- Valorar la reflexión y profundidad de las soluciones alcanzadas por los alumnos con la que son obtenidas dichas soluciones. “(Albarrán Pedroso, J. y Suárez, C., 2007:44)

Tal afirmación, que comparte la autora de esta tesis, refiere entonces, que la responsabilidad fundamental del maestro de Matemática es la de enseñar a los alumnos a pensar, motivarlos por la actividad que realizan, evaluar todo el proceso, no solo el resultado de su actividad, por lo que entre los objetivos de su enseñanza se destaca el aporte que debe ofrecer esta disciplina al desarrollo del pensamiento.

La adquisición de un sólido saber y poder es una condición necesaria pero no suficiente para la formación de una personalidad acorde a los intereses de la sociedad en que vive. Se requiere de un hombre que sepa utilizar sus conocimientos en función de la solución de los problemas que se le presentan cotidianamente.

En opinión del Dr.C. Sergio Ballester (1992:21), la asignatura Matemática posibilita un desarrollo intelectual de los alumnos debido a que:

- Los conceptos, las proposiciones y los procedimientos matemáticos poseen un elevado grado de abstracción y su asimilación obliga a los alumnos a realizar una actividad mental rigurosa.

- Los conocimientos matemáticos están estrechamente vinculados formando un sistema que encuentra aplicación práctica de diversas formas, lo cual permite buscar y encontrar vías de solución distintas, por su brevedad, por los medios utilizados o la ingeniosidad de su representación. Ello ofrece un campo propicio para el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico.

- Las formas de trabajo y de pensamiento matemático, requiere de los alumnos una constante actividad intelectual que exige generalizar, comparar, fundamentar, demostrar y generalizar, entre otras operaciones mentales.

De esta manera la enseñanza de la Matemática en el campo del desarrollo intelectual de los alumnos, expresa la contribución al desarrollo del pensamiento en general, así como a diversas formas específicas del pensamiento matemático.

La necesidad del perfeccionamiento del sistema educacional cubano en el año 1988, estuvo inmersa en profundos cambios y transformaciones, lo que ocasionó reorganizaciones y reconsideraciones en los planes de estudio de diferentes niveles de enseñanza y los programas de asignaturas, así como se reelaboraron los textos de enseñanza general y en la misma medida validaron estos programas, como resultado de su perfeccionamiento.

Las transformaciones operadas, a partir del año 2002-2003 responden al urgente llamado de renovar concepciones obsoletas, arraigadas en relación con los modelos de educación que se venían siguiendo, de forma general.

En consecuencia con las condiciones histórico-sociales en que se dan las transformaciones, el modelo de preuniversitario que se presenta está en correspondencia con los actuales escenarios en que se desarrolla la educación cubana, matizada por los cambios socioeconómicos, que se han ido desarrollando de manera vertiginosa en nuestro país.

En este sentido, el nuevo modelo persigue como fin la formación integral del joven en su forma de sentir, pensar y actuar en los contextos escuela-familia-comunidad, a partir del desarrollo de una cultura general, política y pre-profesional sustentada en el principio martiano estudio-trabajo, que garantice la participación protagónica e incondicional en la construcción y defensa del proyecto socialista cubano, y en la elección consciente de la continuidad de estudios superiores en carreras priorizadas territorialmente.

Las transformaciones operadas sobre la base del objetivo o fin anteriormente abordado, condujeron necesariamente a renovar el proceso de enseñanza-aprendizaje de todas las asignaturas, entre ellas el de la Matemática, que a su vez, constituye una de las asignaturas en la cual los alumnos, no solo de este nivel, sino del nivel primario y secundario de todo el país, presentan mayores dificultades para vencer los objetivos.

Paralelo a estos cambios, se introduce, la televisión educativa, las video-clases y el empleo del software educativo, así como el Programa Editorial Libertad, para contribuir al logro de una cultura general integral, lo cual constituye un reto para la preparación de los docentes.

En la didáctica de la Matemática en el preuniversitario se define, que aprender y enseñar conforman una unidad, en la cual la enseñanza potencia no solo el aprendizaje, sino también el desarrollo.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática es desarrollador, si en cada uno de los alumnos:

- Se logra la adquisición de los conocimientos, las habilidades y capacidades matemáticas requeridas para realizar aprendizajes durante toda la vida.

- Se potencia el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y a la autorregulación.

- Se promueve el desarrollo integral de la personalidad.

Como culminación del nivel de la Educación General, la asignatura tiene que asegurar la comprensión y la utilización sistemática de los contenidos dentro de cada área matemática (Aritmética, Álgebra y Geometría).

La enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el preuniversitario se encuentra en un proceso de renovación de sus enfoques, que persigue que los alumnos adquieran una concepción científica del mundo, una cultura integral, competencias y actitudes necesarias para ser hombres y mujeres plenos, útiles a la sociedad, sensibles y responsables ante los problemas sociales, científicos, tecnológicos y ambientales a escala local, nacional, regional y mundial.

Los cambios en la enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática en preuniversitario deben dirigirse en lo esencial a "contribuir a la educación político-ideológica, económico-laboral y científico-ambiental de los alumnos, mostrando que la Matemática permite la obtención y aplicación de conocimientos a la vida, la ciencia, la técnica y el arte, posibilita conocer y transformar el mundo, y ayuda a desarrollar valores y actitudes en correspondencia con los principios de la Revolución". (MINED, 2006:10)

1.2- Reflexiones teóricas en torno al transcurso del proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría como línea directriz de la Matemática.

El origen de las primeras nociones geométricas y su estudio sistemático, se originaran en las antiguas civilizaciones, donde surgieron los primeros conceptos geométricos propiciados por la actividad práctica del hombre y atravesaron un largo período de aprovechamiento.

La construcción teórica de la Geometría tiene sus orígenes en las escuelas científicas y filosóficas de la Grecia Antigua. Los trabajos de, Tales de Mileto, Pitágoras, Euclides y otros, trascendieron su época de manera tan significativa que la referencia a su obra es obligatoria en cualquier curso de Geometría. Con ello se alcanzó un nivel de abstracción de los conceptos geométricos cualitativamente superiores, se introdujeron y perfeccionaron los métodos de demostraciones. Después, aparece René Descartes y aporta el método de coordenadas, logrando nuevos horizontes para dar paso a nueva teoría geométrica como la "Geometría no Euclidiana", lográndose un avance en los estudios y aplicaciones de esta rama de la Matemática.

De todo este universo de teorías y aplicaciones, solo es posible dar unas tenues pinceladas en las mentes de los escolares, logrando lo necesario para crear sólidas bases generales y avivar el interés hacia el estudio de las ciencias exactas.

Considerando lo anteriormente expuesto se hace necesario describir el transcurso de la Geometría en la enseñanza como una línea directriz, logrando formar en los alumnos ideas claras sobre los objetos geométricos del plano y del espacio así como sobre las relaciones entre ellos.

Con este fin, deben tratarse en la escuela una cantidad suficiente de figuras planas y cuerpos, de forma tal, que los alumnos sean capaces de describir (definir) los objetos geométricos correspondientes y explicar (fundamentar) las relaciones entre ellos, en especial aquellas que son esenciales para comprender la estructura de la recta, del plano y del espacio (Ballester Pedroso, S., 2000: 92).

El curso de Geometría en la escuela cubana, abarca complejos de materia que se suceden en los distintos grados de la enseñanza primaria, media y media superior. De manera que, para dirigir, correctamente la enseñanza de la Geometría en cada momento, el profesor debe tener visión total de la materia con anterioridad e información con respecto a la disposición de los contenidos subsiguientes.

En el transcurso de la línea directriz “Geometría” en la enseñanza media, se trabajan los distintos contenidos desde el punto de vista metodológico requiriendo la misma orientación general:

- Definir los conceptos que el alumno conoce de manera intuitiva desde grados anteriores.

- Estudio de teoremas y sus demostraciones, así como en las relaciones que establecen nuevas propiedades, empleando diferentes procedimientos especiales de demostración y la realización de ejercicios portadores de nueva formación

- Trabajo en la solución de complejos ejercicios para fijar el contenido, que incluye problemas de cálculo, construcción y demostraciones convenientemente estructuradas para lograr la sistematización de los conocimientos esenciales.

- Vínculo de los conocimientos aritméticos, geométricos y algebraicos que poseen los alumnos, en problemas propios de la Geometría y problemas prácticos de carácter geométrico, así como en función de la visualización y comprensibilidad de los conocimientos aritméticos y algebraicos, además, se hace necesario establecer la relaciones entre la línea directriz “Geometría” y dar objetivo de la enseñanza de la Geometría, de acuerdo con la variante escogida para la educación general en nuestro país.

En los grados correspondientes al primer ciclo de la enseñanza primaria los objetivos fundamentales están encaminados a la adquisición de conocimientos y capacidades relacionadas con los conceptos geométricos y su descripción, así como el desarrollo de habilidades en el trazado y construcción de figuras geométricas.

En los grados correspondientes al segundo ciclo se hace énfasis en la adquisición de conocimientos y capacidades relacionadas con los conceptos geométricos y sus definiciones, aparejados al desarrollo de habilidades en el cálculo geométrico y la aplicación de sucesiones de indicaciones para las construcciones.

En la enseñanza media, los objetivos fundamentales están dirigidos a la adquisición de conocimientos y capacidades relacionadas con los conceptos geométricos y sus definiciones, así como, la aplicación de las transformaciones geométricas fundamentales y sus conocimientos, aritméticos, algebraicos y trigonométricos a la resolución de ejercicios y problemas.

Ya en décimo grado, particularmente en la Unidad 4: “Relaciones de igualdad y semejanza entre figuras geométricas y sus demostraciones”, los objetivos a lograr son:

- Resolver ejercicios de estimación y determinación de cantidades de magnitud en situaciones geométricas, prácticas o de otras áreas del conocimiento o la técnica, aplicando los conocimientos sobre las figuras y cuerpos geométricos, la igualdad y semejanza de triángulos, el grupo de teoremas de Pitágoras y la resolución de triángulos rectángulos.

- Esbozar figuras y cuerpos geométricos que cumplan las condiciones dadas en el enunciado y construir las figuras geométricas fundamentales, las rectas y puntos notables, a partir de sus propiedades esenciales, como condición previa para inducir las vías de solución de muchos problemas intramatemáticos y extramatemáticos.

- Descubrir o redescubrir proposiciones matemáticas mediante la demostración o refutación de: el paralelismo ola perpendicularidad de rectas, la igualdad de amplitudes de ángulos, la igualdad o proporcionalidad de longitudes de segmentos, perímetros, áreas o volúmenes y la igualdad o semejanza de figuras geométricas.

Podemos generalizar, que los objetivos tratados anteriormente, responden muy específicamente a los objetivos de la línea directriz “Geometría” expuesto en el transcurso de esta por los programas de Matemática y planificación de la enseñanza (Ballester Pedroso, S., 2000:20).

Objetivos de la línea directriz ”Geometría”.

- Identificar figuras y cuerpos geométricos.

- Recordar las propiedades fundamentales de las figuras y cuerpos geométricos.

- Esbozar figuras y cuerpos geométricos.

- Estimar y calcular magnitudes.
- Resolver problemas relacionados con:

⇒ Las propiedades de las figuras planas.

⇒ Las propiedades de las figuras planas y las proporciones.

⇒ Las propiedades de las figuras planas y los cuerpos geométricos.

El trabajo con estos objetivos debe ser sistemático, contribuyendo al desarrollo de habilidades para resolver problemas específicos sobre igualdad de triángulos. Sin embargo estas habilidades no pueden verse alejadas del desarrollo de la actividad humana como categoría, evidenciado en la relación que tiene el hombre con la realidad que le rodea, es decir, su interacción con la sociedad y la naturaleza.

Muchos son los psicólogos que han tratado este tema, entre ellos podemos mencionar a: S. L. Rubinsten, L. S. Vigotski, D. N. Vznadze, A. N. Leontiev y A. V. Petrovski que desarrollaron importantes ideas acerca de la estructura de la actividad que revelan la solución motivo-objetivo y los tránsitos recíprocos entre las distintas unidades de la actividad.

El análisis de una actividad debe iniciarse por la determinación que el que la realiza debe cumplir para resolver la tarea que se le plantea, para luego pasar a la reparación de las acciones que la forman y después al análisis estructural y funcional del contenido de cada una de ellas, que es lo que permite, como análisis sistémico, revelar sus componentes, vínculos, interrelaciones y diferencias para asegurar el logro del objetivo de la actividad de la que forman parte.

Además en estudios de los psicólogos contemporáneos se evidencia como se han orientado hacia las formas de asimilación de la actividad a través de los conceptos de hábitos, habilidades y capacidades y se caracterizan por reflejar diferentes niveles de dominio de las unidades estructurales: operación, acción y actividad respectivamente.

Algunos psicólogos como O. A. Abdulina; E. I. Brito; I. M. Viktoruv; N.V. Kuremina; A. N. Leontiev; X.K. Platonov; A. A. Stepanov y otros, en sus estudios trata el concepto de habilidad, expresando las dos tendencias en la evolución de este concepto: los que definen la habilidad como un hábito culminado y los que la definen como una acción creadora en constante perfeccionamiento; siendo la segunda tendencia la más aplicada por su influencia que ejerce en el desarrollo progresivo y constante del aprendizaje en la sociedad.

Las habilidades se forman con la sistematización de las acciones subordinadas a un fin consciente y se desarrollan sobre la base de la experiencia del sujeto, de sus conocimientos y de los hábitos que poseen; pero los conocimientos se manifiestan o expresan concretamente en las habilidades, en la posibilidad de operar con ellas, de ahí que se les denomine como instrumentación consciente en la manifestación ejecutora de la actuación de la persona en un contenido dado. Especialmente importante es el hecho de que la actuación del sujeto se emotiva por un fin consciente que consideramos ha de estar relacionado con el contexto que brinda el problema que se propone resolver.

Al hablar de la Matemática de la enseñanza y la metodología del aprendizaje se debate la idea de que no basta con transmitir o apropiarse de los conocimientos, sino que a la persona que aprende hay que moderarle las condiciones necesarias para que aprenda a aprender, o sea, desarrollar las potencialidades metacognitivas (Bermúdez Morris, R., 1996:44)

Es evidente que la metodología de la enseñanza ha de estar dirigida a lograr que el estudiante construya sus propios mecanismos, métodos, técnicas, procedimientos de aprendizaje; por lo que la teoría fundamental en la dirección del proceso de construcción de conocimientos y los métodos a emplear, la construcción de de los modos de actuación; que propician el desarrollo de las habilidades necesarias para llevar a cabo la efectividad de la actividad en función del conocimiento.

En el libro de Metodología de la enseñanza de la Matemática en la escuela primaria de un colectivo de autores cubanos se asume la habilidad como “Las acciones que el sujeto debe asimilar y, por tanto denominan en mayor o menor grado y que, en esta medida, le permiten desenvolverse en la realización de determinadas tareas”. (MINED., 1992:88). En esta definición se asumen las habilidades como modo de actuación que se forman y desarrollan en la propia actividad.

El poder matemático está formado por los hábitos, habilidades y capacidades específicas de la asignatura, desarrolladas por los alumnos para operar con los conocimientos adquiridos y darles aplicación, así como las normas de conducta y cualidades personalidad. (MINED., 1992:88).

En investigaciones sobre el tema H. González (1993: 49) presenta un contenido para clasificar las habilidades matemáticas que toma como punto de partida la idea de que hacer matemáticas “es el reflejo de una o de un subconjunto de habilidades especificas, entonces el sistema así planteado en un conjunto de habilidades matemáticas específicas, estrictamente secuenciadas en la acción”

Sin embargo ha habido en los últimos años una tendencia que identifica la habilidad como proceso y resultado de perfeccionamiento de los modos de actuación correspondientes o una actividad determinada, lo que sin dudas acerca esta categoría a la capacidad.

El análisis de las tendencias pedagógicas contemporáneas constituyen un importante fundamento en la resolución de problemas y específicamente los problemas relacionados con las igualdades de triángulos; teniendo en cuenta un papel protagónico el actuar de los estudiantes.

En estas posiciones se orienta el proceso de formación y desarrollo de las habilidades desde el modo de actuar generalizado hacia la búsqueda de nuevos conocimientos y estrategias que permitan resolverlo; es decir, va desde el carácter instrumental de los conocimientos hasta el carácter objetal.

En estudios realizados por Josepma Fortuny Aymery: (1990:34) sobre el aprendizaje de la Matemática como proceso de acción constructivo, caracteriza las acciones mentales mediante la planificación de fases en que cada actividad y estrategia se realzan según un proceso heurístico de resolución de problemas.

En este caso se asume que el alumno parte de un mundo de significaciones, ejerce sus saberes, puede cumplir un papel importante en la comunicación con sentido y construye modelos conceptuales mediante sus estrategias heurísticas para plantear y resolver problemas (Hidalgo Guzmán, J. L.: 1992:115).

Sin embargo Cesar Coll; apoyándose en el contexto interpersonal profesor - alumno y fundamentándose en la zona de desarrollo próximo de Vigotsky, indica como tarea del profesor: proporcionar un contexto significativo para la ejecución de las tareas escolares en el que el alumno pueda insertar sus actuaciones y construir interpretaciones coherentes; adecuar el nivel de ayuda o directividad al nivel de competencia de los alumnos, evaluar continuamente las actividades de los alumnos e interpretarlas para conseguir un ajuste óptimo de la intervención pedagógica. (Coll, C.: 1986:19).

El psicólogo Jerome Bruner reconoce el desarrollo y estructura de las habilidades como el desarrollo de estrategias para la utilización inteligente de la información, escogiendo entre modos alternativos de respuestas, aceptando la estrategia como patrón de decisiones en la adquisición, retención y utilización de la formación que sirve para lograr ciertos objetivos.(Bruner, J.: 1989:129).

Resultó importante en este caso el papel que juega el sujeto en la ejecución e interpretación de la actividad.

En las concepciones didácticas actuales, el análisis sistemático del contenido de la enseñanza distingue entre sus componentes un sistema de conocimientos y un sistema de habilidades. El conocimiento refleja el objeto de la ciencia y su movimiento y las habilidades reflejan las relaciones del hombre con dicho objeto.

La habilidad según C. Álvarez de Zayas (1995: 46) es: el modo de actuar, de relacionarse el estudiante con el objeto de estudio, está condicionado por dicho objeto, por sus componentes, pos sus estructuras, por las relaciones que están presentes en él mismo. El dominio de la habilidad presupone, a la vez, el dominio de las características del objeto de estudio.

En esta idea se expresa el carácter flexible de la habilidad y que esta se manifiesta en la medida en que se le plantea una nueva situación al alumno, enriqueciendo el nuevo objeto de estudio. Con este propósito y para lograr que los estudiantes adquieran una cultura Matemática, está puesto en vigencia el programa Director de la Matemática desde el curso escolar 1997-1998.

1.2.1- Desarrollo de la habilidad demostrar en la enseñanza de la Geometría.

Mediante la enseñanza de la Geometría se deben formar en los alumnos ideas claras sobre los objetos geométricos del plano y del espacio, así como las relaciones entre ellos.

Con este fin, deben de tratarse en la escuela una cantidad de figuras planas y cuerpos, de forma tal que los alumnos sean capaces de describir (definir) los objetos geométricos correspondientes y de explicar (fundamentar) las relaciones entre ellos, en especial aquellas que son esenciales para comprender la estructura de la recta, del plano y del espacio. (Ballester Pedroso S.; 2000: 92)

El decursar de la enseñanza de la Geometría en los primeros grados de la enseñanza primaria; va preparando las condiciones para el desarrollo gradual de la habilidad demostrar; a través de la contienda desde el punto de vista metodológico.

Tal es el caso de los contenidos referidos a: definir conceptos, que el alumno conoce de manera intuitiva desde grados anteriores.

De manera que en el primer ciclo de la enseñanza primaria (propedéutico) de primer grado a cuarto grado, los objetivos fundamentales se corresponden con la adquisición de conocimientos y capacidades relacionadas con los conceptos geométricos y su descripción, desarrollando las habilidades de trazado y construcción.

En el segundo ciclo de la enseñanza primaria, de quinto a sexto grados, aparecen la adquisición de conocimientos y la capacidades relacionadas con los conceptos geométricos y sus definiciones, desarrollando las habilidades en el cálculo geométrico y la aplicación de sucesiones de indicaciones para las construcciones.

En el paso hacia el nivel medio se continúa la adquisición de conocimientos y de capacidades relacionadas con los conceptos geométricos y sus definiciones y aparecen la aplicación de las transformaciones geométricas fundamentales y la interrelación con las ramas de la Matemática.

Se retoman todos los contenidos de los grados anteriores y sobre esta base se van construyendo las habilidades necesarias para llegar a desarrollar la habilidad demostrar en octavo grado y su posterior sistematicidad en noveno grado. En décimo grado, específicamente en la unidad 4, se continúa sistematizando la habilidad demostrar, entre otros objetivos.

El desarrollo de estas capacidades permite el progreso sucesivo y gradual de la fundamentación, base fundamental para desarrollar la demostración como habilidad desarrolladora de capacidades mentales a largo plazo.

La aplicación del concepto igualdad de figuras geométricas a los triángulos, requiere una clara noción acerca de los movimientos y sus propiedades, así como ciertas habilidades en el trabajo con ángulos que se basan en el reconocimiento de relaciones entre ellos.

Es importante habituar al alumno a expresarse oral, escrita y gráficamente, en situaciones tratadas matemáticamente, mediante la adquisición y el manejo de un vocabulario de nociones y términos matemáticos.

La resolución de problemas debe contemplarse como una práctica habitual integrada a cada una de las facetas que conforman el proceso de enseñanza aprendizaje.

El trabajo en grupos, ante problemas que estimulen la curiosidad y la reflexión facilita el desarrollo de los hábitos de trabajo que permite al alumno desarrollar estrategias para defender sus argumentos frente a los de sus compañeros, permitiéndoles, comparar distintos criterios al seleccionar las respuestas más adecuadas.

Por último, y no por ello menos importante, hay que considerar que la lectura comprensiva es la técnica o procedimiento transversal por excelencia de todo el currículum, ya que constituye la herramienta necesaria para adquirir los conocimientos de todas las áreas, y de cuyo dominio depende del éxito académico y profesional del estudiante. Así pues, se señala la importancia de que estos alcancen y dominen las técnicas de comprensión lectora y sean capaces de entender la variedad de textos que el profesor les presente para su aprendizaje, donde se les brinda una serie de aspectos teóricos fundamentales.

1.3- La clasificación de las habilidades. Las habilidades específicas de la enseñanza de la matemática.

Cualquier estudio que se realice acerca de las habilidades puede partir de la clasificación que hacen varios autores, en **habilidades generales** o **habilidades específicas**.

Las habilidades generales, son aquellas que forman parte del contenido de varias asignaturas, mientras que las habilidades específicas son las que forman parte del contenido de una asignatura en particular.

Partiendo de estos mismos preceptos y siendo consecuentes además con esta clasificación de las habilidades se considera pertinente realizar algunas reflexiones acerca de lo general y lo particular teniendo como referente los postulados de

Krutietski (1986: 78), sobre el carácter específico de las capacidades matemáticas, "... Las distintas particularidades de la actividad intelectual del escolar, pueden caracterizar solamente su actividad matemática, manifestarse sólo en la esfera de las relaciones espaciales y cuantitativas, expresadas mediante números y signos, y no caracterizan otros tipos de su actividad, no relacionarse con las manifestaciones correspondientes en otras esferas".

Dadas las características tan peculiares de la Matemática, en que todas las relaciones, las operaciones se expresan a través del lenguaje de los signos, en el contexto de una actividad específica, la capacidad general se transforma tanto que, manteniendo su carácter general por su naturaleza, actúa ya como capacidad específica. En este sentido se considera que es general y específica.

Para las habilidades ocurre exactamente lo mismo, una habilidad definida como general puede actuar como específica a partir del contexto en que se realice la actividad. Independientemente que la estructura de la habilidad se mantenga cualquiera que sea el contexto, siempre estará dotada de elementos específicos que estarán dados por el sistema de operaciones relacionado con los medios, los métodos y la vía.

Por otra parte se tuvieron en cuenta los trabajos de la Dra. Herminia Hernández (2000:34), quien define un sistema básico de habilidades específicas de la Matemática, entre las que se encuentran habilidades como definir, fundamentar, demostrar, algoritmizar, modelar, graficar, entre otras. Tal determinación se hace teniendo en cuenta las exigencias del programa y las características de las acciones que sistemáticamente tienen que realizar los alumnos para el cumplimiento de los objetivos.

Tal es el caso de las habilidades que aquí se han determinado como específicas de la Matemática. Las habilidades "definir", "fundamentar" y "demostrar" aparecen en la bibliografía especializada reconocidas como habilidades generales, sin embargo, si se tienen en cuenta los preceptos anteriores coincidimos con el criterio, ya que estamos en presencia de habilidades que son generales y al mismo tiempo se pueden considerar específicas.

La habilidad demostrar, por ejemplo, no se comporta igual para las asignaturas de una misma área de conocimientos, en la Matemática no se manifiesta igual que en la Física, aunque se mantiene la estructura, varían los medios, los métodos, la vía, que se emplea para resolver o realizar un ejercicio de demostración. Mientras que en la Matemática la demostración se realiza a partir de una sucesión de pasos lógicos basados en relaciones, conceptos y procedimientos dados de antemano, en la Física las demostraciones por lo general son experimentales, basadas en leyes o fenómenos.

1.3.1- La habilidad demostrar. Su conexión con la Lógica y la Didáctica de la Matemática. Relación habilidad y conocimiento.

La habilidad “demostrar” tienen su origen en la lógica formal, pues está asociadas a las formas del pensamiento: los conceptos, los juicios y los razonamientos.

Al realizar el estudio de esta habilidad es conveniente partir de su definición desde el punto de vista lógico.

Demostrar: se define como el conjunto de métodos lógicos de fundamentación de la veracidad de un juicio por medio de otros juicios verdaderos y relacionados con él. (Guétmanova, A., 1991:15).

Fundamentar en la lógica se asume como: argumentación, que es el modo de razonamiento que comprende la demostración y la refutación, en cuyo proceso se crea la convicción de la veracidad de la tesis y la falsedad de la antítesis. (Guétmanova, A., 1991:12).

Desde la lógica se reconoce la relación dialéctica existente entre estos términos. Los conceptos son las formas con que operan las restantes formas del pensamiento humano, es decir, los juicios, los razonamientos, las teorías se construyen a partir de los conceptos.

Por su parte la Didáctica de la Matemática define estos términos teniendo como base las definiciones dadas en la lógica, lo cual se puede apreciar seguidamente.

Müller define una demostración a partir de un sistema de expresiones X. Una demostración de la expresión Q es una sucesión de expresiones Q_1 Q_2,... Q_n, Q que termina en Q y que satisface para cada término Q_i una de las condiciones siguientes: Q_i pertenece a X o Q_i puede deducirse de expresiones precedentes, o expresiones de X mediante una regla de inferencia. (Müller H., 1980:23).

La fundamentación, en la Didáctica de la Matemática se trabaja muy vinculado a las demostraciones, ella por sí sola no constituye una situación típica como las demostraciones. Se asume el término fundamentar como el sistema de operaciones que realiza el sujeto cuando emite un juicio al determinar el valor de verdad de una proposición matemática.

Para el caso de las demostraciones también resulta útil realizar algunas reflexiones acerca de las diferentes definiciones que se tienen de este término.

De otra manera Jungk, al tratar el concepto demostración expresa, "Es una cadena finita de proposiciones verdaderas, que se obtienen con ayuda de reglas de inferencias lógicas. El punto de partida de esta cadena son proposiciones cuya verdad es conocida. El punto final de la cadena es el teorema a demostrar. Cada miembro de la cadena se obtiene del miembro anterior mediante reglas de inferencias. (Jungk. W., 1981:56).

En este caso, evidentemente, se hace referencia a las demostraciones directas, en tanto, las indirectas no son objeto de estudio en el grado hacia el que está dirigida esta propuesta.

Al definir el concepto de habilidad, puede concluirse que demostrar es el sistema de operaciones que realiza el sujeto para asegurar la veracidad de una proposición, es decir para resolver un ejercicio de demostración.

En este trabajo se define la habilidad fundamentar como el sistema de operaciones que realiza el sujeto cuando emite un juicio al determinar el valor de verdad de una proposición matemática.

Una reflexión acerca de la relación conocimiento-habilidad.

La relación entre conocimiento y habilidad viene dada desde la propia estructura de la personalidad, ambos pertenecen a la misma esfera de autorregulación, la esfera cognitivo-instrumental. Los conocimientos formando lo cognitivo, mientras que las habilidades la unidad de lo instrumental. Estas unidades interactúan dialécticamente, existiendo entre ellas una relación de interdependencia.

Varios autores al referirse a esta relación de interdependencia plantean "El conocimiento constituye una premisa para el desarrollo de la habilidad". (González , M.,1995:34 y González D., 2005:78)

El conocimiento que no se aplica no es útil, una manera de aplicar este es mediante la resolución de tareas en el contexto de una actividad específica en la que se involucra la habilidad. La propia estructura de la habilidad incluye siempre determinados conocimientos, así como un sistema operacional que permite explicar correctamente dicho conocimiento. (González M, 1995:35)

Al respecto dice N. F. Talízina (1987:78), citada por Herminia Hernández Fernández (2000: 34) "no se puede separar el saber del saber hacer, porque saber siempre es saber algo, no puede haber un conocimiento sin una habilidad, sin un saber hacer."

En la literatura pedagógica los conocimientos son asociados al **saber**, en tanto, las habilidades al **saber hacer.**

Sin embargo, muchos docentes aseguran que sus alumnos saben, por el simple hecho de reproducir mecánicamente un conocimiento y no por saber operar con ellos, aplicarlo en la solución de tareas determinadas. En la medida que esto ocurre el saber se transforma en saber hacer, es decir, es ya habilidad.

La opinión de la autora acerca de que los conocimientos se manifiestan a través de las habilidades se fundamenta en las razones siguientes:

- La relación dialéctica entre lo cognitivo y lo instrumental.

- En la Didáctica están dentro de la misma categoría, la categoría contenido.

- Tanto los conocimientos como las habilidades se adquieren en un mismo proceso, el proceso de enseñanza – aprendizaje.

- En la enseñanza de la matemática pertenecen al mismo campo de objetivos, los objetivos del campo del saber y el poder.

- Porque toda pregunta, proceso o tarea se refiere a habilidad y conocimiento.

El nexo entre conocimiento y habilidad en la enseñanza de la matemática se manifiesta desde la propia determinación de los campos de objetivos en que se definen, como primer campo, los objetivos en el campo del saber y el poder, el que incluye como elementos del saber la adquisición de sólidos conocimientos (conceptos, proposiciones matemáticas, procedimientos de trabajo matemáticos, símbolos y fórmulas matemáticas) y como elementos del poder, la adquisición de habilidades y hábitos.

Análogamente, este vínculo se manifiesta en el tratamiento del contenido matemático, todo conocimiento que se imparte es susceptible de ser aplicado en el contexto de la resolución de un ejercicio o tarea que conduce sin dudas a la ejecución de acciones que devienen posteriormente en habilidad.

CAPÍTULO II: PROPUESTA DE EJERCICIOS PARA EL DESARROLLO DE LA HABILIDAD DEMOSTRAR IGUALDAD DE TRIÁNGULOS EN LOS ALUMNOS DE DÉCIMO GRADO DEL IPVCP. BEREMUNDO PAZ SÁNCHEZ.

El presente capítulo está encaminado a la solución del problema científico planteado, teniendo como referente el marco teórico expuesto en el capítulo precedente, en el que se evidencia el marcado interés de la autora de abordar el problema desde un enfoque personológico que ubica al estudiante en el centro de atención del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Como se ha planteado, esta propuesta está encaminada al proceso de desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos, por consiguiente, antes de abordar los elementos de la misma, es preciso señalar y valorar los criterios asumidos en el momento de seleccionar la referida habilidad.

Dicha propuesta concibe los momentos de orientación, ejecución, y control. En relación con esta última, se ofrecen indicadores de medida para el cumplimiento de las habilidades.

2.1- Resultados del pre - test.

Con el objetivo de constatar el nivel de desarrollo alcanzado en el desarrollo de la habilidad demostrar igualdad de triángulos, se realizó un diagnóstico para determinar el estado inicial de los alumnos de décimo grado del IPVCP. Beremundo Paz Sánchez. Se emplearon como métodos en el pre-test los siguientes: observación en clases, la guía aparece en (anexo 1) y la prueba pedagógica (anexo 3).

Dentro de las potencialidades manifiestas en la muestra se encuentran:

- Interés por obtener buenos resultados académicos.
- Interés por aplicar los conocimientos que adquieren en la práctica.

Para la evaluación de la variable dependiente: nivel de desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos, se realizaron las siguientes acciones:

- Determinación de dimensiones y sus respectivos indicadores.
- Modelación estadística de los indicadores mediante una escala de valores (0, 1 y 2)
- Medición de los indicadores.
- Procesamiento estadístico de los datos.
- Elaboración de juicios de valor sobre el objeto de evaluación.

En la modelación estadística de los indicadores mediante variables se requirió de la ejecución de las acciones siguientes:

- Representar cada indicador mediante una escala de valores. (Se expone en el epígrafe)
- Determinar los criterios de medición de cada indicador según la escala valorativa (anexo 4).

Para el procesamiento estadístico de los datos se tuvieron en cuenta los resultados del estado inicial de la muestra. En el anexo 6, se muestran los resultados por indicadores, a través de tabla y gráfico. Estos resultados son los obtenidos en la observación en clases y las pruebas pedagógicas.

A la muestra se le aplicó la observación en clases y la prueba pedagógica, con el objetivo de comprobar el estado inicial que presentan los alumnos, en el desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos.

Los resultados arrojados en estos instrumentos fueron los siguientes:

Al aplicar la prueba de entrada y la guía de observación para evaluar la habilidad demostrar la igualdad de triángulos, antes de aplicar la propuesta, 29 estudiantes se encontraban en el nivel bajo, para un 76,3%, en nivel medio 9 estudiantes, para un 23,7% y ninguno en el nivel alto.

Para calificar estos instrumentos se empleó una clave, que se explica a continuación. (Escala valorativa en anexo 4). Con este tipo de calificación se evaluaron las operaciones que debe realizar el estudiante para demostrar la igualdad de triángulos.

A partir de estos resultados, se estableció una escala analítico-sintética de 3 valores (0, 1, 2), que ofreciera una idea general del comportamiento de cada estudiante ante la resolución de ejercicios de demostración de igualdad de triángulos.

El procedimiento para determinar los intervalos está en correspondencia con los presupuestos teóricos asumidos en esta tesis, de manera que un estudiante clasifica en un determinado nivel de acuerdo a los siguientes criterios:

- **Nivel 0**, si al evaluar las operaciones que componen la habilidad, se sitúa en el nivel 0 en la comprensión del ejercicio de demostración o en la búsqueda de la idea de la demostración.

- **Nivel 2**, si al evaluar las operaciones que componen la habilidad, se sitúa en el nivel 2 en las operaciones: comprender el ejercicio de demostración y buscar la idea de la demostración y al menos en el nivel 1 en las restantes.

- **Nivel 1**, los restantes casos.

Juicios de valor, como expresión de los resultados obtenidos en el orden cualitativo:

1. Los estudiantes que se ubicaron en el nivel 0, generalmente presentan grandes insuficiencias, tanto en la comprensión del ejercicio de demostración, como en la búsqueda de la idea de demostración, lo que se expresa en:

- No identifican propiedades elementales de la Geometría Plana; tales como: propiedades de triángulos isósceles y/o equiláteros, rectas notables en los triángulos y su comportamiento en triángulos isósceles y equiláteros, propiedades de los cuadriláteros, ángulos en la circunferencia, ángulos entre rectas que se cortan y entre rectas paralelas, entre otras.

- Cuando el ejercicio propuesto es sencillo y la orden directa es demostrar la igualdad entre dos triángulos dados, logran comprender qué deben demostrar, pero presentan insuficiencias en la búsqueda de la idea de demostración, pues muestran insuficiencias en los elementos antes mencionados.

- Cuando el ejercicio requiere de un mayor análisis y se les pide que demuestren la igualdad entre dos elementos de los triángulos, no comprenden con suficiente claridad el ejercicio de demostración y por lo tanto no identifican los triángulos con los que deben trabajar. Ello presupone la dificultad de no encontrar la idea de demostración.

- Si el ejercicio propuesto es integrador y necesitan del dominio de varias propiedades para realizar la demostración los resultados son aún más bajos.

2. Los estudiantes que se ubicaron en el nivel 1, generalmente presentan las siguientes regularidades:

- Identifican solo algunos elementos de los dados en la tarea.

- Grandes insuficiencias en la fundamentación de los pasos para realizar la demostración.

- Dificultades marcadas en concluir en correspondencia con el planteamiento de la tarea propuesta.

A modo conclusivo puede agregarse que:

1. Los estudiantes que están en el nivel medio no han alcanzado el grado de independencia deseado y necesitan niveles de ayuda y los categorizados como bajo tienen que tener presente en todo momento un nivel de ayuda que dirija la actividad que realizan.

2. Los resultados obtenidos son pobres y preocupantes, si se tiene en cuenta que el alumno comienza a trabajar con esta habilidad desde la secundaria básica y prácticamente ingresa al preuniversitario sin un mínimo desarrollo de las herramientas básicas, en correspondencia con los objetivos de cada grado.

3. La mayoría de las dificultades presentadas en los instrumentos aplicados, responden a determinados parámetros de organización; a la estructuración de la actividad para el desarrollo de la tarea; así como al lugar geométrico del fenómeno a explicar. Entre las imprecisiones más frecuentes se encuentran:

- Reconocer las premisas y la Tesis.
- Determinar el lugar que ocupan los triángulos.
- Organizar la estructura de la demostración.
- Fundamentar las igualdades de los elementos.
- Organizar el criterio a aplicar en la demostración.

4. En la dimensión motivacional afectiva no se realiza un análisis por indicadores, ya que los resultados obtenidos en la constatación inicial corroboraron que la disposición de los alumnos para la realización de este tipo de ejercicio era muy baja, por lo cual prácticamente no participaban en la clase, debido a las insuficiencias que presentaban en lo referente al sistema de conocimientos imprescindibles y en el poco trabajo que se lograba realizar no se logró la cooperación entre los miembros del grupo en aras de avanzar.

2.2 Características de la propuesta de ejercicios dirigida al desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos, en los estudiantes de décimo grado, del IPVCP. Beremundo Paz Sánchez.

En la enseñanza de la Matemática, un ejercicio es una exigencia para actuar, que se caracteriza por el objetivo y el contenido de las acciones. La propuesta de ejercicios se elaboró sobre la base de determinados principios.

Algunas consideraciones generales que no deben obviarse al hacer la selección de cada uno de los ejercicios que la componen son:

- Qué función o funciones rectoras puede realizar cada uno de los ejercicios y qué objetivos específicos se proponen;

- Si es necesario precisamente ese tipo de ejercicio;
- Si resulta conveniente utilizar las magnitudes y datos numéricos que aparecen en el ejercicio u otros;
- Si los datos numéricos responden a la situación real que se presentan en el ejercicio;
- Si el texto del ejercicio es adecuado y puede despertar el interés de los alumnos, porque su respuesta es interesante o porque el procedimiento para su resolución resulta novedoso y atractivo;
- Si pueden los alumnos resolver el ejercicio de forma independiente y qué conocimientos y habilidades les son necesarias;
- En qué aspectos y en qué medida se les debe brindar ayuda;
- A qué conclusión se puede llegar sobre la preparación de un alumno que no pueda resolver el ejercicio;
- Cómo este ejercicio está relacionado con los contenidos estudiados y con los que se estudiarán posteriormente;
- En qué medida contribuye al aprendizaje desarrollador.
- El análisis desde el punto de vista didáctico de la función o funciones que deben cumplir los ejercicios del sistema teniendo en cuenta las características y el diagnóstico de los alumnos y los objetivos de la clase o el sistema de clases que se está desarrollando.

Atendiendo a estas consideraciones y a la convergencia en las reflexiones de otros autores que con anterioridad han estudiado el tema, al concebir la propuesta de ejercicios, esta ha de satisfacer los requisitos siguientes:

- Potencialidad desarrolladora.
- Representatividad procedimental.

- Balance procedimental.
- Suficiencia ejecutora.
- Representatividad de los errores.
- Ordenamiento progresivo de la complejidad de los ejercicios.
- Diversidad en la formulación de las exigencias.

La **potencialidad desarrolladora** consiste en que los ejercicios componentes exigen una actuación ubicada en la zona de desarrollo próximo de los alumnos, de manera que su resolución requiere de niveles de ayuda de los otros, especialmente del docente, en un ambiente donde se combinan el trabajo autónomo y la colaboración.

La **representatividad procedimental** está en que las condiciones y exigencias de los ejercicios que lo conforman conducen a la ejecución por el alumno del procedimiento general de la demostración de la igualdad de triángulos.

El **balance procedimental** se enmarca en una distribución equitativa de los ejercicios integrantes, de manera que se garantice periodicidad y continuidad en la ejecución de los procedimientos.

La **suficiencia ejecutora** consiste en que los ejercicios sean suficientes para que los alumnos desarrollen la habilidad demostrar la igualdad de triángulos.

La **representatividad de los errores** reside en que los ejercicios de la propuesta cubren las potencialidades para el trabajo con los alumnos a partir de los errores cometidos al resolver los ejercicios sobre la demostración de la igualdad de triángulos.

El ordenamiento progresivo de la complejidad de los ejercicios está dado en que las acciones que requieren las habilidades son ejecutadas con cierto nivel de dominio y relación del procedimiento general que requiere cada ejercicio que componen la propuesta, se manifiesta de este modo la relación de dependencia cognoscitiva entre un ejercicio y otro.

La **diversidad en la formulación de las exigencias de los ejercicios** radica en el cambio de la formulación de la exigencia, que conduce a la aplicación de un mismo procedimiento cuando se utilizan varios ejercicios en que está presente esta exigencia.

Las situaciones presentadas en los ejercicios propuestos requieren de conocimientos y habilidades sobre las figuras geométricas en el plano.

La propuesta está compuesta por un total de 30 ejercicios, dirigidos al desarrollo de la habilidad: demostrar la igualdad de triángulos.

Luego de un estudio del Programa de Matemática décimo grado, con sus orientaciones metodológicas, y de las principales dificultades y potencialidades que presentan los estudiantes que integran la muestra, la propuesta de ejercicios elaborada a partir de estos elementos, se aplica durante el desarrollo de la Unidad 4: Relaciones de igualdad y semejanza entre figuras geométricas y sus aplicaciones, en la realización del trabajo independiente, dentro y fuera de la clase.

2.3- Propuesta de ejercicios para contribuir al desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos.

Los profesores al dirigir el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría, deberán utilizar metodologías que propicien el diagnóstico, la reflexión y que promuevan el ejercicio del pensar a sus alumnos a "aprender a aprender", técnica de estudio y de procesamiento de información a partir de la realización de proyecto investigativo. (MINED, 2007: 32).

El profesor deberá concebir la clase de una forma desarrolladora, participar activamente junto a sus alumnos en el desarrollo de las tareas, observando en cada momento el modo de actuación en el aprendizaje del conocimiento.

Según S. Puig cuando hablamos de desempeño cognitivo queremos referirnos al cumplimiento de lo que uno debe hacer en un área del saber, de acuerdo con la vigencia establecida para ello, en este caso con la edad y el grado escolar alcanzado y cuando se trate de los niveles de desempeño cognitivo nos referimos a los aspectos íntimamente interrelacionado, el grado de complejidad con que se quiere medir este desempeño cognitivo y al mismo tiempo la magnitud de los logros del aprendizaje alcanzado en una asignatura determinada , que constituye el caso específico que estamos abordando. (Puig, S 2003:4)

En Matemática estos niveles se expresan:

Nivel I: En este nivel se consideran los alumnos que sean capaces de resolver ejercicios formales, eminentemente reproductivo.

Nivel II: Situaciones problemáticas que están enmarcadas en los llamados problemas rutinarios, que tienen una vía de solución conocida, al menos para la mayoría de los alumnos, que sin llegar a ser propiamente reproductivo, tampoco pueden ser considerado completamente reproductivo .

Nivel III: Problemas propiamente dichos, donde la vía por lo general no es conocida para la mayoría de los alumnos y donde el nivel de producción de los mismos es más elevado.

Los estudios realizados en torno al trabajo con los ejercicios en la Matemática, incluyen valoraciones sobre las funciones que estos desempeñan en apoyo al cumplimiento de los objetivos de la enseñanza en esta asignatura.

A los ejercicios en la Matemática se le atribuyen funciones específicas como la instructiva, educativa, de desarrollo y de control. Esta función no se presenta aislada, aunque en determinada actividad aparece realizando su función rectora.

Los ejercicios concebidos están estrechamente relacionados con los poderes de desempeño de los estudiantes, exigiendo su progresivo desarrollo en el proceso enseñanza aprendizaje. Además están estructurados sobre la base de las invariantes funcionales de la habilidad demostrar.

La enseñanza-aprendizaje de la Matemática se encuentra en un proceso de renovación de sus enfoques, que persigue que los alumnos adquieran una concepción científica del mundo, una cultura integral, competencias y actitudes necesarias para ser hombres y mujeres plenos, útiles a nuestra sociedad, sensibles y responsables ante los problemas sociales, científicos, tecnológicos y ambientales a escala local, nacional, regional y mundial.

Los cambios de la enseñanza aprendizaje de la asignatura Matemática en preuniversitario deben dirigirse a:

- Potenciar el desarrollo de los alumnos hacia niveles superiores de desempeño, a través de la realización de tareas cada vez más complejas, incluso de carácter interdisciplinario, y el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y a la creatividad.

- Propiciar la reflexión, la comprensión conceptual junto a la búsqueda de significado, el análisis de que métodos son adecuados y la búsqueda de los mejores, dando posibilidades para que los alumnos elaboren y expliquen sus propios procedimientos, de modo de alejar todo formalismo en el proceso de enseñanza aprendizaje.

- Realizar el diagnóstico sistemático de los conocimientos, habilidades, modos de la actividad mental y de las formas de sentir y actuar de los alumnos, valorando en cada caso cuales son las potencialidades y las causas de las dificultades de los alumnos.

Para poder lograr la mayor efectividad en la integración de los ejercicios de la propuesta al desarrollo del proceso docente educativo se debe tener en cuenta el diagnóstico del grupo para que cada profesor utilice los ejercicios que se proponga los cuales deben responder a las necesidades y potencialidades desarrolladas por los alumnos.

Los ejercicios deben ser discutidos de forma colectiva en clases, lo que facilita que los alumnos reflexionen sobre el modo en que fueron resueltos. Un lugar esencial de este análisis debe ser la discusión de diferentes vías de solución para el mismo, el análisis de los errores más frecuentes, la posibilidad de transferencia de los conocimientos y modos de la actividad mental y los mecanismos de regulación y control que se puedan poner en marcha. Es importante que ellos aprendan a determinar los conocimientos y habilidades particulares y los modos y estrategias generales de pensamiento que les han sido útiles en la resolución de un ejercicio y/o problema dado. Se recomienda que el alumno tome nota en su cuaderno de los obstáculos y errores más frecuentes que se tienden a producir en el trabajo con un concepto, proposición o procedimiento dado. Este modo de actuación contribuye a que los alumnos vayan conformando de forma individual, con la intervención colectiva, el procedimiento generalizado para resolver los ejercicios.

Estos ejercicios no van a sustituir los que aparecen en los libros de textos, sino que es un material de apoyo que contribuye al desarrollo de habilidades en el trabajo con la habilidad demostrar igualdad y semejanza de triángulos, ya que los existentes no permiten tales propósitos.

Para la implementación de la propuesta de ejercicios se han concebido cuatro momentos, los que a criterio de la autora, deben tomarse en cuenta por parte de los profesores:

- Caracterización psicopedagógica
- Orientación y preparación
- Ejecución
- Evaluación

Momento para la caracterización psicopedagógica.

Este es el momento de definición de las características individuales de los alumnos, no significa que el profesor preste atención solamente a los conocimientos y habilidades que el alumno no ha desarrollado, sino que las caracterice y deje de manera explícita el nivel de asimilación en que se encuentran cada uno y las potencialidades de su aprendizaje.

Momento de la orientación y preparación

Es aquí donde la motivación de los alumnos hacia la realización de los ejercicios juega un importante papel. Es por ello que el profesor debe hacer referencia al contenido que aborda y la necesidad de dominarlo, los elementos del conocimiento y habilidades que necesita para ello. Sobre esa base debe ir logrando la motivación, destacando la importancia de este contenido en la vida práctica.

Es recomendable que el profesor realice el aseguramiento de las condiciones previas y tenga en cuenta las posibilidades de los alumnos en el trabajo con el nivel que le haya asignado, además, deben reconocerse los logros alcanzados hasta ese momento por cada uno de ellos y favorecer las relaciones interpersonales.

En la realización de los ejercicios en esta etapa de orientación, algunas de las preguntas que puede realizar el profesor para despertar el interés de los alumnos en la realización del mismo son: de qué se habla en el ejercicio, qué datos me dan, qué me piden, han realizado algún ejercicio similar, qué figuras componen el ejercicio, cómo calcular lo pedido, existirá otra vía, qué condiciones previas necesito.

Momento de ejecución

En este momento se inicia el trabajo con la propuesta de ejercicios, el profesor debe orientar a los alumnos leer detenidamente el ejercicio y realizar el análisis del mismo (etapa de orientación) posteriormente se pasa a la ejecución del ejercicio por parte de los alumnos, el profesor debe tener presente los niveles de ayuda que puede brindar para la correcta solución. Lo anterior permitirá que cada alumno exponga la vía utilizada para la solución del ejercicio y cuál de ellas según el profesor se aplique por considerarla la más adecuada, siempre siendo flexible con el criterio que expongan los alumnos sobre la vía sugerida.

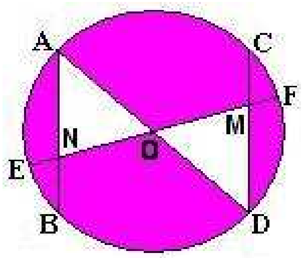
De esta forma debe lograrse que los alumnos se conviertan en entes activos, desarrollando la creatividad e independencia, además de convertirse en protagonistas de su propio aprendizaje.

Momento de evaluación

En esta etapa el profesor tiene que analizar la solución del ejercicio y dar respuesta a las siguientes interrogantes: es correcto el resultado del ejercicio, analizar las diferentes vías de solución, importancia del contenido en la práctica. Es necesario que el profesor dirija la atención del alumno sobre los ejercicios que realizó y la evaluación que recibió por él, para que contribuya a desarrollar el espíritu crítico y autocrítico. El profesor debe tener presente que una buena enseñanza se logra cuando el estudiante es capaz de entender la respuesta de las siguientes preguntas: qué se enseña, cómo se enseña y para qué se enseña.

Propuesta de Ejercicios:

Ejercicios sobre igualdad de triángulos.

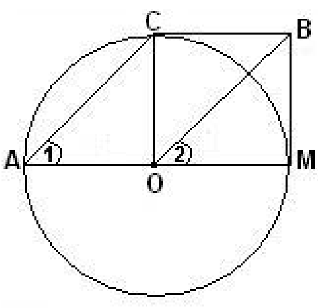


1- En el círculo de centro O, $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD}$ y $\overline{EF}$ diámetros, $N \in \overline{EF}$ y $M \in \overline{EF}$.

a) Prueba que $\overline{ON} = \overline{OM}$.

b) Calcula el área sombreada si $\angle BAO = 35°, \angle ONA = 77°$ y $\overline{ON} = 4{,}0cm$.

2- En la figura A, C y M son puntos de la $C\left(O; \overline{AO}\right)$, $\overline{AM}$ diámetro, $\overline{AC} = \overline{OB}$ y $\angle 1 = \angle 2$. $OMBC$ es un rombo y $\overline{BC}$ es tangente a la circunferencia en C.



a) Demuestra que $AOBC$ es un paralelogramo.

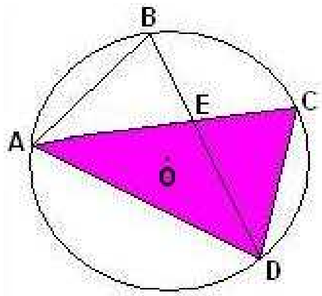
b) Demuestra que $\Delta AOC = \Delta OBM$.

c) Calcula el área del paralelogramo $AOBC$ si $\overline{AO} = 2{,}2cm$.

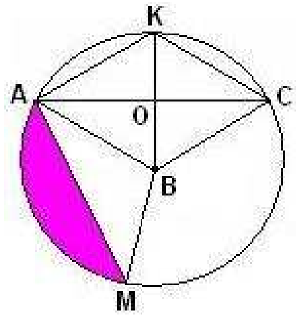
3- En el círculo de centro O y radio $2{,}1cm$, $\overline{BD}$ y $\overline{AC}$ cuerdas que se cortan en E y $\overline{DE} = \overline{AE}$.

a) Prueba que el arco AB es igual al arco DC.

b) Si $\angle AED = 90°, \overline{AD} = 5{,}0cm$ y $\overline{EC} = 2{,}0cm$, calcula el área no sombreada.



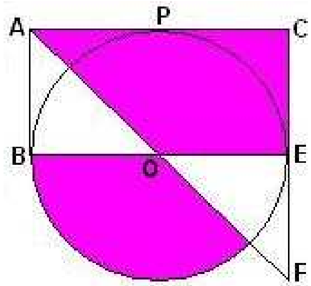
4-En la figura, M, A, K, C puntos de la $C\left(B;\overline{AB}\right)$, $ABCK$ rombo, O punto de intersección de las diagonales $\overline{AC}\ y\ \overline{KB}$ y $\angle AKC = \angle ABM$. Calcula el área rayada si $\overline{AM} = 8{,}5cm$ y $\angle MAC = 60°$.



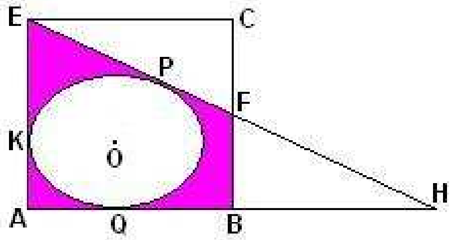
5- En la figura $\overline{AB}$, $\overline{AC}\ y\ \overline{CF}$ son tangentes en B, P y E al círculo de centro O y radio $6{,}0\,cm$ respectivamente, $\overline{AC} // \overline{BE}$ y $O \in \overline{BE}$.

Demuestra que $\overline{AB} = \overline{EF}$.

Calcula el área sombreada si $\angle EFO = 45°$.



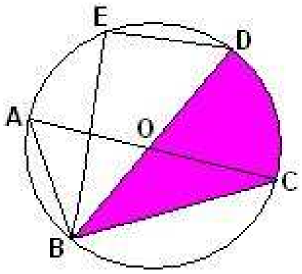
6- En la figura, $ABCE$ es un cuadrado de lado $\overline{AB} = 8{,}0cm$, $\frac{\overline{AB}}{\overline{AH}} = \frac{1}{2}$. $\overline{EF}, \overline{AE}\ y\ \overline{AB}$, tangentes al círculo de centro O en P, K, y Q; $\overline{FH}\ y\ \overline{BH}$ son prolongaciones de $\overline{EF}\ y\ \overline{AB}$ respectivamente.



a) Demuestra que $\overline{EF} = \overline{FH}$.

b) Calcula el área del trapecio $ABFE$ y el radio del círculo si el área sombreada es de $35,44\,m^2$.

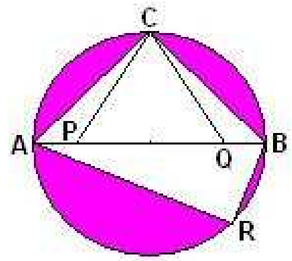
7- En el círculo de centro O, $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ diámetros, los arcos CB y BE son iguales, la distancia de O a $\overline{BC}$ es de $6,0\,cm$.



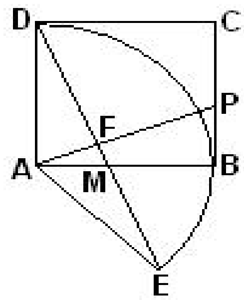
a) Demuestra que $\Delta ABC = \Delta EDB$.

b) Calcula el perímetro y el área de la región sombreada, si $\overline{BC} = 16\,cm$.

8- En la figura, $ACBR$ cuadrilátero inscrito en el círculo de diámetro $\overline{AB} = 9,60\,cm$. El ΔCPQ es equilátero de lado $5,54\,cm$, $P \in \overline{AB}$, $Q \in \overline{AB}$, los arcos AC y CB son iguales y $\angle BAR = 42,5°$. Demuestra que $\overline{AP} = \overline{QB}$ y halla el área rayada.



9- Sobre el lado $\overline{AB}$ del cuadrado ABCD de $8,0cm$ de lado se construye el triángulo equilátero ABE, $\overline{DE}$ corta a $\overline{AP}$ en F, $\overline{AP} \perp \overline{DE}$. $P \in \overline{BC}$ y $M \in \overline{AB}$.

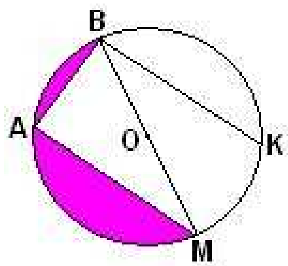


a) Demuestra que $\overline{AM} = \overline{BP}$.

b) Halla el área del ΔDAE y la longitud del arco DBE que se obtiene al trazar una $C\left(A; \overline{AD}\right)$.

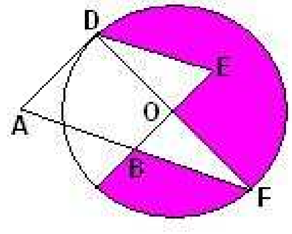
10- En la figura, $\overline{AM} // \overline{BK}$, O centro del círculo de diámetro $\overline{MB} = 12,4\,cm$.

a) Demuestra que $\overline{AK}$ es diámetro.



b) Si $\angle AMB = 30^{o}$, halla el área sombreada.

11- En el círculo de centro O y diámetro $\overline{DF} = 16{,}68\,cm$, $ABED$ es un paralelogramo, $B \in \overline{AF}$. E, O y B puntos alineados y $\overline{OB} \perp \overline{DF}$.

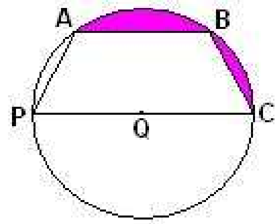


a) Demuestra que $\overline{OE} = \overline{OB}$.

b) Prueba que $\overline{AD}$ es tangente al círculo en D.

c) Si $\angle EDO = 30^{o}$. Halla el área sombreada.

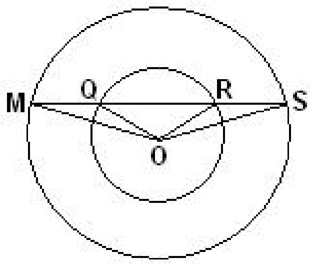
12- En la figura, $ABCP$ trapecio isósceles inscrito en el círculo de centro Q y diámetro $\overline{PC} = 10\,cm$, $\overline{PC}\ y\ \overline{AB}$ bases del trapecio.



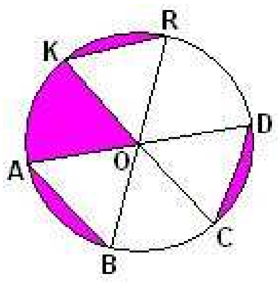
a) Demuestra que $\Delta APQ = \Delta QBC$.

b) Si $\overline{AP} = 5{,}0\,cm$ y $\angle APQ = 60^{o}$, halla el área sombreada.

13- La figura muestra dos circunferencias concéntricas en O. Los puntos M, Q, R y S están alineados y $\overline{MQ} = \overline{QR}$. Demuestra que $\overline{MS} = 3 \cdot \overline{QR}$.



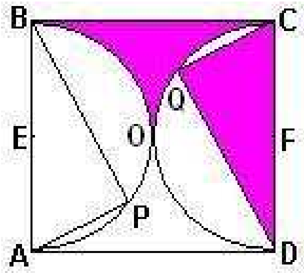
14- En el círculo de centro O y radio $5{,}20\,cm$, los arcos DB, AC y RC son iguales. $\overline{AD}, \overline{KC}\ y\ \overline{BR}$ cuerdas que se cortan en O.



a) Demuestra que $\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{KR}$.

b) Si $\angle AOB = 38{,}5^{o}$. Halla el área sombreada.

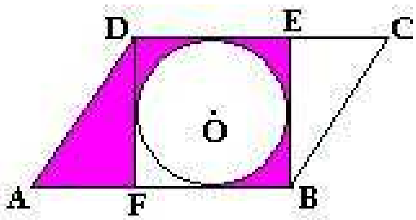
15- En la figura, $ABCD$ es un cuadrado de $12\ cm$ de lado y sobre los lados $\overline{AB}\ y\ \overline{CD}$ se han trazado dos semicircunferencias tangentes en O de centros E y F respectivamente, $AP // QC$. $P \in C(E; \overline{EA})$ y $Q \in C(F; \overline{FD})$.



a) Demuestra que $\overline{BP} = \overline{DQ}$..

b) Halla el área sombreada si $\angle ABP = 19{,}3^{\circ}$.

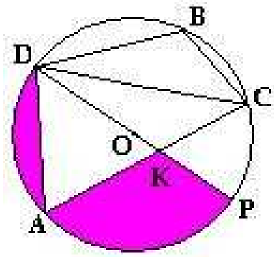
16- En la figura $ABCD$ es un paralelogramo, $\overline{DF} // \overline{EB}$, $\overline{DF} = \overline{FB}$, $\angle DEB = 90^{\circ}$. El círculo de centro O está inscrito en el cuadrilátero $FBED$, $E \in \overline{DC}$ y $F \in \overline{AB}$.



a) Demuestra que $\overline{AF} = \overline{EC}$ y que $FBED$ es un cuadrado.

b) Si $\overline{AB} = 8{,}4cm$, $\overline{EC} = 2{,}8cm$, halla el área sombreada.

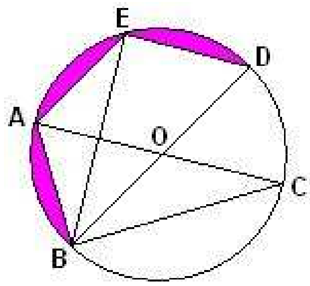
17- En la figura, $ABCD$ es un trapezoide inscrito en el círculo de centro O y diámetro $\overline{DP} = 7{,}4cm$, los arcos AD y DB son iguales, los arcos BC y PC son iguales y $\angle DKC = 104^{\circ}$. Las cuerdas $\overline{DP}\ y\ \overline{AC}$ se cortan en K.



a) Demuestra que $\overline{DB} = \overline{DK}$.

b) Si $\overline{DB} = 6{,}50\ cm$ y $\overline{AK} = 4{,}80\ cm$, halla el área sombreada.

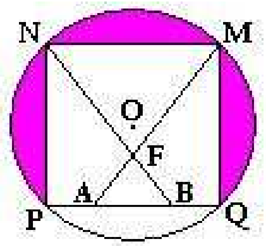
18- En el círculo de centro O, $\overline{BD}\ y\ \overline{AC}$ diámetros, los arcos AB y ED son iguales y $\overline{AE} // \overline{BD}$.



a) Prueba $\Delta ABC = \Delta EDB$.

b) Si $\overline{EB} = 6{,}92\,cm$ y $\angle EBD = 30^{\circ}$, halla el área y el perímetro de la región sombreada.

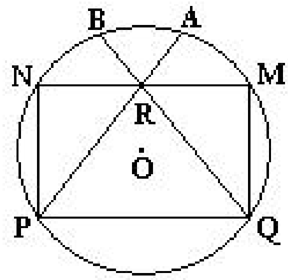
c) Calcula la longitud de la altura trazada al lado $\overline{BC}$ del ΔBOC.



19- El cuadrado $PQMN$ está inscrito en el círculo de centro O como muestra la figura. A y B están sobre $\overline{PQ}$, $\overline{PA} = \overline{BQ}$ y los segmentos $\overline{NB}\ y\ \overline{AM}$ se cortan en P.

a) Prueba que $\Delta PNB = \Delta AMQ$.

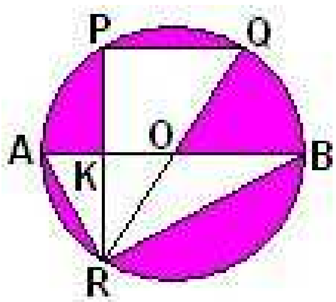
b) Si el perímetro de $PQMN$ es $16\,cm$ y el radio de la circunferencia es de $3{,}1\,cm$. Halla el área sombreada.



20- En la figura, el rectángulo $PQMN$ está inscrito en la circunferencia de centro O, los arcos NA y BM son iguales y $\overline{AP}$, $\overline{BQ}\ y\ \overline{NM}$ se cortan en R.

a) Prueba que R es punto medio de $\overline{NM}$.

Si $\angle NPR = 38^{\circ}\ y\ \overline{NP} = 4{,}76cm$, halla el área del ΔPRQ y el perímetro del rectángulo $PQMN$.



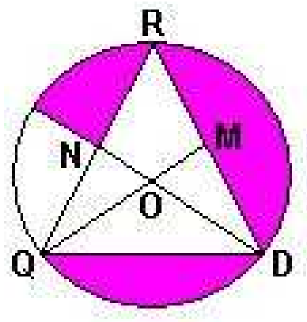
21- En la figura, A, K, O y B puntos alineados, $\overline{QR}\ y\ \overline{AB}$ cuerdas que se cortan en O (centro del círculo), $\overline{PQ} = \overline{AR}$ y $\overline{PQ} // \overline{AB}$.

a) Demuestra que $\Delta PQR = \Delta ARB$.

b) ¿Qué tipo de cuadrilátero es $KOQP$?

c) Si $\overline{AR} = 4{,}0\,cm$ y $\angle ABR = 30^{\circ}$, halla el área sombreada.

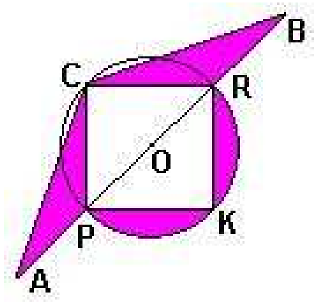
22- En la figura, ΔQRD se encuentra inscrito en el círculo de centro O y radio $2,0\,cm$. $N \in \overline{QR}$, $M \in \overline{RD}$, ΔQRD y ΔQOD isósceles de base $\overline{QD}$. $\overline{DN}$ y $\overline{QM}$ se cortan en O.



a) Demuestra que $\overline{NO} = \overline{OM}$.

b) Si $\angle QOD = 120^{o}$, halla el área sombreada.

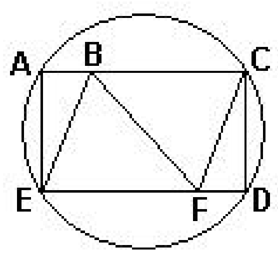
23- En la figura, ΔABC es isósceles de base $\overline{AB}$, $PKRC$ es un cuadrado. Con centro en O se traza la semicircunferencia PKR. Los puntos A, P, O, R y B están alineados.



a) Demuestra que $\overline{AP} = \overline{RB}$.

b) Si $\overline{PR} = 6,0\,cm$ y $\angle ACP = 30^{o}$, halla el área sombreada.

24- El rectángulo $ACDE$ está inscrito en la circunferencia que se muestra en la figura, $\angle AEB = \angle FCD$, $B \in \overline{AC}$ y $F \in \overline{ED}$.

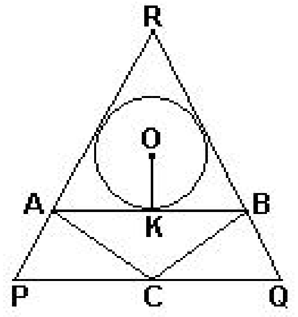


a) Demuestra que $\Delta EFB = \Delta BFC$.

b) Prueba que $EFBC$ es un paralelogramo.

c) Si el radio de la circunferencia mido $3,0\,dm$, $\overline{AE} = 3,80\,dm$ y el perímetro del rectángulo es de $16,88\,dm$. Halla la razón existente entre el largo del rectángulo y la longitud de la circunferencia.

25- En la figura, $\angle CAB = \angle ABC$, $\angle PCB = \angle ACQ$, C es punto medio de $\overline{PQ}$. La circunferencia de centro O y radio $\overline{OK}$ está inscrita en el ΔABR. $K \in \overline{AB}$, $A \in \overline{RP}$ y $B \in \overline{RQ}$.

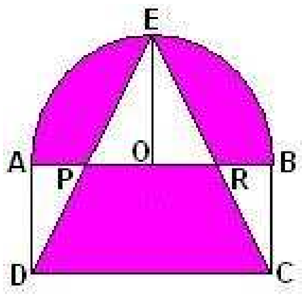


a) Demuestra que ΔPQR es isósceles.

b) Si $\overline{AB} // \overline{PQ}$, $\angle P = 60^{\circ}$ y el radio de la circunferencia es de $5{,}0\,cm$, halla la razón

$$\frac{Perímetro\,\Delta ABR}{Longitud de la circunferencia}$$

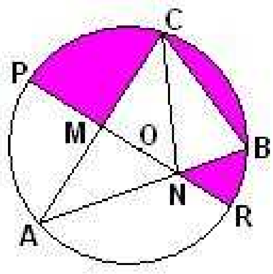
26- En la figura, ΔECD isósceles de base $\overline{DC}$, $ABCD$ es un rectángulo de $2{,}4\,cm$ de ancho. Tomando como centro el punto O se traza la semicircunferencia AEB de radio $4{,}18\,cm$. Los puntos A, P, O, R y B están alineados.



a) Demuestra que $\overline{AP} = \overline{RB}$.

b) Si $EO \perp AB$ y $\angle EDC = 57{,}6^{\circ}$, halla el área sombreada y el perímetro del ΔECD.

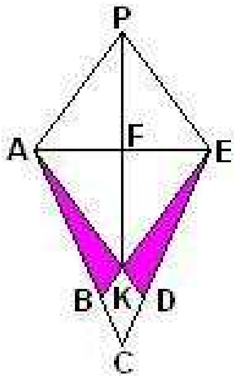
27- En la figura, el ΔABC está inscrito en círculo de centro O y diámetro $\overline{RP} = 4{,}8\,cm$. P, M, O, N y R puntos alineados. $\overline{MN}$ es la mediatriz relativa a $\overline{AC}$, $\angle A = 40^{\circ}$, $\angle NCB = 30^{\circ}$ y $\overline{PR}$, $\overline{AB}$ y $\overline{CN}$ se cortan en N.



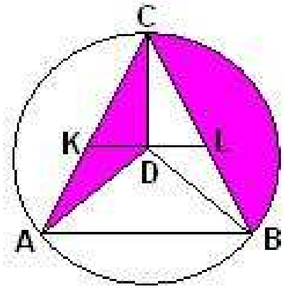
a) ¿Qué tipo de triángulo es el ΔABC teniendo en cuenta sus lados?

b) Si $\overline{MN} = 1{,}90\,cm$, halla el área sombreada.

28- En la figura, $APEK$ es un rombo, $\overline{AE} = 12\,cm$, $\overline{AE} \cap \overline{PK} = F$ y el ángulo que forma la diagonal $\overline{PK}$ con el lado $\overline{PE}$ es de 36,9º , $\overline{AB} = \overline{ED}$. K punto de intersección de $\overline{PK}$, $\overline{AD}\ y\ \overline{BE}$. Si el área del trapezoide simétrico $APEC$ es de $137,3cm^2$, demuestra que $\Delta CAD = \Delta BEC$ y halla el área sombreada.



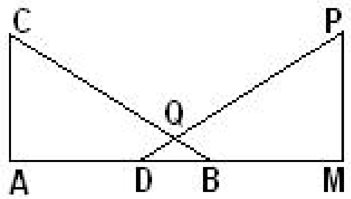
29- En la figura ΔABC se encuentra inscrito en el círculo de centro D y radio igual a $8,64\ cm$, $\overline{CD}$, $\overline{KL}$, $\overline{AD}\ y\ \overline{DB}$ se cortan en D; $\overline{AD}\ y\ \overline{DB}$ son bisectrices de los ángulos $\angle KAB$ y $\angle LBA$ respectivamente, $\overline{KL} // \overline{AB}$, $K \in \overline{AC}$ y $L \in \overline{CB}$.



a) Demuestra que $\overline{AK} + \overline{BL} = \overline{KL}$.

b) Halla el área sombreada y el perímetro del ΔABC si este es equilátero.

30- En la figura, ΔABC es rectángulo en A y la longitud de la hipotenusa es $9,24\,dm$. Los puntos A, D, B y M están alineados, $\overline{PM} \perp \overline{AM}$, $\angle CBM = \angle ADP$ y $\overline{AD} = \overline{BM}$. Q es el punto de intersección de $\overline{CB}\ y\ \overline{DP}$.



a) Demuestra que $\overline{AC} = \overline{PM}$.

b) Si $\overline{AD} = 20cm$ y $\overline{AC} = 4,62\,dm$, halla el área del ΔDQB.

2.4- Análisis de los resultados obtenidos en la fase del post-test.

Para comprobar la efectividad de la propuesta de ejercicios se analizó el comportamiento de la variable dependiente en la etapa final de la investigación, tomando como punto de partida los resultados del pre-test, que fueron expuestos en el epígrafe 2.1.

Como instrumentos aplicados durante el post-test se encuentran la guía de observación en clases (anexo 1), además de una prueba pedagógica de salida (anexo 3).

A la muestra se le aplicó la prueba pedagógica de salida y la observación en clases, con el objetivo de comprobar el estado final que presentan en el desarrollo de la habilidad demostrar igualdad de triángulos, después de introducir la variable independiente. La escala de valoración que se tuvo en cuenta para medir estos instrumentos aparece en el anexo 4, donde además, se utiliza la clave que se expone en el epígrafe 2.1.

Juicios de valor sobre el nivel de desarrollo alcanzado por los alumnos después de la implementación de la propuesta de ejercicios.

En la observación en clases y la aplicación de la prueba pedagógica se obtuvieron los siguientes resultados:

Dimensión motivacional-afectiva: D1.

Indicador 1: Disposición hacia la realización del ejercicio.

Referido a la disposición 32 alumnos, que representan el 84,2%, manifiestan estar siempre estimulados para realizar el ejercicio; 4 ocasionalmente manifiestan motivación por realizar el ejercicio, para un 10,5%, y los 2 restantes no manifiestan estar estimulados para realizar el ejercicio, los que representan el 5,3%.

Indicador 2: Participación en las clases.

Al valorar este indicador, 28 alumnos, que representan el 73,7%, han logrado una activa participación en clases, mientras que otros 8, para un 21,1%, se esfuerzan por realizar el ejercicio y participan con la ayuda del profesor, fundamentalmente cuando se les pide que respondan; mientras que los restantes 2 estudiantes, que representan un 5,3% aunque en ocasiones se esfuerzan por realizar el ejercicio, no participan en la clase y uno de ellos incluso se ausentó por más de un mes al centro, por lo que prácticamente no estuvo en el aula durante el pre-experimento.

Dimensión cognitiva-procedimental: D2

Indicador 1: Comprensión del ejercicio de demostración.

En la evaluación de este indicador 30 alumnos, que representan el 78,9% analizan correctamente la situación del texto del ejercicio y poseen los conocimientos previos necesarios; 4 analizan correctamente la situación del enunciado pero no poseen los conocimientos previos necesarios, para un 10,5% y los 4 restantes, que representan el 10,5%, no analizan correctamente la situación del enunciado ni poseen los conocimientos previos.

Indicador 2: Búsqueda de la idea de demostración.

En este indicador 28 alumnos que representan el 73,7% muestra precisión en la búsqueda de la demostración; 6 muestran algunas imprecisiones, para el 15,8%, con énfasis en la selección de los triángulos a demostrar y en la fundamentación de algunas preposiciones y 4 no muestran habilidades para la búsqueda asertiva de la demostración, para un 10,5%.

Indicador 3: Realizar la demostración.

En lo referido a este indicador 29 alumnos, realizan la demostración, sobre la base de los conocimientos que poseen, para un 76,3%, 7 realizan la mayoría de los pasos correctamente, pero presentan dificultades al concluir la demostración, atendiendo al criterio adecuado, para un 18,4%, mientras que los 2 alumnos restantes no logran realizar la demostración en la mayoría de los ejercicios, para un 5,3%.

Indicador 4: Evaluación de la solución y la vía.

Al valorar este indicador se comprobó que 26 alumnos, que representan el 68,4%, hacen una visión retrospectiva del proceso y analizan si la respuesta es razonable o absurda; 4 hacen una visión retrospectiva del proceso pero no analizan si la respuesta es razonable o absurda, para el 10,5%, y 8 no hacen una visión retrospectiva del proceso ni analizan si la respuesta es razonable o absurda, para el 21,1%.

Comparación de los resultados obtenidos por cada estudiante antes y después de aplicada la propuesta de ejercicios. (Observar la tabla que aparece en el anexo 5).

Es preciso señalar que solo 5 estudiantes se mantuvieron en el mismo nivel en que comenzaron, de ellos 1 permaneció en el nivel medio y 4 en el nivel bajo; que 11 estudiantes se mantengan en los niveles bajo y medio resulta razonable, pues la habilidad para realizar demostraciones no se puede desarrollar en solo una unidad, se requiere de un trabajo más sistemático, continuo y prolongado, desde grados anteriores. Es oportuno señalar que ningún estudiante bajó de nivel.

Subieron de nivel 33 estudiantes, de estos, 8 pasaron del nivel medio al nivel alto, 6 del nivel bajo al nivel medio y significativamente, 19 pasaron del nivel bajo al alto.

En la tabla y gráfico que aparecen en el anexo 6 pueden apreciarse los resultados alcanzados por el grupo antes y después de aplicada la propuesta de ejercicios. El análisis de los resultados obtenidos permite afirmar que la propuesta es factible y su instrumentación en la práctica contribuye al desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos en los estudiantes de décimo grado.

CONCLUSIONES.

La valoración de los fundamentos teóricos y metodológicos referentes al problema objeto de estudio, permite reconocer que para contribuir al desarrollo de la habilidad demostrar igualdad de triángulos, es preciso que el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática transcurra sobre la base de un enfoque psicopedagógico y no debe convertirse en la realización de ejercicios rutinarios, sino en un proceso en que el estudiante haga suyo los modos de acción y se inicie en la sistematización continua de conocimientos y habilidades, incluyendo dentro de estas últimas los procedimientos que faciliten la búsqueda de vías de solución variadas.

A partir de la combinación de los instrumentos aplicados, se constató que los estudiantes que conforman la muestra, han acumulado una experiencia cognitivo-afectiva que constituye una potencialidad que el profesor debe tener presente, sin embargo los conocimientos precedentes que garantizan las condiciones previas para demostrar la igualdad de triángulos son insuficientes.

La propuesta de ejercicios se caracteriza por la variedad de situaciones intramatemáticas, a partir de la combinación de diferentes figuras geométricas, cuyas propiedades posibilitan fundamentar diferentes proposiciones que constituyen las premisas básicas para la demostración. Además, permite la asimilación consciente de la secuencia de acciones dirigidas a resolver ejercicios, mediante la elevación gradual del nivel de dificultad.

La validación del sistema de ejercicios, en la práctica pedagógica, mostró el paso de los estudiantes del grupo décimo dos del IPVCP. Beremundo Paz Sánchez, hacia niveles superiores en el desarrollo de la habilidad demostrar la igualdad de triángulos, evidenciándose una transformación positiva, dado que el mayor porciento de los integrantes de la muestra se encuentran en los niveles alto y medio en los indicadores evaluados. La validación reflejó un cambio cualitativo y cuantitativo positivo, al comparar el estado inicial y final de la variable dependiente.

RECOMENDACIONES.

Proponer al jefe de departamento de Ciencias Exactas del centro que se generalice la propuesta en el próximo curso escolar, sobre la base del estudio diagnóstico de los alumnos.

Proponer al subdirector de la Educación Media Superior que, a partir de las adecuaciones pertinentes en los diferentes contextos de actuación, se implementen los ejercicios de la propuesta, tanto en preuniversitario, como en la Educación Técnica Profesional, teniendo en cuenta las características psicopedagógicas de los estudiantes con que se trabaja.

BIBLIOGRAFÍA.

Albarrán Pedroso, J. y Suárez, C. (2007). *"Desarrollo de capacidades matemáticas en la escuela primaria".* La Habana: Editorial Pueblo y Educación. En Maestría en Ciencias de la Educación. Mención Educación Primaria. Modulo III.

Álvarez de Zayas, C. et al. (1995). *Metodología de la investigación científica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

__________. (1996). *Hacia una escuela de excelencia.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Álvarez de Zayas, Rita M. (1990). *El desarrollo de las habilidades en la enseñanza de la Historia*. Holguín: Ed. Pueblo y Educación.

Ballester, Sergio. y otros; 2000. *Metodología de la Enseñanza de la Matemática*. Tomo I. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ballester Pedroso, S. (2007). *"Didáctica de la Matemática en la Secundaria Básica".* En *Maestría en Ciencias de la Educación*. Módulo III. Segunda parte. Mención Secundaria Básica. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

__________. S. et al. (1992). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática*. Tomo I. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

__________. (2000). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática*. Tomo II. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Bermúdez Morris, R.(1996) *Teoría y metodología del aprendizaje.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Bermúdez Morris, R. Pérez Martín, L. M. (2004*). Aprendizaje formativo y crecimiento personal*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Brigitte, F. et al. (1979). *Orientaciones metodológicas Matemática 12. grado*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Brito Fernández, H. (1988). *Habilidades y hábitos: Consideraciones pedagógicas para su manejo pedagógico*. La Habana.

Bruner, J. (1989). *Acción, Pensamiento y Lenguaje*. Madrid: Editorial Alianza.

Buenacilla Recio, R. (2006). "*Pensamiento filosófico y educativo, latinoamericano, caribeño y cubano".* En IPLAC. Maestría En Ciencias de la Educación.

Fundamentos de las Ciencias en la Educación. Módulo II. Primera parte. La Habana.

Campistrous Pérez, L. et al. (1989). *Orientaciones metodológicas Matemática décimo grado.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Castellanos Simóns, D. (1982). "Principios del trabajo independiente" En *Seminario Nacional a Dirigentes, metodólogos e inspectores de las direcciones provinciales y municipales de educación*. (pp 637). La Habana.

__________. et al, (2002). *Aprender y enseñar en la escuela*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación,

__________. (2006). "*Herramientas Psicopedagógicas para la dirección del aprendizaje escolar*". La Habana. En IPLAC. Maestría en Ciencias de la Educación. *Fundamentos de las Ciencias de la Educación*. Módulo II. Segunda Parte.

Castro Ruz, F. (1981). *Discurso en la graduación del Destacamento Pedagógico Manuel Ascunce Domenech*. La Habana: MINED.

_________. (2003). *Discurso en el acto de inauguración del curso escolar 2003-2004/septiembre*. Disponible en http://www.cuba.cu/gobierno/discursos/

__________. (2003). *Discurso pronunciado en la clausura del Congreso Pedagogía 2003, en el Teatro Carlos Marx*. Disponible en http://www.cuba.cu/gobierno/discursos/

Coll, C. (1986). *Acción, Interacción y Construcción del conocimiento en condiciones educativas*. Madrid: Revista Educación.

Cubela González, J. M. y Mariño Castellano, J. T. (2006). "*Caracterización general del estudiante de preuniversitario*". En IPLAC. Maestría En Ciencias de la Educación. Mención en Educación Preuniversitaria. Módulo III. Primera parte. (pp.37-42). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

__________. (2006). "*Vías para elevar la efectividad del proceso educativo en el preuniversitario*". En IPLAC. Maestría En Ciencias de la Educación. Mención en Educación Preuniversitaria. Módulo III. Primera parte. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Enciclopedia Microsoft Encarta; 2005. Microsoft Corporation.

Fonseca González, A. L. (2005). "*El programa director de matemática a través del trabajo metodológico del departamento* http://www.magon.cu/publica/pysociedad/fonseca.html.

González, H. E.: (1993). *Un criterio para clasificar habilidades matemáticas. México: Grupo Editorial Iberoamericano.* Educación Matemática Vol. 5 #1.

González, M. O. (1960) *Complementos de aritmética y álgebra*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. Tomo II.

González González, D. (2005). *"Una propuesta didáctica para los maestros primarios sobre la formulación de problemas matemáticos"* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

González, M. et all. (1995).*Nociones de sociología, psicología y pedagogía*. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.

González Maura, V. et al. (2001). *Psicología para educadores*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

González Rey, F. (1995). *Psicología de la personalidad*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

_______________. (1995). *Comunicación, personalidad y desarrollo*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

_______________. (1997). *La escuela y su papel en el desarrollo de la personalidad*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. Curso 15, Pedagogía 97.

González Serra, D. (1989). *Concepto y determinación de las capacidades*. En Varona. No. 21. La Habana.

Guémanova, A. (1991). *Lógica: En forma simple sobre lo complejo*. Moscú : Editorial Progreso.

___________. M.Panov y V. Petrov. *Diccionario.* Moscú : Editorial Progreso.

Hernández Fernández, H. (2000). *El perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática en la Educación Superior Cubana, experiencias en el Álgebra Lineal*. Tesis de grado.

Hidalgo Guzmán, J. L. (1992). *Aprendizaje Operativo. Ensayo de Teoría Pedagógica*. México : Casa de la Cultura del maestro.

Hosfman, J. (1968). *Historia de la Matemática*. La Habana: Edición Revolucionaria.

__________. (2006). *Maestría en Ciencias de la Educación. Fundamentos de las Ciencias de la Educación, Módulo II.* (CD). La Habana: EMPROMAVE.

__________. (2006). *Maestría en Ciencias de la Educación. Mención en Educación Preuniversitaria. Módulo III. Primera, Segunda y Tercera parte*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Jungk, W. (1979). *Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática* 1. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

________. (1979). *Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática 2*. (Primera parte). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

________. (1981). *Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática 2* (Segunda parte). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Kina, D. et al. (1977). *Orientaciones metodológicas Matemática 10mo grado*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Klingberg, L.(1972): *Introducción a la Didáctica General*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Kolmogórov, A. N. (1977). *"Magnitud".* En Enciclopedia Matemática T.I. (pp. 651-653). Editorial Enciclopedia Soviética. URSS.

Krutietski, V.A. (1986). *Cuestiones generales sobre la estructura de las capacidades matemáticas*. En Antología de la Psicología Pedagógica y de las Edades. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Labarrere Reyes, G. (1988). *Pedagogía*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Labarrere Sarduy, A. F. (1987). *Base Psicopedagógica para la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria*, La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

La O Moreno, W. 2005. *Diseño de una estrategia didáctica para la elaboración del concepto de magnitud en el curriculum de la carrera de profesores integrales de Secundaria Básica en Güira de Melena*. Tesis en opción al grado académico de Máster en Educación. Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño. Ciudad de La Habana.

Leontiev, A. N. y Rubestein, S. L. (1961). *Psicología*. La Habana: Imprenta Nacional de Cuba.

Leontiev, A.N. (1982). *Actividad, conciencia, personalidad*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

López, López, M. (1990). *¿Sabes enseñar a describir, definir y argumentar?* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Llivina Lavigne, M. J. (1996). *Una alternativa metodológica para evaluar la capacidad para resolver problemas matemáticos.* Tesis de maestría. La Habana (ISPEJV).

Martí Pérez, J. (1976). *Escritos sobre Educación.* La Habana: Editorial Ciencias Sociales.

Martínez LLantada, M. y Bernaza Rodríguez, G. (2005). *Metodología de la Investigación educacional. Desafíos y polémicas actuales.* La Habana: Editorial Ciencias Sociales.

Martínez Sotelo, Y. (2000). *El aprendizaje de las magnitudes.* Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona. Ciudad de la Habana: Material mimiografiado.

Mazola Collazo, N. (1991). *Manual del Sistema Internacional de Unidades*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación. Cuba. (1998). Programa director de la Matemática.

__________. (2005). *Programas séptimo grado.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

__________. (2007). *Programas séptimo grado.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

__________. (2005). *Programas octavo grado.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

__________. (2005). *Programas noveno grado.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

____________ (2005) *VI Seminario Nacional para Educadores.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

__________ (2006). *Programa décimo grado.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

__________. (2006) *VII Seminario Nacional para Educadores.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

__________ (2007). *Modelos de la escuela Secundaria Básica*. Editorial Molino Trade. S. A.

__________. (2007) *VIII Seminario Nacional para Educadores.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Müller, H.:(1980). *Inferencia lógica y demostraciones de la enseñanza de la Matemática*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

________. (1987). *El programa heurística general para la solución de ejercicios*. La Habana. Boletín Sociedad Cubana de matemáticos #9.

Muñoz, F. (1985). *"Ejercitación en la enseñanza de la Matemática*".. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. En Revista Educación XV. Número 84.

Muñoz, Félix y et all. (1989). *Matemática. 7. grado*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Nocedo de León, I. (1989). *Metodología de la Investigación Psicológica y Pedagógica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Partido Comunista de Cuba. (1978). *"Política educacional". En Tesis y Resoluciones. Primer congreso del PCC*. La Habana: Editorial de Ciencias Sociales.

Pérez Rodríguez Gastón (1983). *Metodología de la investigación psicológica y pedagógica.* La Habana: Ed. Pueblo y Educación.

Petrovski, A. V. (1981). *Psicología general*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Pogorélov, A. V. (1974). *Geometría Elemental.* Moscú: Editorial Mir.

Puig, S. (2003)."*Una aproximación a los niveles de desempeño cognitivo".*ICCP. La Habana (material mimeografiado)

Pupo, Rigoberto. (1990): "La actividad como categoría Filosófica". La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Rico González, Y. (2006): *Las unidades de medidas como elemento fundamental en la enseñanza media superior*. Tesis en opción al título de Máster en Ciencias de la Educación. ISP Pinar del Río.

Rico Montero, P. (2003). *La Zona de Desarrollo Próximo. Procedimientos y Tareas de Aprendizaje*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

_________. Silvestre Oramas, M. (1997). *El proceso de enseñanza-aprendizaje*. La Habana: ICCP.

Rodríguez Aruca Mayra. (1999). *Representaciones geométricas espaciales*. Tesis de Maestría. La Habana (IPEJV).

Rodríguez Guerra, A. (2008). *La preparación de los maestros para la dirección del aprendizaje en el dominio de medición*. Tesis en opción al título de Máster en Ciencias de la Educación. ISP. Sancti Spíritus.

Rodríguez Rebustillo, M. (1993). *Algunas consideraciones acerca del estudio de las habilidades.* En Rev. Cubana de Psicología. La Habana.

Rubinstein, S.L. (1965). *El ser y la conciencia*. La Habana. Editorial Universitaria.

Sabina, L.V. (1978). *Matemática en conceptos, definiciones y términos*. Primera Parte. Editorial Prosvieschenie. Moscú.

Silvestre Oramas M. et al. (2001). *"Problemas en el aprendizaje de los alumnos y estrategias generales para su atención".* En II Seminario Nacional para educadores. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Talízina, N. F (1987). *La formación de la actividad cognoscitiva de los escolares*. La Habana. Ministerio de Educación Superior.

_________. (1988*). Psicología de la Enseñanza.* Moscú: Editorial Progreso.

Torres, P. (2000). *La Enseñanza de la Matemática en Cuba en los Umbrales del Siglo XXI: Retos y Perspectivas*. Instituto Superior Pedagógico Enrique J. Varona. Ciudad de la Habana.

Valdés, R. (2002). *Diccionario del pensamiento martiano*. La Habana: Editorial Ciencias Sociales.

Vigotski, L. S. (1987). "Interacción entre enseñanza y desarrollo". En *Selección de lectura de psicología infantil y del adolescente.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Zilmer, W. (1990). *Complemento de Metodología de la Enseñanza de la Matemática*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

ANEXO 1. Guía de observación a clases.

I. Actividades del alumno: (D1)

a) Están motivados:

_____En algunos momentos de la clase

_____Durante toda la clase

_____En ningún momento.

b) Están bien orientados hacia el objetivo Sí _____ No_____

c) Tienen disposición para realizar las tareas orientadas:

_____ ± 30% _____ ± 50% _____ ± 70%

d) Realizan correctamente los ejercicios

_____ ± 30% _____ ± 50% _____ ± 70%

e) Existe cooperación entre los estudiantes Sí_____ No_____

f) Participan en la evaluación de los objetivos de la clase Sí _____ No_____

II. Actividades del alumno: (D2)

a) Comprenden el ejercicio de demostración, a partir de las propiedades presentes en los datos.

______ Nivel alto ______ Nivel medio ______ Nivel bajo

b) Búsqueda de la idea de la demostración.

_______ Nivel alto _______ Nivel medio _______ Nivel bajo

c) Realizan la demostración.

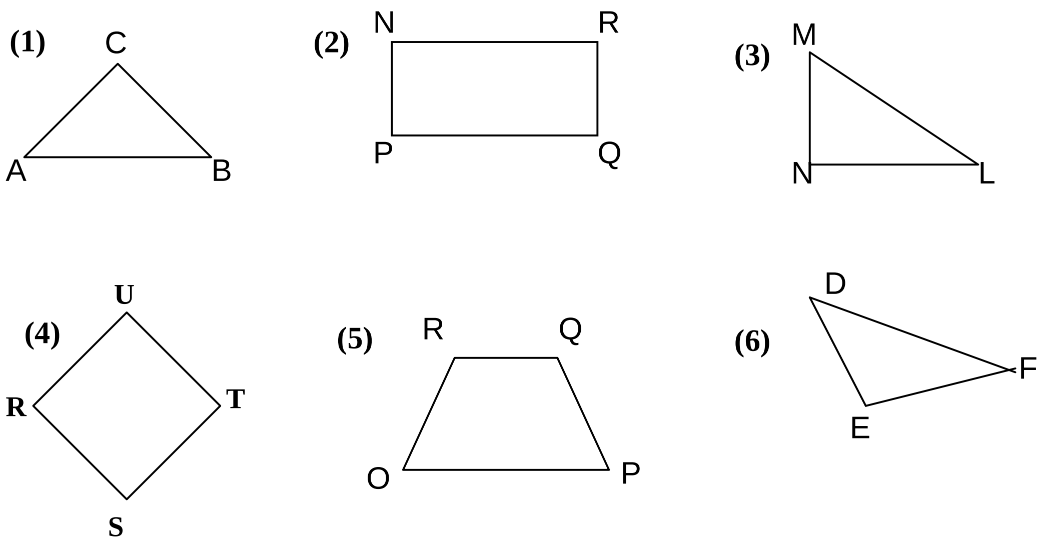
_______ Nivel alto _______ Nivel medio _______ Nivel bajo

d) Evalúan la solución y la vía.

_______ Nivel alto _______ Nivel medio _______ Nivel bajo

ANEXO 2: Ejercicios propuestos para el diagnóstico del nivel de partida de los estudiantes en cuanto al dominio del sistema de conocimientos y habilidades que sirven de base para el desarrollo de las acciones fundamentar y demostrar.

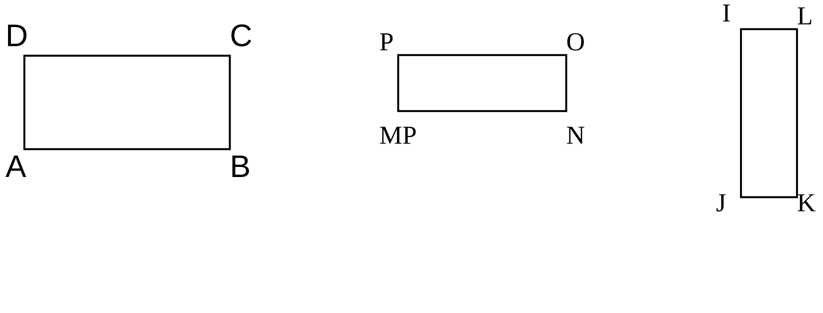
1. Las figuras representadas se pueden agrupar en dos conjuntos, de manera que las figuras incluidas en un mismo conjunto tienen al menos una característica esencial.



- El conjunto A está formado por las figuras: __________________________
- El conjunto B está formado por las figuras: __________________________
- La característica esencial que tienen las figuras del conjunto A :_________ _______________________ y el conjunto B es _________________________

- A las figuras del conjunto A se les llama __________________________ y a las figuras del conjunto B se les llama ________________________________.

2. De las figuras que se representan a continuación, diga:



a) Dos características que tienen todas las figuras son: ____________, ______________.

b) ¿Conoces cómo se llaman estas figuras?

Sí ________ No _________

c) Se llaman _______________

3. Determine cuándo las proposiciones siguientes son verdaderas (V).

(a) $\alpha + \beta + \gamma = 180º$ es V si:

_____ α, β, γ son ángulos correspondientes entre paralelas.

_____ α, β, γ son ángulos interiores de un triángulo.

_____ α, β, γ son ángulos alternos.

(b) $\overline{AC} = \overline{BC}$ es V si $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$

_____ son lados de un triángulo isósceles.

_____ son lados consecutivos de un triángulo.

(c) $\alpha = \beta = \gamma = 60º$ es V si:

_____ α, β, γ son ángulos de un triángulo escaleno.

_____ α, β, γ son ángulos de un triángulo equilátero.

_____ α, β, γ son ángulos de un triángulo isósceles.

4. Responda verdadero (V) o falso (F).

______ En todo triángulo equilátero las longitudes de sus lados son iguales.

______ La suma de las amplitudes de los ángulos interiores de un triángulo cualquiera es igual a 180°.

______ Los ángulos opuestos por el vértice suman 180°.

______ Los ángulos correspondientes formados entre dos rectas cualesquiera cortadas por una secante son iguales.

5. Escribe todo lo que sepas y que sea cierto a partir de las siguientes premisas.

a) El triángulo ABC es equilátero (isósceles).

b) ABCD es un rectángulo (cuadrado).

6. ¿A qué conclusión puedes arribar?

Si en un triángulo ABC, $\overline{AC} = \overline{BC}$ y $\angle CAB = \angle ABC$, entonces el ΔABC es

_______________.

a) Si en un cuadrilátero convexo $a = b = c = d$ y $\alpha = \beta = \gamma = \delta$, entonces es un

_____________________.

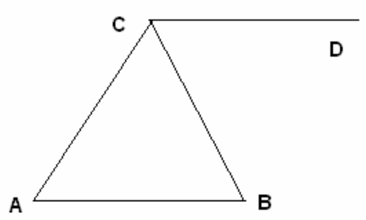
7. ¿Cuáles son las condiciones necesarias para obtener la siguiente conclusión?

El triángulo PQR es isósceles.

8. En la figura: $\overline{AB} // \overline{CD}$ y $\overline{AC} = \overline{BC}$. A partir de los datos dados en la figura, fundamente:

a) $\angle CAB = \angle CBA$

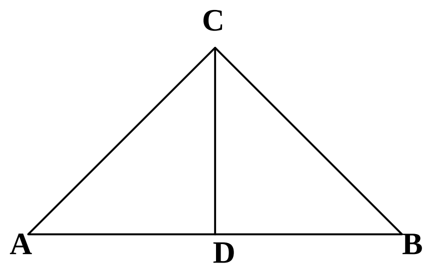
b) $\angle DCA + \angle CBA = 180°$



ANEXO 3. Pruebas de entrada y salida.

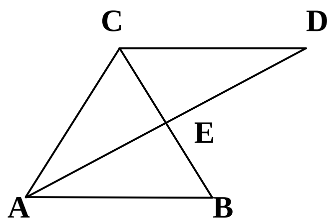
Prueba de entrada

En la figura ΔABC es isósceles de base $\overline{AB}$, D punto medio de $\overline{AB}$.
Demostrar que ΔADC = ΔDBC.



Prueba de salida.

En la figura $\overline{CD} // \overline{AB}$, E punto medio de $\overline{AD}$ ΔADC isósceles de base $\overline{AD}$ y Δ ΔABC equilátero. Demostrar que Δ $\Delta ABE = \Delta CDE$.



ANEXO 4. Escala valorativa.

INDICADORES PARA LA EVALUACION DE LA HABILIDAD DEMOSTRAR.

Invariantes funcionales	**Niveles**		
	Bajo (o)	**Medio (1)**	**Alto (2)**
Comprender el ejercicio de demostración	Lee, pero no es capaz de reformular el texto del ejercicio con sus palabras.	Lee y al menos es capaz de identificar algunos de los elementos dados y buscados parcialmente.	Lee e identifica con precisión los elementos dados y buscados.
Analizar y precisar el ejercicio de demostración	Separa lo dado y lo buscado pero no realiza ninguna inferencia.	Separa lo dado y lo buscado y realiza algunas inferencias con dificultades.	Separa lo dado y lo buscado y realiza todas las inferencias con precisión.
Buscar la idea de la demostración	No selecciona los medios y métodos adecuados para hallar una idea de la demostración.	Los medios seleccionados son necesarios pero no suficientes.	Selecciona los medios necesarios y suficientes para la demostración.
Realizar la demostración	Representa elementos aislados de la demostración o ninguno.	Representa todos los pasos pero no los fundamenta o los fundamenta con alguna imprecisión.	Representa correctamente todos los pasos y su fundamentación. Concluye la

			demostración.
Evaluar la solución y la vía	No se realizan reflexiones sobre la solución y la vía.	Se realizan reflexiones acerca de la solución y la vía de manera muy superficial, no se analiza lo aprendido a través de la realización de la demostración.	Se realizan reflexiones sobre la solución y la vía, así como el reconocimiento de lo aprendido a través de la solución del ejercicio.

ANEXO 5. Resumen del comportamiento de la variable dependiente antes y después de la aplicación de la propuesta de ejercicios. (Dimensión cognitiva procedimental)

No.	**1**		**2**		**3**		**4**		**Final**	
	A	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**
1	0	2	0	2	0	2	0	1	0	2
2	0	2	0	1	0	1	0	1	0	1
3	0	2	0	1	0	1	0	1	0	1
4	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
5	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1
6	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
7	1	2	1	2	2	2	1	2	1	2
8	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1
9	1	1	1	2	1	1	0	0	1	1
10	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	1	2	1	2	1	2	0	2	1	2
14	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0
16	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2
17	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2
18	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2
19	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2
20	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2
21	0	2	0	2	1	2	0	2	0	2
22	1	2	1	2	1	2	0	2	1	2
23	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2

24	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2

No.	**1**		**2**		**3**		**4**		**Final**	
	A	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**
25	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2
26	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2
27	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2
28	1	2	1	2	1	2	0	2	1	2
29	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2
30	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2
31	1	2	1	2	1	2	0	2	1	2
32	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2
33	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2
34	1	2	1	2	1	2	0	2	1	2
35	1	2	1	2	0	2	0	2	1	2
36	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2
37	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2
38	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2

ANEXO 6. Tabla que representa los resultados obtenidos de forma general, a partir de la comparación antes y después.

Nivel	**Entrada**	**%**	**Salida**	**%**
Alto	0	0	27	71,1
Medio	9	23,7	7	18,4
Bajo	29	76,3	4	10,5