

**UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS
“CAPITÁN SILVERIO BLANCO NÚÑEZ”
SANCTI SPÍRITUS.**

**TESIS EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE MÁSTER EN
CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN.**

MENCIÓN EDUCACIÓN SECUNDARIA BÁSICA

**EL APRENDIZAJE DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
ARITMÉTICOS EN SÉPTIMO GRADO.**

AUTOR: LIC. Augusto Caridad Viera González

2011

**UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS
“CAPITÁN SILVERIO BLANCO NÚÑEZ”
SANCTI SPÍRITUS.**

**TESIS EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE MÁSTER EN
CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN.**

MENCIÓN EDUCACIÓN SECUNDARIA BÁSICA

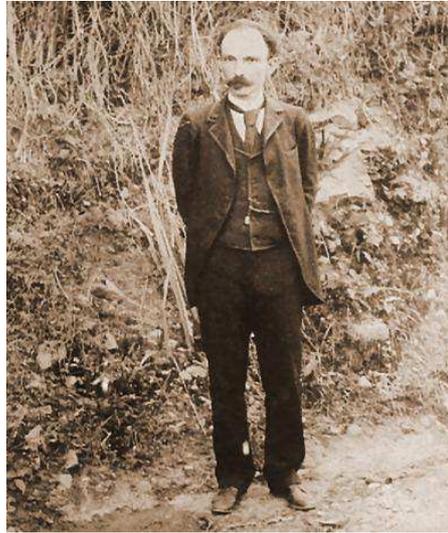
**EL APRENDIZAJE DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
ARITMÉTICOS EN SÉPTIMO GRADO.**

AUTOR: LIC. Augusto Caridad Viera González

**TUTORES: Dr C. Aldo Medardo Ruiz Pérez
MSc. Pablo U. Rivero Turiño**

2011

PENSAMIENTO



*“Resolver el problema después de conocer sus elementos,
es más fácil que resolver el problema sin conocerlo,
[...] conocer es resolver.”*

José Martí (1975,6:18)

AGRADECIMIENTOS

A mis padres que desde el más allá me incitaron y apoyaron en los momentos difíciles,

A mi hermana, cuñado y sobrino por poder contar siempre con ellos.

A mis amistades, quienes me escucharon y se dotaron de paciencia en mis momentos de paranoia.

A mis compañeros de trabajo, por tenderme la mano de forma incondicional especialmente a Irismayda.

A todos los que de una forma u otra me han prestado alguna ayuda por pequeña que parezca.

A todos mi eterno agradecimiento.

Muchas gracias

DEDICATORIA

A mis padres, que siempre me orientaron hacia el estudio.

A todos mis compañeros que han contribuido a esta faena.

*A la Revolución Cubana, por brindarme la posibilidad de
continuar superándome.*

SÍNTESIS

La investigación presentada, concibe la elaboración de actividades con la finalidad de favorecer el aprendizaje de los estudiantes de séptimo grado para sistematizar, consolidar y profundizar en uno de los objetivos fundamentales de la Matemática: la resolución de problemas. Están dirigidas para que los estudiantes encuentren vías de solución de una forma más integradora ante el tratamiento de los problemas aritméticos, que es el tema de mayor dificultad para este grado. La tesis tiene como **título**: “El aprendizaje de la resolución de problemas aritméticos en séptimo grado” y como **objetivo**: Validar actividades de aprendizaje para favorecer la resolución de problemas aritméticos en estudiantes de séptimo grado en la ESBU “Mártires de la Familia Romero”. En este trabajo, durante el proceso investigativo se emplearon varios métodos: del nivel teórico: análisis y síntesis, histórico y lógico, inducción y deducción, sistémico y la modelación; del nivel empírico: la observación pedagógica, la medición y el pre-experimento; así como el método matemático o estadístico, que incluye el cálculo porcentual, la estadística descriptiva, la interpretación de tablas y la representación gráfica. La validación de las actividades revelaron resultados superiores en el aprendizaje de los estudiantes para resolver problemas aritméticos, demostrando que la muestra seleccionada está en los niveles esperados.

ÍNDICE

| TABLA DE CONTENIDOS | Pág. |
|--|-------------|
| INTRODUCCIÓN | 1 |
| CAPÍTULO 1: REFLEXIONES TEÓRICAS SOBRE EL PROCESO DE ENSEÑANZA – APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN SECUNDARIA BÁSICA. | 12 |
| 1.1 El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en Secundaria Básica. | 12 |
| 1.2 La resolución de problemas aritméticos. Su importancia. | 17 |
| 1.2.1 Papel de la motivación en la resolución de problemas matemáticos | 29 |
| 1.2.2 Procedimiento generalizado para la solución de problemas. | 30 |
| 1.2.3. Algunas barreras que existen para aprender a resolver problemas aritméticos. | 39 |
| CAPÍTULO 2: ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE DIRIGIDAS A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS. | 42 |
| 2.1 Valoración inicial del diagnóstico. | 42 |
| 2.2 Fundamentación e implementación de las actividades de aprendizaje para favorecer la resolución de problemas aritméticos en estudiantes de séptimo grado. | 45 |
| 2.3 Actividades de aprendizaje. | 52 |
| 2.4 Validación de los resultados. | 70 |
| CONCLUSIONES | 74 |
| RECOMENDACIONES | 75 |
| BIBLIOGRAFÍA | 76 |
| ANEXOS | |

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, y en correspondencia con el vertiginoso ritmo que alcanzan los avances científicos y técnicos a escala mundial, se hace indispensable dotar a los jóvenes no solo de capacidades para asimilar y almacenar conocimientos; sino también, motivar sus intereses en la búsqueda de habilidades y métodos que le permitan apropiarse de estos conocimientos y darle el uso más racional posible. Se hace cada vez más evidente la necesidad de enseñar a aprender, de manera que el alumno aprenda a aprender.

Nuestro país, enfrentado a estos retos, de una forma particular y con la característica de que el sistema educacional cubano responde a la necesidad de formar ciudadanos capaces de desarrollar nuestra sociedad socialista, se ha planteado la tarea del perfeccionamiento continuo del sistema educacional, para lo cual se han realizado modificaciones a los planes y programas y se ha enfatizado en cuanto a la formación política-ideológica en los alumnos.

En este sentido y en forma paulatina, los planes y programas han estado incluyendo con énfasis cada vez mayor la resolución de problemas como objeto de enseñanza, a partir de las diferentes tendencias de la llamada enseñanza problémica, que se ven reflejadas en la escuela, siendo la enseñanza de la resolución de estos, la que mayormente se observa y que presupone la aplicación de métodos de enseñanza que estimulen la actividad independiente y creadora de los alumnos.

En consecuencia con el planteamiento anterior, resulta muy importante el perfeccionamiento de la enseñanza de la resolución de problemas, como necesidad para incidir en el proceso de enseñanza de la Matemática, así como para que esta pueda ejercer su papel rector, a través del programa director correspondiente, sobre las otras asignaturas que asumen también la resolución de problemas como objeto de enseñanza y como una premisa necesaria para poder instrumentar cualquiera de las otras variantes más exigentes.

El proceso de enseñanza de la Matemática está ligado al del aprendizaje de los estudiantes con objetivos bien determinados, y según regularidades históricamente comprobadas, lo cual fundamenta los lineamientos generales para la enseñanza de esta ciencia. Uno de estos lineamientos es hacer que los estudiantes aprendan a identificar, formular y resolver problemas dados en contextos diferentes, de modo que los conocimientos, habilidades, modos de la actividad mental y actitudes que se desea formar en ellos, adquieran mediante el trabajo con problemas y en función de resolver estos.

Se incluye además como otro lineamiento el de sistematizar continuamente conocimientos, habilidades y modos de la actividad mental, incluyendo dentro de estos últimos los procedimientos heurísticos que faciliten la búsqueda de vías de solución a los problemas y que son de tanta utilidad como los procedimientos algorítmicos.

Por otra parte, en el mundo la enseñanza secundaria se encuentra en un período de crisis; por lo que es necesaria la búsqueda de nuevos métodos y vías.

En el caso de la asignatura Matemática creada con el nombre de Mathesis (ciencia por excelencia) la cual es, una forma de la conciencia social de los hombres y constituye un sistema histórico formado de conocimientos ordenados cuya veracidad se comprueba y se puntualiza constantemente en el uso de la práctica social. Se ha producido una redefinición de sus conceptos que indica cambios hacia un enfoque cultural general e integral.

En Cuba se trata de eliminar las concepciones tradicionales y romper los dogmas que las costumbres han impuesto, por ello los conocimientos, se hacen llegar de forma entretenida, amena y en la mayoría de los casos con un enfoque problémico para contribuir al desarrollo de las potencialidades educativas, preparando al estudiante para la vida social. Como resultado de las transformaciones, se han rediseñado los contenidos correspondientes y se precisan los métodos más efectivos de la asignatura, de tal forma que respondan a las exigencias actuales. Están organizados en los tres grados, atendiendo a las tres áreas fundamentales para el nivel: aritmética, álgebra y geometría, en ese orden, y se entrelazan en él las líneas directrices, con énfasis en la

que expresa el planteo, formulación y resolución de problemas. En este sentido, la tarea principal de la enseñanza de la Matemática consiste en transmitir a las nuevas generaciones los conceptos, proposiciones y procedimientos básicos de esta ciencia, de modo que los estudiantes aprecien el valor y la utilidad de esta información, puedan comunicar sus razonamientos matemáticos al acometer tareas en colectivo y adquieran capacidades que les permitan aplicarla en la identificación, planteo y resolución de problemas de diversa naturaleza, relacionados con la vida práctica y otras disciplinas del currículo.

En las investigaciones sobre la resolución de problemas en las últimas décadas se han destacado estudiosos como: Polya (1989), Rodríguez (1991), Ballester (1992), Delgado (1998), Llivina (1999), Albarrán (2005), Campistrous y Celia Rizo (2002). Todos consideran que la resolución de problemas juega un papel fundamental en la enseñanza de la Matemática y en la formación integral de los estudiantes.

En efecto, la resolución de problemas matemáticos se ha de ver, no sólo como una actividad cognoscitiva dentro de la Matemática y para la Matemática, sino como actividad que permite la reflexión, la comunicación de ideas, la conexión de conceptos y que ayude a resolver problemas sociales de la vida cotidiana. Por otro lado, son importantes algunos cuestionamientos que se han hecho a la enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos por especialistas en este tema. En este sentido se comparten las opiniones de Campistrous y Rizo (2002:32) cuando plantean que: "... existen muchas dificultades en los alumnos para resolver problemas en general". y puntualizan: "En la profundización que se ha realizado sobre la causa de este problema, pueden verse algunas muy importantes relacionadas con la metodología de su tratamiento. Por lo general los procedimientos metodológicos que se dan están dirigidos a acciones que debe realizar el maestro, es decir, es una metodología de enseñanza y no está dirigida a la búsqueda de procedimientos de actuación para el alumno". La resolución de problemas contribuye en los estudiantes a desarrollar la memoria, el carácter, la rigurosidad, el sentido práctico y la facultad de abstracción; también ayuda a cultivar la inteligencia y la disposición para enfrentar nuevas exigencias; permite despertar la curiosidad y motivar el interés por la investigación,

así como apoyar y fomentar el desarrollo del espíritu crítico y la independencia. A pesar de la existencia de diferentes investigaciones precedentes acerca de la resolución de problemas matemáticos, aún persisten insuficiencias en esta habilidad.

Los sistemáticos controles realizados por el equipo de inspección al centro, los resultados obtenidos en la evaluación de la calidad de la educación (SECE) y la propia práctica pedagógica del autor de esta investigación, han corroborado que los estudiantes de séptimo grado de la ESBU "Mártires de la Familia Romero" presentan tales dificultades:

- Interpretar el texto del problema.
- Representar gráficamente.
- Búsqueda de posibles vías de solución.
- Comprobación del resultado.
- Bajo nivel motivacional para realizar las actividades.

A pesar de ello es un grupo de estudiantes que tienen potencialidades como:

- No son ausentistas.
- Son disciplinados.
- Les gusta la matemática.
- Muestran interés por aprender.

Teniendo en cuenta las dificultades anteriores se plantea como **problema científico**:
¿Cómo favorecer el aprendizaje de la resolución de problemas aritméticos, en los estudiantes de séptimo grado?

En tal sentido, se determina como **objeto de estudio** El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en séptimo grado.

Al respecto se precisa como **campo de acción** el aprendizaje de la resolución de problemas aritméticos, en los estudiantes de séptimo grado de la ESBU "Mártires de la Familia Romero".

Para darle cumplimiento al problema planteado. Se traza como **objetivo**: Validar actividades de aprendizaje para favorecer la resolución de problemas aritméticos en estudiantes de séptimo grado en la ESBU “Mártires de la Familia Romero”.

En aras de establecer hacia qué propósitos están dirigidos los posibles resultados, se determinaron las siguientes **preguntas científicas**:

1. ¿Cuáles son los fundamentos teóricos que sustentan el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la Secundaria Básica?
2. ¿Cuál es el estado actual que presentan los estudiantes de séptimo grado de la ESBU “Mártires de la Familia Romero” en el aprendizaje de la resolución de problemas aritméticos?
3. ¿Qué características deberán tener las actividades de aprendizaje para favorecer la resolución de problemas aritméticos en estudiantes de séptimo grado de la ESBU “Mártires de la Familia Romero”?
4. ¿Qué resultados se obtendrán al validar las actividades de aprendizaje para favorecer la resolución de problemas aritméticos en estudiantes de séptimo grado de la ESBU “Mártires de la Familia Romero”?

En la búsqueda de las respuestas a las interrogantes científicas, se determinan las siguientes **tareas investigativas**:

1. Determinación de los fundamentos teóricos, que sustentan el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la Secundaria Básica.
2. Diagnóstico del estado actual que presentan los estudiantes de séptimo grado de la ESBU “Mártires de la Familia Romero”, en el aprendizaje de la resolución de problemas aritméticos.
3. Elaboración de las actividades de aprendizaje para favorecer la resolución de problemas aritméticos en estudiantes de séptimo grado de la ESBU “Mártires de la Familia Romero”.
4. Validación de los resultados de las actividades de aprendizaje para favorecer la resolución de problemas aritméticos, en estudiantes de séptimo grado de la ESBU “Mártires de la Familia Romero”, mediante el análisis cuantitativo y cualitativo.

Durante el desarrollo de la investigación se emplearon diversos **métodos** teniendo en cuenta los niveles del conocimiento científico.

Del nivel teórico.

Inducción y deducción: permitió llegar a generalizaciones a partir de la posibilidad de estudiar los presupuestos teóricos que sustentan el desarrollo del aprendizaje de la resolución problemas y permitió deducir cómo los presupuestos teóricos, se convierten en puntos de partida para analizar con mayor profundidad el problema planteado.

Histórico y lógico: permitió el estudio de la trayectoria real del aprendizaje de la resolución de problemas por vía aritmética en los estudiantes, así como su evolución y desarrollo en el contexto de la Secundaria Básica.

Análisis y síntesis: permitió profundizar en el estudio de los elementos más importantes, desde el punto de vista teórico, que sustentan el desarrollo del aprendizaje de la resolución de problemas por vía aritmética, así como las relaciones existentes entre ellos en la elaboración de las actividades para su aplicación.

Sistémico: sirvió de sustento didáctico para la concepción y la elaboración de las actividades para favorecer el aprendizaje de la resolución de problemas por vía aritmética, así como en la conexión de todos los componentes de la investigación.

La modelación: facilitó el trabajo con la metodología para el tratamiento de los problemas, su modelación para resolverlos y la elaboración de las actividades para favorecer el aprendizaje de los estudiantes en la resolución de problemas aritméticos.

Del nivel empírico:

Experimento pedagógico: constituyó un método fundamental en el proceso investigativo. El tipo de experimento empleado, atendiendo al grado de control de las variables fue el **pre-experimento**. Permitted aplicar la propuesta a la muestra seleccionada, comparando los resultados iniciales y finales. No existen grupos de control. Se aplica en sus tres fases: diagnóstico, formación y control.

- ✓ **Fase de diagnóstico:** Se realiza una detallada revisión bibliográfica, se elaboran y se aplican instrumentos.
- ✓ **Fase formativa:** Se aplica la propuesta.
- ✓ **Fase de control:** Una vez introducida la propuesta, se aplican nuevamente los instrumentos para constatar la efectividad de las actividades y se realiza un análisis comparativo de ambos resultados.

Observación pedagógica: permitió constatar el estado en que se encontraban los estudiantes en la habilidad resolución de problemas por vía aritmética en las clases de Matemática, antes y después de introducir la variable independiente.

Medición: Posibilitó comprobar el estado inicial y final que presentan los estudiantes de séptimo grado en la habilidad resolución de problemas aritméticos, mediante una prueba pedagógica escrita.

| Métodos | Técnicas | Instrumentos |
|------------------------|--------------|---------------------|
| Observación pedagógica | Participante | Guía de observación |
| Medición | Escrita | Prueba pedagógica |

El método matemático o estadístico:

Estadística descriptiva: permitió la ilustración de los resultados de los diferentes instrumentos aplicados a través de tablas y gráficos, así como el utilizar el cálculo porcentual para comparar los resultados en el diagnóstico.

Población: está integrada por los 45 estudiantes de séptimo grado de la ESBU “Mártires de la Familia Romero”.

Muestra: está constituida por los 15 estudiantes correspondientes al grupo uno de séptimo grado donde imparte clases el investigador y fue seleccionada con el objetivo

de resolver por la vía científica un problema de la práctica pedagógica, representan 33.3% de la población. La selección es intencional. Los estudiantes seleccionados en la práctica pedagógica presentan dificultades en la calidad del aprendizaje de la Matemática, centradas, en lo fundamental, en la habilidad resolución de problemas matemáticos por vía aritmética, lo que se manifiesta en que existe un bajo nivel motivacional para la resolución de problemas, un análisis superficial y fragmentado del texto del problema, que se traduce en dificultades con la comprensión que conlleva a la llamada tendencia de ejecución.

Por todo lo expuesto se establece como **variable independiente**: Actividades de aprendizaje.

Actividad: “Se le llama actividad a aquellos procesos, mediante los cuales el individuo, respondiendo a sus necesidades, se relaciona con la realidad, adoptando determinada actitud hacia la misma. La actividad no es una reacción ni un conjunto de reacciones. En forma de actividad ocurre la interrelación sujeto- objeto, gracias a la cual se origina el reflejo psíquico que media esta interrelación. De este modo, la actividad es un proceso en que ocurren transiciones entre los polos sujeto- objeto en función de las necesidades del primero” (González et al. 2001: 91).

A partir del concepto de actividad dado por Viviana González Maura y el concepto de aprendizaje dado por Doris Castellanos, citados por el autor de esta investigación, se asume que:

Actividad de aprendizaje: Son procesos mediante los cuales el individuo, respondiendo a sus necesidades, se relaciona con la realidad, se apropia de los contenidos y las formas de conocer, hacer y convivir, basados en la experiencia socio histórica, en los cuales se producen como resultado de la actividad y de la interacción con otras personas, cambios relativamente duraderos y generalizables, que le permiten adaptarse a la realidad, transformarla y crecer como personalidad.

Variable dependiente: Nivel de desarrollo del aprendizaje en la resolución de problemas aritméticos.

En el libro “El transcurso de las líneas directrices en los programas de Matemática y la planificación de la enseñanza”, se identifican los **problemas aritméticos** como aquellos problemas relacionados con la vida económica, política y social utilizando el orden de las operaciones de números racionales y el tanto por ciento (Ballester, et al 2003, 6).

Después de haber analizado algunas definiciones sobre la resolución de problemas aritméticos, el autor considera que esta implica la acción para encontrar la solución a un problema específico, a través de un procedimiento generalizado que es muy útil al significado práctico de las operaciones aritméticas.

Operacionalización de la variable dependiente.

| Dimensiones | Indicadores |
|--|--|
| Cognitiva Procedimental | 1. Nivel de interpretación de la situación problémica. 2. Nivel de comprensión para la elaboración del plan de solución. 3. Nivel de asimilación del proceso para la ejecución del plan de solución del problema. 4. Nivel de análisis de los resultados. |
| Motivacional | 5. Nivel de motivación para resolver el problema. 6. Nivel de esfuerzo por resolver el problema. 7. Nivel de interés por obtener un resultado. |

La **novedad científica de esta investigación** radica en que las actividades de aprendizaje aprovechan situaciones conocidas por los estudiantes, convirtiendo así a los problemas que tienen que resolver en un reflejo de la realidad, de las relaciones entre objetos, procesos y fenómenos, situando al estudiante en contacto con situaciones que reflejan con objetividad la economía, la política, la sociedad, propiciando también la recopilación de datos. Estas, fueron concebidas para ser desarrolladas mediante técnicas participativas que promuevan la motivación y permitan la aplicación del programa heurístico general. Además, cada estudiante fue evaluado de manera cualitativa lo que permitió dar movilidad al diagnóstico y reelaborar algunas actividades.

El **aporte práctico** está dado en el sistema de actividades de aprendizaje para el desarrollo de la habilidad resolver problemas aritméticos en séptimo grado, partiendo de las características psicopedagógicas propias de los estudiantes con que se trabaja, seleccionando ejercicios con textos, relacionados con la práctica y problemas de dominio extramatemático (de contenido económico, político, social, medio-ambiental,

entre otros), contribuyendo también con el logro de los objetivos formativos de la Secundaria Básica.

El trabajo está estructurado en: introducción, que recoge los antecedentes del problema y el diseño teórico-metodológico; dos capítulos, de los cuales el primero se destina a la precisión de los principales elementos teóricos que sustentan el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática, asumidos desde las perspectivas del desarrollo del aprendizaje de la resolución de problemas en la Secundaria Básica; el segundo expone el diagnóstico y la fundamentación de las actividades, así como la validación de su efectividad, a partir de su implementación mediante un pre-experimento en la práctica. Contempla además, las conclusiones, recomendaciones y la bibliografía consultada.

Capítulo 1: REFLEXIONES TEÓRICAS SOBRE EL PROCESO DE ENSEÑANZA – APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN SECUNDARIA BÁSICA.

El propósito de este capítulo es profundizar en los elementos que fundamentan desde el punto de vista teórico el problema científico que se aborda, de ahí que se estudie la concepción para la enseñanza de la Matemática en Cuba, analizando algunos problemas o insatisfacciones en la formación de los estudiantes que pudieran tener una respuesta a partir de la realización de actividades para el desarrollo de la habilidad resolución de problemas matemáticos por vía aritmética.

1.1 El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en Secundaria Básica.

La Secundaria Básica es de vital importancia en la formación de la nueva generación, en ella se define el futuro del joven, por ello la Unesco la denomina como eje para toda la vida, en este nivel el escolar profundiza en su formación cultural y ciudadana, en su orientación vocacional y formación profesional, de esta manera el proceso de enseñanza aprendizaje que se dirige en los centros docentes deben tener un enfoque formativo integral.

El proceso de enseñanza – aprendizaje ha sido históricamente caracterizado de formas diferentes que van desde su identificación como proceso de enseñanza con un marcado acento en el papel central del maestro como transmisor de conocimientos, hasta las concepciones más actuales en las que se concibe este proceso como un todo integrado en el que se pone de relieve el papel protagónico del estudiante. En este último enfoque se revela como característica determinante la integración de lo cognitivo y lo afectivo, de lo instructivo y lo educativo, como requisitos psicológicos y pedagógicos esenciales (Rico y Silvestre: 1997:69).

Cuando el proceso logra que el estudiante se interese, se convenza de que esos contenidos que le ofrece el profesor le son imprescindibles para su futura actuación como ciudadano de la comunidad donde vive, es que surge la contradicción fundamental del proceso, es decir, la contradicción se transforma de exigencia en necesidad, de una contradicción externa en una interna.

La organización metodológica en cada tarea docente se fundamenta en esta contradicción interna para su desarrollo. Esto implica que el profesor se hace consciente de que el sujeto fundamental del proceso es el grupo estudiantil, que su labor es motivar, desde la etapa informacional hasta la evaluación del aprendizaje.

Los profesores en este nivel de enseñanza han de atender especialmente a la orientación, ejecución y control de actividades de enseñanza-aprendizaje en los niveles de aplicación y creación, pues en muchas ocasiones apelan al auxilio injustificado, resolviendo las dificultades de los estudiantes para solucionar las tareas docentes mediante la ayuda anticipada, donde sus razonamientos vienen a sustituir los de los alumnos, cerrando así las puertas al fomento de sus potencialidades cognitivas y habituándolos a trabajar poco, de manera reproductiva y con un bajo nivel de tensión mental.

Según Labarrere:(1987:38) “El aprendizaje es el proceso mediante el cual se integran conocimientos, habilidades y actividades para conseguir cambios o mejoras de conducta. Por lo tanto, el aprendizaje es una acción que toma el conocimiento (en un sentido amplio) y genera nuevos conocimientos”.

Para Doris Castellanos (2005:24): aprendizaje “es el proceso dialéctico de apropiación de los contenidos y las formas de conocer, hacer, convivir y ser construidos en la experiencia sociohistórica, en el cual se producen como resultado de la actividad del individuo y de la interacción con otras personas, cambios relativamente duraderos y generalizables, que le permiten adaptarse a la realidad, transformarla y crecer como personalidad”.

Muy acertado considera el autor del trabajo la definición dada por Doris Castellanos y la asume, porque en el aprendizaje de la Matemática, que en la Secundaria Básica adquiere un matiz diferente, se trata de integrar una serie de conocimientos, habilidades y actividades que vienen tratándose desde la enseñanza primaria, que le permiten al alumno adaptarse a la realidad, transformarla y crecer como personalidad.

El profesor siempre debe preguntarse antes de presentarse al estudiante:
¿Cómo llevar el material docente hasta la conciencia de los alumnos?

¿Cómo despertar su efectiva actividad cognoscitiva, hábitos y habilidades?

¿Cómo ayudarle a convertir los conocimientos en convicciones?

El proceso de enseñanza - aprendizaje no ha sido lo suficientemente efectivo en la práctica, lo que se evidencia en los resultados obtenidos a través de diagnósticos realizados en la asignatura de Matemática, teniendo en cuenta diferentes niveles de enseñanza.

Esta problemática es motivada por varias razones y una de las causas con mayor responsabilidad, para que no se hayan alcanzado resultados satisfactorios, es precisamente la pobre utilización de los procedimientos didácticos.

El proceso de enseñanza – aprendizaje tiene como propósito esencial contribuir a la formación integral de la personalidad del estudiante, constituyendo la vía mediatizadora fundamental para la adquisición de los conocimientos, procedimientos, normas de comportamiento, valores, es decir, la apropiación de la cultura legada por las generaciones precedentes, la cual hace suya como parte de su interacción en los diferentes contextos sociales específicos donde cada estudiante se desarrolla.

En el desarrollo del proceso, el estudiante aprenderá diferentes elementos del conocimiento: nociones, conceptos, teorías, leyes, que forman parte del contenido de las asignaturas y a la vez se apropiará, en un proceso activo mediante las interacciones con el profesor y con el resto de los estudiantes, de los procedimientos que el hombre ha adquirido para la utilización del conocimiento y por su actuación de acuerdo a las normas y valores de la sociedad en que vive.

La didáctica de la Matemática como disciplina científica se atiene a las leyes generales de la Instrucción y la educación las cuales forman parte del fundamento de todas las ciencias pedagógicas; pero como disciplina particular ha de resolver un conjunto importante de problemas teóricos y prácticos.

Para ello, en la parte teórica debe formular sus principios, describir el proceso de enseñanza – aprendizaje en su interpretación específica para las clases de Matemática

y derivar inferencias acerca de cómo se debe dirigir de manera efectiva este proceso para alcanzar en los estudiantes la educación que la sociedad exige.

La orientación de procedimientos a los estudiantes para el estudio y su actividad, es fundamental para lograr “éxitos en el aprendizaje”, y, por consiguiente, un desarrollo intelectual elevado, que les permiten aprender los conocimientos, desarrollar habilidades y que se formen en el uso de estrategias de aprendizaje que implican procedimientos individuales que se emplean al realizar una determinada tarea.

En el proceso de enseñanza – aprendizaje que tiene lugar en la clase, se debe estimular el desarrollo de estrategias que les permitan a los estudiantes el logro de un proceso de aprendizaje que estimule su desarrollo y asegure la solidez necesaria en la adquisición de los conocimientos.

Para esto hay que tomar un modelo guía:

- ✓ Organizar la lógica interna del contenido del que el estudiante se debe apropiarse.
- ✓ Propiciar la reflexión y comprensión consciente del conocimiento.
- ✓ Propiciar en el estudiante la valoración del contenido y de su propio aprendizaje.
- ✓ Estimular la búsqueda de causas y argumentos y el desarrollo del pensamiento hipotético.
- ✓ La apropiación de un modelo lógico para el aprendizaje, estimulando el aprender a aprender.

Las transformaciones operadas a partir del año 2002 -2003 responden al urgente llamado de renovar concepciones obsoletas arraigadas en relación con los modelos de educación que se venía siguiendo, de forma general.

En consecuencia con las condiciones histórico-sociales en que se dan las transformaciones, el Modelo de Secundaria Básica que se presenta está en correspondencia con los actuales escenarios en que se desarrolla la educación cubana, matizada por los cambios socioeconómicos que se han ido desarrollando de manera vertiginosa en nuestro país.

En este sentido el nuevo modelo persigue como fin la formación básica e integral del adolescente cubano, sobre la base de una cultura general integral que le permita estar plenamente identificado con su nacionalidad y patriotismo.

Las transformaciones operadas sobre la base del objetivo o fin anteriormente abordado condujeron necesariamente a renovar el proceso de enseñanza- aprendizaje de todas las asignaturas. Entre ellas el de la Matemática, que a su vez constituye una de las asignaturas en la cual los estudiantes, no solo de este nivel, sino del nivel primario y preuniversitario de todo el país, presentan mayores dificultades para vencer los objetivos.

Por tanto a partir de la definición de los Objetivos Formativos Generales y por grados para el nivel de Secundaria Básica se precisa el papel de la Matemática como asignatura priorizada, para lograr su vínculo con la vida y su responsabilidad en el desarrollo del pensamiento lógico de los alumnos, como base y parte esencial de la formación comunista, integral y armónica de su personalidad. Ministerio de Educación (2004:3).

En la didáctica de la Matemática en la Secundaria Básica se define, que aprender y enseñar conforman una unidad en la cual a través de la enseñanza se potencia no solo el aprendizaje, sino también el desarrollo.

El proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática es desarrollador, si en cada uno de los estudiantes:

- ✓ Se logra la adquisición de los conocimientos, las habilidades y capacidades matemáticas requeridas para realizar aprendizaje durante toda la vida.
- ✓ Se potencia el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y a la autorregulación.
- ✓ Se promueve el desarrollo integral de la personalidad.

Como asignatura priorizada persigue el sistema de conocimientos y habilidades en cada grado, en séptimo grado va dirigido a la consolidación y sistematización de los

conocimientos y habilidades matemáticas previas, en séptimo grado deben circunscribirse al procesamiento aritmético con números racionales hasta el nivel del tanto por ciento, al igual que noveno grado donde el nivel de complejidad superior se lo imprimen los enfoques y métodos de la asignatura en su conjunto.

Junto a su propósito instructivo no se puede subestimar su contribución a la educación de los estudiantes y a la estimulación de su desarrollo intelectual. La unidad de estas tres instituciones significa conducción didáctica, que tenga en cuenta el diagnóstico sistemático, la asequibilidad de la enseñanza, el aprendizaje activo y el trabajo cooperativo y creador.

Después del análisis realizado se impone recrear la evolución que ha sufrido la Matemática y su importancia en la preparación para enfrentar al hombre a la resolución de problemas.

1.2 La resolución de problemas aritméticos. Su importancia.

La enseñanza de la Matemática posee una larga historia. Desde tiempos muy remotos se le considera una asignatura necesaria para la preparación de las nuevas generaciones.

El estudio y la enseñanza de la Matemática han atravesado etapas muy variadas. En el antiguo Egipto fue sumamente práctica en su contenido y uso. Fue requerida para la medición de los campos, la construcción de las edificaciones, la creación de calendarios y el comercio; contribuyendo notablemente al avance de la civilización egipcia.

Este carácter práctico, se manifiesta en el enfoque y vías de resolución de problemas contenidos en papiros egipcios, anteriores a 1980 (a.n.e) en los cuales se hacen descripciones para la resolución de problemas, que si bien en alguna no expresa resultados exactos, sí dan una aproximación satisfactoria.

La Matemática es un instrumento fundamental para presentar la información bajo formas diversas, que van desde la utilización de un número o letra hasta el uso de diagramas, dibujos geométricos, entre otros.

Siempre ha sido una asignatura útil para todos, pero de interés solo para parte de la población escolar. Mientras pocos la consideran fácil, muchos la valoran de difícil. Su utilidad no es discutida por nadie, de aquí su presencia en los programas escolares de todo el mundo, desde el inicio de la vida escolar.

Todos la necesitan, porque provee los recursos necesarios para enfrentar con éxito los distintos quehaceres de la vida cotidiana, permitiendo conocer la forma, el tamaño de los objetos, la ubicación en el tiempo y espacio, enseña a contar; comparar; medir y realizar operaciones estrictamente necesarias para la convivencia social y además algo fundamental enseña a pensar.

A pesar de la utilidad tan evidente, son muchos los estudiantes que se hacen la siguiente pregunta: ¿Para qué sirve la Matemática que aprendemos en la escuela?

Esto está motivado, porque después de la enseñanza de la Aritmética, que tiene su mayor fuerza en la educación primaria, se tiende a establecer un divorcio casi total entre la enseñanza de la Matemática y su aplicación en la práctica.

La Aritmética “estudia los números, sus propiedades y las operaciones que con ellas se realizan” (Baldor, 1950:33).

Entre los objetivos de la Enseñanza Matemática, se contempla el desarrollo del pensamiento lógico, se refuerzan valores, sirve para la interpretación científica del mundo, permite cuantificar los fenómenos económicos, políticos, sociales, se recopilan datos que reflejan la obra de la Revolución.

Una materia que desarrolla la perseverancia, la constancia, caracteriza una de las conductas más inteligentes del hombre y que más utilidad práctica tiene para la vida misma, cuando obliga a resolver problemas continuamente.

La Didáctica de la Matemática concibe la enseñanza en su legítima aplicación de dirección del aprendizaje, en la que enseñar significa diagnosticar, prever, proyectar, dirigir, orientar, comprobar y valorar.

Por eso, muchos profesores de Matemática expresan repetidamente: “Enseñar Matemática es enseñar a pensar”, ¡qué gran razón esa expresión!, porque en el ámbito de la enseñanza aprendizaje de las ciencias hay que enseñar al estudiante a resolver problemas y, ¿qué es un problema, desde estas concepciones?

”...problema es la tarea cuyo método de realización y cuyos resultados son desconocidos por el estudiante a priori, pero que este, poseyendo los conocimientos y habilidades, está en condiciones de acometer la búsqueda de ese resultado o del método que ha de aplicar” (Danilov y Skatkin., 1981:212).

Por su parte, Marta Álvarez Pérez (2004: 195) define que el...”Problema tiene tres significados implícitos: el de la meta que desea alcanzar, el de obstáculo o conflicto que se debe superar y el de tener sentido, para la persona que lo enfrenta...”

En estos conceptos existe coherencia y se corresponden con la realidad. En todos los casos se hace referencia a que el problema es una contradicción que debe resolverse. Como dijera José Martí (1975; 6: 18) “Resolver el problema después de conocer sus elementos, es más fácil que resolver el problema sin conocerlo [...] conocer es resolver”.

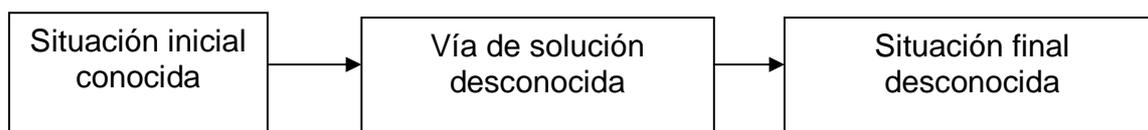
¿Qué se entiende por problema en la enseñanza de la Matemática?

“Problema es una cuestión práctica en la que hay que determinar ciertas cantidades desconocidas llamadas incógnitas, conociendo sus relaciones con cantidad desconocidas llamadas datos del problema” (Baldor, 1950:164).

Alberto Labarrere Sarduy (1980:65) expresa: “que un problema matemático con texto puede considerarse como una exposición en el lenguaje cotidiano, de determinado hecho, proceso u objeto del cual nos dan directamente ciertas características (magnitudes, valores, etc.) y se nos pide (exige) hallar otras, que no son directamente ofrecidas en el enunciado”.

Para Sergio Ballester Pedroso (1992, t 1:407) problema es “un ejercicio que refleja determinada situación, a través de elementos y relaciones del dominio de las ciencias o

la práctica en el lenguaje común y exige los medios matemáticos para su solución. Se caracteriza por tener una situación inicial (elementos, dudas y datos) conocida y una situación final (incógnita, elementos buscados) desconocida mientras que su vía de solución, también desconocida se obtiene con ayuda de procedimientos heurísticos”.



Como se aprecia, en la literatura, existen diversas acepciones del concepto problema atendiendo cada una a diferentes puntos de vista.

En este trabajo se asume la definición dada por Luis Campestrous y Celia Rizo (2002: IX) “problema es toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo”, porque la vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida, cuando es conocida deja de ser un problema.



Ninguna de estas definiciones se contradicen y todas tienen un nivel de generalidad, que permite ser aplicadas a diversas situaciones relacionadas con la enseñanza de la Matemática.

Se consideran las variadas situaciones que los estudiantes deben resolver, como demandas propias de la Matemática, generan por sí solas contradicciones, que requieren de la realización de renovadas acciones para alcanzar el producto final o resultado. Los problemas matemáticos simbolizan una de estas situaciones donde se evidencia esta afirmación.

Esta acepción amplia de problema desde el punto de vista didáctico es muy importante, plantea la necesidad de que haya una situación, pero también de un sujeto interesado en enfrentarla y darle solución.

Significa entonces, que al concebir los problemas como medios para el desarrollo del proceso docente-educativo, es necesario tener en cuenta ambas condiciones, la relativa al objeto y al sujeto.

En la definición dada por L. Campistrous y C. Rizo que se asume en esta investigación, se destacan dos componentes de un problema (nos referimos al problema como objeto, a su presentación), lo dado o planteamiento inicial y lo buscado o exigencia.

Fredy González considera que un problema tiene tres elementos fundamentales, que denomina Elementos Objetivos del Problema y son:

- Condiciones dadas u observadas.

- Condiciones deseadas o metas.

- Operaciones que deben ser ejecutadas para disminuir las discrepancias entre las condiciones deseadas y las observadas.

El tercer elemento es también una condición dada u observada, ya que las operaciones hay que buscarlas; y falta el elemento "exigencia", el cual se considera fundamental.

El autor también se refiere a los elementos subjetivos del problema siguientes:

- a) El individuo debe tener un objetivo deseado y claramente definido;
- b) Estos elementos subjetivos, consideramos están implícitos en la definición de problema que se asume en la investigación.
- c) El individuo se enfrente a una situación cuya solución no es inmediatamente alcanzable.
- d) El sujeto debe poseer capacidad de reflexión.

Para A. Labarrere, (1981:69) la estructura de todo problema matemático está dada por:

-El contenido.

-Las condiciones.

-La exigencia.

El contenido comprende el conjunto de objetos, magnitudes, valores de magnitudes y relaciones que conforman el enunciado. Si el problema tiene texto los objetos son personas, cosas, animales, sucesos, procesos, etc.; si no tiene texto entendemos que los objetos son números, variables, relaciones entre ellos, etc.

Las condiciones son aquella parte del problema que transmite al que lo resuelve, la información inicial acerca del suceso que se desarrolla; en ellas se incluyen los objetos, las relaciones entre magnitudes y los valores que conforman el contenido objetivo del problema.

Se coincide con el autor cuando expresa que junto con este tipo de condiciones hay otras, las derivadas o intermedias, que no se dan explícitamente en el problema y deben ser determinadas, buscadas por el que lo resuelve; estas juegan un importante papel en la búsqueda de la solución y su búsqueda dificulta el proceso de formulación.

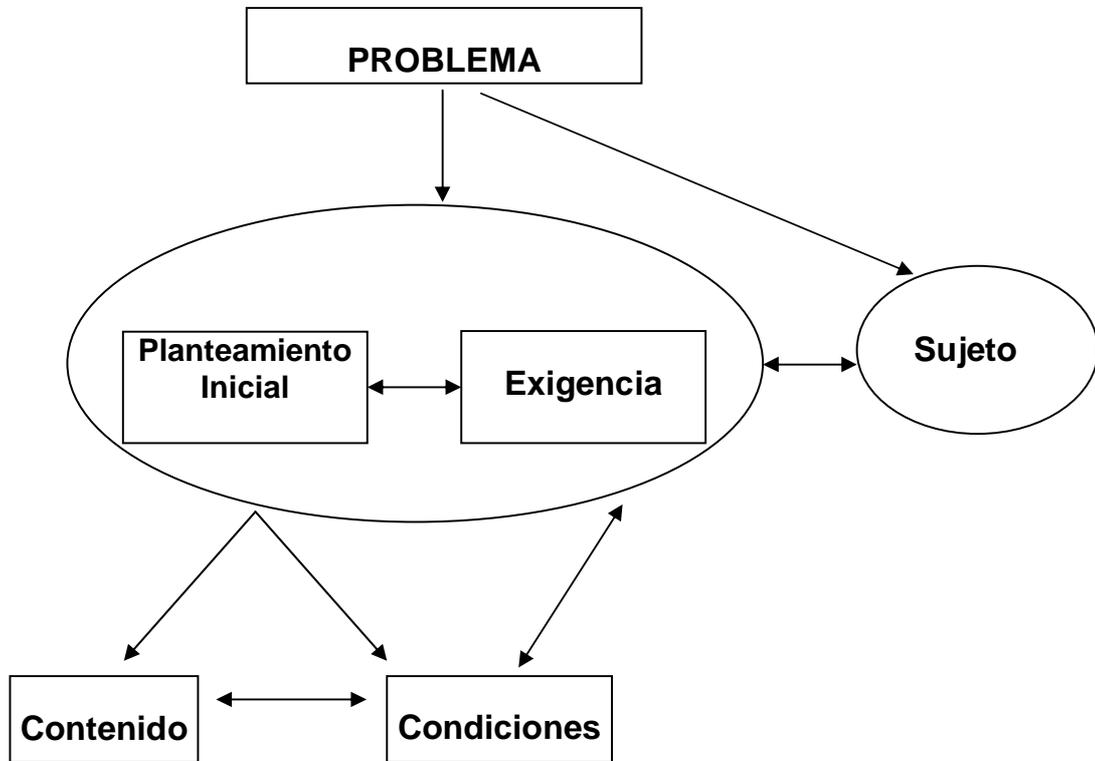
La exigencia, es la parte del problema que especifica el fin u objetivo final a alcanzar por el que lo resuelve. Es un componente central del problema al estar en estricta correspondencia con el resultado que debe obtenerse.

Considerando estos componentes referidos a problema como objeto, componentes objetivos fundamentales de un problema y que incluye los referidos por otros autores, se asumen en este trabajo.

El concepto de problema y sus componentes, son aspectos importantes para la actividad del profesor y de los alumnos en el proceso de solución y formulación de estos.

El siguiente esquema resume los componentes esenciales de un problema.

COMPONENTES DE UN PROBLEMA.



Los problemas constituyen uno de los recursos didácticos más empleados en el proceso de enseñanza – aprendizaje, no solamente en la Matemática, sino en las restantes ciencias, por considerarse uno de los aspectos más efectivos para promover y fortalecer el conocimiento científico.

Históricamente se ha demostrado que el desarrollo de teorías y conceptos matemáticos, casi siempre ha estado motivado por la necesidad de identificar, formular y resolver problemas concretos y desde el punto de vista psicopedagógico, el trabajo con problemas matemáticos constituye una vía idónea para contribuir al desarrollo del pensamiento de los estudiantes.

La pregunta por la cual el estudiante conoce la respuesta de antemano; no es un problema. Tampoco constituye un problema la incógnita, cuya respuesta o solución resulta desconocida al estudiante, quien carece de medios para buscarla.

Otro aspecto a tener en cuenta, es que la persona quiere realmente hacer las transformaciones que le permita resolver el problema, lo que significa que si no está motivado, la situación planteada deja de ser un problema de esta al no sentir el deseo de resolverlo.

“La esencia del trabajo con problemas radica en saber hallarlos, descubrirlos, precisarlos, y sobre todo encontrar su vía de solución” (Ballester, 1992: 11).

Se coincide con el criterio de estos autores, que para encontrar la vía de solución de un problema, se requieren entre otras, dos premisas fundamentales: encontrar los medios matemáticos que intervienen en su solución y determinar la forma, el modo o la manera en que estos medios matemáticos se entrelazan o pueden combinar para hallar la solución, es decir, encontrar la idea que conduce al plan de solución.

La transformación positiva, en cuanto al desarrollo del proceso de enseñanza – aprendizaje, relativo al trabajo con problemas matemáticos, precisa algo más que el reconocimiento de las carencias que existen en la resolución, por lo que se debe

profundizar en el estudio de la identificación de problemas matemáticos, considerando que es muy limitado el análisis teórico que existe al respecto.

El trabajo con problemas, tiene gran importancia en la obtención de conceptos y conocimientos matemáticos, de acuerdo con la concepción materialista en la organización del proceso de conocimientos en la enseñanza.

La habilidad de resolución de problemas se ha convertido en el centro de la enseñanza de la Matemática en la época actual, por lo que es necesario contar con una concepción que ponga en primer plano su tratamiento y a partir de esas ideas centrales es que se debe determinar el contenido de esta.

“Resolver un problema es realizar las operaciones necesarias para hallar el valor de la incógnita o en las incógnitas” (Baldor, 1950:164).

Por otra parte, el concepto resolución de problemas ha sido y es manipulado, tanto en el plano de la investigación como en el de la práctica escolar.

Para Marta Álvarez Pérez (2004:196) Resolución de problemas “es un sinónimo de significados diferentes, como un complejo de materia al final de una unidad, como un medio para obtener un fin, como una habilidad, o como una “situación típica”, es decir, como una situación que se puede estructurar desde el punto de vista metodológico de forma análoga en cada ocasión que se presente en las clases o partes de estas”.

En la actualidad, en el mundo, existen diversas tendencias de cómo enseñar a los estudiantes a resolver problemas y un creciente número de matemáticos se han ocupado del tema.

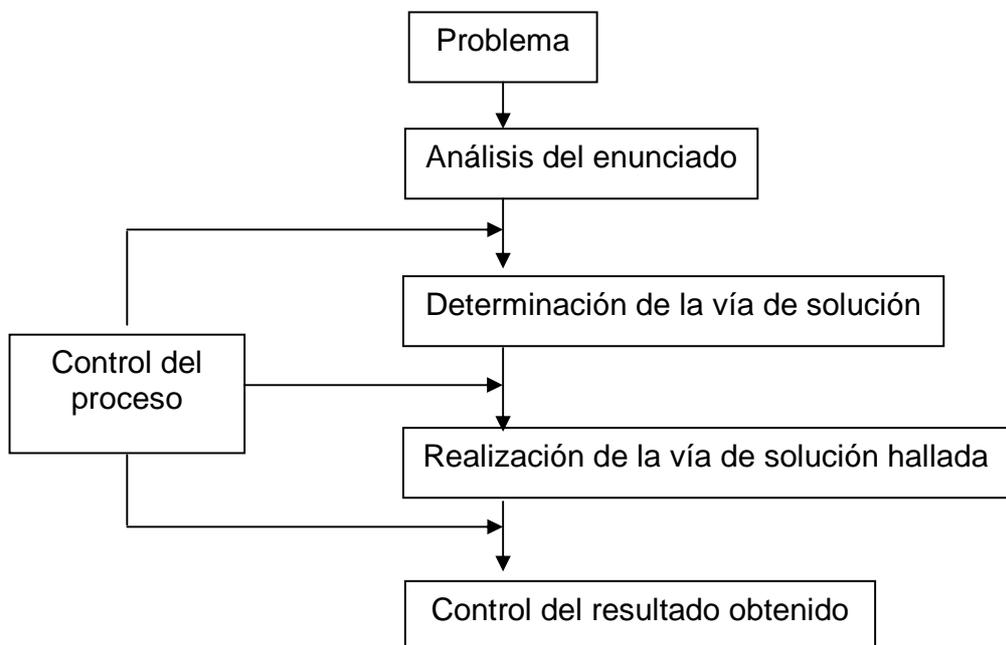
George Polya (1982:19) considera cuatro etapas.

1. Comprender el problema.
2. Concebir un plan.
3. Ejecución del plan.
4. Visión retrospectiva.

Análogamente Werner Jungk (1982:65) considera cuatro etapas:

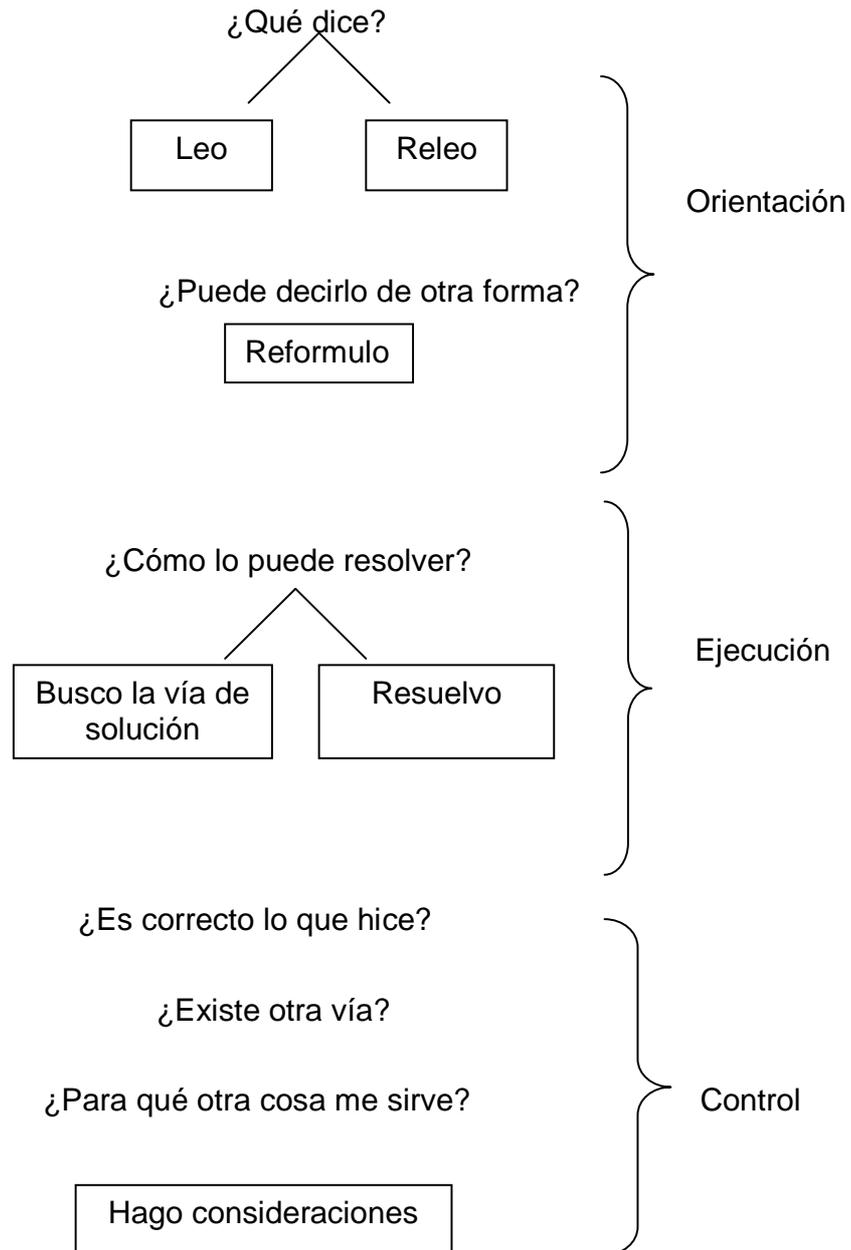
1. Orientación hacia el problema.
2. Trabajo con el problema.
3. Solución del problema.
4. Consideraciones retrospectivas y perspectivas

Por su parte Alberto Labarrere Sarduy (1987:38) hace también consideraciones similares añadiendo en la última fase no solo el control del resultado, sino también de todo el proceso de solución y lo esquematiza de la siguiente forma:



Como se puede apreciar, el esquema básico en todos estos procedimientos es el de Polya, pero se considera que este esquema hay que abrirlo, hay que dar recursos para profundizar en el significado de cada paso y en el quehacer para lograr la meta en cada caso. Por ello, se determina también un proceso generalizado para la solución de problemas, en el cual se parte de las fases conocidas para la solución de problemas y de los procedimientos heurísticos que desde Polya ocupan un lugar apreciable en esta teoría.

Según Luis Campistrous y Celia Rizo (2002:64): el procedimiento de resolución de problemas comprende las fases siguientes, lo cual posibilita las respuestas a preguntas establecidas y sistematiza las técnicas a aplicar en cada caso. Puede verse íntimamente relacionado con los tres momentos fundamentales de la actividad como se ilustra a continuación:



Este procedimiento tiene que ser enseñado a los estudiantes paulatinamente, desde que se inicia la enseñanza de la resolución de problemas. Siempre que se resuelva un

problema deben exigirse los pasos a utilizar hasta que el estudiante interiorice y los fije. Puede apoyarse en materiales ilustrativos con el procedimiento generalizado en carteles, diapositivas hasta lograr su memorización.

Sergio Ballester (1992:411-421) insiste en la resolución de problemas, a partir del programa heurístico general.

Etapas o fases del programa de heurística general.

| Etapas o fases | Temas principales |
|--|--|
| Orientación hacia el problema. | Comprensión de problemas. |
| Trabajo con el problema. | Búsqueda de la idea de solución. |
| Solución del problema. | Representación o ejecución del plan de solución. |
| Evaluación de la solución y de la vía. | Comprobación del resultado obtenido. |

Después de analizado lo anterior, se considera que, el procedimiento más aceptado a la hora de resolver problemas matemáticos, resulta el de Luis Campistrous y Celia Rizo, ya que en este se tienen en cuenta todas las etapas o fases que se deben seguir para una correcta resolución de problemas.

La utilización del programa heurístico es considerado como una estrategia para pensar y crear, entendiéndose así al conjunto de actividades que se realizan con el objetivo de que el estudiante busque, cree y participe de manera activa en la obtención de conocimientos, habilidades y hábitos.

La capacidad de resolver problemas es la característica más clara del pensamiento creador. Es por ello, que los alumnos de séptimo grado están en condiciones de resolver problemas aritméticos, siempre que se sigan con mucho cuidado las técnicas adecuadas.

1.2.1 Papel de la motivación en la resolución de problemas matemáticos.

Entre las condiciones necesarias para la resolución de problemas es imprescindible que el estudiante quiera resolver el problema. Esto significa que al igual que se debe lograr crear en el estudiante determinados motivos o razones para la acción general de estudiar, hay que crearlos para la acción específica de resolver problemas, induciéndolos a la realización consciente y deseada de esa actividad. Los profesores tienen entonces que prever cómo realizar la motivación mediante una serie de acciones para lograr formar motivos positivos en los estudiantes.

Existen varias razones que pueden ser utilizadas por el profesor en su estrategia para la motivación de sus estudiantes en la resolución de problemas prácticos. Entre estas podemos destacar las siguientes:

- El papel de la resolución de problemas matemáticos en situaciones de la vida que presentan muchas veces aspectos cuantitativos que intervienen en el proceso de solución: los conocimientos sobre la resolución de problemas matemáticos son útiles para la vida.
- La función desarrolladora de los problemas y su contribución al desarrollo intelectual del estudiante y específicamente sobre la formación de su pensamiento: la resolución de problemas es una de las actividades más inteligentes del hombre.

En el proceso de formación de motivos para la resolución de problemas no basta con lograr que el estudiante comprenda y valore la utilidad social de esta actividad, sino que es necesario que interiorice la significación que puede tener en el desarrollo de su propia personalidad y realice las valoraciones personales sobre esa significación.

La formación entonces de esos motivos no se logra espontáneamente cuando el estudiante reiteradamente resuelve problemas, sino cuando se estructura adecuadamente su enseñanza mediante actividades realmente motivantes para el estudiante, por lo que depende mucho de la forma en que se estructure el sistema de problemas utilizados en clases y de la manera que el profesor desarrolle las actividades y estimule a los estudiantes durante su trabajo.

Las motivaciones en este campo son llamadas motivaciones extramatemáticas. Para que resulten verdaderamente interesantes los problemas que se propongan con ese fin deben cumplir con algunos requisitos:

- ✓ Estar actualizados.
- ✓ Ajustarse estrictamente a la realidad.
- ✓ Ser asequibles para los estudiantes, sin perder de vista que las dificultades que incluyen deben aumentar cada vez.

1.2.2 Procedimiento generalizado para la resolución de problemas.

En la literatura psicopedagógica se recogen tres momentos o fases fundamentales en el desarrollo de cualquier actividad. Estas son: orientación, ejecución y control.

- ✓ La resolución de problemas, considerada como una actividad, está sujeta a esos tres momentos. En este sentido, la literatura relativa a la enseñanza de la resolución de problemas hace un despliegue de esos tres momentos de la actividad.

Labarrere (1995:38), por su parte, hace también consideraciones similares añadiendo en la última fase no solo el control del resultado, sino de todo el proceso de solución.

Es preciso aclarar que estas etapas no se dan en la práctica de manera independiente sino que en realidad se superponen y se relacionan mutuamente, no obstante esta separación que es puramente didáctica puede constituir una base orientadora para acometer las acciones generalizadas en la solución de problemas.

En la primera etapa los estudiantes deben centrar su atención en la interpretación correcta del problema a partir de su lectura, en este caso es importante extraer los datos y las incógnitas así como establecer los nexos entre lo desconocido y lo que se pide. En la interpretación del problema a través de la lectura tiene lugar casi siempre un proceso analítico-sintético a partir del cual es posible analizar el texto de una manera integradora que permite hacer reformulaciones sobre la situación inicial del problema, también es posible descomponer el problema global en subproblemas más simples que conduzcan a la respuesta final. Según Rubinstein (1985:25) este proceso de análisis y

síntesis es el procedimiento mediante el cual el pensamiento del hombre se enfrenta a la resolución de problemas.

En la segunda etapa se trata de encontrar una vía adecuada para resolver el problema, en ocasiones se impone una traducción del lenguaje común al algebraico para obtener una ecuación que modele el problema. En la búsqueda de la vía de solución los estudiantes pueden auxiliarse mediante el esbozo de esquemas, tablas, gráficas, figuras.

En la tercera etapa se le da solución al problema, ya sea mediante la solución de una ecuación o mediante la realización de determinados cálculos aritméticos, en cualquier caso esta solución debe estar sujeta a una comprobación, la cual debe hacerse con relación a los datos del problema, con esto se debe insistir en que no se trata de verificar si la ecuación ha sido resuelta o no correctamente, lo mismo que los cálculos, ya que aunque esto también debe hacerse, la comprobación debe realizarse con respecto al propio texto del problema. En la comprobación también se debe analizar la factibilidad de la respuestas, analizar si no existen contradicciones, si hay que responder en términos de unidades de magnitudes, analizar si estas son las correctas.

En la cuarta etapa se debe hacer un análisis retrospectivo con respecto a la vía de solución y analizar si existe otra variante más eficiente. Este análisis retrospectivo debe aprovecharse para abordar si es posible generalizaciones en los métodos de trabajo, o sea, relacionar el problema resuelto con otro ya resuelto por una vía análoga, o aprovechar la vía utilizada posteriormente por analogía para resolver otros problemas.

Procedimiento generalizado para la solución de problemas por vía aritmética.

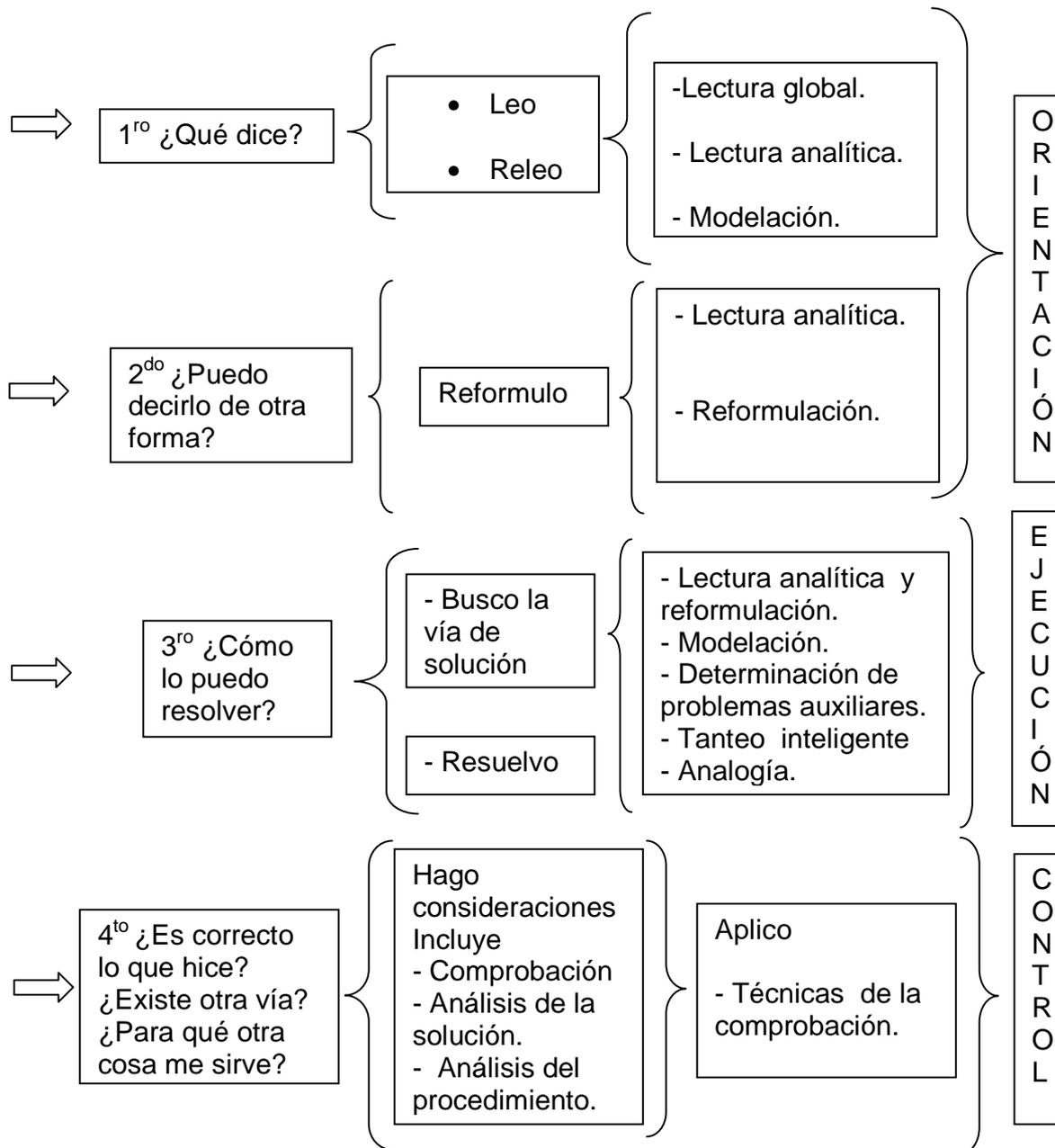
Este procedimiento se fundamenta en las etapas de la actividad sistematizadas desde Leontiev (Orientación, Ejecución y Control), teniendo en cuenta las implicaciones que ella tiene en la resolución de problemas. Para ello se parte de las fases conocidas para la resolución de problemas (comprender el problema, concebir un plan, ejecución del plan y visión retrospectiva) y de los procedimientos heurísticos que desde Polya ocupan

un lugar apreciable en esta teoría, pero se busca el desarrollo de dos líneas fundamentales:

- Completar la teoría de las fases o etapas pues las formas antes referidas resultan demasiado general para la mayoría de los estudiantes.
- Se busca que el estudiante deje de ser “objeto de enseñanza” y pase a ser “sujeto” de su aprendizaje, es decir, describir el procedimiento en acciones para el estudiante, incluidas las técnicas que puede utilizar en cada fase y que en el material han sido descritas también en términos de acciones para el estudiante. De este modo el problema se reduce a buscar vías didácticas para que el estudiante interiorice el procedimiento y no de dar indicaciones al profesor de cómo “dirigir” la resolución de problemas.

El procedimiento en cuestión comprende las siguientes fases que responden a preguntas establecidas y sistematiza las técnicas a emplear en cada caso. En el gráfico que se muestra a continuación se muestran cada una de estas fases.

Procedimiento a utilizar por el estudiante en la resolución de problemas. Según Luis Campistrous y Celia Rizo (2002:63).



Este procedimiento se puede aplicar empleando técnicas de estimulación de desarrollo intelectual tales como:

1.- Técnica de la lectura analítica.

Esta técnica ayuda al estudiante a comprender el problema en la etapa de la orientación y se corresponde con la acción "Releer". También puede ser utilizada en la etapa de "Búsqueda de la idea de la solución". Puede, o debe iniciarse su trabajo desde primer grado, con acciones limitadas dada la naturaleza de los problemas en esas primeras etapas, y contribuye a que los niños pequeños formen los conceptos de "datos", situación inicial, "preguntas o exigencias, entre otras".

Las acciones que componen esta técnica se resumen a continuación:

Para "leer bien":

- Leo con detenimiento e identifico lo conocido y lo desconocido. (¿Qué es lo que conozco y que lo que no conozco?).
- Identifico las condiciones dadas en el problema. (¿Qué me dicen sobre lo que conozco y sobre lo que no conozco?).
- Identifico las relaciones que se establecen entre las partes del problema. (¿Qué tipo de relaciones se establecen entre las partes del problema?).
- Estas relaciones pueden ser de parte y todo, proporcionalidad, transitividad, combinatoria, orden, tanto más o menos que entre otras.
- Si me es útil hago un modelo. (¿Puedo modelar la situación dada?).

2.- Técnica de la reformulación.

Dentro de las etapas de la orientación y ejecución, en las acciones de "reformulo" y "busco la vía de solución", muchas veces es necesario hacer una reformulación de las condiciones o las exigencias del problema de modo que se acerque más al lenguaje propio del estudiante y, en muchas ocasiones, simplificar la formulación inicial haciéndola más comprensible y facilitando encontrar analogía con otros problemas ya

resueltos. El trabajo con esta técnica aunque es propia de los grados del segundo ciclo, debe irse preparando desde los primeros grados, al menos a nivel de “reformulación externa”, enseñando al estudiante a decir con sus propias palabras las condiciones, relaciones, y exigencias contenidas en los problemas con los que trabaja.

Las acciones que comprende esta técnica se resumen a continuación:

Para “Reformular”.

- Intento ver los datos y las condiciones de una forma diferente, es decir, recombinarlos. (¿Puedo asociar de otra forma los datos y las condiciones?)
- Identifico la pregunta en el modelo y me apoyo en él para expresarla de otra forma más clara para mí. (¿Puedo reformular la pregunta?).
- Descompongo la pregunta en otras más elementales.
- Formulo otro problema análogo más comprensible para mí. (¿Puedo reformular de otra manera el problema?)

3.- Técnica de la formulación.

Esta técnica no se utiliza propiamente dentro de las acciones para la resolución de problemas, sino que es propia de los primeros grados con la intención de contribuir a lograr la comprensión del concepto. “Problema” y de las partes que lo componen así como crea condiciones previas importantes para la reformulación en los grados superiores. Las acciones que las componen se resumen a continuación:

Para “Formular un nuevo problema”:

- Busco el tema (¿Sobre qué voy a hacer el problema?).
- Planteo la situación inicial (¿Qué voy a considerar conocido?).
- Formulo una o varias preguntas. (¿Qué quiero saber de lo conocido?).
- Resuelvo el problema. (¿Cómo llego de lo conocido a lo desconocido?).

4.- Técnica de la modelación.

Esta técnica incluye la enseñanza de cuatro tipos de modelos: lineales, tabulares, conjuntitas, y ramificados, y se acompaña de un sistema de problemas que posibilita su uso. Es una de las técnicas más útiles para ayudar a la comprensión y la búsqueda de la idea de la solución, por lo que se utiliza dentro de las acciones de “releo” y de “busco la vía de solución” del procedimiento generalizado.

Las acciones de esta técnica se resumen a continuación:

Para “Modelar”:

- Analizo qué tipo de modelo utilizar. ¿Qué tipo de modelo utilizo?
- Decido por donde voy a comenzar a representar la información. (¿Cómo represento la información?)
- Hago el esquema. Represento.
- Controlo si se corresponde con la situación. ¿Se ajusta la situación?
- Lo analizo para ver si me ayuda a comprender mejor el problema o a encontrar la vía de solución. ¿Qué puedo inferir de él?

5. La técnica de la determinación de problemas auxiliares.

Esta técnica es muy útil en la “búsqueda de la vía de solución” cuando se trata de un problema cuya estructura aritmética esta constituida por subproblemas que deben ser resueltos previamente para poder darle solución a las exigencias finales del problema en cuestión. Debe ser impartida en cuarto grado, aunque desde los primeros grados se pueden crear condiciones para su uso posterior, mediante la reformulación adecuada de los problemas de estructura aritmética simple.

Por el carácter eminentemente heurístico de esta actividad no se formuló en términos de acciones, sino como un procedimiento.

Para “Determinar problemas auxiliares”.

- Hacer un análisis conjunto de lo que dan y de lo que te piden a partir de la pregunta: ¿Qué necesito saber para contestar la pregunta del problema?
- Si no lo sabes, trata de formular un problema auxiliar que puedas resolver con los datos dados y si no puedes repites la pregunta ¿Que necesito saber para...?
- Repite la operación hasta que llegues a un subproblema que si puedas resolver con los datos dados y ¡viras para atrás respondiendo todo lo que no pudiste hacer!

En resumen las acciones de las técnicas expuestas anteriormente se pueden resumir en lo siguiente:

Se parte de lo que se busca, es decir de la pregunta, se contrapone con lo que dan y se buscan relaciones inmediatas entre ambas partes. Si no existen, se “penetra” en el problema mediante una nueva lectura analítica y sucesivos problemas auxiliares, procediéndose “desde afuera hacia dentro” hasta llegar a un subproblema que es el “núcleo” y que se resuelve directamente con los datos dados o con una transformación simple de ellos.

6. La técnica del tanteo inteligente.

Esta técnica se utiliza a nivel de la etapa ejecutora ante la acción “busco la vía de solución” en aquellos tipos de problemas cuya información se puede descomponer en casos, dada su naturaleza y que son analizadas mediante un procedimiento sistemático e inteligente hasta que se encuentra la solución, aunque está prevista para enseñarla a partir de cuarto grado, se pueden crear condiciones en los grados inferiores mediante actividades que se pueden elaborar con el objetivo de que el estudiante aprenda a hacer la separación en casos y el análisis de condiciones.

La búsqueda sistemática de soluciones mediante pruebas sucesivas, si se tienen en cuenta todas las soluciones y la naturaleza de los datos del problema conducen a un número posible de casos a analizar, es una forma tan correcta como cualquier otra

considerada muy Matemática. Incluso en muchos casos, es la vía más racional de solución. Campistrous y Rizo (2002:49).

Las acciones se resumen a continuación:

Para “Tantear”

- Analizo si se pueden considerar casos. (¿Puedo separar en casos?)
- Decido como organizar los casos. (¿Cómo lo organizo?)
- Busco regularidades para reducir, si es posible, los casos. (¿Puedo reducir los casos?)
- Investigo qué casos cumplen todas las condiciones del problema. (¿Cuáles cumplen todas las condiciones?)
- Controlo si consideré todos los casos. (¿Consideré todos los casos posibles?)

7. La técnica de la comprobación.

Esta técnica corresponde a la etapa de control de la actividad dentro de la acción “hago consideraciones”. Debe ser inducida gradualmente desde el primer grado utilizando, en dependencia de la naturaleza del problema, algunas de las siguientes formas:

- Haciendo un estimado previo y comparándolo con el resultado.
- Resolviendo un nuevo problema donde lo desconocido en el problema original sea un dato y se utilicen en su solución relaciones dadas explícitas o implícitamente en el inicial, obteniéndose como resultado un dato original o una relación que por naturaleza del problema este implícitamente dada.
- Realizando la operación inversa a la realizada en el problema original.
- Realizando el problema por otra vía diferente y comprobando los resultados.
- Sistematización de los significados fundamentales de las operaciones aritméticas (sobre la base de la relación “parte-todo”) con los modelos intuitivos correspondientes.

Para establecer el significado práctico de las operaciones aritméticas es muy útil utilizar la relación parte todo. Esta relación es muy elemental, obvia y relaciona al conjunto completo o todo con sus subconjuntos o partes. Esta relación, establecida entre números o cantidades tiene algunas propiedades como:

- La descomposición del todo da lugar a dos o más partes.
- La reunión de todas las partes da como resultado el todo.
- Cada parte es menor que el todo.
- Es importante que se tenga en cuenta que los conceptos de parte y todo son relativos pues en una situación determinada las partes pueden operar a su vez como todo y viceversa.

1.2.3. Algunas barreras que existen para aprender a resolver problemas aritméticos.

Desde la práctica pedagógica, se ha podido apreciar que existen muchas dificultades en los estudiantes para resolver problemas en general, pero muy en especial cuando la vía de solución es aritmética. Se ha comprobado que los significados de las operaciones aritméticas que tienen tanto los estudiantes como los maestros son por sinonimia, es decir conocen una serie de palabras que se utilizan como sinónimos de las acciones de sumar, restar, multiplicar y dividir y que cuando aparecen en el texto de un problema inmediatamente operan como señal para resolverlos utilizando la o las operaciones que le corresponden. En la profundización que se ha realizado sobre la causa de este problema, pueden verse algunas muy importantes relacionadas con la metodología de su tratamiento.

Se ha elaborado un conjunto de técnicas para la resolución de problemas por vía aritmética que son: la técnica de la formulación, la de la modelación, la lectura analítica y la reformulación, de la determinación de problemas auxiliares, del tanteo inteligente y la de la comprobación. Cada técnica está descrita mediante un conjunto de acciones que se formulan en forma aseverativa e incluyen una serie de preguntas meta

cognitivas, en el lenguaje de los estudiantes que recorren el proceso mental que se realiza y constituye a la vez un importante recurso de control de este proceso.

Por lo general, los procedimientos metodológicos que se dan están dirigidos a acciones que debe realizar el maestro, es una metodología de enseñanza y no está dirigida a la búsqueda de procedimientos de actuación para el estudiante. Esto significa que:

- 1- La estimulación es indirecta, mediatizada o mezclada con la acción del maestro, que por lo general enseña cómo se encuentra la solución de un problema específico.
- 2- No se logran formas de actuación generalizada en el estudiante que son muy necesarias pues representan un desarrollo en sí mismas y son aplicables, en general, para la vida.
- 3- Los problemas se utilizan en función de desarrollar habilidades de cálculo y no como objeto de enseñanza en sí mismos. Por otra parte, no enseñan técnicas de trabajo que pueden ser muy útiles en la resolución.
- 4- Los parámetros de dificultad establecidos para los problemas son, por lo general, poco precisos por lo que la graduación no es buena y no siempre posibilitan, por ejemplo, reconocer analogías y establecer relaciones entre problemas ya resueltos.
- 5- En el caso particular de los problemas aritméticos hay que añadir que no se trabajan adecuadamente los significados prácticos de las operaciones aritméticas y, en consecuencia, se abusa de la búsqueda de palabras claves en los textos de los problemas, logrando con esto que los estudiantes traten mediante ellas de “adivinar” qué operación u operaciones deben realizar y cometan muchos errores, unido al poco desarrollo que está práctica provoca. Campistrous y Rizo (2002: X- XI).

Además es importante que cada profesor tenga en cuenta los componentes didácticos y el tipo de tarea docente en correspondencia con el diagnóstico grupal e individual que posee de los estudiantes y con los niveles del desempeño cognitivo de estos para el logro de los objetivos que se propone.

A partir de lo expuesto por compañeros del Ministerio de Educación en documento titulado “Modelo de Escuela Secundaria Básica” (2007: 69): El grado de complejidad con que se debe medir el desempeño cognitivo y al mismo tiempo la magnitud de los

logros del aprendizaje alcanzado en la asignatura Matemática se abordan a través de los siguientes niveles:

Nivel I: En este nivel se consideran los estudiantes que sean capaces de resolver ejercicios formales, eminentemente reproductivos.

Nivel II: Situaciones problemáticas que están enmarcadas en los llamados problemas rutinarios, que tienen una vía de solución conocida, al menos para la mayoría de los estudiantes, que sin llegar a ser propiamente reproductivos, tampoco pueden ser considerados completamente reproductivos .

Nivel III: Problemas propiamente dichos, donde la vía por lo general no es conocida para la mayoría de los estudiantes y donde el nivel de producción en los mismos es más elevado.

Algo importante en la resolución de problemas es la motivación del estudiante para la actividad, es decir, estar interesado en darle solución al problema, en esto los profesores pueden contribuir siendo creativos en la elaboración de problemas de actualidad con datos reales que pueden tomarse de la prensa escrita u otros documentos y que de hecho pueden contribuir, además, a la función formativa de los ejercicios si se analizan datos de la economía, la producción y el deporte, entre otros.

A continuación, se da paso al segundo capítulo dedicado al diagnóstico y a la fundamentación y validación de la propuesta de solución.

CAPÍTULO 2: ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE DIRIGIDAS A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS.

Este capítulo refleja el diagnóstico inicial atendiendo a las necesidades básicas de aprendizaje para el desarrollo de la habilidad resolver problemas aritméticos y la propuesta de actividades a través de las que se pretende llegar al estado deseado.

2.1 Valoración inicial del diagnóstico.

Durante este proceso de investigación se realizaron estudios sobre las características de los estudiantes de Secundaria Básica, así como la documentación pedagógica y psicológica que fundamenta las características de la población y la muestra de la presente investigación. Además se aplicaron instrumentos con el objetivo de explorar el estado real en que se encuentra el problema.

Se aplicó una guía de observación (Anexo 1) para constatar el estado de los estudiantes de séptimo grado en la resolución de problemas aritméticos, utilizando las Técnicas de Estimulación del Desarrollo Intelectual.

Se aplicó una prueba pedagógica inicial (Anexo 2) para comprobar el estado inicial del aprendizaje en la resolución de problemas aritméticos.

Para conocer el estado de desempeño de los estudiantes en los diferentes indicadores se observó su quehacer en 5 clases de consolidación, dando como resultados que existen dificultades con el dominio de los contenidos precedentes. Cuantificando estos resultados se arriba a la conclusión que de los 15 estudiantes escogidos como muestra, solamente 4 de ellos interpretan la situación problémica(26,7%), y solo 5 de ellos elaboran adecuadamente el plan de solución (33,3%), fueron capaces de ejecutar el plan de solución 5 estudiantes (33,3%), analizan adecuadamente los resultados 3 alumnos (20%), solo 5 están motivados para resolver problemas (33,3%), demuestran un adecuado nivel de esfuerzo por resolver problemas 3 estudiantes(20%), mantienen un elevado interés por resolver problemas 5 estudiantes (33,3%). Se puede decir que se les hace difícil relacionarlos con los contenidos que se trabajan en las clases, por

tanto, no logran hacer de forma óptima una lectura analítica del problema, esto trae consigo deficiencias en la comprensión de datos obtenidos, ya que no logran establecer una relación entre lo que se les da en el problema y entre lo que se pide, no saben con exactitud cuáles son los datos y cuál es la incógnita, por ende les resulta muy difícil buscar una vía adecuada para dar solución al problema y después de trabajar en él y llegar a un supuesto resultado no comprueban, si realmente lo obtenido es lógico y está acorde con lo que se pregunta, mostrando desinterés y poco placer por resolver problemas.

Tabla: guía de observación inicial (Ver tabla y gráfico en anexo 4).

| Indicadores a observar | Resultados obtenidos | | | |
|------------------------|----------------------|------|---------------|------|
| | Se observa | | No se observa | |
| | alumnos | % | alumnos | % |
| 1 | 4 | 26,7 | 11 | 73,3 |
| 2 | 5 | 33,3 | 10 | 66,7 |
| 3 | 5 | 33,3 | 10 | 66,7 |
| 4 | 3 | 20 | 12 | 80 |
| 5 | 5 | 33,3 | 10 | 66,7 |
| 6 | 3 | 20 | 12 | 80 |
| 7 | 5 | 33,3 | 10 | 66,7 |

Regularidades de la observación:

Los estudiantes presentan dificultades en:

- La lectura analítica del problema.
- Buscar diferentes vías de solución.
- Comparar con otras vías de solución.
- Comprobar el resultado.

Se aplicó además una prueba pedagógica de entrada para diagnosticar el estado inicial del aprendizaje en la resolución de problemas y se pudo concluir que existe dificultad en la interpretación de una situación problémica, en la elaboración de del plan de solución, en la ejecución del plan de solución, en el análisis de los resultados y en la motivación para resolver problemas aritméticos.

Al aplicar la prueba pedagógica de entrada, se constató que el nivel de interpretación de la situación problémica, se comportó de la siguiente manera: alto 1 (6,7%), medio 4 (26,7%), bajo 10 (66,6%); el nivel de comprensión para elaborar el plan de solución: alto 1 (6,7%), medio 6 (40%), bajo 8 (53,3%); el nivel de asimilación del proceso para la ejecución del plan de solución: alto 5 (33,3%), medio 4 (26,7%), bajo 6 (40%); el nivel de análisis de los resultados: alto 2 (13,3%), medio 2 (13,3%), bajo 11 (73,3%); el nivel de motivación: alto 2 (13,3%), medio 3 (20%), bajo 10 (66,6%).

Regularidades obtenidas de la prueba pedagógica:

Interpretación de situaciones problémicas.

Comprensión para elaborar el plan de solución.

Asimilación del proceso para la ejecución del plan de solución.

Análisis correcto de los resultados.

La motivación para resolver los problemas.

A pesar de las dificultades, se debe destacar que los estudiantes presentan habilidades en el cálculo con números naturales, sobre todo en la suma y multiplicación, son capaces de sentirse motivados a resolver ejercicios de cálculo y representación gráfica, aunque en esta última no logran hacerlo correctamente.

Tabla: Prueba pedagógica de entrada (Ver tabla y gráfico anexo 5).

| INDICADORES | ALTO | | MEDIO | | BAJO | |
|-------------|-------------|------|-------------|------|-------------|------|
| | estudiantes | % | estudiantes | % | estudiantes | % |
| 1 | 1 | 6,7 | 4 | 26,7 | 10 | 66,6 |
| 2 | 1 | 6,7 | 6 | 40 | 8 | 53,3 |
| 3 | 5 | 33,3 | 4 | 26,7 | 6 | 40 |
| 4 | 2 | 13,3 | 2 | 13,3 | 11 | 73,3 |
| 5 | 2 | 13,3 | 3 | 20 | 10 | 66,7 |

2.2 Fundamentación e implementación de actividades de aprendizaje para favorecer la resolución de problemas aritméticos en estudiantes de séptimo grado.

Con esta investigación, se pudo comprobar que existen dificultades en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la resolución de problemas aritméticos en la Secundaria Básica en séptimo grado. En tal sentido, se propone la aplicación de las técnicas de estimulación del desarrollo intelectual a la resolución de problemas aritméticos para elevar el aprendizaje de este contenido por los estudiantes.

Para que esto conduzca de manera acertada, de una forma más activa y sistemática al proceso de aprendizaje, las actividades presentan una estructura asequible, flexible que permiten operar con ellas en diferentes momentos del proceso docente, sin que esto afecte lo establecido.

Las actividades de aprendizaje aprovechan situaciones conocidas por los estudiantes, convirtiendo así a los problemas que tienen que resolver en un reflejo de la realidad, de las relaciones entre objetos, procesos y fenómenos, situando al estudiante en contacto con situaciones que reflejan con objetividad la economía, la política, la sociedad, propiciando también la recopilación de datos. Estas le permiten la aplicación del

procedimiento heurístico general y de técnicas y estrategias que contribuyen al desarrollo del aprendizaje de la resolución de problemas aritméticos.

A los ejercicios en la Matemática se le atribuyen funciones específicas como la instructiva, educativa, de desarrollo y de control. Esta función no se presenta aislada, aunque en determinada actividad aparece realizada su función rectora.

Las actividades están estrechamente relacionadas con los niveles de desempeño de los estudiantes, exigiendo su progresivo desarrollo en el proceso de enseñanza – aprendizaje. Además las actividades están estructuradas sobre la base del programa heurístico general para resolver problemas aritméticos en séptimo grado.

Desde el punto de vista psicológico, estas actividades promueven el desarrollo de la personalidad del estudiante, ya que lo incentiva a expresar sus ideas, aún con la posibilidad de cometer errores, lo que no implica, en modo alguno, que se obvien los errores, ya que los mismos pueden contribuir a la búsqueda de nuevas vías de solución y que pueden dar paso al desarrollo de su creatividad.

Las actividades se conciben a partir de la determinación de las necesidades básicas de aprendizaje del estudiante, con un estilo flexible de solución, que favorece el desarrollo armónico de su personalidad. Es por ello que se considera de suma importancia el concepto de actividad desde el punto de vista psicológico.

Las actividades constituyen procesos subordinados a objetivos o fines conscientes, por lo tanto las mismas incluyen los componentes estructurales de la actividad: su objeto, su objetivo, su motivo, sus operaciones, su proceso y el sujeto que la realiza. El motivo expresa el porque se realiza la actividad, el objetivo indica para qué se lleva a cabo, el objeto es el contenido mismo de la actividad, las operaciones se refieren al cómo se realiza y el proceso a la secuencia de las operaciones, que el sujeto lleva a cabo.

Los componentes funcionales de la actividad: la parte orientadora, la parte de ejecución y la parte de control, las que se encuentran interrelacionadas íntimamente Rico (2003, 44-57).

La parte **orientadora** de la actividad está relacionada con la utilización por el sujeto del conjunto de condiciones concretas necesarias para el exitoso cumplimiento de la resolución de problemas.

Antes de realizar cualquier actividad, es necesario haber comprendido previamente: el motivo de su realización (por qué), con qué objetivo se va a realizar la actividad (para qué), en qué consiste dicha actividad, cómo hay que ejecutarla, cuáles son los procedimientos que hay que seguir (operaciones), en qué condiciones se debe realizar (en qué tiempo, con qué materiales), incluso, es necesario saber en qué forma se va a realizar el control de dicha actividad.

Todo esto conduce a la formación de una imagen de la actividad, de su objeto y resultados, que sirve de guía, de orientación para su posterior ejecución y control.

Por lo tanto, esta parte tiene que incluir, todos los conocimientos y condiciones necesarias en que se debe apoyar la ejecución y el control de la actividad. Debe incluir también la motivación para su realización.

La parte de **ejecución** de la actividad: consiste en la realización del sistema de operaciones, es decir, a través de la parte de ejecución, el estudiante pone en práctica todo el sistema de orientaciones recibidas. Es la parte de trabajo, donde se producen las transformaciones en el objeto de la actividad, ya sea material (tomar notas, emplear los datos, aplicar los pasos para la solución, dar respuestas claras y completas, argumentar la solución) o psíquico (identificar la pertenencia de un objeto a un concepto dado, planificar las influencias educativas, seleccionar métodos de investigación).

La parte de **control**: está encaminada a comprobar si la ejecución de la actividad, se va cumpliendo de acuerdo con la imagen formada y si el producto se corresponde con el modelo propuesto o el resultado esperado. El control permite hacer las correcciones necesarias, tanto en la parte orientadora como en la ejecución de la actividad.

Si se analiza cualquier actividad, cualquiera que sea su complejidad, es fácil darse cuenta que resulta imprescindible que en la misma estén presentes todas las partes de

la actividad, ya que sin ello la actividad no puede ser cumplida. Siempre se requiere una orientación, que garantice al estudiante saber cómo va a ejecutar la actividad y cómo puede conocer y valorar la calidad de la tarea realizada, tanto en su proceso de ejecución, como en sus resultados.

Al analizar la estructura de la actividad, se encuentra que esta transcurre a través de diferentes procesos que el hombre realiza guiado por una representación anticipada de lo que espera alcanzar con dicho proceso.

Esas representaciones anticipadas constituyen objetivos o fines, que son conscientes y ese proceso encaminado a la obtención de los mismos es lo que se denomina acción, es decir, las acciones constituyen procesos subordinados a objetivos o fines conscientes. Por lo tanto, la actividad existe necesariamente a través de acciones. Una misma actividad puede realizarse mediante diferentes acciones y también una misma acción, puede formar parte de diferentes actividades.

Estas actividades se sustentan en las posiciones del materialismo dialéctico e histórico y en la teoría histórica cultural de L.S. Vigostky y se tienen presente las ideas válidas de personalidades de la pedagogía cubana como son Luis Campinrous , Celia Rizo, Pilar Rico Montero y Viviana González Maura.

Las actividades se planifican en correspondencia con las dificultades detectadas en el diagnóstico inicial, debidamente articuladas, teniendo en cuenta las particularidades que las caracterizan para dar cumplimiento a sus objetivos. Las actividades propuestas obedecen a las insuficiencias que tienen los estudiantes de séptimo grado en la resolución de problemas aritméticos.

Según el psicólogo ruso Vigostky: (1987: 98). "Toda actividad responde a un motivo, el cual le da orientación, sentido e intención a la misma".

No existe actividad humana sin motivo, cuando a la actividad que despliega el hombre se le despeja de su motivo, la misma pierde su carácter intrínsecamente humano y se convierte en un factor semejante al sujeto, pues carece de sentido para él.

Precisando, la actividad de aprendizaje existe a través de las acciones (observar atentamente, escribir en la libreta, responder preguntas, realizar tareas, entre otros), de diversas condiciones, vías, procedimientos, la acción transcurre a través de las operaciones, el maestro motiva su actividad, los estudiantes a través de ella satisfacen sus necesidades, el maestro explica bien para que los estudiantes conozcan qué acciones (qué modelo) y realiza las operaciones.

Por su parte deben conocer los componentes funcionales: orientación – ejecución – control para lograr aprendizaje de calidad y niveles de ayuda (González y colectivo de autores: 2001: 96).

Etapa de orientación

Es donde el profesor

- ✓ Propicia que el estudiante establezca nexos entre lo conocido y lo nuevo por conocer.
- ✓ Utiliza preguntas de reflexión y otras vías que orienten al estudiante en el análisis de las tareas y en los procedimientos de solución.
- ✓ Tantea con los estudiantes posibilidades de diferentes vías de solución.
- ✓ Controla como parte de la orientación.

Etapa de ejecución

Es donde el profesor

- ✓ Propicia la realización de las diferentes actividades.
- ✓ Propicia la ejecución de tareas individuales, por pareja por equipos o por grupos favoreciendo con estas últimas los procesos mediadores de socialización.
- ✓ Atiende las necesidades individuales y del grupo como resultado del diagnóstico.

Etapa de control

Es donde el profesor

- ✓ Propicia la realización de actividades de control y valoración individuales por pareja y colectiva, así como el autocontrol y la autovaloración.
- ✓ Utiliza formas variadas de control.
- ✓ Dirige el proceso dándole la posibilidad de expresar sus ideas, sentimientos, plantearse proyectos propios argumentos, no anticipándose a sus juicios y razonamientos.
- ✓ Da atención de hábitos de normas de comportamiento y valores como parte del proceso y orientación valorativa de la personalidad de los estudiantes.

El autor asume esta concepción, porque considera que en la actividad de aprendizaje, es fundamental cumplir con estas etapas, más en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática que debe ser activo, dinámico, reflexivo.

El aprendizaje es una actividad social mediante la cual el sujeto produce y reproduce la experiencia social y se apropia de los modos de relacionarse.

Cada actividad de enseñanza que aspira a lograr un aprendizaje exitoso, se tiene que desarrollar sobre la base de una concepción teórica segura.

Para la realización de actividades hay que estimular a los estudiantes para que puedan asimilar la materia de enseñanza que se fija en los programas y que se selecciona de acuerdo con las necesidades sociales, además para que se desarrollen en correspondencia con los objetivos de la sociedad socialista.

Al planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje debe ser precisado el nivel de apropiación de los conocimientos y habilidades que se pretenden lograr: reconocer determinadas características de un objeto o proceso; reproducir coherentemente las acciones realizadas en clases; utilizar en diversas situaciones con ayuda del profesor,

los conocimientos y habilidades aprendidos; utilizar libremente en la resolución de problemas, los conocimientos y habilidades adquiridos.

Según Pilar Rico Montero, para lograr los tres primeros niveles de apropiación, durante la resolución de las tareas por los estudiantes el profesor ha de atender especialmente a la utilización del lenguaje externo y observar su paulatina reducción.

Con el fin de alcanzar el nivel de creación, es indispensable que los estudiantes hayan abreviado el lenguaje y, sobre esta base, reducido las acciones mentales hasta utilizar independientemente los conocimientos en el lenguaje interiorizado. Los objetivos de la enseñanza han de precisar el nivel de apropiación del contenido, atendiendo al carácter más o menos general de los conocimientos y habilidades que los estudiantes deben asimilar.

Organizar el proceso de enseñanza-aprendizaje fundamentado en estos principios cambia los criterios tradicionales seguidos para la selección de las formas, medios y métodos de enseñanza.

Se pretende que el diseño de la actividad contemple las acciones previstas en los objetivos, que la forma en que se organiza la enseñanza, potencie la interacción y el intercambio entre profesor y estudiante y entre ellos mismos, de modo que permita una construcción conjunta de la orientación. Es necesario que los medios de enseñanza utilizados, sean verdaderos apoyos para el aprendizaje del sujeto y se elaboren niveles de ayuda en función de las necesidades de aprendizaje. Las actividades aprovechan situaciones conocidas por los estudiantes, convirtiendo así a los problemas que tienen que resolver en un reflejo de la realidad, de las relaciones entre objetos, procesos y fenómenos, situando al estudiante en contacto con situaciones que reflejan con objetividad la economía, la política, la sociedad, propiciando también la recopilación e información de datos. Estos les permiten la aplicación del programa heurístico general y de técnicas y estrategias que contribuyen al desarrollo de la habilidad resolver problemas aritméticos.

A continuación se proponen actividades que fueron utilizadas por los estudiantes de la muestra en las clases de repaso dentro del horario del día, con una frecuencia mensual, con el objetivo de elevar la calidad del aprendizaje en la resolución de problemas aritméticos. Cada actividad consta de título, objetivo, orientación metodológica donde se indica la forma de organización del aula, las técnicas participativas y la orientación de la bibliografía, además la norma de evaluación del desempeño. Su orientación fue realizada en la segunda semana de los meses en que se aplicó y su revisión, se efectuó en la cuarta semana. En este trabajo con las actividades de la propuesta, también se tuvo en cuenta: el aseguramiento del nivel de partida, la motivación, la orientación del objetivo, el trabajo con los ejercicios, el control del objetivo y la evaluación.

2.3 Actividades de aprendizaje.

Actividad de aprendizaje # 1

Título: La estimación.

Objetivo: Identificar respuestas lógicas en la resolución de problemas vinculados en la vida práctica donde intervienen diferentes unidades de medidas.

Orientación metodológica: Se les orienta a los estudiantes preguntas con posibles respuestas, para que seleccionen las que consideren correctas, el aula se organiza de forma individual, la técnica participativa empleada es “La lluvia de ideas”, al lanzar la pregunta los estudiantes que tengan una posible respuesta levantarán la mano, se orienta uno que la responda y se debate en colectivo, evaluando las respuestas más creativas. Al final de la misma, se destaca a modo de conclusión la importancia de la estimación y la necesidad de la comprobación a la hora de resolver un problema. Se les orienta a los estudiantes realizar ejercicios de estimación, a partir del libro de texto de sexto grado y del cuaderno complementario de séptimo grado.

Norma de evaluación: Se realiza una evaluación cualitativa: muy bien (MB) si mantiene buena disciplina, está motivado por resolver los problemas, realiza una lectura analítica de calidad, elabora un plan de solución adecuado, aplica correctamente el plan

de solución, no tiene errores de cálculo, comprueba el resultado y da la respuesta; se evalúa de bien (B) cuando mantiene buena disciplina, está motivado por resolver los problemas, realiza una lectura inteligente de calidad, elabora un plan de solución adecuado, aplica correctamente el plan de solución, tiene errores de cálculo, no comprueba el resultado y da una respuesta que no es lógica; se evalúa de mal (M) cuando mantiene buena disciplina, pero comete algunos de los errores siguientes: realiza una lectura inteligente de poca calidad, elabora un plan de solución inadecuado, realiza cálculos incorrectos, no comprueba el resultado y da una respuesta que no es lógica. Si mantiene una disciplina inadecuada, en las categorías de MB y B baja a la inmediata inferior.

Cuestionario

1. Tu mochila pesa 3 Kg. o 3 t.
2. Una vaca puede dar 100 L o 10 L de leche diario.
3. Un muchacho nada 8 Km. o 0,18 Km. sin parar.
4. Luís puede caminar en media hora 1,5 Km. o 150 Km.
5. El resultado al dividir 21 entre 2 es 1,5 o 10,5.
6. Un camión que va lleno de tomates transporta 3 Kg., 3 t o 3 lb.
7. Se necesitan 90,8 viajes o 91 para transportar 545 m^3 de arena en camiones que cargan 6 m^3 de arena.
8. Para trasladar 1 200 cajas pequeñas, de 6 Kg. cada una, se necesita alquilar.
 - Un camión cuya capacidad máxima sea de 6 t.
 - Dos camiones con capacidad de carga de 4 t cada uno.
 - Una camioneta que puede trasladar 1 200 Kg.
 - Dos rastras con capacidad de carga de 24 t cada una.
 - Identifica el valor más apropiado para la masa de un bebé recién nacido:
 - 7g ----- 7 lb. -----7 Kg. -----7 onzas.

Se les brindará información a los estudiantes sobre el resultado de la evaluación de su desempeño.

Actividad de aprendizaje # 2

Título: La utilización de los gráficos.

Objetivo: Representar a través de gráficos operaciones matemáticas para mejorar la comprensión de situaciones dadas en su quehacer diario.

Orientación metodológica: Se les brinda información a los alumnos para que la representen, empleando un gráfico circular, un gráfico de barras, un gráfico poligonal, un modelo conjuntista, un modelo tabular o un modelo ramificado. El aula se organiza en dos equipos y todas las preguntas que se pueden realizar están en tarjetas en la mesa del profesor, la técnica participativa empleada es “El juego de pelota”, que consiste en escoger una tarjeta por un alumno del primer equipo y darle respuesta, si la respuesta es correcta anota una carrera, después se pasa al otro equipo para que escoja su tarjeta y así sucesivamente van rotando los equipos hasta que se completen las nueve vueltas, gana el equipo que más carreras tenga al final. Al concluir, se destaca la importancia de saber representar problemas mediante un gráfico. Se les orienta a los estudiantes realizar ejercicios de representaciones gráficas de situaciones matemáticas, a partir del libro de texto de sexto grado y del cuaderno complementario de séptimo grado.

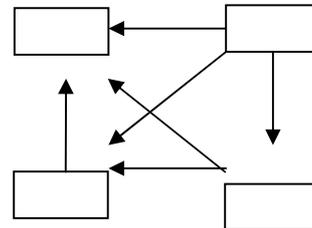
Norma de evaluación: Se realiza una evaluación cualitativa: muy bien (MB) si mantiene buena disciplina, está motivado por resolver los problemas, realiza una lectura analítica de calidad, elabora un plan de solución adecuado, aplica correctamente el plan de solución, no tiene errores de cálculo, comprueba el resultado y da la respuesta; se evalúa de bien (B) cuando mantiene buena disciplina, está motivado por resolver los problemas, realiza una lectura inteligente de calidad, elabora un plan de solución adecuado, aplica correctamente el plan de solución, tiene errores de cálculo, no comprueba el resultado y da una respuesta que no es lógica; se evalúa de mal (M) cuando mantiene buena disciplina, pero comete algunos de los errores siguientes: realiza una lectura analítica de poca calidad, elabora un plan de solución inadecuado, realiza cálculos incorrectos, no comprueba el resultado y da una respuesta que no es lógica. Si mantiene una disciplina inadecuada, en las categorías de MB y B baja a la inmediata inferior.

Representa gráficamente

1. La mitad de un número.

2. La temperatura promedio de un día del mes de junio fue de $32,8^{\circ}\text{C}$., al otro día fue de $34,3^{\circ}\text{C}$. y al tercer día de $34,8^{\circ}\text{C}$, en una ciudad de Cuba.
3. La diferencia de $\frac{4}{9}$ y la unidad.
4. El 25 % de un número.
5. El 75 % del total de caramelos que hay en un paquete.
6. En el grupo 1 de séptimo grado hay 45 estudiantes, en el grupo 2 hay 40 estudiantes y en el grupo 3 hay 35.
7. De los 30 alumnos de un aula, 24 usan espejuelos y 18 relojes ¿Cuántos usan ambas cosa si todos usan al menos uno de ellos?
8. Entre 8 artesanos confeccionan 72 pares de zapatos en una semana. ¿Cuántos artesanos se requieren para que en ese mismo tiempo y a ese mismo ritmo de trabajo se confeccionen 486 pares?
9. Los nietos de un matrimonio que tiene 4 hijos y cada hijo tiene 3 hijos.
10. Ubica los números dados en la tabla en la gráfica de la derecha, de manera que la saeta de la flecha siempre apunte hacia el mayor entre los dos.

| | | | |
|-----|--------|-----|------|
| 4,4 | $19/4$ | 4,8 | 4,85 |
|-----|--------|-----|------|



Se les brindará información a los estudiantes sobre el resultado de la evaluación de su desempeño.

Actividad de aprendizaje # 3

Título: Sopa de palabras

Objetivo: Argumentar sobre la modelación de frases a partir de palabras relacionadas con la resolución de problemas, incrementando así su vocabulario y nivel de conocimientos sobre la resolución de problemas aritméticos.

Orientación metodológica: Se organiza el aula en dos equipos y se les brinda información a los alumnos para que puedan seleccionar en la sopa de palabras, alguna de ellas relacionada con la resolución de problemas, la técnica participativa empleada es “El juego de baloncesto”, que consiste en identificar una palabra vinculada con la resolución de problemas y decir una frase relacionada con ella(1 punto), el otro equipo debe argumentar en qué fase de la resolución de problemas está presente, si la respuesta es correcta obtiene (2 puntos), después se pasa al otro equipo para que busque una palabra, la relacione con una frase y así sucesivamente van rotando los equipos hasta que transcurran 35 minutos, gana el equipo que más puntos tenga al final. Al concluir, se destaca la importancia de saber identificar cada fase de un problema. Se les orienta a los estudiantes resolver 4 problemas, a partir del libro de texto de sexto grado y del cuaderno complementario de séptimo grado.

Norma de evaluación: Se realiza una evaluación cualitativa: muy bien (MB) si mantiene buena disciplina, está motivado por la actividad, realiza una lectura analítica de las palabras con sentido o sin sentido de la sopa de palabras y logra discriminar las que no están relacionadas con las diferentes fases de la resolución de problemas o sabe argumentar con que fase de la resolución de problemas están relacionadas las palabras encontradas; se evalúa de bien (B) cuando mantiene buena disciplina, está motivado por participar en la actividad, realiza una lectura analítica de las palabras con sentido o sin sentido de la sopa de palabras y logra discriminar las que no están relacionadas con las diferentes fases de la resolución de problemas o sabe argumentar con que fase de la resolución de problemas están relacionadas las palabras encontradas; se evalúa de mal (M) cuando mantiene buena disciplina, pero no puede encontrar palabra alguna, no puede decir una frase relacionada con ella o no sabe argumentar sobre la palabra relacionada con la resolución de problemas que le tocó.

En la siguiente sopa palabras busque 10 palabras relacionadas con la resolución de problemas. Si mantiene una disciplina inadecuada, en las categorías de MB y B baja a la inmediata inferior.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | M | H | T | R | A | V | I | A | S | Q | M |
| I | O | M | L | M | I | E | S | H | M | K | R |
| U | T | M | Q | O | I | A | J | I | T | L | E |
| M | I | R | P | R | O | B | L | E | M | A | S |
| A | V | P | O | R | C | I | E | N | T | O | O |
| L | A | P | N | T | O | M | E | V | H | C | L |
| E | C | L | U | R | S | B | R | S | T | O | V |
| C | I | K | M | E | I | D | A | T | O | S | E |
| T | O | L | E | R | D | A | L | C | A | S | R |
| U | N | A | R | I | T | M | E | T | I | C | A |
| R | T | V | O | S | O | L | U | C | I | O | N |
| A | S | H | S | J | B | I | K | L | F | C | N |

Conclusiones:

El profesor pregunta a los alumnos ¿Cuáles son los pasos a seguir en la resolución de problemas aritméticos?

Se premia al equipo que mayor puntuación obtuvo.

Se les brindará información a los estudiantes sobre el resultado de la evaluación de su desempeño.

Actividad de aprendizaje # 4.

Título: Preguntas que ayudan a resolver un problema.

Objetivo: Resolver un problema aritmético vinculado a la vida práctica, aplicando un procedimiento heurístico.

Orientación metodológica: Se les orienta a los estudiantes que van a resolver un problema por vía aritmética con preguntas de apoyo, que los guiarán hacia la respuesta. Teniendo en cuenta las diferentes fases en la resolución de un problema, se desarrollarán sistemas de preguntas heurísticas para llegar a la solución correcta, el

aula se organiza de forma individual, la técnica participativa empleada es “La lluvia de ideas”, al lanzar la pregunta los estudiantes que tengan una posible respuesta levantarán la mano, se orienta uno que la responda y se debate en colectivo, evaluando las respuestas más creativas. Al final de la misma, se destaca a modo de conclusión: la importancia de la búsqueda de la respuesta mediante preguntas dirigidas, ya que enseñan a razonar y a seguir un procedimiento heurístico; así como la necesidad de la comprobación a la hora de resolver un problema. Se les orienta a los estudiantes realizar ejercicios donde sigan este procedimiento, a partir del libro de texto de sexto grado y del cuaderno complementario de séptimo grado.

Norma de evaluación: Se realiza una evaluación cualitativa: muy bien (MB) si mantiene buena disciplina, está motivado por resolver los problemas, si realiza una lectura analítica y siguiendo el sistema de preguntas: elabora un plan de solución adecuado, aplica correctamente el plan de solución, no tiene errores de cálculo, comprueba el resultado y da la respuesta; se evalúa de bien (B) cuando mantiene buena disciplina, está motivado por resolver los problemas, si realiza una lectura analítica y siguiendo el sistema de preguntas: elabora un plan de solución adecuado, aplica correctamente el plan de solución, no tiene errores de cálculo, no comprueba el resultado y da una respuesta que es lógica; se evalúa de mal (M) cuando mantiene buena disciplina, pero comete algunos de los errores siguientes: realiza una lectura analítica de poca calidad, elabora un plan de solución inadecuado, realiza cálculos incorrectos, no comprueba el resultado y da una respuesta que no es lógica. Si mantiene una disciplina inadecuada, en las categorías de MB y B baja a la inmediata inferior.

1. Planteamiento del problema:

Se le propone la lectura del problema

Un hombre ha vivido $\frac{4}{9}$ de su vida soltero, $\frac{1}{6}$ casado y los 21 años restantes viudo.

¿Cuántos años tiene? ¿Cuántos pasó en cada etapa?

El profesor pregunta ¿Puedes resolverlo tú solo?

2. Comprensión del problema.

El profesor orienta la lectura analítica del problema.

El estudiante lee el problema, tantas veces como sea necesario.

El profesor pregunta y el estudiante responde.

El profesor pregunta:

- ¿Cuántas magnitudes o informaciones se trabajan?
- ¿Qué conozco?
- ¿Qué no conozco?
- ¿Qué me dice sobre lo que conozco y sobre lo que no conozco?
- ¿Puedo modelar la situación dada?
- ¿Qué tipo de modelo puedo hacer?

3. Representación gráfica

El profesor pregunta:

- ¿Cómo represento lo que conozco?
- ¿Se ajusta el modelo a la situación?

4. Trabajo con el problema.

-Análisis de la vía de solución

- ¿Las fracciones dadas en los datos tienen el mismo denominador?
- ¿Se puede representar en una misma gráfica?
- ¿Cómo llevarlo a un denominador común?
- ¿Se pueden asociar los datos y las condiciones que dan?
- ¿Qué hace falta para hallar la solución?

-Resolución del problema.

- ¿Qué datos tenemos hasta el momento?
- ¿Podemos resolver el problema mediante un modelo lineal?
- ¿Se puede combinar la modelación con el cálculo y llegar a la respuesta?
- ¿Qué fracción representa los 21 años que ha estado viudo?

5. Comprobar el resultado.

- Evaluación del problema
- ¿Es lógico el resultado?
- ¿Fueron considerados todos los casos posibles?

6. Dar la respuesta

- ¿Cuál es la pregunta?
- ¿Cuál es la respuesta?

Conclusiones:

El profesor pregunta a los alumnos ¿Cuáles son los pasos a seguir en la resolución de problemas aritméticos?

Se les brindará información a los estudiantes sobre el resultado de la evaluación de su desempeño.

Actividad de aprendizaje # 5

Título: Problemas aritméticos.

Objetivo: Resolver problemas aritméticos empleando los procedimientos heurísticos conocidos para lograr un mejor desarrollo del pensamiento lógico.

Orientación metodológica: Se les orienta a los estudiantes resolver problemas por vía aritmética, el aula se organiza en tres equipos, la técnica participativa empleada es “El buzón preguntón”, que consiste en poner una serie de tarjetas con problemas en un buzón para que cada equipo seleccione una al azar y después de revisadas las respuestas de estas repetir el procedimiento, hasta consumir 35 minutos, se orienta a uno que la responda y se debate en colectivo, evaluando las respuestas más creativas. Al final de la misma, se destaca a modo de conclusión la importancia de poseer habilidades en la resolución de problemas y la necesidad de la comprobación a la hora de resolverlos. Se les orienta a los estudiantes resolver problemas, a partir del libro de texto de sexto grado y del cuaderno complementario de séptimo grado.

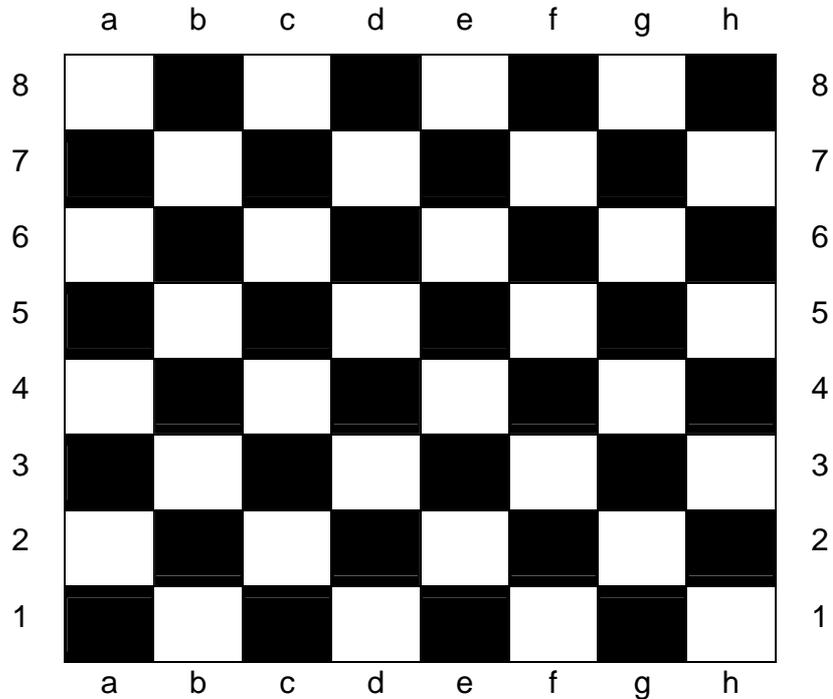
Norma de evaluación: Se realiza una evaluación cualitativa: muy bien (MB) si mantiene buena disciplina, está motivado por resolver los problemas, realiza una lectura analítica de calidad, elabora un plan de solución adecuado, aplica correctamente el plan de solución, no tiene errores de cálculo, comprueba el resultado y da la respuesta; se evalúa de bien (B) cuando mantiene buena disciplina, está motivado por resolver los problemas, realiza una lectura analítica de calidad, elabora un plan de solución adecuado, aplica correctamente el plan de solución, tiene errores de cálculo, no comprueba el resultado y da una respuesta que no es lógica; se evalúa de mal (M) cuando mantiene buena disciplina, pero comete algunos de los errores siguientes: realiza una lectura analítica de poca calidad, elabora un plan de solución inadecuado,

realiza cálculos incorrectos, no comprueba el resultado y da una respuesta que no es lógica. Si mantiene una disciplina inadecuada, en las categorías de MB y B baja a la inmediata inferior.

Problemas

1. Un pez pesa 20 libras, la cabeza y el cuerpo pesan 15 libras, el cuerpo y la cola 17 libras, y la cola y la cabeza 8 libras. ¿Cuál es el peso de cada parte?
2. Un profesor de Matemática le indica a sus alumnos una tarea el primer día, un alumno realizó $\frac{1}{8}$ de los ejercicios propuestos, el segundo día realizó $\frac{4}{7}$ del resto, quedándole por realizar 12 ejercicios. ¿Cuántos ejercicios dejó el profesor de tarea?
3. En los últimos años se perdieron en América del Sur 190 000 000 de hectáreas de bosques naturales, lo cual representa aproximadamente el 45% de las hectáreas perdidas de todo el mundo. ¿Cuántas hectáreas de bosques naturales se perdieron en el mundo en los últimos años?
4. Un empleado de la Empresa Eléctrica informó a la mamá de Carlos que el consumo eléctrico ascendía a 162 kWh, Carlos que estaba oyendo, antes que el empleado dijera el importe, lo calculó, pues él sabía que cada kiloWatt – hora se cobra a \$ 0,09 hasta los 100 primeros, a \$0,30 de 101 a 150 kWh y a \$0,40 de 151 a 200 kW h.
 - a) ¿Cuánto debió pagar en ese mes la mamá de Carlos?
_____ \$ 14,58 _____ \$28,80 _____ \$2,88 _____ \$28,00
 - b) Si la mamá de Carlos había designado \$30,00 al pago de la electricidad, ¿cuánto le quedó?

5. La figura muestra un tablero de ajedrez.



- a)- ¿Qué por ciento representan las casillas de la diagonal sombreada respecto al total?
- b)- Si se conoce que el área de cada casilla es de $1,0 \text{ u}^2$ determina el área que ocupan las casillas sombreadas en la parte superior derecha y delimitadas por la columna f, y por la fila 6.

6. La tabla muestra la edad de 5 niños que participaron en un evento. Si la media de las edades de ellos es 9, entonces el dato que falta en la tabla es:

- 1) ____ 7
- 2) ____ 9
- 3) ____ 12
- 4) ____ 11

| | | | | |
|-------------------|---|---|----|---|
| Edades | 7 | 8 | 10 | |
| Cantidad de niños | 1 | 2 | 1 | 1 |

Conclusiones:

El profesor pregunta a los alumnos ¿Cuáles son los pasos a seguir en la resolución de problemas aritméticos?

Se les brindará información a los estudiantes sobre el resultado de la evaluación de su desempeño.

Actividad de aprendizaje # 6

Título: Entrena y ganarás.

Objetivo: Resolver problemas aritméticos para fijar las habilidades que contribuyen al desarrollo del pensamiento lógico.

Orientación metodológica: Se les orienta a los estudiantes resolver problemas por vía aritmética, el aula se organiza por parejas, la técnica participativa empleada es “El concurso”, que consiste en entregar una hoja de trabajo con los problemas para que los resuelvan por dúos, para ello cuentan con 35 minutos, el profesor controla el desempeño de cada dúo y brinda la ayuda necesaria. Al final de la actividad, se destaca a modo de conclusión la importancia de poseer habilidades en la resolución de problemas y la necesidad de la comprobación a la hora de resolverlos. Se les orienta a los estudiantes resolver problemas, a partir del libro de texto de sexto grado y del cuaderno complementario de séptimo grado. Se menciona la pareja más destacada.

Norma de evaluación: Se realiza una evaluación cualitativa a cada dúo: muy bien (MB) si mantienen buena disciplina, están motivados por resolver los problemas, realizan una lectura analítica de calidad, elaboran un plan de solución adecuado, aplican correctamente el plan de solución, no tienen errores de cálculo, comprueban el resultado y dan la respuesta; se evalúa de bien (B) cuando mantienen buena disciplina, están motivados por resolver los problemas, realizan una lectura analítica de calidad, elaboran un plan de solución adecuado, aplican correctamente el plan de solución, no tienen errores de cálculo, no comprueban el resultado y dan una respuesta que no es lógica; se evalúan de mal (M) cuando mantienen buena disciplina, pero cometen algunos de los errores siguientes: realizan una lectura analítica de poca calidad, elaboran un plan de solución inadecuado, realizan cálculos incorrectos, no comprueban

el resultado y dan una respuesta que no es lógica. Si mantiene una disciplina inadecuada, en las categorías de MB y B baja a la inmediata inferior.

1. La tabla siguiente expresa el precio promedio nacional de algunos productos en los mercados agropecuarios en el año 2009.

| Productos | Pesos / libras |
|------------------|-----------------------|
| Boniato | 0,75 |
| Yuca | 0,50 |
| Plátano | 0,55 |
| Tomate | 0,70 |
| Cebolla | 3,35 |
| Ajo | 6,80 |
| Calabaza | 0,80 |
| Col | 0,45 |
| Arroz | 3,50 |
| Frijol | 5,60 |
| Naranja | 0,55 |
| Fruta Bomba | 1,30 |

a)-Si compras 10 libras de arroz, 6 de boniato, 4 de ajo y 2 de cebolla y pagas con un billete de \$100,00. ¿Cuánto te devuelven?

2. Tenemos 90 m de cinta y damos cuatro cortes para dividirla en partes iguales. El primer pedazo se vende a \$4,50 cada m, el segundo pedazo a \$6,00 el metro y el resto a \$5,50 el metro. ¿Cuánto se obtiene por la venta?

3. El rendimiento promedio de siete caballerías de arroz es de 700 quintales. Después que se cosechó una caballería, el rendimiento promedio de las restantes fue de 690 quintales. ¿Cuál fue el rendimiento de la caballería cosechada?

4. Una de las aulas de una escuela deportiva, tiene 14 alumnos que compiten en atletismo, 25 en natación y 8 solo en baloncesto. De los alumnos que compiten en atletismo y natación hay 9 que compiten ambos deportes. ¿Cuántos compiten solo en natación y cuántos solo en atletismo?, ¿Cuántos alumnos hay en total en el aula?, ¿Qué técnica aplicó? Argumenta el procedimiento aplicado en cada etapa.
5. Dado el siguiente problema. “Todas las latas que había en un almacén se distribuyen en 143 cajas. Todas las cajas tenían igual número de latas, como resultaba imposible cargar todas las cajas en un camión, se vaciaron 11 cajas y se repartió su contenido entre las otras cajas. Ahora cada una de las cajas que quedan tiene dos latas más. ¿Cuántas latas hay en total?
- 1) ___ 3 136 2) ___ 3 168 3) ___ 264 4) ___ 3 432

Conclusiones:

El profesor pregunta a los alumnos ¿Cuáles son los pasos a seguir en la resolución de problemas aritméticos?

Se les brindará información a los estudiantes sobre el resultado de la evaluación de su desempeño.

Actividad de aprendizaje # 7

Título: Consolidación sobre los problemas aritméticos.

Objetivo: Resolver problemas aritméticos, que contribuyan a la preparación para la vida.

Orientación metodológica: Se les orienta a los estudiantes resolver problemas por vía aritmética, el aula se organiza por tríos, la técnica participativa empleada es “El árbol matemático”, que consiste en traer al aula una maceta con un pequeño árbol plantado en ella, de donde están pendiendo varias tarjetas de color azul, rojo y verde, cada equipo selecciona un color y después va hasta la mesa del profesor donde están las tarjetas que pertenecen a cada color con un número asignado y cada una contiene un problema para resolverlo por la vía aritmética para ello cuentan con 35 minutos, el profesor controla el desempeño de cada trío y brinda la ayuda necesaria. Al final de la actividad, se destaca a modo de conclusión la importancia de poseer destreza en la resolución de problemas y la necesidad de la comprobación a la hora de resolverlos.

Se les orienta a los estudiantes resolver problemas, a partir del libro de texto de sexto grado y del cuaderno complementario de séptimo grado. Se menciona el trío más destacado.

Norma de evaluación: Se realiza una evaluación cualitativa a cada trío: muy bien (MB) si mantienen buena disciplina, están motivados por resolver los problemas, realizan una lectura analítica de calidad, elaboran un plan de solución adecuado, aplican correctamente el plan de solución, no tienen errores de cálculo, comprueban el resultado y dan la respuesta; se evalúa de bien (B) cuando mantienen buena disciplina, están motivados por resolver los problemas, realizan una lectura analítica de calidad, elaboran un plan de solución adecuado, aplican correctamente el plan de solución, no tienen errores de cálculo, no comprueban el resultado y dan una respuesta que no es lógica; se evalúan de mal (M) cuando mantienen buena disciplina, pero cometen algunos de los errores siguientes: realizan una lectura analítica de poca calidad, elaboran un plan de solución inadecuado, realizan cálculos incorrectos, no comprueban el resultado y dan una respuesta que no es lógica. Si mantiene una disciplina inadecuada, en las categorías de MB y B baja a la inmediata inferior.

1. ¿Cuántos turistas pueden tomar asientos en 12 ómnibus, si en cada uno caben 48 personas, incluido el guía, el chofer y el ayudante?

- (1) ---- 576 (2) ---- 51 (3) ---- 540 (4) ---- 612

2. Elabora un problema, a partir de 6 ómnibus, si en cada uno caben 24 personas incluido el guía, el chofer y el ayudante.

3. Di cuáles de las proposiciones siguientes son verdaderas.

El número "Cien millones cuatrocientos veintiséis mil uno".

(1) --- Tiene un 4 en el lugar de las centenas de millar.

(2) --- Tiene 100 centenas de millar.

(3) --- Se escribe 100 426 001.

(4) --- Su sucesor es un número divisible por 6 pero no por 9.

(5) --- Empleando los dígitos del número dado y repitiéndolos sucesivamente en ese orden 7 veces se hizo una lista de 63 elementos.

Ejemplo A = {100426001100426001...} Entonces, el dígito que ocupa el lugar cuadragésimo octavo es un cero.

4. De un destacamento pioneril, formado por 45 alumnos fueron $\frac{2}{3}$ al concurso de

Matemática y aprobó el 80 % de los presentados. ¿Cuántos desaprobados hubo?

5. En la tabla aparece una muestra de la cantidad de cederistas que hay en 12 familias del CDR de un Consejo Popular. La media de cederistas por familia es:

(1) --- 4

(2) --- 1,5

(3) --- 4,5

(4) --- 3

| Cantidad de cederistas | Frecuencia. |
|------------------------|-------------|
| 3 | 4 |
| 4 | 5 |
| 5 | 2 |
| 6 | 1 |

6. Un pionero decide hacer un recorrido en bicicleta, recorriendo en 3 días 31 km. Si el primer día recorrió el triple de lo que recorrió el tercer día y el segundo día recorrió 4 Km. menos que el tercer día. Se puede afirmar que:

1) --- El primer día recorrió 7 Km.

2) --- El segundo día recorrió 3 Km. más que el tercer día.

3) --- El primer y tercer día recorrió la misma cantidad de kilómetros.

4) --- El segundo día recorrió 3 km.

Conclusiones:

El profesor pregunta a los alumnos ¿Cómo procederían para resolver el siguiente problema?

¿De qué número es 30 el 20 por ciento?

Se les brindará información a los estudiantes sobre el resultado de la evaluación de su desempeño.

Actividad de aprendizaje # 8

Título: ¡Ya sé resolver problemas aritméticos!

Objetivo: Resolver problemas aritméticos para forjar valores de constancia, esfuerzo y sacrificio que contribuyen a la preparación para la vida.

Orientación metodológica: Se les orienta a los estudiantes resolver problemas por vía aritmética, el aula se organiza de manera individual, la técnica participativa empleada es “La comprobación”, que consiste en aplicar un examen sobre problemas aritméticos y para ello cuentan con 45 minutos, el profesor controla que el trabajo sea realizado de manera individual y sin niveles de ayuda. Al final de la actividad, se destaca a modo de conclusión la importancia de poseer habilidades en la resolución de problemas. Se les orienta a los estudiantes resolver problemas, a partir del libro de texto de sexto grado y del cuaderno complementario de séptimo grado. Se mencionan los tres alumnos de mejores notas.

Norma de evaluación: Se realiza una evaluación cualitativa a cada uno: muy bien (MB) si mantienen buena disciplina, está motivados por resolver los problemas, realiza una lectura analítica de calidad, elabora un plan de solución adecuado, aplica correctamente el plan de solución, no tienen errores de cálculo, comprueba el resultado y da la respuesta; se evalúa de bien (B) cuando mantiene buena disciplina, está motivado por resolver los problemas, realiza una lectura analítica de calidad, elabora un plan de solución adecuado, aplica correctamente el plan de solución, no tiene errores de cálculo, no comprueba el resultado y da una respuesta que no es lógica; se evalúa de mal (M) cuando mantiene buena disciplina, pero comete algunos de los errores siguientes: realiza una lectura analítica de poca calidad, elabora un plan de solución inadecuado, realiza cálculos incorrectos, no comprueba el resultado y da una respuesta que no es lógica. Si mantiene una disciplina inadecuada, en las categorías de MB y B baja a la inmediata inferior.

1. Escribe el número par que cumple con las siguientes condiciones simultáneamente:
 - Tiene 87 centenas.

- El dígito que ocupa el lugar de las unidades sobrepasa en tres al que ocupa el lugar de las decenas.

- En la división por tres deja resto cero.

(1) --- 87036 (2) ---8714 (3) ---8796 (4) ---8736.

2. Con 10 lb. de azúcar y 2 L de jugo de frutabomba, se pueden preparar 20L de vino de buena calidad ¿Cuánto vino, aproximadamente, se puede preparar con 32 lb. de azúcar y 6,4 L de jugo?

3. En la tabla se representan las cantidades de alumnos de una secundaria básica que participaron en el concurso de Matemática.

| | | | | | |
|------------------------|---|---|---|---|----|
| Calificación en puntos | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Cantidad de alumnos | 4 | 3 | 7 | 5 | 1 |

El promedio de las calificaciones obtenidas fue de:

(1) ----8 puntos (2) --- 7,8 puntos (3) --- 7 puntos (4) --- 7,4 puntos.

4. Se echa $\frac{5}{8}$ litros de agua en una botella y se marca el nivel alcanzado, se invierte la botella y se deja salir agua hasta que llegue al nivel marcado. Si se sabe que salió $\frac{1}{2}$ litro de agua. ¿Cuál es la capacidad de la botella?

5. A un herrero le trajeron 5 trozos de cadena, de tres eslabones cada uno y le encargaron que los uniera formando una cadena contigua. Antes de poner manos a la obra, el herrero comenzó a meditar sobre el número de eslabones que tendría necesidad de abrir y forjar de nuevo. Decidió que le haría falta abrir y cerrar cuatro anillos. ¿Es posible ejecutar este trabajo abriendo y forjando un número menor de anillos?



Conclusiones:

El profesor pregunta a los alumnos ¿Cómo procedieron al resolver cada problema aritmético?

Se les brindará información a los estudiantes sobre el resultado de la evaluación de su desempeño.

2.4 Validación de los resultados.

Después de aplicada la propuesta de actividades, se aplicaron nuevamente los instrumentos: guía de observación y la prueba pedagógica de salida. A continuación se presenta el análisis de los resultados obtenidos.

Se aplicó una guía de observación (Anexo 1) para constatar el estado de los estudiantes de séptimo grado en la resolución de problemas aritméticos, utilizando las Técnicas de Estimulación del Desarrollo Intelectual.

Se aplicó una prueba pedagógica inicial (Anexo 3) para comprobar el estado inicial del aprendizaje en la resolución de problemas aritméticos.

Para conocer el estado de desempeño de los estudiantes en los diferentes indicadores se observaron 5 clases de consolidación (Ver guía de observación, Anexo 1), dando como resultados que existe una mejora en la habilidad resolver problemas: en la interpretación de situaciones problémicas, en el nivel de comprensión para elaborar el plan de solución, en la asimilación para la ejecución del plan de solución, en el nivel de análisis de los resultados, en la motivación, en el nivel de esfuerzo y en el nivel de interés. Los estudiantes logran hacer con calidad una lectura analítica del problema, esto trae consigo una mejor comprensión de ¿Qué le dan? Y ¿Qué le piden?, ya que logran establecer una relación entre lo que se les da en el problema y entre lo que se pide, saben con bastante exactitud cuáles son los datos y cuál es la incógnita, por ende no les resulta muy difícil buscar una vía adecuada para dar solución al problema y después de trabajar en él y llegar al resultado, realizan la comprobación, verifican si realmente lo obtenido es lógico y está acorde con lo que se pregunta, muestran interés y placer por resolver problemas.

Cuantificando estos resultados se arriba a la conclusión que de los 15 estudiantes escogidos como muestra, 13 de ellos interpretan correctamente la situación problémica (86,7%), 15 de ellos elaboran adecuadamente el plan de solución (100%), 12 fueron

capaces de ejecutar el plan de solución adecuadamente (80%), 9 analizan adecuadamente los resultados (60%), 13 están motivados para resolver problemas (86,7%), 13 demuestran un adecuado nivel de esfuerzo por resolver problemas (86,7%), 13 mantienen un elevado interés por resolver problemas (86,7%).

Tabla: Guía de observación final (Ver tabla y gráfico en anexo 6).

| Indicadores a observar | Resultados obtenidos | | | |
|---------------------------|----------------------|------|---------------|------|
| | Se observa | | No se observa | |
| | estudiantes | % | estudiantes | % |
| 1 | 13 | 86,7 | 2 | 13,3 |
| 2 | 15 | 100 | 0 | 0 |
| 3 | 12 | 80 | 3 | 20 |
| 4 | 9 | 60 | 6 | 40 |
| 5 | 13 | 86,7 | 2 | 13,3 |
| 6 | 13 | 86,7 | 2 | 13,3 |
| 7 | 13 | 86,7 | 2 | 13,3 |

Se aplicó además una prueba pedagógica de salida para diagnosticar el estado final del aprendizaje de la resolución de problemas en el pre-experimento y se pudo concluir que existen avances significativos para hacer representaciones gráficas, para resolver problemas, los estudiantes son capaces de extraer con claridad los datos, buscar una correcta vía de solución para resolver el problema, llegan a hacer un modelado, también mejoraron en el cálculo con números fraccionarios, comprueban el resultado y escriben una respuesta literal.

Al aplicar la prueba pedagógica de salida, se constató que el nivel de interpretación de la situación problémica, se comportó de la siguiente manera: alto 9 (60%), medio 4 (26,7%), bajo 2 (13,3%); el nivel de comprensión para elaborar el plan de solución: alto 12 (80%), medio 2 (13,3%), bajo 1 (6,7%); el nivel de asimilación del proceso para la ejecución del plan de solución: alto 13(86,6%), medio 1(6,7%), bajo 1 (6,7%); el nivel de

análisis de los resultados: alto 12 (80%), medio 2 (13,3%), bajo 1 (6,7%); el nivel de motivación: alto 9 (60%), medio 4 (26,7%), bajo 2 (13,3%).

Tabla: Prueba pedagógica de salida (Ver tabla y gráfico en anexo 7).

| INDICADORES | ALTO | | MEDIO | | BAJO | |
|-------------|-------------|------|-------------|------|-------------|------|
| | estudiantes | % | estudiantes | % | estudiantes | % |
| 1 | 9 | 60 | 4 | 26,7 | 2 | 13,3 |
| 2 | 12 | 80 | 2 | 13,3 | 1 | 6,7 |
| 3 | 13 | 86,6 | 1 | 6,7 | 1 | 6,7 |
| 4 | 12 | 80 | 2 | 13,3 | 1 | 6,7 |
| 5 | 9 | 60 | 4 | 26,7 | 2 | 13,3 |

Los resultados obtenidos en la prueba pedagógica final, permitieron constatar la efectividad de las actividades aplicadas a los estudiantes demostrando la apropiación de habilidades en la resolución de problemas aritméticos, ya que un mayor número de estudiantes logró:

Interpretar situaciones problémicas adecuadamente.

Comprender cómo elaborar el plan de solución.

Asimilar adecuadamente el proceso para la ejecución del plan de solución.

Analizar correctamente los resultados obtenidos.

La motivación para resolver los problemas.

Se puede plantear que después de planificar y aplicar las diferentes actividades, aunque no se logró el 100% en los resultados de todos los indicadores, si se aprecian en términos cuantitativos y cualitativos avances significativos en la habilidad resolución de problemas, al respecto se puede destacar que:

➤ El mayor por ciento de la muestra logró comprender los problemas.

- El mayor por ciento de la muestra logró hacer la representación gráfica de cada problema aritmético.
- La mayor parte de la muestra logró ejecutar el plan de solución de cada problema de manera correcta.
- La mayor parte de los estudiantes muestreados analizaron adecuadamente los resultados.
- La mayor parte de la muestra, se sintieron motivados para realizar las actividades y obtener un resultado correcto.

Como arrojan los resultados de los instrumentos, el avance del estado inicial del problema al estado de cierre fue muy significativo, se demostró que con la aplicación de las actividades, se logró que en la mayoría de los estudiantes de séptimo grado, se desarrollara la habilidad resolver problemas. Los mismos, demostraron disposición para realizar las actividades al asumir con mayor compromiso, constancia y responsabilidades el desempeño en las mismas, lo que confirma la validez, la aplicabilidad y pertinencia de la propuesta (Ver comparación de resultados de la observación inicial y final anexo 8).

CONCLUSIONES

La valoración de los fundamentos teóricos referentes al problema objeto de estudio, admite reconocer que la resolución de problemas no puede convertirse en la realización de actividades tradicionales, sino en un proceso en que el estudiante haga suyo las formas de acción y se inicien en la sistematización continua de conocimientos y habilidades, incluyendo dentro de estas últimas los procedimientos heurísticos que faciliten la búsqueda de vías de solución a problemas aritméticos.

Los instrumentos aplicados y la práctica pedagógica diaria corroboran que los estudiantes de séptimo grado de la ESBU "Mártires de la Familia Romero" presentan insuficiencias en el aprendizaje, en cuanto a la resolución de problemas aritméticos lo cual hace que no aplican las técnicas de estimulación del desarrollo intelectual, no obstante se comprobó que estos tenían conocimientos de los contenidos precedentes.

Las actividades propuestas fueron diseñadas esencialmente para contribuir al aprendizaje de la resolución de problemas aritméticos, responden al problema científico detectado, y permitieron motivar a los estudiantes al situarlos en contacto con situaciones que reflejan con objetividad la economía, la política y la sociedad, más cercana a su entorno. Las actividades lograron la asimilación del procedimiento dirigido a resolver problemas aritméticos, mediante la realización de actividades cada vez más complejas.

La aplicación de las actividades, en la práctica pedagógica, mostró el paso de los estudiantes de séptimo grado de la ESBU "Mártires de la Familia Romero", hacia niveles superiores en el desarrollo de la habilidad resolución de problemas aritméticos, pues estas permitieron la sistematización de las técnicas de estimulación del desarrollo intelectual, desarrollaron habilidades investigativas y despertaron el interés por el conocimiento. La validación reflejó un cambio cuali-cuantitativo positivo al comparar el estado inicial y final del aprendizaje.

RECOMENDACIONES

Continuar la profundización en la resolución de problemas aritméticos, con énfasis en las técnicas de la modelación, mediante la investigación científica.

BIBLIOGRAFÍA

- Addine Fernández, F. et al. (1998). *Didáctica y optimización del proceso de enseñanza aprendizaje*. La Habana: ISP Latinoamericano y Caribeño. (Inédito).
- Albarrán Pedroso, J. et al. (2005). *Didáctica de la Matemática en la escuela Primaria*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Álvarez de Zayas, C. (1995a). *Metodología de la investigación científica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (1995b). *Fundamentos de didáctica de la Educación*. Santiago de Cuba: Universidad de Oriente.
- _____ (1996). *Hacia una escuela de excelencia*. La Habana: Editorial Academia.
- _____ (1999). *La escuela en la vida: didáctica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Álvarez Pérez, M. (2004). *Interdisciplinariedad: una aproximación desde la enseñanza – aprendizaje de las ciencias*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Baldor, A. (ca. 1950). *Aritmética Teórico – Práctica*. Habana: Cultural S.A.
- Ballester Pedroso, S. et al. (2003). *El transcurso de las líneas directrices en los programas de Matemática y la planificación de la enseñanza*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (2002). *Plan Emergente para la Formación de Profesores de Secundaria Básica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (1992). *Metodología de la enseñanza de la Matemática (t 1 y 2)*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Bermúdez Morris, R. y Pérez Martín, L. M. (2004). *Aprendizaje formativo y crecimiento personal*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Bernavev Floris, M. y Quintana Valdés, A. (2004). "Dirección del proceso de aprendizaje de las asignaturas priorizadas". En *V Seminario Nacional para el Educadores* (pp. 4 - 6). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Campistrous Pérez, L. y Rizo Cabrera, C. (1992). *Enseñanza de la Matemática:*

- reflexiones polémicas*. La Habana: Instituto Central de Ciencias Pedagógicas.
- _____ (2002a). *Aprende a resolver problemas aritméticos (4. reimp.)*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (2002b). *Didáctica y resolución de problemas*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Capote Castillo, M. y Parets Gómez, A. (2007). "El empleo de los recursos heurísticos y el desarrollo de capacidades para identificar, resolver y formular problemas en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática en la Educación Primaria". En IPLAC. *Maestría en Ciencias de la Educación (Casette)*. La Habana: Cined. (Código 139).
- Cerezal Mezquita, J. et al. (2006). "El Diseño Metodológico de la Investigación". En IPLAC. *Maestría en Ciencias de la Educación. Fundamentos de las Ciencias de la Educación. Módulo II. Primera parte*. (pp.15). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (2006). "Los métodos de la investigación educativa". En IPLAC. *Maestría en Ciencias de la Educación. Fundamentos de las Ciencias de la Educación. Módulo II. Primera parte*. (pp.15 - 19) La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2006.
- Castellanos Simons, D. et al. (2002). *Aprender y enseñar en la escuela*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (2005). *Hacia una concepción del aprendizaje desarrollador*. La Habana: Colección Proyectos, I S P E. J. Varona.
- Ché Soler. J. et al. (2007). "Didáctica de la Matemática en la Secundaria Básica". En IPLAC. *Maestría en Ciencias de la Educación. Mención en Educación Secundaria Básica. Módulo III. Segunda parte* (pp 8 - 56). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Danilov, M. A y Skatkin, M. N. (1981). *Didáctica de la escuela media*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Delgado, J. R. (1998). La Enseñanza de la Resolución de Problemas Matemáticos. Dos elementos fundamentales para lograr su eficiencia. La estructura del conocimiento y el desarrollo de habilidades generales matemáticas. Tesis presentada en opción del

- grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Instituto Superior Pedagógico. La Habana.
- Díaz González, M. (2004a). *Problemas de Matemática para los entrenamientos de la Educación Primaria I*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (2004b). *Problemas de Matemática para los entrenamientos de la Educación Secundaria Básica I*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (2004c). *Problemas de Matemática para los entrenamientos de la Educación Secundaria Básica I*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Domínguez, M. y F. Martínez (2004). “La escuela socio-histórico-cultural de L. S. Vigotski”. En *Principales modelos pedagógicos de la educación preescolar* (pp. 24 – 28). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Dubois de la Peña, R. (1997). Definición de Técnicas. Aplicación en la práctica diaria. Disponible en <http://www.galeon.com>
- Expósito Ricardo, C. et al. (2001). *Algunos elementos de metodología de la investigación*. ISP Enrique José Varona, La Habana. (Soporte digital)
- Farías Badilla, C. (2005). *Proyecto de reformulación de problemas*. Disponible en <http://www.rmm.ci>
- García Batista, G. (Comp.). (2002). *Compendio de pedagogía*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Geissler, O. E. et al. (1978). *Metodología de la enseñanza de la Matemática de 1ro a 4to grado. Primera y tercera parte*. La Habana: Editorial Pueblo Educación.
- González, F. (2001). Los nuevos roles del profesor de Matemática. Paradigma XXI. Venezuela.
- González Maura, V. et al. (2001). *Psicología para educadores*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- ICCP. (1984). *Pedagogía*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- IPLAC. (2005). *Maestría en Ciencia de la Educación. Fundamentos de la investigación educativa. Módulo I* (CD). La Habana: EMPROVAME
- _____ (2006). *Maestría en Ciencia de la Educación. Fundamentos de las Ciencias de la Educación. Módulo II* (CD). La Habana: EMPROVAME
- Jungk W. (1979). *Conferencia sobre Metodología de la enseñanza de la*

- Matemática 1*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (1982). *Conferencia sobre Metodología de la enseñanza de la Matemática 2*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Kibnikof, K. (1974). *Historia de la matemática*. Moscú: Editorial Mir.
- Klingberg, L. (1984). *Introducción a la Didáctica General*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Labarrere Reyes, G. y Valdivia Pairol, G. (2002). *Pedagogía*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Labarrere Sarduy, A. (1995). "La generalización de procedimientos de solución de problemas y la autorregulación de la actividad cognoscitiva de los estudiantes". En *El adolescente cubano: una aproximación al estudio de su personalidad* (pp. 59-84). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (1980). "Sobre la formación de problemas matemática por los escolares". *Educación*, 36, 65 - 75.
- _____ (1981). "El análisis del texto y su papel en el proceso de solución de problemas por escolares de primaria". *Educación*, 43,93-103.
- _____ (1987). *Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas Matemáticos en la Escuela Primaria*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Leontiev, A. N. (1979). *Actividad, conciencia y personalidad*. La Habana : Editorial Pueblo y Educación.
- Llivina Lavigne, M. (1999). *Una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. ISP E. J. Varona. La Habana.
- López, M. (2008). *Tareas docentes para el desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos en estudiantes de séptimo grado*. Tesis en opción al grado académico de máster en educación. UCP Silverio Blanco. Sancti Spíritus.
- Martí Pérez, J. (2006). *La Edad de Oro*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (1976). *Escritos sobre educación*. La Habana: Editorial de Ciencias Sociales.

- Martín, I. (2010). *Actividades dirigidas a la preparación de los docentes en la resolución de problemas matemáticos en secundaria básica. Tesis en opción al grado académico de máster en educación. UCP Silverio Blanco. Sancti Spíritus.*
- _____ (1975). *Obras completas (t. 18).* La Habana: Editorial de Ciencias Sociales.
- Matjimútov, M. I. (1983). *La Enseñanza Problémica.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Ministerio de Educación, Cuba. (1977). *Matemática. 8vo grado. Orientaciones Metodológicas.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (1980). *Matemática. 9no grado. Orientaciones Metodológicas.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (1985). *IX Seminario Nacional a dirigentes, metodólogos e inspectores y personal de los órganos administrativos de direcciones provinciales y municipales de Educación y de los Institutos Superiores Pedagógicos.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación. (Documentos normativos y metodológicos).
- _____ (1989). *Matemática. 7mo grado. Orientaciones Metodológicas.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (1999). *Programa Director de la Matemática.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (2002). *Programas y precisiones en la Secundaria Básica en la asignatura de Matemática. Curso escolar 2002- 2003.* (Soporte digital).
- _____, Dirección Nacional de Secundaria Básica y el Instituto Central de Ciencias Pedagógicas. (2007). *Modelo de escuela Secundaria Básica.* La Habana: Ediciones Molinos Trade, S.A.
- _____ (2002). *II Seminario Nacional para educadores.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación
- _____ (2004). *Programas de Séptimo Grado. Secundaria Básica.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Montes de Oca Méndez, E. (1994). *Matemática. Décimo grado. Orientaciones Metodológicas.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Muñoz Baños, F., et al. (2001a). *Matemática. Séptimo grado. Libro de texto* La

- Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ et al (2001b). *Matemática. Octavo grado. Libro de texto*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ et al. (2001c). *Matemática. Noveno grado. Libro de texto*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Morgado, M. (2010). *El desarrollo de la habilidad resolver problemas matemáticos en alumnos de séptimo grado de la ESBU Heriberto Felipe Arnado. Tesis en opción al grado académico de máster en educación*. UCP Silverio Blanco. Sancti Spíritus.
- Nocedo de León, I. et al. (2001). *Metodología de la investigación educacional. Segunda parte*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Ortiz, R. (2010). *Actividades metodológicas para contribuir a la preparación de los profesores de séptimo grado en la resolución de problemas aritméticos*. Tesis en opción al grado académico de máster en educación. UCP Silverio Blanco. Sancti Spíritus.
- Palacio, J. (2001). Contextualización de Problemas Matemáticos. Conferencia. Evento Internacional Pedagogía.
- _____ (2003). Colección de problemas matemáticos para la vida. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Partido Comunista de Cuba. (1988). *Tesis y Resoluciones del 1er Congreso del Partido Comunista de Cuba*. La Habana: Editorial Ciencias Sociales 1988.
- Pérez Rodríguez, G., García Batista, G., Nocedo, I. y García, M. L. (2002) *Metodología de la investigación educacional. Primera parte*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Polya, G. (1982). *Como plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.
- Pupo Pupo, R. (1990). "La actividad como relación sujeto – objeto". En *Selección de lecturas sobre Filosofía Marxista - Leninista para los Institutos Superiores Pedagógicos* (pp. 74-96). La Habana: MINED.
- Quintana Valdés, A. et al. (2005a). *Matemática. Séptimo grado. Cuaderno complementario*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (2005b). *Matemática. Octavo grado. Cuaderno complementario*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

- _____ (2005c). *Matemática. Noveno grado. Cuaderno complementario*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Rico Montero, P. (1996). *Reflexión y aprendizaje en el aula*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (2003). *La Zona de Desarrollo Próximo. Procedimientos y tareas de aprendizaje*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ y Silvestre Oramas, M. (1997). *El proceso de enseñanza – aprendizaje*. La Habana: ICCP.
- _____ (2002) “Proceso de enseñanza – aprendizaje”: En García Batista, G. (comp.). *Compendio de pedagogía* (pp. 68 - 79). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Rizo Cabrera, C. et al. (1990a). *Matemática. Quinto grado. Libro de texto*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (1990b). *Matemática. Sexto grado. Libro de texto*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Rodríguez, A. (1991). Un esquema para la solución de problemas de Matemática. Sociedad Cubana de Matemática y Computación, boletín 13.
- Rubinstein, S. L. (1985). *El problema de las capacidades y las cuestiones relativas a la teoría psicológica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Segura Suárez, M. E. (2005). *Teorías psicológicas y su influencia en la educación*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Silvestre, M. y Silverstein Toruncha, J. (2000). *Enseñanza y aprendizaje desarrollador*. México: Ediciones Ceide.
- _____ (2002). *Hacia una didáctica desarrolladora*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Toro y Gisbert, Larouse, M. D. (1963). *Básico escolar*. La Habana: Editorial Científico -Técnico.
- Vigostki, L.S. (1987). “Interacción entre enseñanza y desarrollo”, En *Selección de lecturas de psicología infantil y del adolescente*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (1967). *Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores*. La

Habana: Editorial Científico Técnica.

_____ (1981). *Pensamiento y lenguaje*. La Habana: Edición Revolucionaria.

Vitier, C. (2008). *Cuaderno Martiano I. Primaria* (6ta. Reimp.). La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1995.

Zilberstein Toruncha, J. (2002). *Didáctica de la escuela Primaria*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

_____ y Valdés Veloz, H. (2001). *Aprendizaje escolar, diagnóstico y calidad educativa. Calidad de la educación, aprendizaje y diagnóstico integral* (2ª. ed. correg. y aum.) México: Ediciones Ceide.

ANEXO 1

Guía de observación a estudiantes

Objetivo: Constatar el estado de los 15 estudiantes de séptimo grado muestreados en la ESBU “Mártires de la Familia Romero” en la resolución de problemas aritméticos utilizando las técnicas de estimulación del desarrollo intelectual en los diferentes indicadores en las clases de consolidación.

| No. | Indicadores | Escala Valorativa | |
|-----|--|-------------------|---------------|
| | | Se observa | No se observa |
| 1 | Interpretación adecuada de la situación problemática. | | |
| 2 | Comprensión adecuada para la elaboración del plan de solución. | | |
| 3 | Asimilación del proceso de ejecución del plan de solución. | | |
| 4 | Análisis adecuado de los resultados obtenidos. | | |
| 5 | Motivación para resolver el problema. | | |
| 6 | Esfuerzo realizado para resolver el problema. | | |
| 7 | Interés por obtener un resultado correcto. | | |

ANEXO 2

Prueba pedagógica de entrada.

Objetivo: Comprobar el desarrollo de la habilidad resolver problemas en los estudiantes de séptimo grado de la ESBU “Mártires de la Familia Romero”.

Cuestionario:

- 1- Representa a través de un gráfico circular o de pastel la siguiente situación: “la tercera parte de los estudiantes que participaron en la escuela al campo eran hembras”.
- 2- El doble de un número aumentado en 5 es igual a 15. ¿Cuál es el número?
- 3- Ana y Elsa recogen sacos de papa para cumplir con el plan de entrega del mes, Ana recoge en un día $\frac{3}{4}$ de lo que recoge Elsa. Si entre ambas recogen 105 sacos.
¿Cuántos sacos recogió cada una?
- 4- Una brigada de 15 estudiantes, se comprometió a recoger 185 frascos de cristal para ayudar en la recolección de materias primas. Si como promedio, cada uno recogió 16 frascos.
 - a) ¿La brigada cumplió con el plan trazado?
 - b) ¿Hubo sobrecumplimiento?
 - c) ¿A qué porcentaje cumplieron con su compromiso?

ANEXO 3

Prueba pedagógica de salida.

Objetivo: Comprobar las habilidades adquiridas por los estudiantes de séptimo grado de la ESBU “Mártires de la Familia Romero” en la resolución de problemas aritméticos.

Cuestionario

- 1- Represente gráficamente $\frac{3}{4}$ de 12.
- 2- Ricardo tiene el triple de horas de trabajo voluntario que Gladis y entre los dos tienen 64 horas. ¿Cuántas horas de trabajo voluntario tiene cada uno?
- 3- Los estudiantes de un grupo de séptimo grado se distribuyeron en tres equipos para realizar trabajos de ambientación en el aula. A $\frac{1}{9}$ del total le correspondió la confección del mural, $\frac{5}{8}$ del resto la pintura y a los restantes limpiar el aula. Si para la confección del mural y la pintura se seleccionaron 18 estudiantes. ¿Qué parte del total se encargó de la limpieza? ¿Cuál es la matrícula del grupo?

ANEXO 3.1

Escala valorativa de la prueba pedagógica.

| Indicadores | Alto | Medio | Bajo |
|-------------|---|--|---|
| 1 | <ul style="list-style-type: none">➤ Lectura analítica del problema.➤ Reformulación➤ Extrae todos los datos correctamente. | <ul style="list-style-type: none">➤ Solo lee el problema➤ Extrae datos | <ul style="list-style-type: none">➤ No logra extraer datos correctamente. |
| 2 | <ul style="list-style-type: none">➤ Representar el problema gráficamente, si es posible. | <ul style="list-style-type: none">➤ Hacer gráficos con algunos errores. | <ul style="list-style-type: none">➤ No logra hacer el gráfico. |
| 3 | <ul style="list-style-type: none">➤ Buscar la vía de solución sin cometer errores. | <ul style="list-style-type: none">➤ Buscar vía de solución teniendo algunos errores. | <ul style="list-style-type: none">➤ Buscar vía de solución incorrecta. |
| 3.1 | <ul style="list-style-type: none">➤ Resolver por la vía seleccionada sin errores de cálculo. | <ul style="list-style-type: none">➤ Resolver el problema con errores de cálculo. | <ul style="list-style-type: none">➤ No lo puede resolver. |
| 4 | <ul style="list-style-type: none">➤ Comprobar el resultado y dar respuesta literal. | <ul style="list-style-type: none">➤ Dar respuesta literal | <ul style="list-style-type: none">➤ No comprueba el resultado y no da respuesta literal. |
| 5 | <ul style="list-style-type: none">➤ Está motivado, se esfuerza por trabajar en todos los ejercicios. | <ul style="list-style-type: none">➤ Está motivado, se esfuerza por trabajar en algunos ejercicios. | <ul style="list-style-type: none">➤ No se esfuerza por resolver la mayoría de los ejercicios. |

ANEXO 4

Tabla: Guía de observación inicial.

| Indicadores a observar | Resultados obtenidos | | | |
|------------------------|----------------------|------|---------------|------|
| | Se observa | | No se observa | |
| | alumnos | % | alumnos | % |
| 1 | 4 | 26,7 | 11 | 73,3 |
| 2 | 5 | 33,3 | 10 | 66,7 |
| 3 | 5 | 33,3 | 10 | 66,7 |
| 4 | 3 | 20 | 12 | 80 |
| 5 | 5 | 33,3 | 10 | 66,7 |
| 6 | 3 | 20 | 12 | 80 |
| 7 | 5 | 33,3 | 10 | 66,7 |

ANEXO 5

Tabla: Prueba pedagógica de entrada

| INDICADORES | ALTO | | MEDIO | | BAJO | |
|-------------|-------------|------|-------------|------|-------------|------|
| | estudiantes | % | estudiantes | % | estudiantes | % |
| 1 | 1 | 6,7 | 4 | 26,7 | 10 | 66,6 |
| 2 | 1 | 6,7 | 6 | 40 | 8 | 53,3 |
| 3 | 5 | 33,3 | 4 | 26,7 | 6 | 40 |
| 4 | 2 | 13,3 | 2 | 13,3 | 11 | 73,3 |
| 5 | 2 | 13,3 | 3 | 20 | 10 | 66,7 |

ANEXO 6

Tabla: Guía de observación final.

| Indicadores a observar | Resultados obtenidos | | | |
|---------------------------|----------------------|------|---------------|------|
| | Se observa | | No se observa | |
| | estudiantes | % | estudiantes | % |
| 1 | 13 | 86,7 | 2 | 13,3 |
| 2 | 15 | 100 | 0 | 0 |
| 3 | 12 | 80 | 3 | 20 |
| 4 | 9 | 60 | 6 | 40 |
| 5 | 13 | 86,7 | 2 | 13,3 |
| 6 | 13 | 86,7 | 2 | 13,3 |
| 7 | 13 | 86,7 | 2 | 13,3 |

ANEXO 7

Tabla: Prueba pedagógica de salida.

| INDICADORES | ALTO | | MEDIO | | BAJO | |
|-------------|-------------|------|-------------|------|-------------|------|
| | estudiantes | % | estudiantes | % | estudiantes | % |
| 1 | 9 | 60 | 4 | 26,7 | 2 | 13,3 |
| 2 | 12 | 80 | 2 | 13,3 | 1 | 6,7 |
| 3 | 13 | 86,6 | 1 | 6,7 | 1 | 6,7 |
| 4 | 12 | 80 | 2 | 13,3 | 1 | 6,7 |
| 5 | 9 | 60 | 4 | 26,7 | 2 | 13,3 |

ANEXO 8

Comparación de los resultados de la guía de observación.

| Ind. | Guía de observación inicial | | | | Guía de observación final | | | |
|------|-----------------------------|------|---------------|------|---------------------------|------|---------------|------|
| | Se observa | | No se observa | | Se observa | | No se observa | |
| | ESTUD | % | ESTUD | % | ESTUD | % | ESTUD | % |
| 1 | 4 | 26,7 | 11 | 73,3 | 13 | 86,7 | 2 | 13,3 |
| 2 | 5 | 33,3 | 10 | 66,7 | 15 | 100 | 0 | 0 |
| 3 | 5 | 33,3 | 10 | 66,7 | 12 | 80 | 3 | 20 |
| 4 | 3 | 20 | 12 | 80 | 9 | 60 | 6 | 40 |
| 5 | 5 | 33,3 | 10 | 66,7 | 13 | 86,7 | 2 | 13,3 |
| 6 | 3 | 20 | 12 | 80 | 13 | 86,7 | 2 | 13,3 |
| 7 | 5 | 33,3 | 10 | 66,7 | 13 | 86,7 | 2 | 13,3 |

ANEXO 9

Comparación de los resultados de la prueba pedagógica.

| IND | Prueba pedagógica inicial | | | | | | Prueba pedagógica final | | | | | |
|--------------|---------------------------|------|-------|------|-------|------|-------------------------|------|-------|------|-------|------|
| | ALTO | | MEDIO | | BAJO | | ALTO | | MEDIO | | BAJO | |
| | estud | % | estud | % | estud | % | estud | % | estud | % | estud | % |
| 1 | 1 | 6,7 | 4 | 26,7 | 10 | 66,6 | 9 | 60 | 4 | 26,7 | 2 | 13,3 |
| 2 | 1 | 6,7 | 6 | 40 | 8 | 53,3 | 12 | 80 | 2 | 13,3 | 1 | 6,7 |
| 3 | 5 | 33,3 | 4 | 26,7 | 6 | 40 | 13 | 86,7 | 1 | 6,7 | 1 | 6,7 |
| 4 | 2 | 13,3 | 2 | 13,3 | 11 | 73,3 | 12 | 80 | 2 | 13,3 | 1 | 6,7 |
| 5 | 2 | 13,3 | 3 | 20 | 10 | 66,7 | 9 | 60 | 4 | 26,7 | 2 | 13,3 |
| Total | 11 | 14,7 | 19 | 25,3 | 45 | 60 | 55 | 73,3 | 13 | 17,3 | 7 | 9,3 |

ANEXO 10

