

UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGOGICAS

Capitán “Silverio Blanco Núñez”

Sancti - Spíritus

Sede Pedagógica Cabaiguán

**TESIS EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE MÁSTER EN CIENCIAS DE LA
EDUCACIÓN**

MENCIÓN: PREUNIVERSITARIO

Título: Problemas relacionados con la vida práctica para contribuir al desarrollo del pensamiento lógico en los estudiantes de 10. grado.

Autora. Lic. Yamila Álvarez García

Curso: 2010-2011

UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGOGICAS

Capitán “Silverio Blanco Núñez”

Sancti Spíritus

Sede Pedagógica Cabaiguán

**TESIS EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE MÁSTER EN CIENCIAS DE LA
EDUCACIÓN**

MENCIÓN: PREUNIVERSITARIO

Título: Problemas relacionados con la vida práctica para contribuir al desarrollo del pensamiento lógico en los estudiantes de 10 grado.

Autora. Lic. Yamila Álvarez García

Tutora: MSc. Laide Julia González Pérez

Curso: 2010-2011

Dedicatoria

A la memoria de mi papá.

A mi madre Orizola.

A mi esposo Lázaro.

A mis hermanos: Osmara, Ana, José

Angel y Yamilec.

A Nayara, Arley, Yusleisys, Yolexis,

Yuniet, Geidys, Gleidys y Jesús

David.

A todos mis alumnos.

A mis compañeros y amigos.

Agradecimientos

Mi gratitud hacia todas aquellas personas que, con su esfuerzo moral y científico, me han brindado su apoyo a lo largo de mi carrera y han hecho posible mi formación pedagógica, pero especialmente a:

Laide, Clementina y Milagros.

Mis compañeros de trabajo.

RESUMEN

La investigación que dio origen a este trabajo aborda un problema de actualidad relacionado con las insuficiencias que presentan los estudiantes de décimo grado del IPUEC. Beremundo Paz Sánchez, del municipio Cabaiguán cuando resuelven problemas relacionados con la vida práctica. En la muestra seleccionada, la utilización de diferentes métodos empíricos permitió constatar la existencia del problema en el proceso de enseñanza aprendizaje de los contenidos sobre el tema de investigación. En el trabajo se ofrece una solución al problema detectado en el cual fue necesario utilizar diferentes métodos teóricos que permitieron establecer los principales fundamentos a considerar, así como caracterizar el estado actual de la preparación de los estudiantes en relación con el tema de investigación. El análisis de las causas del problema y las posibles vías de solución permitió elaborar problemas, con el propósito de contribuir al desarrollo del pensamiento lógico. Los resultados obtenidos luego de la puesta en práctica de los problemas concebidos, permite afirmar que la propuesta es realizable.

ÍNDICE

Resumen	
INTRODUCCIÓN.	1
CAPÍTULO I: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA SOBRE EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA.	9
<i>1.1 El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en el preuniversitario.</i>	9
1.2 Reflexiones teóricas en torno a resolución de problemas.	13
1.3 Consideraciones teóricas y metodológicas sobre el trabajo dirigido al desarrollo del pensamiento lógico a través de la resolución de problemas.	34
CAPÍTULO II: PROPUESTA DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON LA PRÁCTICA PARA CONTRIBUIR AL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO EN LOS ESTUDIANTES DEL 10 GRADO DEL IPUEC. BEREMUNDO PAZ SÁNCHEZ.	42
<i>2.1- Resultados del pre - test.</i>	42
<i>2.2 Fundamentación y propuesta de los problemas concebidos.</i>	46
2.3- Análisis de los resultados obtenidos en la fase del post-test.	53
Conclusiones.	58
Recomendaciones.	59
Bibliografía.	60
Anexos.	

INTRODUCCIÓN

En nuestra sociedad aún existen los más extraños prejuicios con relación a las matemáticas. Unos dicen que solamente personas de gran talento pueden dedicarse a ellas, otros afirman que para esto es preciso tener una memoria matemática especial, que permita recordar las fórmulas, teoremas, definiciones.

El deseo de acertar adivinanzas, describir o resolver problemas de razonamiento es propio de personas de todas las edades. Desde la infancia sentimos pasión por los juegos, los rompecabezas, las adivinanzas, lo cual en ocasiones nos infunde el deseo de dedicarnos de lleno al estudio de las matemáticas u otras ciencias. Todo esto va desarrollando la capacidad creativa de la persona, su manera lógica de razonar al enseñar a plantear problemas importantes y darles solución.

La resolución de problema de razonamiento lógico es un medio interesante para desarrollar el pensamiento. Es incuestionable la necesidad de que nuestros jóvenes aprendan a realizar el trabajo independiente, aprendan a estudiar, aprendan a pensar, pues esto contribuirá a su mejor formación integral

Las matemáticas no deben aprenderse de memoria, la escuela no debe empeñarse en el estudio de tablas, fórmulas o reglas de forma mecánica o inconsciente, sino que, ante todo, debe acostumbrarse a pensar con placer y raciocinio, en un proceso consciente y consecuente.

Se debe impartir de forma agradable y amena, como decía Pascal. Las matemáticas son una disciplina tan seria, que conviene no perder la ocasión de hacerlas un poco entretenida. Por eso, para evitar que la exposición de esta ciencia se haga un poco seca o a los estudiantes les parezca aburrida, se le debe dar una brillante envoltura de entrenamiento para que se sientan atraídos y de paso, comiencen a asimilar los contenidos que hasta entonces le parecían amargos.

El profesor debe realizar todo lo que esté en sus manos para obtener el aprendizaje que se requiere en los estudiantes buscando los métodos, las acciones posibles que propicien el desarrollo de habilidades, así como el desarrollo del intelecto en los tres

niveles de desempeño, por lo que nos ha hecho pensar en la buscar vías, métodos, procedimiento que activen el aprendizaje del estudiante en el desarrollo del pensamiento lógico en la resolución de problemas mediante ecuaciones, que garanticen la capacidad intelectual mediante la utilización de problemas creativos relacionados con los quehaceres de la vida cotidiana, que garanticen la calidad del aprendizaje en el proceso docente educativo en la asignatura de Matemática, de aquí la importancia que tiene resolver problemas en la misma.

Es por ello que en esta revolución educacional en la cual estamos inmersos, no se concibe un estudiante de la enseñanza preuniversitaria, que no sepan resolver problemas, que no sientan interés por el estudio de la Matemática, que no relacionen la referida con la vida cotidiana. Estos estudiantes deben ser capaces de modelar problemas sociales, culturales, económicos, políticos ambientales etc. tanto en la clase como en el trabajo independiente.

La Matemática debe su actual unidad formal y variedad de contenido a un arduo y laborioso desarrollo de siglos. Junto a la Filosofía, es una de las ciencias más antiguas. Surge como ciencia independiente producto de las necesidades concretas de la sociedad humana. Despierta interés conocer la utilización que de esta ciencia hacen a diario el físico, el ingeniero, el químico, el economista, el biólogo.

Durante la indagación teórica se pudo apreciar que existe una amplia y variada bibliografía sobre este tema. Autores como C. Rizo, L. Campistrous, L. M. Santos Trigo, A. F. Labarrere, J. Palacio Peña, G. Polya han realizado trabajos sobre la resolución de problemas, planteando que la misma es útil para todo pues, aprendiendo a resolver problemas por diferentes vías podemos enfrentar con éxitos los distintos quehaceres de la vida cotidiana, pues propicia de operaciones estrictamente necesarias para la convivencia social.

De igual forma son valiosos los trabajos investigativos desarrollados en la provincia por profesores como L. Morell Pérez, S. Ballester, M. Cruz, F. Muñoz, C. A. Rodríguez entre otros. Sin embargo, la experiencia de la autora como profesora de Matemática, en esta enseñanza hacen afirmar que los estudiantes del IPUEC.

Beremundo Paz Sánchez no muestran, los niveles de satisfacción deseados, en cuanto al desarrollo del pensamiento lógico, lo que se expresa en que:

- Insuficiente desarrollo de la imaginación, interpretación y búsqueda de una vía de solución asertiva para cada situación problémica presentada.
- Tendencia ejecutora en la resolución de problemas sin realizar un análisis previo del texto.
- La autovaloración y el control ejecutivo del proceso se relegan a un segundo plano.

A partir de esta situación y desde la indagación teórica se detecta el siguiente **problema científico:**

¿Cómo contribuir a elevar el desarrollo del pensamiento lógico en los estudiantes del 10. grado del IPUEC Beremundo Paz Sánchez?

Objeto: El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática.

Campo: El desarrollo del pensamiento lógico a partir de la resolución de problemas, en los estudiantes de 10. grado.

Objetivo: Validar problemas relacionados con la vida práctica para contribuir al desarrollo del pensamiento lógico en los estudiantes de 10. grado del IPUEC Beremundo Paz Sánchez.

Con el fin de dar cumplimiento al objetivo se plantearon las siguientes **preguntas científicas:**

1. ¿Cuáles son los fundamentos teóricos y metodológicos que sustentan el desarrollo del pensamiento lógico, a partir de la resolución de problemas en los estudiantes de preuniversitario?
2. ¿Cuál es el estado actual del desarrollo del pensamiento lógico en los estudiantes del grupo 10.1 del IPUEC Beremundo Paz Sánchez?

3. ¿Qué problemas se pueden diseñar para contribuir al desarrollo del pensamiento lógico en los estudiantes de 10. grado del IPUEC Beremundo Paz Sánchez?
4. ¿Qué resultados se obtienen luego de la aplicación en la práctica de los problemas concebidos para contribuir al desarrollo del pensamiento lógico en los estudiantes del 10. grado del IPUEC Beremundo Paz Sánchez?

En el proceso de investigación se desarrollan las siguientes **tareas científicas**:

1. Determinación de los fundamentos teóricos y metodológicos que sustentan el desarrollo del pensamiento lógico, a partir de la resolución de problemas en los estudiantes de preuniversitario.
2. Diagnóstico del estado actual del desarrollo del pensamiento lógico en los estudiantes del grupo 10.1 del IPUEC Beremundo Paz Sánchez.
3. Elaboración de problemas dirigidos al desarrollo del pensamiento lógico en los estudiantes del 10. grado del IPUEC Beremundo Paz Sánchez.
4. Validación de los problemas dirigidos al desarrollo del pensamiento lógico en los estudiantes del IPUEC Beremundo Paz Sánchez.

Para la realización del trabajo se ponen en práctica diferentes métodos de investigación, tanto del nivel teórico, empírico y matemático, que fueron seleccionados y aplicado sobre la base de las exigencias del enfoque dialéctico materialista. Seguidamente se señalan los momentos en que prevalecen cada uno de ellos y cómo pueden dar la información necesaria para alcanzar el objetivo propuesto.

Del nivel teórico:

Histórico y lógico: Permitió conocer los antecedentes de la problemática abordada mediante el estudio de los problemas desde sus inicios, así como las relaciones existentes entre el desarrollo del pensamiento lógico como sostén teórico para la elaboración de la propuesta.

Análisis y Síntesis: Permitió realizar un estudio del desarrollo del pensamiento lógico para determinar las exigencias, que debe reunir la propuesta de los problemas que se presentan.

El inductivo-deductivo: Permitió arribar a conclusiones generales, a partir de los hechos particulares y para la estructuración de las exigencias de la propuesta, a partir de las regularidades presentes en ellas.

Del nivel empírico:

Observación Científica: Para constatar o recoger información sobre el estado del desarrollo del pensamiento lógico, a partir de la resolución de problemas en los estudiantes.

Prueba pedagógica: Posibilitó verificar el nivel de desarrollo del pensamiento lógico, a partir de la resolución de problemas en los estudiantes en la etapa inicial y final de la investigación.

Pre-experimento: De carácter formativo, el cual permitió comprobar en la práctica la contribución de los problemas en el desarrollo del pensamiento lógico, a partir de la resolución de problemas relacionados con la vida práctica. La medición y control se realiza sobre la misma muestra antes y después de realizados los problemas.

Del nivel matemático y estadístico:

Cálculo porcentual y estadístico: Para procesar cuantitativamente la información y medir la confiabilidad y validez de los instrumentos aplicados sobre el desarrollo del pensamiento lógico, a partir de la resolución de problemas relacionados con la vida práctica.

Población y Muestra:

La población seleccionada está compuesta por 180 estudiantes que representan la matrícula del 10 grado del IPUEC Beremundo Paz Sánchez.

Muestra: Está formada por 35 estudiantes, lo que representa el 19.4% de la

población. La misma está compuesta por estudiantes del grupo 10.1. De ellos, 18 son blancos, cuya edad promedio es de 15 años. Proceden del municipio Cabaiguán. El grupo académicamente es promedio, presenta 6 alumnos aventajados, 21 promedios y 8 de nivel bajo, y en el mismo predomina un ambiente cálido de camaradería entre los alumnos y maestros.

Determinación de las variables

Variable independiente: Problemas matemáticos vinculados con la vida práctica.

Se denomina problema a toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarla. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida y la persona debe querer hacer la transformación (Campistrous, L y Rizo, C.1996: 61).

Tienen los enfoques pedagógicos y didácticos para hacer aplicados con eficiencia y funcionalidad, presentan necesidades de introducción debido a que responden a los requerimientos de la escuela actual y permiten el desarrollo de un aprendizaje activo y consciente, imprescindible para transformar la adquisición de conocimientos y modos de actuación.

Variable dependiente: Nivel de desarrollo del pensamiento lógico.

Desde esta investigación se asume que un estudiante ha alcanzado un nivel de desarrollo del pensamiento lógico cuando logra una clara comprensión de cada término empleado en el texto del problema, encuentra las relaciones entre los datos y la incógnita, mostrando el desarrollo de las operaciones mentales generales, cuestionándose entre las nociones habituales ya conocidas y los conocimientos nuevos, que no concuerdan con ellas, entre lo particular y lo general, entre lo concreto y lo abstracto, entre lo viejo y lo nuevo, en la medida que es capaz de buscar vías de solución, sobre la base de los conocimientos que posee, mostrando interés por arribar a un resultado y realizar la comprobación de la lógica del mismo.

A continuación se presentan las dimensiones y sus indicadores

Dimensión 1: Cognitivo-procedimental.

Indicadores:

- 1.1) Comprensión del texto del problema.
- 1.2) Establecimiento de las relaciones lógicas entre lo dado y lo buscado
- 1.3) Elaboración del modelo matemático.
- 1.4) Comprobación de la lógica del resultado.

Dimensión 2: Motivacional – Afectivo.

- 2.1) Esfuerzo por resolver el problema.
- 2.2) Interés por la realización de problemas.

La **novedad científica**: se expresa en la concepción de los problemas que se diseñan, los cuales se caracterizan por el planteamiento de misiones cognoscitivas que no pueden ser cumplidas con los procedimientos ordinarios conocidos, sino que se les ofrece el material mínimo indispensable y determinados métodos de razonamiento lógico, para poder solucionarlos, donde el alumno debe encontrar por su propio esfuerzo la solución acertada de un problema matemático y esto se convierte en un proceso consciente del pensamiento, es decir, que se propicia que el alumno sea capaz de intervenir en todo el proceso de resolución.

El trabajo se estructura en dos capítulos: En el primero se aborda el resultado de la sistematización bibliográfica relacionada con el tema objeto de estudio, se incluyen además enfoques acerca del desarrollo del pensamiento lógico, a partir de la resolución de problemas relacionados con la vida práctica como un problema que afecta al proceso de enseñanza y aprendizaje en la matemática.

En el segundo capítulo se exponen los resultados del diagnóstico efectuado a los estudiantes, se fundamenta la propuesta de problemas, se plantea el resultado del

diagnóstico final, además se abordan las conclusiones, recomendaciones, bibliografías y anexos.

CAPÍTULO I: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA SOBRE EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA.

1.1 El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en el preuniversitario.

En la Constitución de la República de Cuba (1992: 16) se plantea: “La enseñanza es función del Estado y es gratuita. Se basa en las conclusiones y aportes de la ciencia y en la relación con la vida, el trabajo y la producción” Por tanto la formación de las nuevas generaciones es una tarea de primer orden para nuestra sociedad.

La formación de estas es la premisa más importante que establece la política educacional cubana, dicha misión se le ha conferido principalmente a la escuela, la cual debe guiar eficientemente el proceso docente educativo y todo el sistema de influencias que se ejercen sobre el escolar.

La Revolución ha garantizado plenamente el derecho de todos los ciudadanos a la educación, la cual tiene como finalidad esencial la formación de convicciones personales, hábitos de conductas y el logro de personalidades integralmente desarrolladas, que piensen y actúen creadoramente, aptos para construir una nueva sociedad y defender las conquistas de la patria.

A escala internacional, las confrontaciones en el campo pedagógico sobre la escuela, se dirigen a un análisis crítico y de transformación, teniendo en cuenta el papel relevante que la misma ocupa en la formación integral del individuo.

En estos debates se muestran diferentes tendencias pedagógicas, de acuerdo a la concepción que se tiene del desarrollo del individuo y en función de ello, se derivan diferentes formas de interpretar cómo debe ser el proceso de enseñanza aprendizaje.

La pedagogía cubana, heredera de la sociedad socialista, basada en los aportes e ideas de Martí y Fidel se concibe como el resultado de un conjunto de actividades organizadas de modo sistemático y coherente, que le permitan poder actuar consciente y creadoramente.

En el pensamiento de José Martí se aprecian las ideas que expresan la necesidad de instruir cada vez más a los hombres y corroborar los objetivos del sistema educativo cubano....”Educar es depositar en cada hombre toda la obra humana que le ha antecedido: es hacer a cada hombre resumen del mundo viviente, hasta el día en que vive: es ponerlo a nivel de su tiempo, para que flote sobre él, y no para dejarlo debajo de su tiempo, con lo que no podrá salir a flote; es preparar al hombre para la vida” (Martí, J. 1975:285).

José Martí considera el aprendizaje necesariamente activo, crítico y reflexivo, basado en las contradicciones que emanan de la misma naturaleza y sobre todo creativo. Su objetivo era poner en un primer plano del proceso aprendizaje el interés por elevar en el niño la cultura de las emociones, para enriquecer así el mundo interior del hombre, para que pueda identificarse con los grandes problemas sociales y políticos a los cuales debía enfrentarse.

La escuela de estos tiempos tiene que enfrentar exigencias tecnológicas y sociales de gran complejidad, que presentan como gran desafío la necesidad de lograr una enseñanza capaz de desarrollar al alumno y un aprendizaje significativo, es decir, construido sobre la base de los contextos socioculturales en los que se desarrollan los niños y niñas.

El proceso de enseñanza y aprendizaje: Es un proceso pedagógico escolar que posee las características esenciales de éste, pero se distingue por ser mucho más sistemático, planificado, dirigido y específico, por cuanto, la interrelación maestro-alumno, deviene en un accionar didáctico mucho más directo, cuyo único fin es el desarrollo integral de la personalidad de los educandos (González A. y Reinoso C. 2002: 32).

El proceso de enseñanza y aprendizaje es desarrollador siempre que integre funciones instructivas, educativas y desarrolladoras, para lo cual debe centrarse en la dirección científica de la actividad de los estudiantes, teniendo en cuenta el diagnóstico del nivel de desarrollo alcanzado y sus potencialidades para lograrlo, que

mediante procesos de socialización y comunicación se propicia la independencia cognoscitiva y la apropiación del contenido de enseñanza, que contribuya a la formación de un pensamiento reflexivo y creativo, que permita al estudiante operar con generalizaciones teóricas y aplicar el contenido a la práctica social, que conlleve a la valoración personal y social de lo que se estudia, así como el desarrollo de estrategias que permitan regular los modos de pensar y actuar.

Han surgido diversas concepciones del proceso de enseñanza y aprendizaje desarrollador ya que en el país se ha producido una profunda reconceptualización del vínculo entre los procesos de enseñanza, aprendizaje y desarrollo, enfatizándose en el carácter socializador, formativo y desarrollador del proceso de enseñanza y aprendizaje. Estas concepciones tienen un referente teórico-metodológico común en la escuela histórica cultural; sus posiciones generales respecto a las relaciones entre la enseñanza, el aprendizaje y el desarrollo son afines y responden a expectativas sociales y necesidades educativas comunes.

La enseñanza de la ciencia, en particular la Matemática, asume las concepciones pedagógicas contemporáneas, basadas en la necesidad de un aprendizaje desarrollador y formativo, donde es necesario aprender a aprender, situación planteada mundialmente por muchos pedagogos y en particular por eminentes pedagogos cubanos, que vieron la necesidad de transformaciones transcendentales en los sistemas educacionales, con vistas a lograr que se diera al alumno el papel que le corresponde dentro del aprendizaje, en contraposición con las tendencias clásicas centradas en la actividad del profesor.

Diferentes investigaciones internacionales revelan deficiencias en el aprendizaje de la escuela básica, específicamente en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática. El tercer estudio internacional de matemáticas y ciencias (TIMSS, 1996) describe serias lagunas en los conocimientos de las áreas matemáticas y ciencias en los estudiantes, de una muestra de 41 países, los puntajes en matemáticas levantaron una gran preocupación en muchas naciones del primer mundo, estando por encima de estos, países como Japón y Bulgaria, mientras que en la media o por debajo se encontraron EE.UU., España y Portugal.

Importantes conclusiones para América Latina tienen los resultados del primer estudio internacional comparativo del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación en 1998, donde se indica el problema existente en el rendimiento de Matemática. Cuba se destaca entre los países de la región, sin embargo todavía se afrontan dificultades en este sentido, detectadas en los SECE aplicados durante el transcurso del curso escolar 2005-2006, por ejemplo: en el cálculo aritmético.

En el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática la actividad del estudiante comprende: la elaboración de conceptos, teoremas y sus demostraciones; procedimientos y la resolución de ejercicios, que constituyen el objeto del sistema de conocimientos y habilidades del contenido de la asignatura en la escuela.

Las primeras nociones de Matemática que adquiere un niño provienen de la aritmética y la geometría. La aritmética es la parte de la Matemática que estudia los números, sus propiedades (teoría de los números) y fundamentalmente las formas básicas de cálculo, suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación y logaritmos... (Diccionario Enciclopédico Grijalbo. 1998: 156).

Entre los objetivos del programa director de Matemática se encuentran los siguientes: reconocer las potencialidades que tiene la Matemática para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida práctica, leer, escribir, comparar y ordenar números racionales, interpretar su significado y saber ubicarlos en la recta numérica, calcular con seguridad y rapidez, saber emplear las reglas de cálculo aproximado y estudiar la factibilidad de las respuestas atendiendo a los enunciados de los ejercicios.

El programa director de la Matemática al referirse a las transformaciones en el enfoque metodológico general de la asignatura, plantea la incorporación de habilidades matemáticas, que amplíen los procedimientos lógicos para el planteamiento y solución de problemas prácticos, el tratamiento de los contenidos, logrando su sistematización dentro de cada unidad y a lo largo del nivel y la

integración de las diferentes áreas matemáticas (Aritmética, Álgebra y Geometría).

Uno de los objetivos generales de la asignatura es adoptar decisiones responsables en la vida personal, familiar y social, aplicando procesos de razonamientos inductivos y deductivos y por analogía, que le permitan arribar a conclusiones y argumentaciones sobre la base de emplear con seguridad, estimaciones y cálculos exactos, entre otros.

De lo expresado anteriormente se infiere que al resolver problemas para desarrollar el pensamiento lógico forma parte del contenido de la enseñanza de la Matemática en todos los niveles.

1.2 Consideraciones teóricas y metodológicas sobre el trabajo dirigido al desarrollo del pensamiento lógico a través de la resolución de problemas.

El pensamiento es un proceso que se realiza de acuerdo con determinadas leyes y que encierra siempre un contenido. Como consecuencia de este proceso, se obtiene determinado resultado bajo la forma de conceptos, proposiciones, problemas, etc. El estudio de las formas y leyes en que transcurre y se desarrolla el pensamiento sólo puede realizarse mediante el análisis del propio proceso y de sus resultados. El pensamiento se efectúa y desarrolla bajo el signo de la unidad de su contenido y sus formas, pero, al incontable número de repeticiones, como resultado de los muchos ejercicios realizados durante el proceso de asimilación de conocimientos, que tiene lugar en la actividad mental diaria, de cada minuto y de cada hora.

Como es sabido, la actividad cognoscitiva del ser humano comienza con las sensaciones y percepciones de lo concreto (objetos, fenómenos, hechos) pero estas, al igual que las representaciones de la memoria y de la imaginación, no le dan conocimientos suficientemente completos sobre objetos y fenómenos de la realidad, lo cual solo es posible mediante el proceso del pensamiento.

Aunque el pensamiento va más allá del conocimiento sensorial está inseparablemente unido a éste. La experiencia sensorial constituye la fuente y la base de todo el saber humano. Esta unidad de lo sensorial y lo racional en el proceso

del conocimiento humano, entraña la participación indispensable del uno y del otro en el saber. El conocimiento sensorial sirve de fundamento a la actividad racional, al pensamiento, y esto es posible gracias al lenguaje.

No se puede hablar de pensamiento sin analizar su relación con el lenguaje. Mediante la palabra se puede pensar en las regularidades generales y en los grupos de fenómenos y objetos; generalizar la experiencia sensorial y fijarla en la memoria.

Cada palabra encierra en su significado lo general, lo que ha sido reflejado por el pensamiento como lo esencial para un grupo dado de objetos y fenómenos. Los errores en el lenguaje matemático revelan las relaciones erróneas que se establecen en la conciencia de los alumnos. La incoherencia, la incorrecta selección de palabras, la falta de fluidez en el lenguaje, perjudican el desarrollo del pensamiento, frenan su desarrollo lógico. Con el mismo rigor que se le exige al alumno claridad y precisión en su expresión verbal, el maestro se debe exigir a sí mismo el uso adecuado de su lenguaje matemático, es por eso que se considera de gran importancia el dominio que se debe tener del vocabulario técnico de la asignatura.

La palabra del maestro constituye la base didáctica de la enseñanza. Mediante ella se orienta y organiza la actividad cognoscitiva y constructiva de los alumnos, formula la tarea, garantiza los diferentes niveles de generalización, la habilidad para razonar, hacer conclusiones y realizar diferentes operaciones mentales.

La enseñanza de la Matemática contribuye al desarrollo de operaciones mentales como: analizar, sintetizar, comparar, clasificar, generalizar, particularizar, abstraer y concretar. Es necesario, además, referirse a algunas características del modo de pensar de los estudiantes, sobre los cuales la enseñanza de la Matemática puede jugar un papel muy importante en la actividad cognoscitiva.

- La rapidez y movilidad del pensamiento, así como la posibilidad de cambiar rápidamente de una operación mental a otra.
- El abarcar en el menor tiempo posible estructuras formales.

- La disminución del proceso de reflexión mental, eliminando los pasos que no son de interés para llegar a la conclusión final.
- La búsqueda de la racionalidad, claridad, facilidad y elegancia en el proceso mental cuando se quiere encontrar la solución de un problema.

Las características antes mencionadas constituyen partes esenciales del pensamiento matemático y al igual que las capacidades mentales generales, contribuyen a que los alumnos interpreten y dominen la realidad objetiva, el mundo circundante.

A continuación se exponen algunas consideraciones sobre las operaciones mentales señaladas:

Todo pensamiento es una función analítico - sintético del cerebro, la cual constituye el núcleo del pensamiento y se expresa de forma particular en las operaciones mentales matemáticas, las cuales están condicionadas e interrelacionadas, y constituyen todo un sistema de acciones mentales en las cuales unas no pueden existir sin las otras.

La comparación es un procedimiento didáctico muy útil para obtener un conocimiento más completo y consciente. El papel de la comparación (confrontación y contraposición) ha sido destacado por muchos psicólogos y pedagogos. Algunos consideran que no existe mejor forma de conocer el mundo que mediante la comparación y la consideran como la base de la comprensión y de todo pensamiento.

Dicho procedimiento, además de estimular la actividad cognoscitiva y constructiva de los estudiantes, resulta efectivo para el desarrollo del pensamiento generalizador. Por eso las actividades dirigidas a establecer las diferencias, como por ejemplo entre el cuadrado y el rectángulo, el círculo y la circunferencia, el cono y el cilindro, el cuadrado de un número y su raíz cuadrada, la igualdad o la semejanza entre dos triángulos, etc, deben aplicarse ampliamente en el desarrollo de las clases de

matemática, para esto el maestro no debe olvidar que al comparar, no solo se señalan las diferencias, sino, además, las semejanzas.

Como se había señalado anteriormente la comparación sirve de base a la generalización, pues mediante esta acción mental el alumno descubre lo que hay de general en los objetos y fenómenos. Se piensa sobre lo general, después de separarlo de lo particular por medio de la palabra que lo expresa; ya anteriormente se hizo referencia al papel del lenguaje en el desarrollo del pensamiento; es por eso que en la formación de un concepto matemático, se presentan varios ejemplos típicos en los cuales el estudiante pueda separar las características esenciales de las no esenciales, tarea esta que se realiza desde el mismo momento que el niño recibe las primeras nociones elementales de matemática en el nivel preescolar. Al generalizar, el alumno separa lo que es general sin tener en cuenta otras cualidades no esenciales.

Por ejemplo, en la elaboración del teorema sobre la suma de los ángulos interiores de un triángulo se puede presentar una hoja de trabajo con varios triángulo, el alumno realiza la medición de las amplitudes de los ángulos de cada triángulo, así como su suma; y llega a conclusiones, en este ejemplo el estudiante ha participado en al construcción de un nuevo conocimiento es decir que la suma de las amplitudes de los ángulos interiores de un triángulo siempre es de 180° . Esta operación mental es la abstracción; sería imposible reunir mentalmente un concepto matemático a un grupo de objetos o fenómenos si no se hace abstracción de las diferencias que existen entre ellos.

La mayor problemática que afronta el maestro en este proceso de conocimientos está en lograr que los alumnos apliquen en la práctica los conocimientos teóricos. A partir de la práctica el individuo vuelve a ella aplicando en la vida aquello que ha obtenido como resultado de su actividad racional. La operación mental de la concreción es la base de la aplicación de los conocimientos en la práctica; un alumno puede definir muy bien un concepto, pero si no es capaz de concretarlo, esto significa que no lo asimiló. Él conoce lo general, lo que se expresa por la palabra, pero no sabe lo particular, desconoce su contenido. Esto constituye un aprendizaje

formal y la existencia de tales conceptos resulta estéril, pues no pueden utilizarse en la práctica.

En la enseñanza de la Matemática, en el desarrollo de todo el curso escolar, son muchos los ejemplos que se pueden plantear donde se pongan de manifiesto las operaciones mentales antes señaladas en las cuales se verifican sin cesar el tránsito a nuevos temas, problemas, teoremas, proposiciones, cuestiones y leyes cuya comprensión exige una mentalidad más desarrolladora. El tránsito de los números racionales a los números reales representa ya una gran complejidad; los estudiantes se enfrentan a nuevas relaciones y operaciones entre los números. Los nuevos fenómenos no pueden ser interpretados con los conocimientos y los medios lógicos de raciocinio con que aquellos cuentan; los estudiantes experimentan dificultades en las que se expresa la contradicción entre la tarea cognoscitiva y la preparación para realizarla. Si la dificultad es soluble, suscita la movilización de las energías de los alumnos; este momento es particularmente favorable para su desarrollo mental. Otro ejemplo donde se pone de manifiesto el proceso de operaciones mentales, se encuentra en la formación del concepto de ángulo a los alumnos de la enseñanza primaria, para esto el maestro puede utilizar diferentes variantes para inculcarles en la mente ciertas ideas concretas de distintos ángulos; tales como:

- Les muestra el ángulo que forman los brazos del compás, abre la libreta con un ángulo determinado, abre la puerta llamando la atención de la clase sobre la modificación del ángulo entre la puerta y la pared, hace girar un lápiz en torno a una raya escrita en su libreta, etc.
- Estas operaciones aisladas y demostrativas se verifican con una gradación conveniente. Los niños contemplan los ángulos en "reposo", en el proceso de modificación, aumentados y disminuidos hasta su total desaparición.
- Así madura en ellos la idea del ángulo, la síntesis de todas las observaciones en un concepto, cuyo símbolo son dos rayos que parten de un mismo punto. Sobre la base de una gran cantidad de hechos hábilmente seleccionados, se crea en ellos

una idea abstracta que los generaliza, unificándolos en una cualidad común; esta generalización se expresa en una definición verbal.

Una particularidad del pensamiento que no debe ignorarse jamás, es su carácter de búsqueda hacia la solución de ejercicios y problemas. Dicha búsqueda comienza, generalmente como respuesta a un estímulo verbal: la pregunta. Esta es la señal verbal con la cual se inicia el proceso de pensamiento, por tanto, las preguntas del maestro constituyen un procedimiento para dirigir el pensamiento en los alumnos, por lo que las clases se deben organizar de forma que ante los estudiantes surjan con frecuencias problemas y situaciones que estimulen su actividad mental y despierten su interés por buscar su solución. Por ejemplo en el desarrollo de la clase de "Algunas fórmulas de multiplicación de binomios" (8vo grado), se trata de obtener la fórmula del producto de la suma de dos números "a y b" por su diferencia.

La enseñanza de la Matemática en las escuelas no persigue el objetivo de impartir a los alumnos un contenido de lógica como tal; sino tratar por todas las vías y medios necesarios que los alumnos hagan un uso correcto de las *operaciones lógicas* y de sus formulaciones. El desarrollo del pensamiento lógico está ligado estrechamente al desarrollo del lenguaje matemático; es decir a su vocabulario técnico; ellos forman una unidad dialéctica inseparable. El desarrollo del pensamiento lógico se encuentra relacionado siempre con el desarrollo de las operaciones mentales generales las cuales analizamos con anterioridad.

Para desarrollar el pensamiento lógico en los estudiantes se les debe enseñar a:

- Trabajar correctamente con variables.
- Distinguir con exactitud las variables libres y las ligadas.
- Utilizar correctamente las variables para designar individuos o conjuntos en la solución de problemas.
- Emplear correctamente los conectores como negación, conjunción, alternativa, implicación y equivalencia en el vocabulario técnico de la asignatura en la realización de demostraciones matemáticas.

➤ Trabajar correctamente con los cuantificadores; existencial y universal y sustituirlos por las expresiones del lenguaje matemático correspondientes y viceversa.

Como se puede apreciar, no se debe ver el desarrollo de capacidades en Matemática solamente como el desarrollo del pensamiento lógico en los alumnos. Este es uno de los componentes (componente importante como ya se mencionó), pero no es el único sobre el cual debe centrarse la atención del maestro.

Es importante destacar que el desarrollo del pensamiento lógico, de las operaciones mentales generales y de la representación espacial en los alumnos están interrelacionadas con el desarrollo de su memoria matemática; es decir, es un medio fundamental para lograr la solidez de los conocimientos matemáticos que se desarrollan en cada día del curso escolar.

Las observaciones de clases realizadas nos demuestran que la premisa esencial del desarrollo del pensamiento matemático de los alumnos radica en las contradicciones internas que nacen en su mente sobre el nuevo contenido aprendido por medio de preguntas que se les hayan ocurridos; el deseo de obtener respuestas a las preguntas en cuestión fomenta en ellos el razonamiento activo.

La enseñanza de la Matemática contribuye a elevar el razonamiento lógico de los escolares garantizando una clara comprensión por parte de los alumnos de cada término empleado; todos los axiomas y teoremas se formulan de manera exacta, clara y concisa; el planteamiento y las demostraciones se establecen con precisión con la participación de los estudiantes en las mismas, fundamentando suficientemente todas las afirmaciones, señalando en los casos necesarios, cuáles se admiten sin demostración. Es conveniente inculcar a los escolares una actitud correcta respecto al lenguaje matemático que se emplea en cada concepto que se desarrolla en la asignatura, la experiencia nos demuestra que cuando el alumno es capaz de interiorizar correctamente en su mente el significado de cada palabra del

vocabulario técnico de la asignatura se convierte en una poderosa arma de conocimiento.

Por consiguiente, desarrollar el pensamiento lógico de los escolares significa plantearles misiones cognoscitivas que no pueden ser cumplidas con los procedimientos ordinarios conocidos, ofrecerles el material mínimo indispensable y pertrecharles con determinados métodos de razonamiento lógico. Cuando los alumnos encuentran por su propio esfuerzo la solución acertada de un ejercicio, teorema o problema matemático se convierte en un proceso consciente del pensamiento, es decir cuando el alumno es capaz de intervenir en todo el proceso de formación de un concepto matemático alcanzará un mayor nivel de independencia cognoscitiva.

Las premisas que contribuyen a elevar y desarrollar el pensamiento lógico en los escolares son: la aparición en su conciencia de problemas que requieren solución o de contradicciones entre las nociones ya formadas, habituales para ellos, y los nuevos hechos, que no concuerdan con dichas nociones; el hecho de que los alumnos conozcan la significación exacta de los términos empleados por el profesor; la creación de nociones y conceptos justos acerca de los contenidos estudiados; la lógica de la explicación de las nuevas materias, bien concebida y aplicada y por último un eslabón fundamental para el trabajo del profesor sobre el desarrollo del pensamiento matemático radica en la forma y vía que se trate la comprensión, de las dificultades de sus alumnos y su ayuda rápida y eficaz para solucionarlas.

1.3 Reflexiones teóricas en torno a la resolución de problemas.

La búsqueda de vías para la enseñanza de la Matemática donde los problemas contribuyan a modificar tal concepción de la disciplina ha sido objeto de discusión en los foros internacionales. Un punto de especial interés radica en comprender que el proceso de búsqueda, análisis y solución de problemas permite la generalización, con significado, de los conceptos y procedimientos que se emplean, así como la

revelación de la necesidad de esos conceptos y procedimientos en el marco de un contenido determinado.

Un aspecto de interés en la labor docente metodológica de maestros y profesores es el estudio de las condiciones que poseen los alumnos para encontrar vías de solución, para construir o utilizar estrategias de razonamientos, elaborar esquemas, y particularmente cuál es su disposición para enfrentar los procesos de búsqueda de forma individual o colectiva.

Son importantes las cualidades que se han atribuido a la resolución de problemas como: la flexibilidad del pensamiento, el afán por lograr un objetivo, la constancia, la tenacidad, la capacidad de generalización y transferencia de los conocimientos, etc. Por lo que la resolución de problemas no se reduce sólo al uso y asimilación de diferentes métodos o estrategias heurísticas como resultado de resolver un gran número de ellos. Estudiosos de este tema como M. de Guzmán, A. H. Schoenfeld, L. M. Santos, J. Arrieta, R. Valenzuela, J. Gascón, etc. han reconocido el proceso de resolver problemas como un importante modo de comprender y profundizar en la actividad matemática y proponen enseñar a través de este método, lo que implica implementar actividades que propicien, al alumno, condiciones similares al proceso de desarrollo de la Matemática.

La perspectiva constructivista, que comprende el problema como fundamento y medio de aprendizaje, pretende que el maestro organice el proceso de enseñanza aprendizaje a partir de una situación inicial que toma un sentido y un determinado contexto y que el alumno transformará con la adquisición del nuevo conocimiento.

La estructuración de la enseñanza de la Matemática a través de problemas está conceptualizada, actualmente, como una vía que ofrece significativas posibilidades para la eliminación del formalismo, que por mucho tiempo ha prevalecido y hacer de ésta una disciplina más práctica, más cercana de lo cotidiano.

Se trata de dar al profesor vías concretas que les permitan seleccionar y plantear esas situaciones - problemas y poder diseñar en un tema cómo llegar a dominar las habilidades que son necesarias para resolverlas.

Consideramos entonces, que en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática los problemas planteados como medio del aprendizaje y también como un medio de fijación de los conocimientos aportan una alternativa que debe contribuir a evitar la insuficiente solidez en el dominio de los modos de actuación esperados del alumno; de ahí que los problemas propuestos en este trabajo debe traernos vivencias del quehacer económico, laboral, político, cultural, ambiental, deportivo , entre otros.

La enseñanza de los problemas en Matemática tiene amplias posibilidades de contribuir al desarrollo del pensamiento lógico de los escolares, al desarrollo de su personalidad, tiene la tarea de lograr que los jóvenes puedan hacer una mejor interpretación del mundo en que viven.

El trabajo de forma correcta de los problemas matemáticos en las clases, juega un papel importantísimo en la preparación del escolar que se quiere formar.

El maestro debe tener un amplio control y dominio de los métodos, procedimientos y estrategias para el trabajo con los escolares, con el objetivo de desarrollar todas las potencialidades que posean, haciendo un proceso pedagógico eficiente.

Al realizar un análisis profundo del pensamiento pedagógico de José Martí, se pueden encontrar ideas, que ayudan en la actualidad a buscar soluciones para resolver los problemas relativos a la calidad de la educación y al papel que le corresponde al docente en ese aspecto. El Maestro, en un artículo publicado en el periódico. "La Nación", en Buenos Aires, el 14 de noviembre de 1886, menciona cuáles eran las principales deficiencias que afectaban la calidad de la educación de la época.

Del estudio de ese artículo se deduce que entre las principales deficiencias estaban las siguientes:

- Utilización por parte de los maestros de métodos en las clases, en los que no se posibilita el desarrollo de capacidades intelectuales en los alumnos.
- Enseñanza superficial y carente de experimentación.

➤ Enseñanza divorciada de la realidad.

Es evidente que la pedagogía cubana en correspondencia con los análisis realizados por José Martí accione porque los docentes en el proceso de enseñanza aprendizaje hagan un giro hacia la adquisición por el alumno de procedimientos y estrategias, que le permitan aprender a aprender, es decir, acercarse al cúmulo de conocimientos creados por la humanidad, para que adquiera una cultura general integral, de una forma más independiente, activa, reflexiva, de forma tal que se conviertan en mecanismos impulsores de su propio desarrollo. Un joven protagonista de la adquisición de sus conocimientos en un proceso de interacción en el colectivo en función de la sociedad que queremos y debemos construir.

En consecuencia con estas tesis martianas se define el basamento sociológico de la pedagogía cubana en la actualidad. En la cual se plantea que: "... la concepción humanista, también llamada "desarrolladora", el sujeto ocupa el primer plano dentro de todo el fenómeno educativo y del proceso pedagógico. Los factores internos de la personalidad se reconocen como elementos activos de la educación del sujeto, en particular sus motivaciones, a la vez se admite la variedad de respuestas posibles ante las mismas influencias externas. Desde esta concepción el sujeto se autoeduca mediante la recreación de la realidad, participa en ella y la transforma. Por esta razón la enseñanza aprendizaje debe ponerse en función de las necesidades individuales y no puede aspirar a la reproducción de un modelo único, sino a la combinación de la socialización y la individualización del sujeto de la manera más plena posible.(González, A. M., 2002: 12).

En un estudio de esta naturaleza resulta esencial por constituir su basamento psicológico las concepciones y aportes teóricos elaboradas por el investigador L.S. Vigotsky y sus colaboradores, la cual se conoce como la Teoría histórico –cultural, y se centra en el desarrollo integral de la personalidad, que sin desconocer el componente biológico del individuo, lo concibe como un ser social cuyo desarrollo va a estar determinado por la asimilación de la cultura material y espiritual creada por

las generaciones precedentes.

Esta teoría coloca como centro para el desarrollo del escolar a la actividad y la comunicación en sus relaciones interpersonales, donde ambos procesos (actividad y comunicación), son los agentes mediadores entre el niño y la experiencia cultural que va a asimilar.

Con frecuencia se exige al maestro, en la práctica escolar, trabajar para una enseñanza desarrolladora, esto es, trabajar para el desarrollo de las potencialidades de sus alumnos. Se considera importante analizar aspectos relacionados con el principio de la enseñanza que desarrolla, cuya diferencia con el principio del carácter accesible de los conocimientos, hace énfasis no en el desarrollo logrado por el alumno en un momento determinado, sino en las posibilidades de desarrollo de la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP).

Esta categoría es considerada uno de los elementos claves cuando se habla de una enseñanza que no sólo se proyecta al presente, sino que precisamente se proyecta al futuro. Para Vigotsky citado por Pilar Rico Montero (2003: 03) la ZDP se define como “La distancia entre el nivel real de desarrollo determinado por la capacidad de resolver un problema y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema, bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz”.

El conocimiento de estos niveles por parte del maestro permitirá que lo que es potencial en un momento se convierta con su accionar pedagógico o la interacción de otros niños, en el desarrollo real del escolar.

La preparación de los maestros para trabajar con sus alumnos los problemas, presupone, de inicio, el estudio y análisis de conocimientos generales acerca de la solución de los mismos como actividad humana.

La categoría problema ha estado presente a lo largo del devenir histórico del desarrollo de las matemáticas, tanto por la presencia de problemas de la vida social, como de las ciencias naturales y de la propia matemática, que han propiciado su

enriquecimiento teórico. El surgimiento de la matemática está muy relacionado con el planteamiento y la solución de problemas.

En relación con el concepto de problema matemático, son muchas las definiciones que se han ofrecido, las mismas en su esencia no resultan contradictorias, pero revelan los puntos de vistas de sus autores al abordarlas.

Algunas definiciones de problemas

“Toda situación en la cual, dada determinadas condiciones (más o menos precisas), se plantea determinada exigencia (a veces más de una). Esta exigencia no puede ser cumplida o realizada directamente con la aplicación inmediata de procedimientos y conocimientos asimilados, sino que se requiere la combinación, la transformación de éstos en el curso de la actividad, que se denomina solución (Labarrere Sarduy, A., 1988:1).

Se denomina problema a “ toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarla. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida y la persona debe querer hacer la transformación” (Campistrous, L y Rizo, C.,1996: 61).

“Tarea con cierto grado de complejidad que debe resolver el escolar para la cual no existe, no se conoce, o es difícil aplicar, un algoritmo de solución, lo que requiere que el escolar busque dentro de los conocimientos que posee, los que le sirven para encontrar la vía para resolverlo” (Albarrán,J. 2006:28).

También Joaquín Palacio Peña (1996:5) nos dice que: " El problema puede ser definido como cualquier situación, que produce por un lado un cierto grado de incertidumbre y por otro lado, una conducta tendente a la búsqueda de su solución. "

Luis Davinson (1989:1) nos plantea que: "... problemas se usa en el lenguaje común en su más amplia acepción, (...) aquella en la que se expone una situación de la que se busca un resultado a partir de ciertos datos. " y también agrega: " Para el profesor de Matemáticas esta palabra ha de tener un significado más preciso: un problema representará una verdadera situación nueva. "

En estas definiciones se infiere, de forma general que existe, una contradicción entre lo que se plantea como exigencia y lo que se conoce para lograr la misma.

Es necesario añadir un elemento clave que abordan Campistrous, L y Rizo, C., (1996: 31), al decir que:

La persona debe querer resolver el problema (motivación).

De aquí se infiere que la persona que va a resolver el problema debe sentirse motivado para ello, es decir:

1. Tener interés en la actividad.
2. Tener posibilidades de resolver el problema.
3. Que satisfaga sus necesidades.
4. Sentir confianza en el grupo donde se desempeña y especialmente en el maestro que dirige la actividad.

Por tanto el maestro debe tener estos elementos muy presentes al trabajar con sus alumnos los problemas, pues el nivel de motivación que logre alcanzar en el alumno le permitirá el logro de los objetivos propuestos de una forma más certera.

Por tanto estas definiciones de problemas, antes analizadas permiten arribar a las siguientes conclusiones teóricas:

1. Es una situación que tiene implícitas condiciones iniciales y una exigencia que cumplir.
2. Para llegar a la exigencia se requiere de una intensa actividad cognoscitiva (mental y práctica).
3. La vía para la solución debe ser desconocida, o sea, no puede ser resuelto mediante el uso de la memoria
4. El sujeto que lo resuelve debe sentirse motivado por encontrar su solución.

El concepto problema también puede ser abordado desde otros puntos de vistas:

➤ Punto de vista práctico social:

“Toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarla”. (Campistrous, L.,1996:61).

La autora insiste en que hay dos condiciones necesarias para la solución del problema: el sujeto quiere hacer la transformación, es decir, debe estar motivado y la situación debe ser desconocida para él.

➤ Punto de vista psicológico:

“Una situación que produce en el sujeto un cierto grado de incertidumbre, donde hay discernimiento, razonamiento”. (Labarrere, G., 1979:45).

➤ Punto de vista metodológico:

“Toda situación que hay que resolver para lo cual no existe o no se conoce un algoritmo de solución”. (Jungk, W., 1981:34 y Zillmer.,1990: 56).

Ninguna de las definiciones antes planteadas se contradicen y todas pueden ser aplicadas de algún modo en las diferentes situaciones que se enfrentan en la enseñanza de la matemática, fundamentalmente en el trabajo con el componente problemas con ecuaciones, pero por la esencia de esta trabajo se asumirá la definición que aportan los investigadores (Campistrous, L y Rizo, C,1996: 61).

El maestro cuando se enfrenta al trabajo con los problemas matemáticos debe tener en cuenta que la meta no es encontrar la incógnita, sino sobre todo, la vía, los procedimientos, las técnicas que conducen a la exigencia planteada. Lo más importante no es el resultado en sí sino dotar al alumno de una estrategia de trabajo que le permita aplicarla a nuevas situaciones que se le planteen.

Los maestros deben tener en cuenta que los procesos de solución y formulación de problemas contribuyen a la formación de una actitud mental positiva, ya que exige por parte del alumno la búsqueda de datos, relaciones, condiciones, que establezcan

conexiones entre los datos matemáticos y no matemáticos, que identifiquen con claridad la estructura del problema, aspectos estos que influyen grandemente en el desarrollo del pensamiento del escolar.

Un destacado estudio sobre el papel de la resolución de problemas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática ha sido realizado por J. Gascón al investigar los paradigmas o modelos que resumen las formas de diseño del curso de Matemática que tienen su fundamento en el modelo epistemológico implícito que sostiene la noción de “problemas de matemáticas” y de lo que significa “enseñar” y “aprender matemáticas”.

Los principales modelos o paradigmas se analizan críticamente, en su evolución, a partir del lugar en que diferentes escuelas han situado los problemas, su significación y la búsqueda de métodos para su solución. Los modelos son los siguientes:

- El aprendizaje de teorías acabadas e ignoran la elaboración de estrategias de resolución de problemas.
- El aprendizaje de técnicas matemáticas (algorítmicas), los problemas aparecen aislados.
- El aprendizaje se centra en la actividad exploratoria de problemas no triviales.
- El aprendizaje como construcción del conocimiento utilizando la resolución de problemas, ignoran el trabajo con la técnica.
- El aprendizaje de sistemas estructurados de procedimientos para la resolución de problemas.
- La actividad matemática de resolución de problemas se engloba en una actividad más amplia de “modelización matemática”.
- El problema matemático es considerado como punto de partida de un campo de problemas. Toda actividad matemática es interpretada como un proceso de estudio de campos de problemas.

Estos paradigmas de investigación utilizados para analizar el papel de la resolución de problemas en la enseñanza de la Matemática dan la posibilidad de reconocer los criterios que son empleados, tanto desde el punto de vista teórico como práctico, en el diseño de los programas de Matemática, de forma consciente o no.

Del análisis detallado de estos paradigmas es evidente la tendencia a que la resolución de problemas sea en el curso de Matemática el elemento a partir del cual el alumno aprenda, elaborando estrategias, técnicas, pero no para problemas aislados, sino que se logre establecer los sistemas estructurados de procedimientos con los cuales se estudien los campos de problemas y la construcción recursiva de las teorías matemáticas. El último paradigma, el de los momentos didácticos, que considera cada problema como punto de partida de un campo de problemas y que toda actividad matemática es interpretada como un proceso de estudio de campos de problemas, lo consideramos como el más completo teniendo en cuenta que establece la resolución de problemas como el elemento a partir del cual el alumno aprende y elabora estrategias que no se hace para problemas aislados y pone en su centro la actividad del alumno.

La llamada nueva metodología “resolviendo problemas” que según L. Santaló (1994: 23), consiste en iniciar el avance de los conocimientos matemáticos, planteando problemas comprensibles con los conocimientos previamente adquiridos y que sean suficientemente motivadores para despertar el interés de los alumnos, y que al mismo tiempo necesiten nuevos conocimientos para su solución; es una expresión de los resultados que se han alcanzado en la Didáctica de la Matemática y citando a M. de Guzmán y B. Rubio reafirma la conveniencia didáctica de presentar, en primer lugar, las situaciones que por su interés han dado lugar a las estrategias, técnicas y métodos de pensamiento. No obstante, a esta metodología se imputan particularidades en relación con el tiempo, la selección de los problemas apropiados a los alumnos, la atención diferenciada y el trabajo en grupos, las generalizaciones de los métodos o estrategias empleadas y otras; que deben ser consideradas especialmente en la preparación del profesor.

Podemos analizar según Joaquín Palacio Peña (2003:45), las ventajas que ofrece la clase de matemática concebida a través de problemas

- Aumenta el interés de los estudiantes al ver la inmediata aplicación práctica de lo que se estudia.
- El estudiante deja de ser un receptor de las ideas exclusivas del profesor y se convierte en un protagonista de la actividad, con una activa participación.
- Los contenidos no se olvidan con facilidad, pues la mayoría de los problemas principalmente los que tienen texto, permiten asociar el contenido matemático con los intereses de la comunidad y del estudiante.

Pueden formularse nuevas preguntas sobre la situación resuelta, aspecto tan importante como la propia resolución del problema.

- Ayuda a desarrollar la expresión oral y por tanto facilita el poder de comunicación, desarrollando y enriqueciendo el idioma.
- Contribuye a dar respuesta a intereses e inquietudes de los estudiantes, si se plantean en correspondencia con estas.
- Contribuyen a eliminar creencias negativas respecto a la capacidad del estudiante hacia la matemática.

No concebir las clases a través de problemas equivale a negar por lo menos una de las características mencionadas anteriormente, por tanto se hace necesario que los problemas pueden estar dados como introducción, como motivación de la clase, ya sean sobre los contenidos que se están impartiendo o como aplicación de otros que se han impartido con anterioridad. Estos problemas deben estar vinculados a situaciones de la vida real, hay que relacionar este contenido, quizás abstracto, con algún hecho de la comunidad que nos rodea.

Entonces deben ser analizadas las principales funciones generales que se cumplen cuando son trabajados los problemas para el desarrollo del pensamiento lógico.

Las funciones generales son:

- Función instructiva. – Función educativa
- Función de fortalecimiento y control.
- Función desarrolladora.

La función instructiva está dirigida a la formación en el alumno del sistema de conocimientos, capacidades, habilidades y hábitos matemáticos que se corresponden con su etapa de desarrollo.

La función educativa está dirigida a la formación de una concepción científica del mundo en los escolares, que por tanto incida en la formación de su personalidad, de los intereses cognoscitivos, de cualidades de la personalidad y también a lograr que los alumnos conozcan nuestra realidad y nuestros éxitos.

La función de fortalecimiento y control permite determinar el nivel de instrucción alcanzado por los alumnos, la capacidad para trabajar independientemente, el grado de desarrollo y aplicación de procedimientos y estrategias para solucionar cualquier problema, es decir, comprobar en qué medida se cumplen los objetivos de la asignatura.

La función desarrolladora para la enseñanza de la solución de problemas, aborda la problemática relativa a la influencia que debe ejercer esta actividad en el desarrollo del pensamiento del escolar. Precisamente se ha dejado para última por ser la que menos tienen en cuenta los maestros, pues no siempre se guía de forma eficiente los razonamientos de los alumnos, los problemas que se proponen carecen de interés, al basarse solamente en los que están en los textos, sin tener en cuenta que muchos tienen datos hipotéticos. No se le aportan a los alumnos, procedimientos, técnicas o vías, que les permitan llegar por sí solos a la exigencia planteada y por tanto hacer una valoración perspectiva y retrospectiva del proceso realizado.

Esto implica enfocar, aunque sea de forma breve, las peculiaridades más generales del pensamiento, por la estrecha relación que poseen con el proceso de solución de

problemas.

El pensamiento es, de forma general, un proceso psíquico que permite al hombre el conocimiento y la transformación del mundo material.

Para conocer y transformar ese mundo material presupone que, por un lado, el sujeto sea capaz de efectuar un conjunto de operaciones mentales tales como: el análisis, la síntesis, la generalización, la abstracción y la comparación. Por otro lado estructura la actividad mental sobre los procesos más complejos, como son: la planificación, el pronóstico, el control, la valoración, entre otros.

El pensamiento es el proceso cognoscitivo que participa y propicia, de forma decisiva, la actividad transformadora del hombre.

Resolver un problema implica para el sujeto que lo realiza no solo encontrar la incógnita, sino como todo, un proceso de búsqueda, encuentros, avances y retrocesos del trabajo mental. Encontrar vías, métodos, estrategias, procedimientos que conducen a la exigencia planteada. Para el que resuelve el problema la dificultad mayor radica en que no puede encontrar directamente la vía para llegar a la respuesta. Para hallar esa vía el estudiante debe desplegar una intensa actividad cognoscitiva.

La exploración de varias vías de solución, la posibilidad de ver alternativas en los procedimientos de solución de un mismo problema, de valorar sus aspectos positivos y negativos, de compararlos y si se justifica, pasar a otra vía más adecuada, constituye una de las condiciones psicopedagógicas del desarrollo del carácter crítico y la flexibilidad del pensamiento.

Por tanto queda claro que una de las causas de que en los escolares no se manifieste el carácter y la flexibilidad del pensamiento, es la falta de tratamiento específico de distintas vías y procedimientos de solución de los problemas, ya sea de forma individual o de forma colectiva.

La habilidad de controlar conscientemente el proceso de solución de problemas constituye también un componente principal del pensamiento desarrollado. Esta es

una propiedad del intelecto, caracterizada por la regulación y autorregulación en el proceso de transformación del mundo material.

La ausencia de formación específicamente de control sobre el proceso de solución del problema, repercute sobre la formación del control de las actividades cognoscitivas del escolar.

Es necesario entonces abordar que en el proceso de solución de problemas matemáticos el maestro debe transitar por los tres momentos o fases fundamentales que transcurre toda actividad y que se encuentran recogidas en toda la literatura psicopedagógica que existe. Estas son:

- Orientación
- Ejecución
- Control

La resolución de problemas es considerada también una actividad y la misma está sujeta a esos tres momentos. Muchos autores teniendo en cuenta estos elementos han elaborado sus teorías al respecto, George Polya (1976: 19) considera cuatro etapas:

1. Comprender el problema.
2. Concebir el plan.
3. Ejecución del plan.
4. Visión retrospectiva.

De forma análoga el investigador Werner Jungk (1979: 65), considera cuatro etapas:

- 1 Orientación hacia el problema.
- 2 Trabajo en el problema.
- 3 Solución del problema.
- 4 Consideraciones retrospectivas y perspectivas.

Labarrere, por su parte, hace también análisis similares, añadiendo en la última fase, no solo el control del resultado, sino todo el proceso de solución y lo resume de la siguiente forma:

- 1 Análisis del enunciado.
- 2 Determinación de la vía de solución.
- 3 Realización de la vía de solución hallada.
- 4 Control del resultado obtenido.

En este sentido hay que señalar que los investigadores Campistrous, L. y Rizo, C., (1996: 37) abren este esquema y crean un procedimiento generalizado, el cual también tiene en cuenta los tres momentos fundamentales de la actividad y en el mismo establecen acciones que pueden ejecutarse en cada una de estas fases o etapas.

El procedimiento en cuestión comprende las fases siguientes, que responden a preguntas establecidas y sistematiza las técnicas a utilizar en cada caso. El mismo puede ser utilizado en todos los grados de la enseñanza . Este queda de la siguiente forma:

Fases fundamentales del trabajo con problemas.

1. Orientación hacia el problema

2. Trabajo en el problema.

3. Solución del problema.

Fases parciales del trabajo con problemas.

- Búsqueda del problema o motivación.

- Planteamiento del ejercicio.

- Comprensión del ejercicio.

- Precisión.

- Análisis.

- Búsqueda de la idea de solución.

- Realización del plan de solución.

- Representación del plan de solución.
4. Fase de evaluación de la solución de la vía.
- Comprobación de la solución.
 - Determinación del número de soluciones.
 - Estimación y comprobación de los resultados obtenidos.
 - Consideraciones retrospectivas.
 - Consideraciones perspectivas.

Orientación hacia el problema.

A esta fase pertenece la búsqueda del problema o motivación; el planteamiento del problema y la comprensión del problema.

El proceso de solución de los problemas comienza con la creación de una motivación. Ella no resulta necesaria para cada problema independiente, también es razonable una motivación para tratar grupos de ejercicios de un dominio determinado. Debe considerarse además que ciertos motivos para la solución pueden estar en el propio ejercicio, de aquí la necesidad de seleccionar también problemas del campo motivacional del alumno.

La motivación puede estar vinculada a las potencialidades del problema para contribuir al desarrollo intelectual o a la educación de los alumnos. La exigencia de razonamientos y formas peculiares del pensamiento, la tendencia a falsos razonamientos, los nexos de la formulación del problema con diferentes esferas de la vida social (construcción, física, biología, campo militar, etc.) pueden ser explotados en función de motivar la ocupación con el problema.

El planteamiento del problema puede hacerse de las siguientes formas:

- a) Encontrar el problema relacionado con determinación de ciertas cantidades de magnitudes en el transcurso de una discusión con el alumno.

En este caso se plantea una situación inicial a los alumnos, con su ayuda se completan los datos y luego colaboran en la formulación y solución del problema, participando activamente.

El profesor puede auxiliarse también de ejercicios que se encuentran contruidos en el libro de texto (selecciona los datos que aparezcan en éste).

b) Plantear una situación problémica que conlleve al planteamiento del ejercicio.

c) Plantear directamente el ejercicio.

Para lograr la comprensión del problema, los alumnos deben realizar una lectura cuidadosa del mismo. Con frecuencia resulta recomendable formular el texto con sus propias palabras, observar figuras, tablas o esquemas dados en el problema, o elaborarlos (si fuera necesario); interpretar palabras claves o buscar la aclaración de términos desconocidos.

El profesor para lograr la comprensión del problema pudiera realizar los siguientes impulsos: *Lee el problema detenidamente; ¿De qué trata el problema?; formula el texto con tus propias palabras.*

Trabajo en el problema.

A esta fase corresponde la precisión del problema; el análisis del problema; la búsqueda de la idea de solución. La precisión y el análisis del problema están dados por la comprensión de la estructura del ejercicio, lo cual equivale a determinar adecuadamente los datos dados y buscados, comprende la formulación matemática, es decir, la formulación precisa del problema y mediante la continuación del análisis, se arriba así a una comprensión más profunda del problema en cuestión. De aquí que especialmente en los ejercicios con texto no exista un límite estricto entre las fases parciales "Comprensión del ejercicio y análisis y precisión".

Se continúa profundizando en el análisis del texto para extraer las relaciones y dependencias entre las magnitudes.

En estos dos aspectos del análisis juega un papel especial las palabras claves las cuales indican: carácter de las magnitudes (volumen, dinero, tiempo, área, velocidad,

etc.); operaciones a realizar entre magnitudes (adición, sustracción, potenciación, etc.); posibilidades de relacionar magnitudes a través de ecuaciones o inecuaciones; posibles fórmulas a utilizar. A partir del primer grado y sistemáticamente hay que destacar estas palabras claves para que los alumnos se acostumbren a traducirlas al lenguaje matemático.

Dentro de las palabras claves típicas tenemos. "Cuánto más", "suman juntos", "la misma cantidad", "se extrae", "excede en", "en total", etc.

En el trabajo metodológico con las palabras claves se debe enseñar a que el alumno no las vea aisladas del texto, así tenemos por ejemplo que "en total" puede significar no sólo suma, sino también suma y resta.

Para esta comprensión más profunda del texto el alumno puede auxiliarse de medios heurísticos auxiliarse como:

- ? Esbozo grafico de la situación,
- ? Confección de tablas.
- ? Formulación ventajosa del texto.

Es conveniente señalar también que un buen número de problemas se pueden resolver por reflexiones lógicas y cálculo aritmético donde no existe la necesidad de plantear una ecuación o aplicar una fórmula; así podemos situar como ejemplos los siguientes ejercicios.

- ? ¿Puede el cuadrado de un número natural terminar en 7?

A partir de nuestras consideraciones en esta fase podemos concluir que el proceso de búsqueda de la idea de solución termina con la modelación matemática; esto es si se han encontrado las fórmulas, ecuaciones, e inecuaciones suficientes para la determinación de las magnitudes que se buscan o para su representación en forma de términos o expresiones algebraicas con las variables que designan los datos.

En la realización de esta fase se emplean los procedimientos heurísticos y los impulsos del profesor para su realización juegan un importante papel en la capacitación de los alumnos para la resolución del problema.

Solución del problema.

Esta fase incluye la realización del plan de solución y la representación de la solución.

En la realización del plan de solución están presentes la determinación del orden de realización de los cálculos, el análisis de realización del cálculo aproximado, el análisis de las unidades de medidas y la utilización de magnitudes auxiliares.

Evaluación de la solución y de la vía.

Uno de los aspectos a tener presente en esta etapa es la comprobación del problema, la cual debe realizarse de acuerdo con las relaciones que se establecen en el enunciado del ejercicio; o mediante comparación de la posible solución con la estimación., el calculo aproximado y la práctica, si es conveniente.

No sólo se evalúa la solución sino también la vía de solución. Aquí se hacen consideraciones retrospectivas, donde se retoman los procedimientos y métodos utilizados para el plan de solución. Con ello se amplían los conocimientos de los alumnos sobre métodos, recursos heurísticos, así como formas de trabajo y de pensamiento (ganancia metodológica) que posibilitan un trabajo independiente exitoso, en problemas posteriores.

Se reflexiona sobre la existencia de otras vías de solución y la posibilidad de utilizar la vía de solución seguida en problemas semejantes, pueden además valorarse las condiciones del problema manteniendo la misma modelación, aspectos que constituyen consideraciones perspectivas.

A partir del tratamiento metodológico mostrado se observa la necesidad de la realización de impulsos adecuados, planteando primero las exigencias más elevadas y luego decreciendo éstas. Estos impulsos que pueden aparecer en forma de

preguntas, sugerencias u órdenes conllevan en el alumno al desarrollo de habilidades para trabajar con la información.

Esta guía de impulsos representa una base orientadora de la acción para resolver problemas, de tal forma que los alumnos aprendan no solo a resolver determinados ejercicios sino también la vía de solución de problemas. De aquí que se traduzca para el alumno en una sucesión de indicaciones para la solución de problemas como siguen:

1. Comprende y analiza el problema.

- Separa las magnitudes dadas y buscadas.
- Confecciona esbozos, figuras de análisis, tablas.
- Representa las relaciones contenidas en el texto e introduce variables.
- Recuerda conceptos y teoremas relacionados con el problema (de su dominio matemático).
- Busca la idea de solución.

Analiza la vía principal de solución, mediante:

- la aplicación de fórmulas,
- la determinación de una ecuación (sistema de ecuaciones, inecuaciones),
- el cálculo,
- introducción de magnitudes auxiliares,
- la determinación de una función objetiva y el cálculo de extremos.

2. Realiza el planteo matemático.

3. Resuelve el ejercicio matemático.

4. Evalúa los resultados.

Es necesario que el alumno conozca que esta sucesión de pasos no se dan de una manera esquemática, ni rígida, que no siempre se puede delimitar con precisión los límites en que se dan cada una de ellas, pues las mismas se muestran imbricadas

una dentro de otras.

Para garantizar el aseguramiento de las condiciones previas en el trabajo con los problemas se hace necesario tener en cuenta, entre otros, los siguientes aspectos:

- El grado de dificultad del problema a resolver.
- Los conocimientos matemáticos sobre el dominio del problema, capacidades y habilidades existentes en los alumnos que inciden en el trabajo de esta clase de problemas.
- La disposición de los alumnos para trabajar con el problema planteado.
- Adiestramiento de los alumnos en el desarrollo de capacidades y habilidades necesarias para realizar la traducción del lenguaje común al algebraico mediante la interpretación de las palabras claves que están en el contenido del ejercicio, como:
 - Traducción de palabras claves de igualdades y desigualdades (la misma cantidad, la misma distancia, igual cantidad, etc.).
 - Traducción de palabras claves para la aplicación de cálculo (más que, menos que, queda de ello, número de veces, enésima parte, tomar de cada uno, la misma parte, aumentado en, disminuido en, etc.).
- Traducción, de expresiones matemáticas en formulaciones verbales y de modo inverso.
- Aclaración de estructuras similares en problemas con diferentes estructuras gramaticales.
- Descubrimiento de las relaciones entre objetos esenciales del procedimiento matemático a aplicar (ejemplo en el movimiento rectilíneo uniforme: espacio y tiempo son directamente proporcionales).

Criterios objetivos para la graduación de las dificultades son:

- La estructura del ejercicio: por ello se entiende la cantidad de relaciones que han de tenerse en cuenta entre las magnitudes dadas y las que se buscan, la cantidad y el tipo de las magnitudes intermedios, la existencia de sobredeterminación o subdeterminación, el tipo de los conceptos y operaciones indicados en los

problemas. Puede tratarse de objetos materiales que tengan ciertas relaciones entre sí (autos) o de objetos ideales (velocidad y fuerza).

➤ La formulación verbal del ejercicio: por ello se entiende el ordenamiento de las informaciones y cuestiones en el texto. En algunos problemas el enunciado ofrece indicaciones claras sobre las operaciones (palabras claves). A veces la situación se describe con muchas palabras, a veces con pocas palabras. La pregunta puede estar aislada al inicio o al final del enunciado y así ser reconocible inmediatamente.

A modo de resumen, en todo el universo de la contemporaneidad perpetua la asunción lógica constituyendo el elemento directriz de las pretensiones formativas cimentadas en la resolución de los problemas matemáticos, pero esta vez las asunciones didácticas tienden al análisis del rol dinámico y activo de los sujetos cognoscentes como resolutores de problemas, a partir de la preocupación, no solo por problemas relacionados con la enseñanza, sino, y esto es de suma importancia, por cuestiones que abordan el fenómeno del aprendizaje y su significación; factores estos devenidos en un conjunto de modelos que, aunque no resuelven en su totalidad los problemas existentes, condicionan una mayor racionalidad a las intenciones axiológicas y didácticas de la Matemática.

CAPÍTULO II: PROPUESTA DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON LA PRÁCTICA PARA CONTRIBUIR AL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO EN LOS ESTUDIANTES DEL 10 GRADO DEL IPUEC. BEREMUNDO PAZ SÁNCHEZ.

En el presente capítulo se exponen los resultados del diagnóstico que permitieron precisar el estado del problema abordado, la propuesta de solución y la fundamentación de su concepción, así como la evaluación realizada de los resultados de la aplicación práctica de la propuesta..

El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en el preuniversitario, específicamente en lo referente al desarrollo del pensamiento lógico, requiere de una propuesta de problemas matemáticos están en estrecha relación con los objetivos, el contenido, los métodos y la evaluación, de manera que se garantice el dominio consciente de estas habilidades por los alumnos.

2.1- Resultados del pre - test.

Con el objetivo de constatar el nivel de desarrollo del pensamiento lógico en la resolución de problemas matemáticos, se aplicaron diferentes instrumentos con la finalidad de determinar el estado inicial de los alumnos de décimo grado de IPUEC. Beremundo Paz Sánchez. Se emplearon como instrumentos en el pre-test los siguientes: la prueba pedagógica (anexo 1) y la observación a clases (anexo 2).

Dentro de las potencialidades manifiestas en la muestra, para elevar el nivel de desarrollo del pensamiento lógico en la resolución de problemas relacionados con la práctica se encuentran:

- Potencialidades afectivas que condicionan y propician en ellos una mayor flexibilidad ante las disímiles situaciones de aprendizaje.
- Propósito de elevar su nivel cultural, expresión de que en ellos no se ha detenido la aspiración de mejorar y perfeccionarse.
- Interés por aplicar los conocimientos que adquieren en la actividad práctica.

Estas características presentes en los alumnos deben ser tenidas en cuenta por el profesor de Matemática con el fin de cambiar la situación habitual existente.

Para la evaluación de la variable dependiente: Nivel de desarrollo del pensamiento lógico, se realizaron las siguientes acciones:

- Determinación de dimensiones e indicadores.
- Medición de los indicadores.
- Procesamiento estadístico de los datos.
- Elaboración de juicios de valor sobre el objeto de evaluación.

Para la determinación de dimensiones e indicadores, se tuvo en cuenta la dimensión cognitivo-procedimental y la afectiva-motivacional del estudiante.

Para la medición de los indicadores de cada dimensión, se utilizaron distintos instrumentos (anexo 4).

A la muestra se le aplicó la observación a clases (anexo 2) y la prueba pedagógica (anexo 1), con el objetivo de comprobar el estado inicial que presentan los alumnos, en el desarrollo del pensamiento lógico a través de la resolución de problemas, utilizando la escala de valoración elaborada (anexo 5).

Los resultados arrojados en estos instrumentos fueron los siguientes:

Dimensión cognitiva-procedimental:

Indicador 1.1: Comprensión del texto del problema.

En la evaluación de este indicador 4 alumnos, que representan el 8,75%, analizan correctamente la situación del enunciado y poseen los conocimientos previos; debido a que son capaces de reelaborar el texto del problema utilizando sinónimos de las palabras claves, 10 analizan correctamente la situación del enunciado pero no poseen los conocimientos previos, por lo que solo son capaces de interpretar algunas palabras claves pero no establecen vínculos entre ellas para comprender la formulación total del problema, para un 28,6% y 21, que representan el 60%, no

analizan correctamente la situación del enunciado, ni poseen los conocimientos previos, por lo que no son capaces de reelaborar el texto del problema utilizando sinónimos de las palabras claves.

Indicador 1.2: Establecimiento de las relaciones lógicas entre lo dado y lo buscado.

En la evaluación de este indicador 4 alumnos, que representan el 11,4%, analizan correctamente la situación del enunciado y poseen los conocimientos previos; debido a que son capaces de establecer relaciones entre los datos e incógnitas, así como realizan figuras de análisis, 10 analizan correctamente lo dado pero no son capaces de relacionarlas para determinar lo buscado para un 28,6% y 21 alumnos, que representan el 60%, no son capaces de separar lo dado de lo buscado, ni de buscar relaciones entre los datos e incógnitas, así como de realizar figuras de análisis.

Indicador 1.3: Elaboración del modelo matemático.

En lo referido a este indicador 4 alumnos, son precisos en la selección del plan de solución o modelo matemático de la vía, lo que se expresa en que instrumentan las acciones, estrategias y procedimientos, así como la aplicación de los elementos cognitivos necesarios, para el 11,4%; 9 solo aplican los elementos cognitivos, pero no siempre ejecutan las acciones y procedimientos necesarios para determinar el plan de solución, necesitando niveles de ayuda, para el 25,7% y 22 alumnos, que representan el 62,9%, no logran seleccionar correctamente el plan de solución, ya que aplican mínimos elementos cognitivos y no ejecutan acciones, ni procedimientos necesarios para determinar el plan de solución.

Indicador 1.4: Comprobación de la lógica del resultado.

Al valorar este indicador se comprobó que 4 alumnos, que representan el 11,4%, hacen la comprobación de lógica del resultado y analizan si la respuesta es razonable o absurda; 8 valoran la lógica de la vía utilizada, pero no siempre analizan si la respuesta es razonable o absurda, para el 22,9%, y 23 no valoran la lógica del resultado, ni analizan si la respuesta es razonable o absurda, para el 65,7%.

Dimensión afectiva- motivacional:

Indicador 2.1: Esfuerzo por realizar el problema..

Al valorar este indicador, 10 alumnos, que representan el 28,6%, siempre se esfuerzan por realizar el problema; 7 en ocasiones se esfuerzan por resolverlo, para el 20%, y 18 alumnos no se esfuerzan por realizar el ejercicio, para el 51,4%.

Indicador 2.2: Interés para la realización del problema.

Referido al interés por la resolución del problema, 12 alumnos, que representan el 34,3%, manifiestan estar siempre estimulados para realizar el ejercicio; 6 ocasionalmente manifiestan motivación por realizar el ejercicio, para un 17,1%, y 17 manifiestan no estar estimulados para realizar el ejercicio, que representan el 48,6%. Resumiendo los datos obtenidos con la aplicación de la guía de observación, la prueba pedagógica, puede afirmarse que las principales regularidades en lo cognitivo-procedimental son:

➤ El análisis y comprensión del texto del problema se hace superficial y fragmentadamente.

Establecimiento de las relaciones lógicas entre lo dado y lo buscado

➤ Realizar el establecimiento de las relaciones lógicas entre lo dado y lo buscado, con énfasis en el insuficiente desarrollo de habilidades para determinar el sistema de acciones, estrategias y procedimientos, buscando los elementos cognitivos a emplear.

➤ Elaboración del modelo matemático o plan de solución, a partir del establecimiento de modelos o analogías o sobre la base de reflexiones lógicas.

➤ Comprobación de la lógica del resultado mediante la valoración perspectiva y retrospectiva del texto del problema.

En la dimensión afectiva-motivacional las regularidades están dadas en:

➤ No muestran el interés necesario por obtener un resultado correcto, dado fundamentalmente porque no tienen garantizadas todas las condiciones previas que necesitan.

➤ No se esfuerzan lo suficiente en la realización de los problemas.

En tal sentido puede afirmarse que los alumnos del grupo 10.1 del IPUEC. Beremundo Paz Sánchez, presentan insuficiencias significativas en su formación matemática; los conocimientos y experiencias que poseen les impiden pasar a un nivel superior en el desarrollo del pensamiento lógico a través de la resolución de problemas matemáticos y esto se corrobora, a partir del análisis cuantitativo de los resultados contenidos en el gráfico¹ que aparecen en el Anexo 7

El docente no puede dejar de atender las insuficiencias y las potencialidades que tienen los alumnos, pues constituyen obstáculos o facilidades para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

El profesor debe lograr que el aprendizaje sea significativo, es por ello que se elabora una propuesta de problemas, con situaciones de la propia realidad donde interactúan los alumnos, en aras de motivarlos para que logren un mayor nivel en el desarrollo de habilidades en torno a esta problemática.

2.2 Fundamentación y propuesta de los problemas concebidos.

A partir del concepto de problema, dado por Campistrous, L. y Rizo, C (1996: 61), la autora concibe que un problema es: “toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarla. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida y la persona debe querer hacer la transformación”.

En la concepción de los problemas de la propuesta, se abordan situaciones inusuales, divertidas e interesantes, que sólo requieren de los más elementales conocimientos de Matemática, pero que al mismo tiempo proporcionan una mirada estimulante a los niveles más altos del pensamiento matemático.

El trabajo con estos problemas propicia en el alumno el deseo de estudiar la asignatura en serio, comprendiendo que no es la ciencia difícil que requiere de conocimientos avanzados, sino de su organizado razonamiento.

La enseñanza de la Matemática contribuye al desarrollo de operaciones mentales como: analizar, sintetizar, comparar, clasificar, generalizar, particularizar, abstraer y concretar.

Es necesario, además, referirse a algunas características del modo de pensar de los estudiantes, que fueron tenidas en cuenta para la elaboración de los problemas y su posterior resolución:

- La rapidez y movilidad del pensamiento, así como la posibilidad de cambiar rápidamente de una operación mental a otra.
- El abarcar en el menor tiempo posible estructuras formales.
- La disminución del proceso de reflexión mental, eliminando los pasos que no son de interés para llegar a la conclusión final.
- La búsqueda de la racionalidad, claridad, facilidad y elegancia en el proceso mental cuando se quiere encontrar la solución de un problema.

Las características antes mencionadas constituyen partes esenciales del pensamiento matemático y al igual que las capacidades mentales generales, contribuyen a que los alumnos interpreten y dominen la realidad objetiva, el mundo circundante.

La premisa esencial del desarrollo del pensamiento matemático de los alumnos radica en las contradicciones internas que nacen en su mente sobre el nuevo contenido aprendido por medio de preguntas que se les hayan ocurridos; el deseo de obtener respuestas a las preguntas en cuestión fomenta en ellos el razonamiento activo.

Por consiguiente, desarrollar el pensamiento lógico de los escolares significa plantearles misiones cognoscitivas que no pueden ser cumplidas con los procedimientos ordinarios conocidos, ofrecerles el material mínimo indispensable y pertrecharles con determinados métodos de razonamiento lógico. Cuando los alumnos encuentran por su propio esfuerzo la solución acertada de un ejercicio,

teorema o problema matemático se convierte en un proceso consciente del pensamiento, es decir cuando el alumno es capaz de intervenir en todo el proceso de formación de un concepto matemático alcanzará un mayor nivel de independencia cognoscitiva.

Las premisas que contribuyen a elevar y desarrollar el pensamiento lógico en los estudiantes son:

- La aparición en su conciencia de problemas que requieren solución o de contradicciones entre las nociones ya formadas, habituales para ellos, y los nuevos hechos, que no concuerdan con dichas nociones.
- El hecho de que los alumnos conozcan la significación exacta de los términos empleados por el profesor.
- La creación de nociones y conceptos justos acerca de los contenidos estudiados.
- La lógica de la explicación de las nuevas materias, bien concebida y aplicada.
- La forma y vía que se trate la comprensión, sobre la base de las dificultades de sus alumnos y su ayuda rápida y eficaz para solucionarlas.

En el desarrollo de este trabajo se ha tenido en cuenta, que la condición principal del proceso del pensamiento matemático reside en los problemas que surgen ante los alumnos diariamente y que hay que determinar las mejores vías para resolverlos, la tarea cognoscitiva que ante ellos se presenta y que ellos interpretan claramente. El pensamiento tiene su origen también en la discordancia entre las nociones habituales ya conocidas y los conocimientos nuevos, que no concuerdan con ellas, entre lo particular y lo general, entre lo concreto y lo abstracto, entre lo viejo y lo nuevo.

A continuación se expone la propuesta de problemas, relacionados con la vida práctica, dirigidos al desarrollo del pensamiento lógico.

1- LA EXTRACCIÓN DE BOLAS.

Hay diez bolas rojas y diez bolas azules mezclados en el cajón del armario. Las veinte bolas son exactamente iguales, salvo por el color. El cuarto está absolutamente a oscuras y tú quieres dos bolas del mismo color. ¿Cuál es el menor número de bolas que debes sacar del cajón para estar seguro de que tienes un par del mismo color?

2- LA PELOTA DE BASKET Y SU PESO.

Si una pelota de básquet pesa $\frac{1}{2}$ kilo más la mitad de su propio peso, ¿cuánto pesa?

3- LA SEÑORA ADELA.

La señora Adela, una gran fumadora durante muchos años, finalmente decidió dejar de fumar. "Acabaré los veintisiete cigarrillos que me quedan", se dijo, «y jamás volveré a fumar».

La costumbre de la señora Adela era fumar exactamente dos tercios de cada cigarrillo. No tardó mucho en descubrir que con la ayuda de una cinta engomada podía pegar tres colillas y hacer otros cigarrillos con lo que le quedaba de los 27. ¿Cuántos cigarrillos puede fumar antes de abandonar el tabaco para siempre?

4- LOS AMIGOS QUE QUERÍAN JUGAR JUNTOS.

Ángel, Luis, Carlos y Manuel son cuatro amigos que gustan de jugar juntos. Luis tiene que cuidar a sus hermanos menores los miércoles, jueves y el domingo. Manuel, que vive con los padres y los tíos, puede jugar todos los días menos el lunes. Ángel, solo está ocupado los martes y los domingos. Carlos, que tiene dos hermanos, está libre los martes, viernes y los sábados.

a) ¿Qué día pueden jugar juntos estos cuatro amigos?

b) Si deciden jugar los días en que tres de ellos están libres ¿podrá Ángel jugar? ¿y Manuel?

c) ¿Qué días no podrán jugar juntos Luis y Carlos?

d) ¿Qué días coinciden que todos están ocupados?

e) ¿Qué días no podrá Manuel jugar con Carlos?

5- EL NEGOCIO DE ANDY.

Andy vendió su bicicleta a Tony por \$100. Después de usarlo durante unos días, Tony descubrió que estaba tan arruinado que se lo revendió a Andy por \$80. El día siguiente, Andy se lo vendió a Pedro por \$90. ¿Cuánto es la ganancia total de Andy?

6- EL CAMBIO DE DINERO.

"Dame cambio de un dólar, por favor", dijo el cliente.

"Lo siento", dijo la señorita Liset, la cajera, después de buscar cuidadosamente en la caja, "pero no puedo hacerlo con las monedas que tengo."

"¿Puede entonces cambiarme medio dólar?" La señorita Liset negó con la cabeza. En realidad, dijo, ¡ni siquiera tenía para cambiar ni veinticinco, ni diez, ni cinco centavos!

"¿No tiene ninguna moneda?", preguntó el cliente.

"Oh, sí", dijo la señorita Liset. "Tengo \$1,15 en monedas".

¿Cuáles eran exactamente las monedas que había en la caja registradora?

7- LA "MARAÑA" DE ALBERTO.

Alberto quería que su padre le diera una asignación semanal de \$1, pero su padre se negó a darle más de 50 centavos. Después de discutirlo un rato, Alberto (que era bastante rápido en aritmética), dijo:

"Quiero decirte algo, papá. Supongamos que lo hacemos de esta manera: hoy es primero de abril. Me das un centavo hoy. Mañana, me das dos centavos. Pasado mañana me das cuatro centavos. Cada día me das el doble de centavos que el día anterior."

"¿Por cuánto tiempo?", preguntó el padre, con cautela.

"Sólo por el mes de abril", dijo Alberto. "Después no te pediré más dinero durante el resto de mi vida".

"Muy bien", dijo el padre rápidamente. "¡Trato hecho!"

¿Qué número se aproxima más a la cantidad de dinero que el padre deberá dar a Alberto durante el mes de abril?

8- LA OFERTA IDEAL.

Supongamos que tienes un nuevo empleo, y el jefe te ofrece elegir entre:

a) \$4000 por tu primer año de trabajo, y un aumento de \$800 por cada año subsiguiente.

b) \$2000 por los primeros seis meses y un aumento de \$200 cada seis meses subsiguientes.

¿Cuál oferta aceptarías y por qué?

9- EL PESCADOR Y EL SOMBRERO.

Un pescador que llevaba un gran sombrero de paja estaba pescando desde un bote en un río que fluía a una velocidad de tres kilómetros por hora. "Creo que remaré corriente arriba unos pocos kilómetros", se dijo. "Aparentemente, aquí no hay pique".

Justo en el momento en que empezó a remar, el viento le voló el sombrero, que cayó al agua junto al bote. Pero el pescador no advirtió que su sombrero se le había volado hasta que no estuvo a cinco kilómetros de su sombrero, corriente arriba. Entonces advirtió lo que había pasado, de modo que empezó a remar corriente abajo hasta que llegó hasta el sombrero que flotaba.

En aguas quietas, la velocidad con que rema el pescador es siempre de cinco kilómetros por hora. Cuando remaba corriente arriba, lo hacía a esta misma velocidad constante, pero por supuesto que esa no era su velocidad con respecto a

la costa del río. Por ejemplo, cuando remaba corriente arriba a cinco kilómetros por hora, el río lo llevaba corriente abajo a tres kilómetros por hora, de modo que pasaba junto a los objetos de la costa a sólo dos kilómetros por hora. Y cuando remaba corriente abajo, la velocidad del río combinada con su propia velocidad lo hacía avanzar a una velocidad de ocho kilómetros por hora con respecto a la costa. Si el pescador perdió su sombrero a las dos de la tarde, ¿qué hora era cuando lo recuperó?

10- LOS GATOS Y LAS RATAS.

Si tres gatos atrapan tres ratas en tres minutos, ¿cuántos gatos atraparán 100 ratas en 100 minutos?

11- LOS GUANTES DE COLORES.

En una caja hay cinco pares de guantes rojos y cinco pares azules. ¿Cuál es la menor cantidad de guantes que hay que extraer sin mirar, para lograr un par del mismo color?

12- LA DECISIÓN DE MARÍA.

El padre de María le propuso dos hipótesis de cómo ahorrar el dinero necesario para la celebración de su fiesta de cumpleaños. La hipótesis A, comprende ahorrar, 2 pesos en enero, 4 en febrero, 8 en marzo y así sucesivamente, duplicando cada mes la cantidad del mes anterior. La Hipótesis B, sería ahorrar 10 pesos en enero, 20 en febrero, 30 en marzo y así sucesivamente, aumentando cada mes la cantidad del mes anterior en 10 pesos. ¿Cuál sería la Hipótesis más ventajosa para María si su cumpleaños es en el mes de diciembre?

13- UN GRUPO DE ALUMNOS.

Al realizar el matutino en la escuela, la directora observó que cuando colocaba a los alumnos de un grupo en filas de cuatro, tres o dos alumnos, en la última fila siempre sobraba un alumno. Pero, si los colocaba en filas de cinco alumnos, todas las filas se completaban. ¿Cuántos alumnos componían el grupo?



14- UNA CESTA DE PLÁTANOS

Después de realizar sus compras, Lourdes se dirigió hacia su casa con su cesta de plátanos, por el camino encontró a su tío al cual le dio la mitad de los plátanos más medio plátano, mas tarde se encontró con su primo al cual también dio la mitad de los plátanos que le quedaban más medio plátano. Finalmente se encontró con su hermana, le entregó la mitad de los plátanos que le quedaban más medio plátano, quedándose sin ningún plátano. ¿Cuántos plátanos tenía Lourdes antes de encontrarse con su tío?



15- APRETONES DE MANO.

Diez miembros del Consejo de Escuela realizaron una reunión para analizar la promoción escolar. Cada persona saludó a las otras con un apretón de manos.

¿Cuántos apretones de manos se dieron entre todos?

¿Cuántos apretones de manos serían si fueran 20 las personas?

¿Se pudiera generalizar el resultado para cualquier número de personas?

2.3- Análisis de los resultados obtenidos en la fase del post-test.

Para comprobar la efectividad de la propuesta de problemas se analizó el comportamiento de la variable dependiente en la etapa final de la investigación, tomando como punto de partida los resultados del pre-test, que fueron expuestos en el epígrafe 2.1.

Como instrumentos aplicados durante el post-test se encuentran la guía de observación en clases (anexo 2), además de una prueba pedagógica final (anexo 3).

A la muestra se le aplicó la prueba pedagógica final y la observación en clases, con

el objetivo de comprobar el estado final que presentan en el desarrollo del pensamiento lógico a través de la resolución de problemas, después de introducir la variable independiente. La escala de valoración que se tuvo en cuenta para medir estos instrumentos aparece en el anexo 5.

Juicios de valor sobre el nivel de desarrollo alcanzado por los alumnos después de la implementación de la propuesta de los problemas.

En la observación en clases y la aplicación de la prueba pedagógica se obtuvieron los siguientes resultados:

Dimensión cognitiva-procedimental:

Indicador 1.1: Comprensión del texto del problema.

En la evaluación de este indicador 30 alumnos, que representan el 85,8%, analizan correctamente la situación del enunciado y poseen los conocimientos previos; debido a que son capaces de reelaborar el texto del problema utilizando sinónimos de las palabras claves, 3 analizan correctamente la situación del enunciado pero no poseen los conocimientos previos, por lo que solo son capaces de interpretar algunas palabras claves pero no establecen vínculos entre ellas para comprender la formulación total del problema, para un 8,57% y 2, que representan el 5,71%, no analizan correctamente la situación del enunciado, ni poseen los conocimientos previos, por lo que no son capaces de reelaborar el texto del problema utilizando sinónimos de las palabras claves. Esto implica que el 85,8 % de los alumnos pasaron a la categoría B, el 8,57 % a la R, mientras que el 5,71 % se mantiene en la M.

Indicador 1.2: Establecimiento de las relaciones lógicas entre lo dado y lo buscado.

En la evaluación de este indicador 30 alumnos, que representan el 85,8%, analizan correctamente la situación del enunciado y poseen los conocimientos previos; debido a que son capaces de establecer relaciones entre los datos e incógnitas, así como realizan figuras de análisis, 3 analizan correctamente lo dado pero no son capaces de relacionarlas para determinar lo buscado para un 8,57% y 2 alumnos, que representan el 5,71%, no son capaces de separar lo dado de lo buscado, ni de

buscar relaciones entre los datos e incógnitas, así como de realizar figuras de análisis. Esto implica que el 85,8 % de los alumnos pasaron a la categoría B, el 8,57 % a la R, mientras que el 5,71% se mantiene en la M.

Indicador 1.3: Elaboración del modelo matemático

En lo referido a este indicador 29 alumnos, son bastante precisos en la selección del plan de solución o modelo matemático de la vía, lo que se expresa en que instrumentan las acciones, estrategias y procedimientos, así como la aplicación de los elementos cognitivos necesarios, para el 82,9%; 4 solo aplican los elementos cognitivos, pero no siempre ejecutan las acciones y procedimientos necesarios para determinar el plan de solución, necesitando niveles de ayuda, para el 11,4% y 2 alumnos, que representan el 5,71%, no logran seleccionar correctamente el plan de solución, ya que aplican mínimos elementos cognitivos y no ejecutan acciones, ni procedimientos necesarios para determinar el plan de solución. Esto implica que el 82,9 % de los alumnos pasaron a la categoría B, el 11,4 % a la R, mientras que el 5,71 % se mantiene en la M.

Indicador 1.4: Comprobación de la lógica del resultado.

Al valorar este indicador se comprobó que 29 alumnos, que representan el 82,9%, hacen la comprobación de la lógica del resultado teniendo en cuenta el texto del problema y analizan si la respuesta es razonable o absurda; 3 hacen la comprobación pero no analizan si la respuesta es razonable o absurda, para el 8,57%, y 3 no realizan la comprobación de la lógica del resultado, ni analizan si la respuesta es razonable o absurda, para el 8,57%. Esto implica que el 82,9 % de los alumnos pasaron a la categoría B, el 8,57% a la R, mientras que el 8,57% se mantiene en la M.

Dimensión afectiva-motivacional:

Indicador 2.1: Esfuerzo por realizar el problema.

Al valorar este indicador, 30 alumnos, que representan el 85,7%, siempre se esfuerzan por realizar el ejercicio; 3 en ocasiones se esfuerzan por realizar el

ejercicio, para el 8,57%, y 2 alumnos no se esfuerzan por realizar el ejercicio, para el 5,71%. Esto implica que el 85,7% de los alumnos pasaron a la categoría B, el 8,57% a la R, mientras que el 5,71% se mantiene en la M.

Indicador 2.2: Interés por la realización de los problemas.

Referido al interés por resolver los problemas, 30 alumnos, que representan el 85,7%, manifiestan estar siempre estimulados para realizar el ejercicio; 4 ocasionalmente manifiestan motivación por realizar el ejercicio, para un 11,4%, y 1 manifiestan no estar estimulados para realizar el ejercicio, que representan el 2,85%. Esto implica que el 85,7% de los alumnos pasaron a la categoría B, el 11,4% a la R, mientras que el 2,85% se mantiene en la M.

Un análisis cualitativo de los datos obtenidos en la observación y la prueba pedagógica, permiten aseverar que el mayor por ciento de los integrantes de la muestra se encuentran ubicados en la categoría B, por lo que se infiere que han llegado a :

- La comprensión e interpretación del texto del problema.
- El establecimiento de las relaciones lógicas entre lo dado y lo buscado, con énfasis en el desarrollo de habilidades para determinar el sistema de acciones, estrategias y procedimientos.
- La elaboración del modelo matemático o plan de solución, a partir del establecimiento de modelos o analogías o sobre la base de reflexiones lógicas.
- La comprobación de la lógica del resultado mediante la valoración perspectiva y retrospectiva del texto del problema.

En la dimensión afectiva- motivacional:

- Se esfuerzan en la realización de los problemas.
- Muestran el interés necesario por obtener un resultado correcto.

Juicios de valor sobre la comparación entre los resultados del pre test y post test.

Para realizar el análisis comparativo de los resultados en la evaluación de los indicadores, antes y después de aplicada la propuesta dirigidas a elevar el nivel de desarrollo la resolución de problemas matemáticos en los alumnos de décimo grado del IPVCP. Beremundo Paz Sánchez, se elaboró una tabla (Anexo 6)) que permitió arribar a las siguientes conclusiones parciales:

En la dimensión cognitivo-procedimental, solo 4 alumnos quedaron evaluados en la categoría B inicialmente y 21 en la categoría M en al menos dos indicadores. Posterior a la introducción de la variable independiente, solo 2 alumnos están evaluados de M en algún indicador y 30 están en la categoría B en al menos dos indicadores.

En la dimensión afectiva-motivacional, inicialmente estaban afectados 18 alumnos y después de aplicada la propuesta solo 2 alumnos se encuentran en la categoría M en los indicadores evaluados.

Se aprecian avances en todas las dimensiones e indicadores, lo cual corrobora la validez de la propuesta de problemas aplicados.

Los alumnos que no lograron alcanzar los niveles deseados en el desarrollo del pensamiento lógico, a partir de la resolución de problemas, han llegado a reconocer sus errores para resolver este tipo de ejercicios además de encontrarse con espacios para la reflexión y el debate acerca de cómo proceder para solucionar estas insuficiencias.

CONCLUSIONES.

Los referentes teóricos y metodológicos que sustentan el problema de investigación permitieron esclarecer las premisas que contribuyen al desarrollo del pensamiento lógico en los estudiantes a partir de la resolución de problemas, donde juega un papel determinante la forma y vía que se trate la comprensión de las dificultades de los alumnos, a partir de su ayuda rápida y eficaz para solucionarlas.

Los resultados obtenidos en la constatación inicial evidenciaron que el nivel de desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes del grupo décimo uno, del IPVCP. Beremundo Paz Sánchez del municipio de Cabaiguán se comportó a escala baja, lo que se expresa en las dificultades presentadas en: la comprensión e interpretación del texto de los problemas, la búsqueda de las relaciones lógicas entre lo dado y lo buscado, así como en el estableciendo del modelo matemático de la vía de solución y la evaluación de las posibles respuestas en el texto del problema.

Los problemas diseñados presentan nivel de aplicabilidad en la práctica escolar, debido a que son asequibles a los estudiantes y le brindan un cúmulo de conocimientos que elevan su cultura y a su vez su nivel de aprendizaje, en correspondencia con los objetivos esenciales que deben dominar. Para su elaboración se tuvo en cuenta el diagnóstico de los estudiantes, elaboración de los objetivos formativos de las clases, así como la orientación y control de cada ejercicio.

La implementación en la práctica de los problemas concebidos permitió constatar que el grupo de estudiantes tomados como muestra ascendió en todos los indicadores declarados, ya que la validación reflejó un cambio cualitativo y cuantitativo positivo al comparar el estado inicial y final de la variable dependiente. Lo anterior permite afirmar que la propuesta es factible y que su instrumentación propende al desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes.

RECOMENDACIONES

Introducir la experiencia por parte de otros profesores del centro y valorar las posibilidades reales para materializar este resultado.

Generalizar los resultados de esta investigación en otros centros de la Educación Preuniversitaria.

BIBLIOGRAFÍA

Albarrán Pedroso, J y otros. (2006). *Didáctica de la Matemática en la Escuela Primaria*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Aguayo, A. M., y Amores, H. (1959). *"Pedagogía para escuelas y colegios normales"*. La Habana: Ediciones Culturales S.A.

Amador Martínez, A. (1995). *El adolescente cubano: una aproximación al estudio de su personalidad*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Álvarez de Zayas, C. (1993). *La escuela integrada a la vida*. Ciudad de la Habana. Pedagogía '93. p. 3.

_____ (1995). *¿Cómo estudiar experiencia pedagógica de avanzada?*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

_____ (1999). *Didáctica: la escuela en la vida*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ballester Pedroso, S. (1992a). *La sistematización de los conocimientos matemáticos en el 9no y 12mo. Grados de la escuela cubana*. Informe de investigación, ISP "Enrique José Varona", Facultad de Ciencias.

_____ y otros. (1992b). *Metodología de la enseñanza de la Matemática*. Tomo I. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

_____ (1999). *Proposiciones Metodológicas. La sistematización de los conocimientos matemáticos*. La Habana: Editorial Academia. PROMET.

Baranov S.P, Bolatina L.R. y V.A. Slastioni. *Pedagogía*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Bermúdez Sarguera R., Rodríguez Rebastillo M. (1996). *Teoría y Metodología del Aprendizaje*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Biblioteca de Consulta Microsoft Encarta 2007. Corporación Microsoft.

Bozhovich, Il. (1975). *“El problema del desarrollo de la esfera motivacional del niño”*. En superación para profesores de psicología. La Habana: Edición: Pueblo y Educación.

Brito, H. (1984). *Psicología General para los ISP*. La Habana : Editorial Pueblo y Educación. Tomo II.

Campistrous Pérez, L y Rizo, C. (1996). *Aprender a resolver problemas aritméticos*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

_____.(1999). *Didáctica y solución de problemas*. Evento sobre Didáctica de la Matemática. La Habana.

_____ (2000). *Matemática Décimo Grado*.

Castellanos Simons, D. (2001). *Hacia una concepción del aprendizaje desarrollador*. La Habana: Editorial ISP “Enrique José Varona”

_____. *Aprender y enseñar en la escuela*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Castro Ruz, F. (1998). *Discurso pronunciado en Santiago de Cuba, 26 de Julio* .

Periódico Granma. Primera Edición, 2-3.

_____. (2003). *Discurso de inauguración en el Congreso de Pedagogía 2003*.

Chávez, J. (1990). *Acercamiento necesario al pensamiento pedagógico de José Martí*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Constitución de la República de Cuba. (1992). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Danilov, M.A. (1997). *El proceso de enseñanza en la escuela*. México: Editorial Grijalbo.

_____ y Skatkin, M. N. (1982). *Didáctica de la escuela media*. La

- Habana: Edición Pueblo y Educación.
- Davinson, L. (1989). *Problemas de Matemática Elemental 1*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Enciclopedia filosófica soviética. (1983). Moscú.
- Fernández, A. et al. (2004) . *El proceso de enseñanza aprendizaje. Reflexiones teórico-prácticas desde las Ciencias de la educación*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Ferrer, M. y Rebollar, A..(1999). *¿Cómo dirigir el proceso de formación de habilidades matemáticas?* . La Habana: Pedagogía '99. Curso 62.
- Galperin, P. Y, (1986). "Sobre el método de formación de las acciones intelectuales por etapas. En Antología de la Psicología evolutiva y pedagógica" . Moscú: Ed Progreso.
- García Batista, G.(2002). *Compendio de Pedagogía*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Gascón, J. (1994). *El papel de la Resolución de problemas en la Enseñanza de las Matemáticas*. En Educación Matemática. Vol. 6 (3). Grupo Editorial Iberoamérica. México. Diciembre.
- Gómez Gutiérrez, L. I. (2001). "Desarrollo de la educación en Cuba". Conferencia Especial Evento Pedagogía 2001, La Habana.
- González, Fredy: (1987). *Trascendencia de la Resolución de Problemas de Matemática*. En Paradigma Vol. VIII (2). Venezuela. Diciembre.
- González Hernández, E. (1993). *Un criterio para clasificar habilidades matemáticas*. Educación Matemática. México: Grupo Editorial Iberoamérica. Abril. Vol. 5.
- González, A .M y Reinoso, C.(2002).*Nociones de sociología, psicología y pedagogía*. La Habana. Editorial Pueblo y Educación. Pág 32.
- González Maura, V. y otros. (1995). *Psicología para Educadores*. La Habana:

Editorial Pueblo y Educación.

González, M. O. (1960) *Complementos de aritmética y álgebra*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. Tomo II.

Hernández Ávalos, J. (2002). *¿Cómo estás en Matemática?*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Hernández Fernández, H. (1989). *El perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática en la Educación Superior Cubana, experiencias en el Álgebra Lineal*. Tesis de grado.

Hernández Sampier, R. (2004). *Metodología de la Investigación*. Primera Parte. La Habana: Editorial Félix Varela.

Hidalgo Guzmán, J. L. *Aprendizaje Operatorio*. (1993). *Ensayos de Teoría Pedagógica*. Casa de la Cultura del Maestro Mexicano. 174p.

Hudson, K. (1984). *Enseñanza Asistida por ordenadores*. Madrid, Barcelona: Editorial. Santos Díaz S.A.

Jungk, W. (1979). *Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 1*. 1ra. parte. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. Pág65

_____ (1981). *Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 1*. 2da. Parte. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

_____ (1985): *Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 2*. 1ra parte. Editorial Pueblo y Educación, 2da. Reimpresión, Cuba.

Klingberg, L. (1972). *Introducción a la didáctica*" La Habana: Edición Pueblo y Educación (Edición Alemana Volk Und Vissen Volssinger Verlang)

Labarrere Reyes, G. (1979). *Pedagogía* . La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Labarrere Sarduy, A (1980) *Sobre la formulación de problemas matemáticos por los escolares*. Revista Educación No. 36. La Habana: Dirección de divulgación y

publicaciones del MINED.

_____ (1988). *Cómo enseñar a los alumnos de primaria a resolver problemas*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Lenin, V. I. (1990). *Materialismo y Empiriocriticismo*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Leontiev, A., N. (1981). *Sobre la formación de capacidades*. Antología de la Psicología Evolutiva y Pedagógica. Moscú.

_____ (1991). *La actividad en la psicología*. La Habana: Edición Libros para la Educación.

Lompseher, T. y otros. (1987). *Formación de la actividad docente de los escolares*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

López Hurtado, J. (1994). *Algunos aspectos de la dirección pedagógica de la actividad cognoscitiva de los escolares*. En Problemas psicopedagógicos del aprendizaje. I La Habana: ICCP.

López Muñiz, I. (1987). "El trabajo independiente". Revista Ciencias Pedagógicas No 15, 5-7.

Martí Pérez, J. (1975). *Ideario Pedagógico*. Cuba: Editorial Pueblo y Educación.

Martínez A., López Hurtado, A. J., Burke Beltrán, M. T. (1989). *Conoces a tus alumnos*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación. Cuba. (1999). Programa Director de la Matemática.

_____. (2002). Seminario Nacional a Educadores.

_____. (2006). Programas. Décimo Grado. Educación Preuniversitaria. Primer Año. Educación Técnica Profesional.

_____. (2007). Maestría en Ciencias de la Educación. Módulo III. I Parte. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

- _____ (2007). Maestría en Ciencias de la Educación. Módulo III. II Parte. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Muñoz Baños, F. (1981). *Problemas de Matemática elemental*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ et al. (1989 a). *Matemática 7mo. grado*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (1989 b). *Matemática Octavo. Grado*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (1989 c). *Matemática Noveno. Grado*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (2005). *Matemática Noveno. Grado. Cuaderno Complementario*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Palacio Peña, J. (2003). *Colección de problemas matemáticos para la vida*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Pelgrum, W. J. (1992). "La investigación internacional sobre la informática en la educación". *Revista trimestral de educación "Perspectiva"*, UNESCO. Número 83. Vol XXII, Num 3.
- Pérez, G. (1996). *Metodología de la investigación educativa*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. Tomo 1
- Petrovsky, A. V. (1978) *Psicología general*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Pidkasisty P.I. (1966). *La actividad cognoscitiva independiente de los alumnos en la enseñanza*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Polya, George. (1976). *¿Cómo plantear y resolver problemas?*. México: Editorial Trillas.
- Poves Paredes, J y Rodrigo Vidal, J. (1992). *Modificaciones cognitivas y Sistema*

Inteligente de Enseñanza. Madrid : PC World España.

Pradas, T. (1995). *De tal puerta, tal ventana*. Revista Bohemia. La Habana. Cuba.

Pupo, R .(1990). *La actualidad como categoría filosófica*. La Habana: Editorial Ciencias Sociales.

Quintana Valdés, A. et al. (2005 a). *Matemática Octavo Grado*. Cuaderno Complementario. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

_____ (2005 b). *Matemática Noveno Grado*. Cuaderno Complementario. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Rico Montero, P. (1996). *Reflexión y aprendizaje en el aula*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

_____ (2003). *La zona de desarrollo próximo. Procedimientos y formas de aprendizajes*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. Pág3

_____ y Silvestre, M. (2003). *Proceso de Enseñanza y Aprendizaje. Compendio de Pedagogía*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Rizo Cabrera, C. (2005). *Matemática Sexto Grado*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Rodríguez Lamas, R. (2000 a). *La Educación a distancia en el contexto actual*. Revista Giga N° 5.

Rosell Blanco, S. (1943). *Matemática*. Primer Curso. La Habana: Editorial Nacional de Cuba. Tomo II.

_____ (1966). *Matemática aritmética*. La Habana: Editorial Nacional de Cuba. Tomo I

Rosental, M. y Ludin, P. (1981). *Diccionario filosófico*. La Habana: Editora Política.

Rubinstein, S. L. (1964). *El desarrollo de la Psicología. Principios y métodos*. La

Habana: Editorial Nacional de Cuba.

Santaló, L. (1994). *La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia*. En Tratado de Educación Personalizada, dirigido por Víctor García Hoz. Ediciones RIALP. S. A. Madrid.

Santos Trigo, Luz Manuel. (1996). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. Grupo Editorial Iberoamérica.

Schöenfeld, A. H. (1985). *Ideas y tendencias en la resolución de problemas. La enseñanza de las matemáticas a debate*. Madrid: España.

_____ (1987). *Mathematical Problem Solving*. New York. Academic Press.

Shuare, M. (1990). *La psicología soviética tal como yo la veo*. Moscú. Editorial Progreso.

Silvestre Oramas, M.(1999). *Aprendizaje, educación y desarrollo*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación

_____, y Zilberstein Torruncha, J. (2002). *Hacia una didáctica desarrolladora*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Skatkin M. N. (1987). *Perfeccionamiento del proceso de enseñanza*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Software EUREKA. MINED

Software Educativo Pedagogía a tu alcance

Spirin, L. F.(1981) *Formación de las habilidades profesionales pedagógicas del maestro*. Traducción. ISP "Frank País G."

Stresikosin, V. (1970). *Sobre la organización dialéctica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Talizina, N. (1985). *Conferencia sobre fundamentos de la enseñanza en la educación superior*. Universidad de la Habana. La Habana.

_____ (1988). *Psicología de la enseñanza*. Editorial Progreso. Moscú.

Varela, F. (1988). *La gloria de un maestro*". Periódico Juventud Rebelde. Julio 1988.

Vigotsky, L.S 1981. *Pensamiento y Lenguaje*. Habana. Editorial Revolucionaria.

_____ (1987). *Historia de las funciones psíquicas superiores*. La Habana: Editorial Científico Técnica.

_____. (1988). *Interacción entre enseñanza y desarrollo. Selección de lecturas de psicología de las edades*, T. III. Universidad de la Habana.

Yesipov. B.P. (1961). *El trabajo independiente de los alumnos en las clases*. Moscú: Edición: Utshpenguis.

Zilmer, W. (1990). *Complemento de Metodología de la Enseñanza de la Matemática*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Anexos

Anexo 1: Prueba pedagógica inicial.

Objetivos: Comprobar el nivel de desarrollo del pensamiento lógico a partir de la resolución de problemas en los estudiantes implicados en la muestra.

Responde los siguientes problemas. De ser posible deja los cálculos por escrito.

1- En una panadería de venta liberada, el miércoles se produjo un total de 346 panes de corteza dura en 6 horas de trabajo al costo oficial de venta que es de \$4 cada pan. En cada uno del resto de los días de la semana se produjo la misma cantidad de panes pero en los $\frac{2}{3}$ del tiempo del miércoles.

a) El problema trata sobre:

- La venta de pan una panadería por horas de trabajo.
- La producción de pan en una panadería por horas de trabajo.
- La venta y producción de pan en una panadería.

b) Diga verdadero (V) o Falso (F) según corresponda:

- La producción de pan del martes demoró más tiempo que la del jueves.
- La producción de pan del miércoles demoró más tiempo.
- La producción de pan del miércoles fue menor que la del lunes.
- La producción de pan del viernes se realizó en menos tiempo.

2- Tengo 200 patos y metí dos en un cajón. ¿Cuántos picos y cuantas patas hay dentro del cajón? Selecciona la respuesta correcta y justifica.

- En el cajón hay: a) 200 picos y 400 patas b) 200 picos y 4 patas
c) 2 picos y 4 patas

3- El libro "Yo soy el maestro" de Luisa Campos Gallardo tiene 40 páginas enumeradas, de las cuales 9 están dedicadas a la biografía del maestro Manuel Ascunse Domenech y el 12,5% están dedicadas a la respuesta del pueblo ante el horrible asesinato de este brigadista. ¿Cuántas páginas se dedican a expresar la respuesta del pueblo ante el crimen?

Anexo 2: Guía de Observación durante la Investigación.

Objetivo: Valorar el nivel de desarrollo del pensamiento lógico a través de la resolución de problemas relacionados con la práctica.

Indicadores a observar:	Se observa.	No se observa.	A veces.
1- El alumno lee el problema detenidamente y reformula el texto con sus propias palabras.			
2- Buscan relaciones con otro problema ya resuelto y domina los conceptos que aparecen en el texto del problema.			
3- Dirige el control de lo que hace, qué caminos tomar y cuáles no tomar.			
4- Determinan si la solución satisface las exigencias del problema.			
5- Valoran si existen otras vías para resolver el problema, así como las diferencias y semejanzas con la vía utilizada.			
6- Declaran interés para resolver problemas matemáticos.			
7- Se esfuerzan por resolver un problema.			

Anexo 3 Prueba pedagógica final.

Objetivos: Comprobar el nivel de desarrollo del pensamiento lógico a partir de la resolución de problemas en los estudiantes implicados en la muestra.

Responde los siguientes problemas. De ser posible deja los cálculos por escrito.

1- En la Empresa Experimental Agrícola de Guayos se sembró una variedad de mandarinas, que cuesta \$15,40 la bolsa, en una semana. El lunes se sembraron 678 bolsas en 5 horas. El martes se sembraron 700 en 240 min. En cada uno del resto de los demás días de la semana se sembró la misma cantidad que el lunes pero en los $\frac{4}{5}$ del tiempo en que se realizó la siembra el martes.

a) El problema trata sobre:

___ La venta de bolsas de una variedad de mandarinas en la Empresa Experimental Agrícola de Guayos.

___ La siembra de bolsas de una variedad de mandarinas por horas de trabajo en cierto tiempo en la Empresa Experimental Agrícola de Guayos.

___ La siembra de bolsas de una variedad de mandarinas por horas de trabajo en una semana en la Empresa Experimental Agrícola de Guayos.

b) Diga verdadero (V) o Falso (F) según corresponda:

___ La cantidad de bolsas de la variedad que se sembró el lunes supera a la cantidad de bolsas que se sembró el viernes.

___ La siembra de bolsas de la variedad de mandarinas el lunes demoró más que el martes.

___ El jueves la siembra de las bolsas demoró más que el miércoles.

c) En la semana, ¿cuántas bolsas se sembraron?. (El domingo se descansa)

2- Luisa compró un librero a Roberto por \$250. Después de colocar sus libros se percató de que necesitaba uno más grande. Conversó con Roberto y este le dijo: “No importa, tráelo y yo te devuelvo el dinero”. En el traslado hacia su casa el librero se averió y pudo vendérselo a Roberto por \$67 menos de lo que le costó. Roberto lo arregló y finalmente lo vendió a Carmen por \$210. ¿Cuánto es la ganancia total de Roberto?.

3- En una competencia de ajedrez participan 8 jugadores en un todo contra todos.

- a) ¿Cuántos juegos tienen que efectuarse?
- b) ¿Cuántos juegos se efectuarían si fueran 10 los participantes?
- c) ¿Se pudiera generalizar el resultado para cualquier cantidad de participantes?

Anexo 4

Para la medición de los indicadores de cada dimensión, se utilizaron distintos instrumentos que se especifican en la siguiente tabla según los ítem que contienen.

Instrumentos utilizados en la medición de los indicadores.		
Dimensión	Indicador	ítem
1	1.1	Anexo 1, ítem 1a,1b Anexo 2, ítem 1; Anexo 3, ítem 1a, 1b, 2,3.
	1.2	Anexo 1, ítem 2, 3, ; Anexo 2, ítem 2; Anexo 3, ítem 1c, 2 y 3
	1.3	Anexo 1, ítem 2, 3; Anexo 2, ítem 3; Anexo 3, ítem 1c, 2 y 3.
	1.4	Anexo 1, ítem 2, 3, ; Anexo 2, ítem 4, 5; Anexo 3, ítem 1c, 2 y 3.
2	2.1	Anexo 2, ítem
	2.2	Anexo 3, ítem 7.

Anexo 5. Escala valorativa.

Matriz de valoración para la medición de los indicadores de la “dimensión cognitiva-procedimental”			
Indicador	Categoría.		
	Mal	Regular	Bien
1.1	Cuando no son capaces de interpretar palabras claves y no tratan de formular el texto con sus propias palabras	Cuando solo son capaces interpretar algunas palabras claves pero no, ni formulan el problema con sus palabras.	Cuando son capaces de interpretar palabras claves, y de formular el texto con sus propias palabras.
1.2	Cuando no son capaces de separar lo dado de lo buscado, ni establecen relaciones entre los datos e incógnitas, ni figuras de análisis.	Cuando solo son capaces de separar lo dado de lo buscado, pero no establecen relaciones entre los datos e incógnitas, ni figuras de análisis.	Cuando son capaces de separar lo dado de lo buscado y buscan relaciones entre los datos e incógnitas, así como realizan figuras de análisis.
1.3	Aplica mínimos elementos cognitivos y no poseen acciones, ni procedimientos necesarios.	Aplica los elementos cognitivos, pero no poseen las acciones y procedimientos necesarios.	Pone en marcha las acciones, estrategias y procedimientos, así como aplicar los elementos cognitivos necesarios.

1.4	Valora la vía utilizada, pero no conciben otras vías de resolución, ni otros problemas semejantes al resuelto.	Valora la vía utilizada y concibe otras vías de resolución, pero no otros problemas similares.	Valora la vía de resolución utilizada, determinan si existen otras vías y otros problemas semejantes.
-----	--	--	---

Matriz de valoración para la medición de los indicadores de la "dimensión afectiva-motivacional"			
Indicador	Categoría		
	Mal	Regular	Bien
2.1	No se esfuerzan por realizar el problema.	En ocasiones se esfuerzan por realizar el problema.	Siempre se esfuerzan por realizar el problema.
2.2	No muestran interés por la resolución de los problemas.	En ocasiones muestran interés por la resolución de los problemas.	Manifiestan en todo momento interés por la resolución de los problemas.

Anexo 6:**Tabla comparativa.**

Resultados comparativos de la muestra antes y después de introducir la variable independiente.

Indicador	Antes			Después		
	B	R	M	B	R	M
1.1	4 (11,4%)	10 (28,6%)	21 (60%)	30 (85,8%)	3 (8,57%)	2 (5,71%)
1.2	4 (11,4%)	10 (28,6%)	21 (60%)	30 (85,8%)	3 (8,57%)	2 (5,71%)
1.3	4 (11,4%)	9 (25,7%)	22 (62,9%)	29 (82,9%)	4 (11,4%)	2 (5,71%)
1.4	4 (11,4%)	8 (22,9%)	23 (65,7%)	29 (82,9%)	3 (8,57%)	3 (8,57%)
2.1	10 (28,6%)	7 (20%)	18 (51,4%)	30 (85,8%)	3 (8,57%)	2 (5,71%)
2.2	12 (34,3%)	6 (17,1%)	17 (48,6%)	30 (85,8%)	4 (11,4%)	1 (2,85%)

Anexo 7:

Gráfico 1

Resultados antes de aplicados los instrumentos.

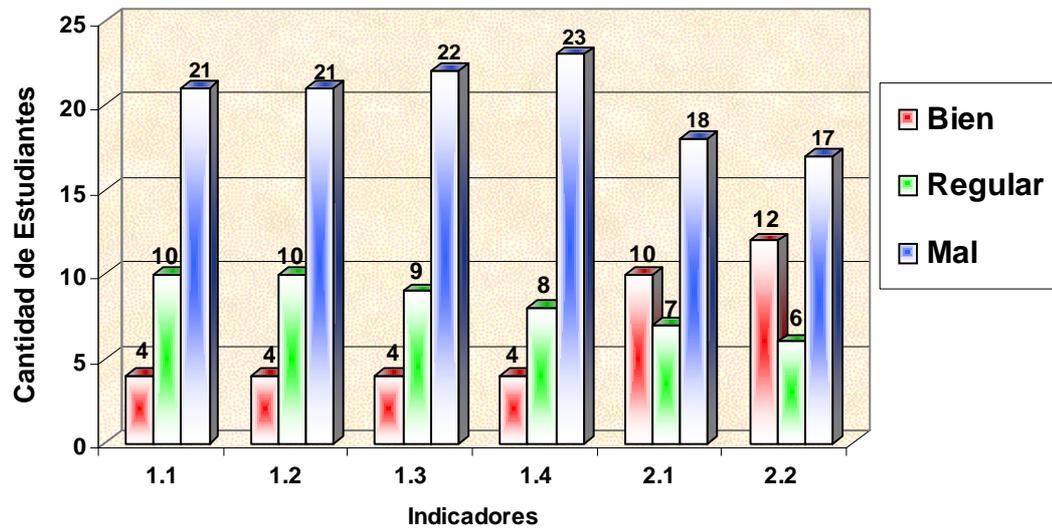


Gráfico 2

Resultados después de aplicados los instrumentos.

