**UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS**

**CAPITÁN "SILVERIO BLANCO NÚÑEZ"**

# Título: ACTIVIDADES DOCENTES PARA CONTRIBUIR A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LOS ALUMNOS DE LA ENSEÑANZA TÉCNICA Y PROFESIONAL

**TESIS EN OPCIÓN AL GRADO ACADÉMICO DE MASTER EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN.**

MENCIÓN EN EDUCACIÓN TÉCNICA Y PROFESIONAL

Carlos José Ramírez Cadalso

**TRINIDAD**

**2012**

**UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS**

**CAPITÁN “SILVERIO BLANCO NÚÑEZ”**

# ACTIVIDADES DOCENTES PARA CONTRIBUIR A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LOS ALUMNOS DE LA ENSEÑANZA TÉCNICA Y PROFESIONAL

**TESIS EN OPCIÓN AL GRADO ACADÉMICO DE MASTER EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN.**

MENCIÓN EN EDUCACIÓN TÉCNICA Y PROFESIONAL

**AUTOR**: Lic. Carlos José Ramírez Cadalso

**TUTORES:** Dr C Ursula Cristina Pomares Ortega
MS c. Osvaldo Tardío Rueda

**TRINIDAD**

**2012**

## PENSAMIENTO.

"[…] Educar es todo, educar es sembrar valores, es desarrollar una ética, una actitud ante la vida. […] Educar es buscar todo lo bueno que pueda estar en el alma de un ser humano […]"

Fidel Castro Ruz.

## DEDICATORIA.

Dedico todo mi empeño y esfuerzos materializados en este trabajo a:

- A los profesores del Centro Mixto “Enrique Villegas Martínez”, deseando les sea útil en su desempeño profesional.
- A nuestros estudiantes, que son la razón de este trabajo y cuyos resultados se traducirán en mejores seres humanos.
- A mi esposa y familia por darme aliento y apoyo en cada momento del trabajo.
- A mi tutores por el apoyo incondicional que me brinda.

## AGRADECIMIENTOS.

Mi más sincero agradecimiento:

A mis profesores por su empeño,
A mis tutores por su dedicación,
A mis amigos y personas que anónimamente colaboraron de una u otra forma en la realización de este trabajo.

A todos, muchas gracias.

# SÍNTESIS

La presente investigación se desarrolló en el Centro Mixto "Enrique Villegas Martínez" del Algarrobo, Trinidad, con el objetivo de aplicar actividades docentes para contribuir a la resolución de problemas matemáticos en los alumnos y alumnas del tercer año del Centro Mixto "Enrique Villegas Martínez" del municipio Trinidad. La propuesta de actividades a desarrollar, están adecuadas al nivel requerido por los objetivos generales de la especialidad, los alumnos, y las características de la zona. En el desarrollo de la misma se utilizaron los métodos científicos del nivel teórico: Análisis y Síntesis, Inducción y Deducción, Histórico y Lógico; del nivel empírico: la observación pedagógica, entrevista, prueba pedagógica y experimento pedagógico; y de los métodos estadísticos y matemáticos: el cálculo porcentual. Así como instrumentos que permitieron la constatación del estado inicial del problema, que evidenció un insuficiente conocimiento sobre la resolución de problemas matemáticos susceptibles de mejorar por la influencia intencionada que puede ejercerse desde la escuela, la clase y las características individuales de los alumnos. Los resultados en los diferentes momentos de la investigación y en la constatación final corroboraron que las actividades elaboradas contribuyeron significativamente al fortalecimiento para contribuir a la resolución de problemas matemáticos, en los alumnos de la Enseñanza Técnica y Profesional del Centro Mixto "Enrique Villegas Martínez" dado su influencia en el nivel de conocimientos.

# ÍNDICE:

Contenido

página

## INTRODUCCIÓN:

La educación relacionada con la Enseñanza Técnica Profesional (ETP) contribuye a resolver las necesidades de la sociedad en materia de fuerza de trabajo calificado, para ello ofrece los conocimientos de cultura general básica requeridos para ingresar en los cursos, escuelas e institutos de calificación técnica o profesional y la educación superior para aquellos estudiantes que así lo requieran.

Uno de los motivos de estudio de la ETP, es prepararse para la vida y un elemento importante es "la resolución de problemas matemáticos", tema difícil y complejo, el cual no es inherente solo a la Matemática sino también a disciplinas como, Física, Química, Biología entre otras.

Al respecto Fidel Castro expresó "… Aprender a pensar es aprender a buscar soluciones adecuadas, lo que significa un reto formar un hombre que aprenda a pensar…"Castro, F.(1987: 58).

El autor de este trabajo coincide con las ideas de Polya cuando refiere dominar la matemática significa poder resolver problemas, y no sólo problemas tipo, sino también problemas que exijan pensamiento independiente, sentido común, originalidad, inventiva. Por esto, la primera y más importante obligación del curso de matemática en la escuela media-superior consiste en subrayar el aspecto metodológico del proceso de resolución de problemas Polya, G.( 1976: 16).

Resolver un problema no responde a un algoritmo de trabajo ya pre – establecido, sino que además del alumno tener un dominio íntegro del contenido, debe tener una capacidad de análisis tal que le permita desmembrar la situación dada en partes, para poder establecer el nexo entre lo ya conocido del problema y la incógnita a resolver.

Es importante señalar la diferencia que existe entre un ejercicio formal y un problema matemático, puesto que un ejercicio formal se resuelve aplicando un algoritmo previamente aprendido, por otro lado un problema implica un proceso más profundo que abarca entre otras cosas la resolución de un ejercicio formal. Pero, va más allá, debido a que en su solución se requiere de habilidades, conocimientos y estrategias más elaboradas que las que requieren un ejercicio.

Es bueno destacar que la resolución de problemas depende en gran medida del grado de motivación que tenga el alumno, pues un problema lo es en sí, para el estudiante que está motivado y desea conocer la solución del mismo, de no estar motivado, la misma situación dejaría de ser un problema para él.

En los estudiantes de la ETP deben tratarse problemas relacionados con su perfil laboral, es decir aquellos en los cuales él vea la necesidad de enriquecer sus conocimientos matemáticos, para poder dar solución a la problemática dada la importancia del estudio de las matemáticas. Saber razonar y resolver problemas le permite a los alumnos un nivel de integralidad tal que los hace aptos para enfrentar cualquier situación en la vida, logrando con esto el fin de la educación.

Un alumno bien entrenado en el razonamiento y la resolución de problemas es capaz de crear, pues a partir de modelos matemáticos puede dar solución a problemas de otros campos de la ciencia logrando así un nivel superior de las relaciones, ya que presupone la construcción de un sistema total que no tuviera fronteras rígidas entre las disciplinas.

Resolver problemas constituye uno de los pilares en el papel de la educación para enseñar a razonar, propiciar la labor colectiva y el protagonismo estudiantil, con el objetivo de lograr un hombre a la altura de sus tiempos. Partiendo de estas reflexiones se tiene el compromiso de convertir las escuelas en talleres con una fuerza constructiva permanente y segura, para así desarrollar el pensamiento de los estudiantes, hacerlos creadores.

Es de suma importancia destacar que en el proceso de aprendizaje de la resolución de problemas el maestro debe dar solución a los mismos que se tomen como ejemplo por todas las vías posibles que los mismos admitan, ampliando así el horizonte de posibilidades en los alumnos a la hora de resolver problemas por sí solos.

Aprender a razonar problemas permite incrementar la calidad de la educación en nuestras escuelas, lo cual se requiere en las condiciones actuales de desarrollo social, la formación integral de los estudiantes como: adquisición de conocimientos (cuando el alumno crea es capaz de aprender y resolver problemas, es crear), habilidades (tanto en el cálculo, como en el desarrollo del pensamiento lógico), valores, actitudes y sentimientos, todo esto es un proceso de trabajo, en el cual se desarrolla el pensar y el proceder ante la complejidad de la realidad objetiva.

En la sistematización de la práctica educativa y basado en los 32 años de experiencia del autor, en diferentes enseñanzas con mayor incidencia en la ETP, en lo referido a la resolución de problemas matemáticos, se detectó en los alumnos del Centro Mixto “Enrique Villegas Martínez” del municipio Trinidad la siguiente realidad pedagógica.

- Insuficientes conocimientos de los alumnos(as) para comprender textos en problemas matemáticos, materializado en la declaración de las variables y la relación entre los datos y la incógnita.
- Insuficientes conocimientos de los alumnos(as) para concebir un plan de solución en la resolución de problemas matemáticos así como en el planteo de diferentes modelos matemáticos a seguir.
- Insuficientes conocimientos de los alumnos(as) para resolver el plan de solución y hacer un análisis que le permita comprobar la solución buscada.

Todo lo anterior conduce a plantear el siguiente **problema científico**:

¿Cómo contribuir a la resolución de problemas matemáticos en los alumnos y alumnas del tercer año del municipio Trinidad?

El **Objeto de investigación** es el proceso de enseñanza- aprendizaje de la matemática y el **campo de acción** la resolución de problemas matemáticos en los alumnos y alumnas de la ETP.

**Objetivo**: Aplicar actividades docentes para contribuir a la resolución de problemas matemáticos en los alumnos y alumnas del tercer año del Centro Mixto "Enrique Villegas Martínez" del municipio Trinidad

Para guiar el desarrollo de la investigación se elaboraron las siguientes **preguntas científicas**:

1. ¿Qué aspectos teóricos y metodológicos sustentan el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática y la resolución de problemas matemáticos en la ETP?
2. ¿Cuál es el estado actual del nivel en la resolución de problemas matemáticos en los alumnos y alumnas de tercer año del Centro Mixto "Enrique Villegas Martínez" del municipio Trinidad?
3. ¿Cómo estructurar las actividades docentes para contribuir a la resolución de problemas matemáticos en los alumnos y alumnas de tercer año del Centro Mixto "Enrique Villegas Martínez" del municipio Trinidad?
4. ¿Qué resultados se obtienen con la aplicación de las actividades docentes para contribuir a la resolución de problemas matemáticos en los alumnos y alumnas de tercer año del Centro Mixto "Enrique Villegas Martínez" del municipio Trinidad?

Se plantearon las siguientes **tareas científicas**:

1. Determinación de los aspectos teóricos y metodológicos que sustentan el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática y la resolución de problemas matemáticos en la ETP
2. Determinación del estado actual que presenta la resolución de problemas matemáticos en los alumnos y alumnas de tercer año del Centro Mixto “Enrique Villegas Martínez” del municipio Trinidad.
3. Elaboración de las actividades docentes para contribuir a la resolución de problemas matemáticos en los alumnos y alumnas de tercer año del Centro Mixto “Enrique Villegas Martínez” del municipio Trinidad.
4. Validación de las actividades docentes para contribuir a la resolución de problemas matemáticos en los alumnos y alumnas de tercer año del Centro Mixto “Enrique Villegas Martínez” del municipio Trinidad.

Se declararon las siguientes variables:

**Variable independiente**:

Actividades docentes, asumida como el proceso de interacción sujeto-objeto, dirigido a la satisfacción de las necesidades del sujeto como resultado del cual se produce una transformación del objeto y el propio sujeto Addine, F (2005:53).

**Variable dependiente**:

El nivel de conocimiento en la resolución de problemas matemáticos en los alumnos y alumnas de tercer año del Centro Mixto “Enrique Villegas Martínez” del municipio Trinidad.

Entendido por el autor de esta tesis como problemas matemáticos resueltos por diferentes vías de solución además de la agrupación de situaciones en las que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarla a partir de: la declaración correcta de la variable, el establecimiento de la relación existente entre los datos y la incógnita, el planteo del modelo matemático para la resolución del problema matemático, la resolución de este modelo y la comprobación de la solución buscada.

**Operacionalización de la variable dependiente:**

**Indicadores**:

1. Declaración de las variables.
2. Establecimiento de la relación entre los datos y la incógnita.
3. Planteo del modelo matemático para la solución del problema.
4. Resolución del modelo matemático.

5. Comprobación de la solución buscada.

La escala valorativa para medir los indicadores aparece en el anexo # 1.

La complejidad del objeto de estudio, por su naturaleza y contenido, lleva a la utilización sobre la base de las exigencias del método general materialista dialéctico, diversos métodos de nivel **teórico, empírico y estadísticos o matemáticos**.

**Del nivel teórico:**

**Analítico - Sintético:** Se aplica durante todo el trabajo, es decir tanto en la determinación de los antecedentes para posiciones teóricas, así como en la selección de los problemas para cada actividad docente.

**Inductivo - Deductivo:** Se aplica durante todo el trabajo, pues este método nos permitirá enriquecer la teoría ya conocida y además resolver los problemas propuestos por diferentes vías de solución.

**Histórico y Lógico:** Se aplica en el desarrollo de todo el trabajo, lo histórico está relacionado con el estudio de cada la teoría ya existente sobre la resolución de problemas matemáticos y lo lógico nos permite utilizar el procedimiento para determinar la solución de los problemas matemáticos a resolver.

**Del nivel empírico**

**La observación pedagógica:** Se aplica durante todo el trabajo, es decir desde que se utiliza para detectar la situación problémica, hasta la comprobación de las consecuencias empíricas derivadas del problema científico.

**La entrevista:** Se aplicó al inicio de forma exploratoria con el objetivo de constatar si los alumnos dominan bibliografías en las cuales los problemas resueltos se solucionan por todas las vías posibles y el grado de interés de los mismos por la resolución de problemas.

**Prueba pedagógica:** Se aplicará una prueba inicial antes de aplicar las actividades docentes y otra después de aplicadas estas con el objetivo de reconocer si los alumnos saben.

Declarar las variables.

- Establecer la relación entre los datos y la incógnita.
- Plantear el modelo matemático para la solución del problema.
- Resolver el modelo matemático.
- Comprobar la solución buscada.

**El experimento Pedagógico: (Pre - experimento):** Se utilizará el diseño con prueba al inicio y final en un solo grupo (G).

Consiste en aplicar una prueba (medición) al inicio ($M_1$), después se le administra el tratamiento nuevo (actividades docentes) (T) y finalmente se le aplica una prueba ($M_2$).

Esquema: $G – M_1 – T – M_2$.

**Del nivel estadístico o matemático**: tablas de distribución de frecuencia y análisis porcentual.

Se utilizan para recolectar, organizar, resumir, presentar y analizar datos relativos al estado real del nivel en la resolución de problemas matemáticos en los alumnos y alumnas de tercer año del Centro Mixto “Enrique Villegas Martínez” del municipio Trinidad.

**Población y Muestra.**

La población estuvo formada por los 30 alumnos del Centro Mixto “Enrique Villegas Martínez” de la especialidad agronomía de montaña que cursan el tercer año de la carrera. Se trabajó de forma intencional con la población que está en un momento crucial de su vida como estudiante, el tránsito de la adolescencia hacia la juventud, sujetos a variaciones de carácter individual, donde se pueden encontrar estudiantes que manifiestan rasgos propios de la juventud y otros mantienen un comportamiento típico del adolescente. Tienen edades entre 15 y 16 años; 21 son varones y 9 hembras; 11 blancos, 10 mestizos y 9 negro; Con 9 en el segundo nivel de asimilación, 16 en el primer nivel y 5 sin nivel.

En la caracterización psicopedagógica del grupo 17 tienen padres divorciados, de ellos 4 son desatendidos por los padres; 7 tienen relaciones sexuales tempranas; dos tienen el padre fallecido, cuatro presentan familias complejas, 13 son factor riesgo y 8 son de desventaja social.

La importancia de este trabajo, radica en que aborda una línea directriz de la enseñanza de la matemática (Planteo, formulación y resolución de problemas). Los contenidos teóricos y prácticos expuestos en él contribuyen a enseñar como razonar problemas permitiendo incrementar la formación integral de los estudiantes en cuanto a: adquisición de conocimientos, habilidades, valores, actitudes y sentimientos, lo cual permite a los alumnos un nivel de integralidad, que los hace aptos para enfrentar cualquier situación en la vida, logrando con esto el fin de la educación.

Este trabajo aporta actividades docentes, con una propuesta de problemas matemáticos, los cuales aparecen resueltos, donde se da por escrito el razonamiento que se siguió en cada caso y se dejan, otros propuestos para que el alumno lo resuelva independientemente por analogía con los ya resueltos. Además las actividades con la propuesta de problemas pasan a ser una herramienta más de trabajo para estudiantes y profesores.

Lo novedoso del trabajo radica en el razonamiento por escrito de todos los problemas resueltos, que hace posible por analogía a los aquí tratados la solución de forma independiente de otros problemas por parte de los alumnos, además las actividades propuestas difieren de otras actividades por su forma, contenido y características.

La tesis está estructurada sobre la base de una introducción y dos capítulos. El capítulo I referido a los fundamentos teóricos que sustentan el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática y la resolución de problemas matemáticos y una caracterización de la enseñanza de adultos. El capítulo II dedicado a la fundamentación de la propuesta, propuesta de solución y resultados obtenidos antes, durante y después de aplicada la propuesta. Ofrece también conclusiones, recomendaciones, bibliografía y 9 anexos.

## CAPÍTULO I: FUNDAMENTOS TEÓRICOS Y METODOLÓGICOS QUE SUSTENTAN EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

### 1.1 La Educación Técnica y Profesional, surgimiento, transformaciones y contexto actual

En Cuba, la Educación Técnica y Profesional tiene su origen en la etapa colonial, con la creación de la Escuela Náutica de Regla, en 1812. Este tipo de educación fue evolucionando de manera muy lenta y poco coherente, debido a las condiciones socioeconómicas existentes en el país; aunque se destacaron ilustres personalidades patrióticas [Luz y Caballero (1800-1862), Varona (1849-1933), Martí (1853-1895) y otros] que se pronunciaron a favor de la necesidad de la educar e instruir al obrero durante la enseñanza de los oficios y profesiones, así como presentaron vías y métodos para su mejor aprendizaje, estando a tono con lo más avanzado del pensamiento pedagógico internacional de la época.

Defendieron la idea de la vinculación de la teoría con la práctica y del estudio con el trabajo, puesto de manifiesto en la ejecución de actividades experimentales y prácticas en los talleres y las áreas de las escuelas, aunque se realizaba una naciente integración de los conocimientos recibidos en las instituciones escolares, en los centros de trabajo; y además exponen la necesidad de crear muchas escuelas para cada una de las profesiones, donde se diferenciaran las clases de instrucción, y fueran según (Martí, 1975) “escuelas buenas donde se pueda ir a aprender ciencia”.

A partir del 1 de enero de 1959, estas ideas ejercieron gran influencia en nuestro país, y al asumir el poder político, el Gobierno Revolucionario Cubano convirtió el tema de la enseñanza politécnica en una cuestión práctica de la construcción del socialismo y de la creación de la nueva escuela, al darle la importancia que requería el desarrollo socioeconómico del país. Desde entonces, se vienen realizando esfuerzos para llevar a vía de hecho las ideas socioeconómicas y científico-técnicas de la teoría marxista-leninista acerca de la Educación Politécnica, como son: el cumplimiento de la ley del cambio del trabajo, acondicionada por la naturaleza de la base técnica de la industria; la necesidad de superar la unilateralidad profesional con el fin de obtener un desarrollo integral del individuo; y la presencia de principios científico-técnicos inflexibles de cada una de las ramas, especialidades y procesos de producción.

Por todo esto, es de gran trascendencia en estos momentos, que la enseñanza conduzca al estudiante al dominio de los métodos de trabajo tecnológico, sistematizando acciones y operaciones en diferentes situaciones prácticas, apoyado en las invariantes de las ciencias, preparando a futuros profesionales para la adaptabilidad ante el incesante perfeccionamiento de los procesos profesionales.

Además de estos elementos habría también que tomar en consideración el clima emocional que caracteriza las relaciones interpersonales, es decir los motivos, intereses y las necesidades de los estudiantes: ¿a quién está dirigido? (características del individuo y del grupo), ¿dónde se efectúa? (condiciones materiales del área o local), ¿en qué momento?, (hora, día, etapa del curso) y ¿cómo es la atención a los sujetos? (Tratamiento a las particularidades individuales).

Se hace necesario tener en cuenta la formación y características de la personalidad en la etapa en que se encuentran los alumnos y sobre todo las particularidades del desarrollo moral, de modo que puedan plantearse tareas y actividades acordes a esta etapa de la vida. El ingreso al nivel medio superior ocurre en un momento crucial de la vida del estudiante, es el período de tránsito de la adolescencia hacia la juventud.

Se conoce que los límites entre estos períodos no son absolutos y están sujetos a variaciones de carácter individual, de manera que el profesor puede encontrar en un mismo grupo escolar, estudiantes que ya manifiestan rasgos propios de la juventud, mientras que otros mantienen todavía un comportamiento típico del adolescente.

Esta diversidad de rasgos se observa con más frecuencia en los grupos de primer año de la Educación Técnica y Profesional, pues en los estudiantes de años posteriores comienzan a revelarse mayoritariamente las características de la edad juvenil, cuyo conocimiento resulta de gran importancia para los profesores de este nivel. Muchos consideran el inicio de la juventud como el segundo nacimiento del hombre, entre otras cosas, ello se debe a que en esta época se alcanza madurez relativa de ciertas formaciones y algunas características psicológicas de la personalidad.

En el nivel medio superior, como en los niveles precedentes, resulta importante el lugar que se le otorga al alumno en la enseñanza. Debe tenerse presente que, por su grado de desarrollo, los alumnos de este nivel pueden participar de forma mucho más activa y consciente en este proceso, lo que incluye la realización más cabal de las funciones de autoaprendizaje y autoeducación.

En estas edades es muy característico el predominio de la tendencia a realizar apreciaciones sobre todas las cosas, apreciación que responde a un sistema y enfoque de tipo polémico, que los alumnos han ido conformando; así como la defensa pasional de todos sus puntos de vista.

Los adolescentes asumen una posición más crítica y reflexiva, en muchas ocasiones, tratan de comentar con el compañero que está a su lado lo que está aconteciendo, lo que no representa un acto de indisciplina, sino algo esperable en estas edades, aunque sin lugar a dudas origina que la dirección del proceso educativo se torne algo más complejo, pero, posible de realizar conociendo las características de estas edades y lo esperable en cada situación (si se conoce a cada alumno en particular y su medio familiar y entorno más cercano).

En la juventud se continúa ampliando el desarrollo que en la esfera intelectual ha tenido lugar en etapas anteriores. Así, desde el punto de vista de su actividad intelectual, los estudiantes del nivel medio superior están potencialmente capacitados para realizar tareas que requieren una alta dosis de trabajo mental, de razonamiento, iniciativa, independencia cognoscitiva y creatividad. Estas posibilidades se manifiestan tanto respecto a la actividad de aprendizaje en el aula, como en las diversas situaciones que surgen en la vida cotidiana del joven.

Resulta necesario precisar que el desarrollo de las posibilidades intelectuales de los jóvenes no ocurre de forma espontánea y automática, sino siempre bajo el efecto de la educación y la enseñanza recibida, tanto el la escuela como fuera de ella.

En relación con lo anterior, la investigación dirigida a establecer las regularidades psicológicas de los escolares cubanos, en especial de la esfera clásicamente considerada como intelectual, ha revelado que en el desempeño intelectual, los estudiantes del nivel medio superior alcanzan índices superiores a los de la investigación comenzada en el quinquenio 1985-1990 por el Departamento Psicología Pedagógica del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (ICCP).

Esto no significa, desde luego, que ya en el politécnico los estudiantes no presentan dificultades ante tareas de carácter intelectual, pues existen estudiantes que no resuelven de un modo correcto los problemas lógicos, en situaciones que exijan la aplicación de procedimientos racionales y el control constante de su actividad. No obstante, cuando la enseñanza se organiza de forma correcta, esos estudiantes pueden superar muy rápido sus deficiencias, gracias a las reservas intelectuales que han desarrollado.

En la etapa juvenil se alcanza una mayor estabilidad de los motivos, intereses, puntos de vista propios, de manera tal que los alumnos se van haciendo más conscientes de su propia experiencia y de la de quienes lo rodean; tiene lugar así la formación de convicciones morales que el joven experimenta como algo personal y que entran a formar parte de su concepción moral del mundo.

Las convicciones y puntos de vista, empiezan a determinar la conducta y actividad del joven en el medio social donde se desenvuelve, lo cual le permite ser menos dependiente de las circunstancias que lo rodean, ser capaz de enjuiciar críticamente las condiciones de vida que influyen sobre él y participar en la transformación activa de la sociedad en que vive.

En tal sentido, es necesario que el trabajo de los profesores, tienda no sólo a lograr un desarrollo cognoscitivo, sino a propiciar vivencias profundamente sentidas por los jóvenes, capaces de regular su conducta en función de la necesidad de actuar de acuerdo con sus convicciones. El papel de los educadores como orientadores del joven, tanto a través de su propia conducta, como en la dirección de los ideales y las aspiraciones que el individuo se plantea, es una de las cuestiones principales a tener en consideración.

Las características de los jóvenes deben ser tomadas en consideración por el profesor en todo momento. A veces, se olvidan estas peculiaridades de los estudiantes del nivel medio superior y se tiende a mostrarles todas las verdades de la ciencia, a exigirles el cumplimiento formal de los patrones de conducta determinados; entonces, los jóvenes pueden perder el interés y la confianza en los adultos, pues necesitan decidir por si mismos.

De gran importancia para que los educadores (familiares y profesores) puedan ejercer una influencia positiva sobre los jóvenes, es el hecho de que mantengan un buen nivel de comunicación con ellos, que los escuchen, lo atiendan y no les impongan criterios o den solamente consejos generales, sino que sean capaces de intercambiar ideas y opiniones.

Resulta importante, para que los profesores tengan una representación más objetiva de cómo son sus estudiantes, para que pueda aumentar el nivel de interacción con ellos y, al mismo tiempo, ejercer la mejor influencia formadora en diferentes vertientes que lo requieran, que siempre esté consiente del contexto histórico en el que viven sus estudiantes.

La función de los educadores es exitosa sobre todo cuando poseen un profundo conocimiento de sus alumnos. En el caso específico de la comunicación óptima con los estudiantes, es fundamental el conocimiento acerca de sus preferencias comunicativas, de los temas que ocupan el centro de sus intereses y constituyen el objeto de las relaciones de los alumnos entre sí, y con otras personas.

En investigaciones especialmente diseñadas para conocer las preferencias comunicativas de los jóvenes encaminadas a profundizar en las regularidades psicológicas de los escolares cubanos, se puso de manifiesto que en la actualidad los temas de conversación mas frecuentes entre los estudiantes de nivel medio superior están relacionados con: el amor y el sexo; el tiempo libre y la recreación, los estudios y la proyección futura de estos.

En particular, la elección de la profesión, representa una cuestión muy importante para el desenvolvimiento y las aspiraciones futuras del joven. Esta selección se convierte en el centro psicológico de la situación social del desarrollo del individuo, pues es un acto de autodeterminación que presupone tomar una decisión y actuar en concordancia con algo lejano, lo que requiere cierto nivel de madurez.

El joven siente una fuerte necesidad de encontrar su lugar en la vida, con lo cual se incrementa su participación en la actividad social útil (estudio, deporte, trabajo, política-organizativa, cultural.) en lo que se mantiene gran valor para él la comunicación con su grupo de coetáneos las relaciones con su compañero, la aceptación y el bienestar emocional que logra obtener.

No obstante, la importancia de la opinión del grupo el joven busca fundamentalmente, en esta comunicación con sus iguales, la relación personal íntima, de amistad, con compañeros hacia los que siente confianza, y a los que reúnen afinidad de interés y criterios sobre diferentes aspectos. Por eso surgen subgrupos, parejas de amigos y también, sobre esta base, relaciones amorosas con un carácter más estable que las surgidas en la adolescencia.

En este sentido, la influencia de los educadores puede resultar muy importante y se logra promoviendo conversaciones y discusiones, aconsejando con tacto y visión de futuro cuando se presentan conflictos y dificultades. Es preciso partir de la relación afectiva en que se encuentran los estudiantes en estos momentos, llegar a ellos y comprenderlos, para poder entonces orientarlos y encauzarlos sin que se sientan censurados y criticados, lo que implicara un alejamiento del adulto.

Analizando las relaciones interpersonales entre los estudiantes y la fundamentación que hacen de por que aceptan o rechazan a sus compañeros, encontramos que ellos se prefieren por la vinculación personal que logren entre si, como resultado de la aceptación y la amistad que establezcan con un destacado carácter recíproco: "confían en mi y yo en ellos", "nos ayudamos".

Se destaca también el valor de las relaciones en el grupo en virtud de determinadas cualidades de la personalidad como: "lo prefiero por su actitud ante la vida, por su forma de pensar".

Al igual que en la adolescencia, el contacto con los demás, refuerza su necesidad de autorreflexión, de conocerse, valorarse y dirigir, en cierta medida, su propia personalidad. Es importante que, en el análisis, el joven alcance cierto grado de auto estimación, de aceptación de su personalidad, a lo cual pueden contribuir los adultos, padres y profesores, las organizaciones estudiantiles en sus relaciones con él y, sobre todo, en las valoraciones que hacen de él. El joven necesita ayuda, comprensión, pero también busca autonomía, decisión propia y debe permitírsele que lo haga.

El joven encuentra una forma de manifestarse y de canalizar sus preocupaciones a través de las organizaciones estudiantiles. Solo a partir de su toma de conciencia en relación con las dificultades existentes en el proceso docente-educativo y su participación activa en la toma de decisiones es posible lograr las transformaciones que se aspiran en este nivel de enseñanza. Un objetivo esencial es lograr la auto-dirección por parte de los propios jóvenes, en lo cual desempeñara una función esencial en la emulación estudiantil.

En el acto comunicativo, el dominio y conocimiento del entorno social del estudiante, sus características, tradiciones, costumbres, habitos de convivencia resultan de vital interés para el docente.

Todo esto exige del educador plena conciencia de su labor orientadora y la necesidad de lograr buenas relaciones con el joven, basadas en el respeto mutuo, teniendo en cuenta que este es ya un individuo cercano del adulto con criterios relativamente definidos.

En todo este proceso el adolescente y el joven, necesitan una adecuada dirección. Corresponde a los adultos que los rodean ofrecer todo eso en forma conveniente, para que redunde en beneficio de su personalidad en formación y con ello se logre uno de los objetivos centrales de la educación socialista: la formación comunista de las nuevas generaciones.

Teniendo presente los cambios que tienen lugar en esta etapa se considera necesario atender a las particularidades del desarrollo moral y los fundamentos psicopedagógicos, de modo que puedan plantearse tareas y actividades acordes a esta etapa de la vida para la educación y desarrollo de la laboriosidad vista en el contexto de la enseñanza técnica y profesional.

## 1.2 Consideraciones teóricas sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática

La Matemática es una de las ciencias más antiguas. Los conocimientos matemáticos fueron adquiridos por los hombres ya en las primeras etapas del desarrollo bajo la influencia, incluso de la más perfecta actividad productiva. A medida que se iba complicando esta actividad cambió y creció el conjunto de factores que influían en el desarrollo de las Matemáticas (Ribnikov, K. 1987: 12).

El proceso de formación de los conceptos matemáticos data de tiempos muy remotos, cuando el hombre pasó a utilizar instrumentos para la obtención de medios de subsistencia y posteriormente, al intercambio de los productos de trabajo. Este período concluye con el surgimiento de formas cualitativamente nuevas del pensamiento matemático. Estas surgen en las Matemáticas alrededor de los siglos Vl – V a.n.e (Ribnikov, K. 1987: 12), aunque no se poseen conocimientos exactos sobre la fecha del nacimiento de la Matemática, se tiene la certeza de su origen práctico y su vinculación a las necesidades del hombre.

Todas las ramas de las Matemáticas, por muy diferentes que ellas parezcan, están unidas por lo general a su objeto. Este objeto lo constituyen, según definición de Federico Engels, las relaciones cuantitativas y las formas espaciales del mundo real. Las diferentes ciencias Matemáticas tienen que ver con las formas particulares, individuales de estas relaciones cuantitativas y formas especiales o se distinguen por la singularidad de sus métodos (Ribnikov, K. 1987: 9).

Es criterio del autor la Matemática está compuesta por hechos acumulados en el transcurso de su desarrollo, suposiciones científicas basadas en los hechos sometidos a una verificación experimental y luego generalizadas, definiciones, teoremas con sus demostraciones además hay que considerar en su composición diferentes disciplinas como la Geometría, la Aritmética, el Álgebra, la Teoría de las Probabilidades, la Metodología de la Enseñanza de la Matemática, entre otras.

Sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje en la preparación "La Psicología Dialéctica (Vigotsky, Galperin, Leontiev) plantea que entre sus puntos de vistas, que la actividad no se concibe única, ni principalmente como el intercambio aislado del individuo con su medio físico, sino con la participación en procesos generalmente grupales, de búsqueda cooperativa, de intercambio de ideas, y representaciones, de ayuda en el aprendizaje, en la adquisición de las riquezas cultural de la humanidad; es por ello que se plantea que la actividad del individuo es el motor fundamental del desarrollo.

Es importante tener en cuenta al estudiante como receptor y procesador de la información. En el texto, Una escuela para pensar Guñi, A. (1991), se cita…"Conocer es más allá de la información"… y después se plantea: "Los contenidos son necesarios, ya que los procesos cognitivos requieren y dependen de la información disponible; lo inaceptable es la mera reproducción de los mismos. En la medida en que el maestro aliente, de mil formas diferentes a ejercitar la mente y procesar la información, su sistema de enseñanza será bueno, ya que podrá confiar, sin necesidad de verificación permanente, qué está promoviendo desarrollo intelectual en sus estudiantes".

Las posiciones expuestas anteriormente y que expresan con claridad la necesidad de tener un alumno, dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, integralmente activo, capaz de participar, de forma colectiva, en la búsqueda y procesamiento de la información que les propicie los conocimientos, son las que se asumen en el trabajo.

En este empeño se asume de forma general las posiciones didácticas metodológicas reflejadas en los textos de Metodología de la Enseñanza de la Matemática para los Instituto Superiores Pedagógicos. En su texto, Una escuela para pensar Guñi, A. (1991), expone una serie de puntos de vistas con respecto a la enseñanza de la Matemática, con las cuales se está plenamente de acuerdo y acentúan las posiciones teóricas tomadas como base en el trabajo. Estos son los que se refieren a continuación:

El desarrollo del pensamiento matemático se orienta en dirección de una progresiva coherencia, mediante un doble proceso: La transposición desde unos niveles inferiores de compresión a otros superiores y la reorganización mental que permite asimilar nuevos conceptos.

El aprendizaje de los conceptos matemáticos requiere la negociación del significado matemático de los conceptos por parte del que aprende. Alcanzarlo requiere un previo desarrollo de la expresión verbal, puesto que las operaciones Matemáticas no proceden de los objetos sino, principalmente, de las acciones mentales. La verbalización cumple una doble función: cognitiva, de articulación del propio proceso de pensamiento, y comunicativa, que permite que los demás puedan conocer lo que uno sabe. En el proceso de explicación, el estudiante, tiene que tratar, de algún modo, de coordinar su punto de vista con otros y, al hacerlo, puede conocer sus “errores”, si los hubiera.

Referidos a la intervención del profesor en le proceso de enseñanza-aprendizaje, es conveniente plantear que las actividades docentes que se preparen deben perseguir, el fomentar que el alumno actúe por sí mismo, de forma autónoma y crítica, es decir, fomentar estudiantes mentalmente activos y seguros de sí mismos, que no desconfíen de su propio pensamiento.

En cuanto a la resolución de problemas matemáticos se debe tener presente que se debe mantener una actitud que potencie y desarrolle en el alumno, la independencia, el que ensaye, pruebe, y busque, aunque fracase en sus primeros intentos; tratar de lograr una mayor riqueza en las vías de solución y cerciorarse de los procesos que el mismo emplea, principalmente la flexibilidad en que puede resolver un problema.

En el texto “Se aprende a aprender“ Tuner Martí, Lidia y otros. (1989) al hacer la valoración de las insuficiencias que existen en el país en aspectos relacionados con la solidez, la incapacidad para aplicar los conocimientos adquiridos a una situación nueva, la falta de ejercitación de las habilidades intelectuales o prácticas. Esta destacada pedagoga cubana pone en el centro de estas insuficiencias la débil independencia en la actividad cognoscitiva del estudiante, y por supuesto su máximo responsable el maestro.

Más adelante plantea: “el contenido de la enseñanza reflejado en los programas de estudio, puede elevar su exigencia, su actualización en relación con las ciencias, puede ampliarse o adecuarse, pero si los métodos de enseñanza no propician al máximo la actividad intelectual de los estudiantes para su aprendizaje y por ende su interés por aprender esos contenidos por sí solo, no producen resultados cualitativamente superiores”.

### 1.3 Consideraciones teóricas sobre la resolución de problemas matemáticos

Para abordar el proceso de resolución de problemas se hace necesario conocer como se trabaja este concepto por diferentes autores.

En diferentes bibliografías consultadas se entiende por problema:

- Cuestión que se trata de resolver por medio de procedimientos científicos

Ejemplo: Un problema de física.

- Proposición dirigida a averiguar el modo de obtener un resultado, conociendo ciertos datos.
- Cosa difícil de explicar: La vida de ciertos hombres es un verdadero problema.
- Asunto difícil, delicado, susceptible de varias soluciones: El problema del origen del hombre, problemas políticos o sociales (Larousse 1968).

Según la Enciclopedia Encarta 2006:

- Cuestión que se trata de aclarar.
- Proposición o dificultad de solución dudosa.
- Conjunto de hechos o circunstancias que dificultan la consecuencia de algún fin.
- Disgusto, preocupación.
- Planteamiento de una solución cuya respuesta desconocida debe obtenerse a través de métodos científicos.

Pueden ser:

Determinado: aquel que no puede tener sino una solución, o más de una en número fijo.

Indeterminado: aquel que puede tener indefinido número de soluciones.

Problema matemático:

Un problema matemático tiene todas las características anteriormente descritas, pero además posee “algo” que lo caracteriza de forma más esencial y esto es que un problema matemático es aquel en el cual hay involucradas explícita o implícitamente operaciones matemáticas y/o contenidos, específicamente matemáticos.

En este sentido, puede ocurrir que un problema matemático nazca en un contexto no matemático, pero es matemático porque requiere de conocimientos, habilidades y/o contenidos matemáticos.

En el libro "Bases Psicopedagógicas en la enseñanza de problemas matemáticos en la Escuela Primaria", Alberto Labarrere hace un análisis sobre el concepto problema desde el punto de vista de la psicología y de la Enseñanza de la Matemática llegando a la conclusión de que aunque cada autor lo define partiendo de su ciencia en particular, esto criterios no son contradictorios.

A.N Leontiev (1966), plantea que un problema debe comprenderse como determinada situación problémica hecha conciente por el sujeto.

A.F Esaulov considera que todo problema resulta de una falta de correspondencia entre diferentes elementos de la información que se ofrece, lo que hace sugerir en el sujeto la necesidad de realizar transformaciones.

G.A Ball caracteriza el problema como aquella situación que demanda la realización de determinadas acciones encaminadas a transformar dicha situación.

Lo común de estas definiciones, a criterio del autor es que en ella interviene como factor principal el contenido psicológico, es decir, la actividad psíquica del sujeto.

Según el psicólogo cubano Fernando Gonzáles (1995) todo problema demanda del sujeto una intensa actividad cognoscitiva, este no puede ser resuelto a través de la memoria sino que se debe pensar, razonar para encontrar los conocimientos necesarios que conduzcan a la solución.

Al resumir este concepto desde el punto de vista metodológico lo determina como aquella narración hecha en el lenguaje cotidiano y corriente donde se describen determinados fenómenos, procesos u objetos del cual se ofrecen ciertas cualidades cuantitativas y se requiere hallar otras no directamente expuestas en el enunciado.

El autor asume el concepto ofrecido por los doctores Luis Campistrous Pérez y Celia Rizo al plantear que el problema no es más que toda situación en los que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarla, siempre que la vía sea desconocida y el alumno esté motivado para realizar la transformación.

Según estos propios autores las principales barreras que existen actualmente en el razonamiento y solución de problemas podemos resumirlas como siguen:

- La estimulación es indirecta, mediatizada o mezclada con la acción del maestro, que por lo general enseña como se encuentra la solución de un problema específico.
- No se logran formas de actuación generalizadas en el alumno, que son muy necesarias pues representan un desarrollo en sí mismo y son aplicable en general para la vida.
- Los problemas se utilizan en función de desarrollar habilidades de cálculo y no como objeto de enseñanza en sí mismo. Por otra parte nos enseñan técnicas de trabajo que pueden ser muy útiles en la resolución de los mismos.
- Los parámetros de dificultad establecidos para los problemas son por lo general poco precisos, por lo que la graduación no es buena y no siempre posibilitan, reconocer analogías y establecer relaciones entre problemas ya resueltos.
- En el caso particular de los problemas aritméticos hay que añadir que no se trabaja adecuadamente en los significados prácticos de las operaciones aritméticas, en consecuencia se abusan de los problemas, logrando con esto que los alumnos traten mediante ella de “adivinar” que operación u operaciones debe realizar y cometen muchos errores unido al poco desarrollo que esta práctica provoca.

Además el autor considera

- La incapacidad para aplicar conceptos y modelos a situaciones dadas, de traducir un problema de la realidad a uno matemático, es decir no se ponen los conocimientos y habilidades ya adquiridos en acción.
- El encasillamiento de problemas a temas específicos, lo cual va en contra de un pensamiento flexible.
- No se le enseña al alumno a razonar, el maestro debe expresar de forma clara y precisa las acciones mentales que él realiza para resolver un problema, sirviendo estas de base para el posterior razonamiento de los alumnos en nuevos problemas.

Los problemas constituyen un complejo de materias muy importantes, pues estos desempeñan diferentes funciones en la enseñanza de la matemática estas son:

- Función de enseñanza: radica en que los problemas sirven de vía o medio para la adquisición, ejercitación y consolidación de sistemas de conocimientos para los alumnos y para la formación de habilidades y los habitos correspondientes. .

- Función educativa: comprende la influencia que ellos ejercen sobre la formación de la personalidad del alumno, es decir, sobre el desarrollo de su concepción científica del mundo desde una posición activa y crítica con respecto a los fenómenos y hechos naturales y sociales.
- Función de desarrollo: tiene que ver con la influencia que ejerce la solución de problemas sobre el desarrollo intelectual del escolar y sobre la formación de su pensamiento.

Luis Campestrous y Celia Rizo plantean la necesidad de mostrar al niño desde los primeros grados el procedimiento generalizado para el razonamiento y solución de problemas.

Procedimiento generalizado para la solución de problema matemático**.**

<table>
<tr><td rowspan="3">Momentos o fases de la actividad</td><td>Esquema básico según</td><td colspan="3">Según Luis Campestrous y Celia Rizo</td></tr>
<tr><td rowspan="2">G. Polya</td><td rowspan="2">Responde a</td><td>Procedimientos</td><td>Técnicas</td></tr>
<tr><td></td><td>¿Cómo lo hago?</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Orientación</td><td rowspan="3">Comprensión del problema</td><td rowspan="2">¿Qué dice?</td><td>Leo</td><td>Lectura global</td></tr>
<tr><td>Releo</td><td>Lectura analítica</td></tr>
<tr><td>Puedo decirlo de otra forma</td><td>Reformulo</td><td>Reformulación</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Ejecución</td><td rowspan="2">Concebir un plan</td><td rowspan="4">¿Cómo puedo resolverlo?</td><td rowspan="2">Buscar la vía de solución</td><td>Modelación</td></tr>
<tr><td>Problemas auxiliares</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ejecución del plan</td><td rowspan="2">Resuelvo</td><td>Tanteo inteligente</td></tr>
<tr><td>Analogía</td></tr>
<tr><td>Control</td><td>Visión retrospectiva</td><td>¿Es correcto lo que hice?</td><td>Compruebo</td><td>Técnica de la comprobación.</td></tr>
</table>

En relación con este procedimiento es necesario que el docente conozca y el alumno lo comprenda que esta sucesión o etapas no se dan de manera esquemáticas ni rígidas, ni siempre es posible determinar con precisión los límites de cada una de ellas, pues no se dan por lo general aisladas, sino imbricadas una dentro de otra.

El empleo de este procedimiento generalizado está en dependencia de la naturaleza del problema y la disposición en que se encuentra la persona para su solución, esto significa tal y como se ha ilustrado que se puede resolver un problema solamente a través de una lectura global, pues eso bastó a la persona para comprenderlo y ejecutar su solución. En otros casos no sucede así, por ello es importante el dotar a los alumnos de todas las herramientas para que las tengan y la sepan utilizar en el momento en que las necesiten.

Todo lo anteriormente expuesto deja ver claramente que el concepto de problema no tiene una única acepción y depende en particular del medio o contexto en que nos situemos, la definición de problema varía de investigación en investigación y generalmente se encuentran supeditadas a los paradigmas (modelos) sobre los que se fundamentan las diversas teorías, así como por las distintas líneas de los investigadores frente a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, entre otras razones

A modo de profundización podemos presentar la definición de A. Palacios, en su "Biografía de Palabras", quien señala que problema significa "lo que ha sido arrojado delante", "el obstáculo", "lo que obstruye el camino". A su vez, este autor realiza una investigación más profunda sobre el significado de la palabra problema, analizando el origen de la palabra. De esta investigación es importante destacar que problema proviene del sustantivo griego Problema, compuesto de Pro (delante) y blema (acción de arrojar), que proviene a su vez del verbo bállein (echar, arrojar). Por tanto, problema es una situación frente a la cual no podemos menos que adoptar una actitud, esta aptitud puede consistir en una de las siguientes opciones:

- Dar marcha a tras y des andar el camino. En este caso retrocedemos ante el obstáculo y renunciamos a proseguir nuestro itinerario.
- Buscar alguna forma de rodearlo, cambiando de rumbo o eligiendo alguna ruta alternativa u otra forma de locomoción, es decir, esquivamos el problema en lugar de encararlo.
- Enfrentar el obstáculo y buscar la forma de removerlo del camino, o dejar la ruta despejada para poder proseguir. O sea, encaramos el problema.

Encarar el problema significa enfrentarse a él, analizarlo y buscar la manera de eliminarlo. Esta actitud intelectual se resume en la pregunta que nos conduce a una respuesta, a través de la cual esperamos encontrar la solución.

Un problema es una situación en la que se plantea una tarea o una interrogante para las cuales un individuo o grupo no tiene previamente un procedimiento de resolución.

Si nos centramos en las investigaciones más específicas sobre el tema, encontramos que Parra (1996) afirma que “Un problema plantea una situación que debe ser modelada para encontrar la respuesta a una pregunta que se deriva de la misma situación. Pero también, un problema debería permitir derivar preguntas nuevas, pistas e ideas nuevas. En general un problema lo es en la medida en que el sujeto al que se le plantea, dispone de los elementos para comprender la situación que el problema describe y no dispone de un sistema de respuesta totalmente constituido, que le permita responder de manera casi inmediata. Ciertamente lo que es problema para un individuo, puede no serlo para otro, sea porque está totalmente fuera de su alcance o porque para el nivel de conocimiento del individuo el problema ha dejado de serlo.”

Por otro lado, en Charnay (1996) se precisa que el término problema no se reduce a una situación propuesta, en el sentido de enunciado – pregunta. Se define, más bien como una terna; situación – alumno – entorno. Sólo hay problema si el alumno percibe una dificultad, una determinada situación que “hace problema”. En este sentido se aprecia una coincidencia con Parra, en cuanto a que lo que para un determinado alumno es un problema, puede ser resuelto inmediatamente por otro y entonces no será percibido como un problema, por este último. Existe entonces la idea de un obstáculo a superar y el entorno es un elemento del problema, en particular las condiciones didácticas de la resolución la abordamos que los problemas matemáticos tienen las características de otros tipos de problemas, diferenciándolos en que los problemas matemáticos tienen involucradas explícita o implícitamente operaciones matemáticas y/o contenidos específicamente matemáticos, por lo general un gran número de problemas de la vida cotidiana, tienen como solución un modelo matemático.

¿Qué diferencia un ejercicio de un problema?

Muchos autores concuerdan, en que un problema no es un ejercicio, puesto que en la solución de este último, basta aplicar un algoritmo de resolución ya aprendido, no es necesario buscar distintas estrategias de solución. Por otra parte resolver un problema implica un proceso más profundo que abarca entre otras cosas lo primero (resolver un ejercicio específico) pero hay que ir más allá, pues hay que analizar la situación presentada, diseñar un plan para abordarlo, definir estrategias, probar y seleccionar entre las estrategias la más óptima, implementarla y comprobar la solución.

**Concepción Escolar de un Problema Matemático**

Algunos autores como Chevallard (1997), Parra (1996) entre otros. Refiriéndose específicamente a la concepción escolar de problemas en un proceso tradicional de enseñanza, señalan que estos son presentados como enunciados perfectamente elaborados, cuyos textos suelen esconder la problemática que les dio origen, apreciándose una auténtica “desaparición” de las cuestiones que originaron las obras matemáticas estudiadas en la escuela. Los problemas son, generalmente un medio de control de la adquisición de conocimientos (aplicación) y en el mejor de los casos se plantean para dar pie a un nuevo tema de estudio, con un afán motivacional. Son un fin en sí mismo y esta situación solo contribuye al “encierro” de la matemática en la escuela.

Cabe reflexionar:

- ¿En qué contexto educativo utilizamos los problemas matemáticos?
- ¿Cómo planificar la utilización de los problemas matemático como recursos metodológicos?

Es de suma importancia el por qué resolvemos problemas.

“La resolución de problemas, en términos generales, es una forma de pensar en la que el estudiante muestra una diversidad de estrategias en los diferentes momentos del proceso de resolver algún problema. Por ejemplo, el estudiante puede usar diagramas, tablas o gráficos para representar la información como un medio para entender el problema. El diseño de un plan y su implantación puede incluir el uso de métodos algebraicos, el descomponer el problema en problemas más simples, o el trasportar el problema a otro contexto (geométrico o numérico)

También en la fase de revisión es importante analizar el significado de la solución, verificar las operaciones, y pensar en conexiones o extensiones del problema…” (Santos 1996).

El autor define como resolver problema hallar la solución de una situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarla, siempre que la vía sea desconocida y el alumno esté motivado para realizar la transformación.

La actividad de resolución de problema se relaciona con el desarrollo de diversas habilidades intelectuales, sociales, de comunicación, etc, características propias aunque no exclusivas, de la actividad matemática y útiles para el desarrollo de un ciudadano. En estas perspectivas y más ampliamente desde el punto de vista educativo, podemos encontrar algunos autores que interpretan la resolución de problemas como fin, otros como proceso y en algunos casos como una habilidad.

En este sentido, Orton (1990) señala que la resolución de problemas se concibe como generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos de conocimientos, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar una solución a una situación nueva.

Actualmente se admite que, por lo general, las matemáticas son tanto un producto como un proceso, tanto un cuerpo organizado como una actividad creativa en que participa el que aprende.

En realidad, puede afirmare que el propósito auténtico del aprendizaje de reglas, técnicas y contenidos es, generalmente permitir al que aprende a operar en matemáticas y desde luego resolver problemas. Así la resolución de problemas puede considerarse como la verdadera esencia de las matemáticas (Ausubel 1963).

Gagné expresó en diversas ocasiones, que esta es la forma más elevada del aprendizaje. Tras haber resuelto un problema, se ha aprendido. Puede que solo haya aprendido a solucionar una variedad de problemas semejante y quizás otros que poseen algunas características similares.

Descartes lo expresó del siguiente modo "Cada problema que resolví se convirtió en una regla que sirvió después para hacer otros problemas". Puede por eso preguntarse: ¿Cuál es la diferencia entre resolución de problemas y el descubrimiento?

Ambos requieren de un pensamiento que conduzca a la creación de algo, que el que aprende no poseía antes.

Cabe destacar que la solución eficaz de un problema no depende solo del grado de conocimiento y destreza requerido que posea el alumno, sino también que sea capaz de utilizarlas y establecer una red o estructura. Aunque este es un fenómeno plenamente entendido, implica la comprensión de alguna relación anteriormente inadvertida dentro de las estructuras del conocimiento.

Se sabe también que resulta útil dar concientemente vuelta al problema en la mente, probar líneas de actuación y traer así a primer plano, a toda una gama de técnicas y de métodos que puedan resultar apropiados.

Todo lo anterior es posible si desarrollamos en los alumnos un pensamiento flexible.

¿En qué consiste la flexibilidad del pensamiento?

La flexibilidad es comprendida de diferentes maneras:

A.V. Petrosvki la entiende como una de las cualidad más importantes del pensamiento y lo caracteriza como una habilidad para variar una vía o plan trazado al principio para la solución de las tareas, si no satisface las condiciones del problema que paulatinamente se analizan durante el proceso de solución y que no fue posible tener en cuenta desde el principio.

Para Smirnov y Leontiev: "La flexibilidad del pensamiento consiste en la posibilidad de cambiar los medios para encontrar la solución cuando estos resultan equivocados. El pensamiento flexible sabe encontrar nuevos medios de investigación y abordar, el objeto del pensamiento desde nuevos puntos de vista. El sujeto de pensamiento flexible está libre de las suposiciones impuestas, de los métodos rutinarios para resolver problemas. Tiene en cuenta las condiciones concretas en que actúa y aquellas en que se desarrollen los acontecimientos, sabe apreciar los cambios que exigen modificar el pensamiento de las preguntas, así como renunciar a las soluciones anteriores y tomar otras nuevas."

Kruteski, V,A identifica la flexibilidad y elasticidad y lo define como el cambio de una operación a otra.

El autor considera el pensamiento flexible por ser capas de encontrar varias vías de solución a un mismo problema, poseer la habilidad de variar el modo de dirección en la solución y de dar marcha a tras en el pensamiento cuando estas no estén acorde con las exigencias del problema.

Se sabe que si, a pesar de lo anterior no se llega a una solución, puede sobrevenir después de un tiempo de alejamiento del problema, como si el subconsciente libre ya de los apremios, de los intentos conscientes por resolverlos siguiera experimentando con combinaciones de elementos de la base de conocimientos.

Según Mialaret, hacer un problema supone para un niño "realizar realmente o en el pensamiento, una operación concreta y traducirla después por medio de una operación y sabemos que este aprendizaje no se realiza sin esfuerzo". Esto pone de manifiesto la complejidad de la comprensión y resolución de problemas y por tanto de las dificultades que conlleva.

En síntesis, la importancia principal de la resolución de problemas en la escuela (entendiendo por problema situaciones contextualizadas) radica en que el alumno aprenda a aplicar conocimientos y desarrollar habilidades intelectuales, sociales y de comunicación en este proceso de resolución, para prepararlos paulatinamente en desarrollar habilidades de modelación matemática de la realidad.

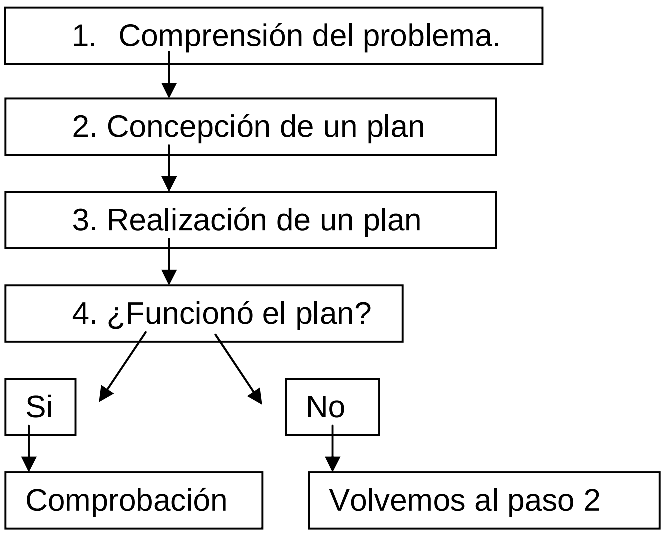
¿Cómo resolver problemas?

Los investigadores en el tema se han preocupado de buscar, elaborar y poner a prueba técnicas y estrategias que puedan incrementar la capacidad de resolver problemas. También se han determinado etapas y esbozado estrategias para la resolución de problemas. En todos los intentos hay aspectos comunes de gran valor, entre ellos se puede destacar lo relacionado con el establecimiento de etapas secuenciadas y lo que se refiere a la integración de preguntas claves… como las siguientes:

- Los pasos de G, Polya (1976).
- Los componentes de Bransford y Stein.
- Estrategias de Resolución.

En qué consisten los pasos de Polya.

Polya, señala en sus trabajos, que para resolver un problema, proceso de suma importancia en la formación matemática d los estudiantes y para el desarrollo de su capacidad de reflexión, es conveniente plantearse algunas preguntas con respecto al problema. Ellas ayudan a comprender bien lo leído y a destacar los datos que permiten resolverlo. Sugiere los siguientes cinco pasos que es conveniente considerar:




Para comprender el enunciado del problema es necesario responder

¿De qué se trata en el problema?

¿Qué datos se dan?

¿Qué se busca?

¿Determinan los datos la solución del problema?

¿No son suficientes? ¿Sobran?

¿Puede hacerse un esbozo o gráfico que esclarezca la situación?

Encontrar una vía de solución (análisis)

- Formular las relaciones entre los datos y la incógnita.
- Tratar de relacionar el problema con otro conocido y cuya solución es más simple o inmediata.
- Transformar (o introducir una nueva) la incógnita acercándola a los datos.
- Transformar los datos, obtener (o deducir) nuevos elementos más próximos a la incógnita.
- Recordar la solución de ejercicios análogos.
- Analizar si se han tenido en cuenta todos los datos.
- Generalizar el problema, si es posible.
- Analizar casos particulares.
- Resolver problemas parciales (considerar solo una parte de las condiciones).
- Hacer gráficos que ilustren las relaciones encontradas.

Realizar el plan de solución elaborado.

Para esto se debe fundamentar la corrección de cada paso, realizar los cálculos necesarios, resolver ecuaciones, simplificar y evaluar críticamente.

En la comprobación cabe preguntarse

¿Es lógico el resultado? ¿Por qué?

¿Es posible comprobar la solución? ¿Cómo hacerlo?

¿Es posible resolver el problema por una vía más corta?

¿Qué otros resultados se puede obtener por esta vía?

Es bueno destacar que estas etapas y preguntas no constituyen un algoritmo obligatorio, que no son fijas y aisladas unas de otras sino que constituyen una guía para la acción.

Componentes de Bransford y Stein, Bransford, plantea que las dificultades para resolver problema generalmente, se debe a que las personas no se valen de métodos eficaces. Y afirma que una forma de manejar nuestra capacidad para resolver problemas o adoptar decisiones es aprender un método para lograrlo. Bransford y Stein, presentan un método para resolver problemas que consta de los siguientes cinco componentes:

1. Identificar el problema.
2. Definir el problema.

Significa procurar describirlo y representarlo, con toda la precisión y cuidado que sea posible. Formularlo, a veces en forma de pregunta. Una adecuada forma de representación conduce a una eficiente solución.

3. Explorar posibles soluciones.

Explorar vías o métodos de solución. Esto requiere analizar, como estamos reaccionando ante el problema y la consideración de otras estrategias de las cuales podríamos valernos.

4. Descomponer el problema en sus componentes elementales.

Esto resulta hacer el problema más sencillo. Lo mismo ocurrirá si somos sistemáticos en el esfuerzo por comprender y entender la información.

5. Actuar conforme a un plan.
6. Evaluar los logros alcanzados.

Actuar basándose en una adecuada definición del problema y en la opción por una estrategia o plan conveniente y observar si se ha logrado hacerla funcionar.

Estrategias de resolución

En cuanto a las estrategias de resolución de problemas, se destacan aquí algunas, las más comunes, aunque es importante señalar que existen otras.

Método pictórico.

Se relaciona con el uso de figuras, dibujo o diagramas como medios para representar el problema y para buscar una solución.

Método de ensayo y error.

Consiste en tomar un número al azar, o más o menos pensado, que se acerque a la solución del problema y con este analizar, probar, etc y manipularlo para llegar a la respuesta correcta.

Método de modelación aritmética o algebraica.

La aritmética y el algebra pueden ayudar a resolver un problema. Una forma puede ser representando la información dada en una o varias operaciones algorítmicas o en una ecuación según sea el caso y los conocimientos de los estudiantes.

¿Qué tipos de problemas existen?

Para facilitar la comunicación y el estudio sobre los problemas, los investigadores realizan y han realizado diversas clasificaciones utilizando diversos criterios.

Estos criterios son variados, van desde la forma de presentación de los problemas pasando por los contenidos involucrados hasta el tipo de habilidad que se intenta desarrollar.

Lo importante es considerar en algún momento de nuestra enseñanza los diferentes tipos de problema. Para que los estudiantes se relacionen, propongan y aborden desde diferentes puntos de vista las situaciones o problemas matemáticos. Así dar una mayor apertura al cambio y a la reflexión.

A continuación le presentamos algunos tipos de clasificación.

Según G. Miaralet

- Problemas por etapa. Esto quiere decir que para su resolución se requiere aplicar más de una operación.
- Problemas en el cual los pasos para encontrar la solución no están indicados en el texto de la situación problemática.

Se caracterizan porque exigen por parte del sujeto de la elaboración de estrategias de solución.

- Problemas incompletos o de soluciones múltiples.

Se caracterizan porque se pueden resolver varios problemas a partir de los datos, y permiten crear nuevos problemas con la misma información.

Otra clasificación que podemos destacar:

- Por el contenido que está involucrado.

Esto se refiere a una clasificación del tipo “problemas de geometría”, “problemas de tiempo y programación”, “problemas de fracciones”, “problemas de pensamiento divergente”, “problemas de operación aritmética”, “problemas de geometría y medición”, entre otros.

- Por habilidad que intenta desarrollar.

• De transformaciones espaciales
• Para el desarrollo de la intuición geométrica.
• Para el desarrollo del pensamiento lógico.
• Para el desarrollo del pensamiento abstracto.
• Problemas de ingenio.
• De comunicación y creación de lenguaje.
• Para la construcción de modelos matemáticos.

- Por edad o nivel cognitivo de los alumnos destinatarios.

• Para los niños que no saben leer ni escribir.
• Para los niños del primer ciclo de enseñanza.
• Para niños de quinto y sexto básico, entre otros.

- Por característica propia de los problemas

Existen algunos problemas que no presentan todos los datos necesarios para resolverlos. Este tipo de problemas juega un papel muy importante en la enseñanza, ya que por un lado, permiten que los alumnos identifiquen y busquen los datos necesarios para resolverlos y por otro lado permiten mostrar que no siempre los problemas se pueden resolver.

Otro tipo de problemas, muy relacionado con el tipo anterior, respecto a los objetivos a los que apunta, son los problemas que no se pueden resolver por diversas razones.

Muy importantes en el proceso de aprender a enfrentarse a problemas matemáticos son aquellos en que sobran datos, o que aparece información innecesaria para resolverlos.

Existe un tipo de problema, en que los datos necesarios para resolverlos se encuentran un poco "camuflados" en la información que presenta en problema, y es necesario encontrarlos a través del análisis de este.

En otros casos, pueden presentarse problemas en los cuales aparezcan preguntas abiertas.

Otros tipos de problemas, poco comunes en la escuela, pero muy útiles, son aquellos que tengan varias soluciones. Estos problemas permiten mostrar esta faceta un poco desconocida de los problemas matemáticos y más en general, de la matemática.

Comúnmente se tiende a mostrar la matemática y todo lo relacionado con ella como "algo" muy convergente y de solución única.

También es muy interesante presentar problemas en los cuales los alumnos puedan plantear las preguntas, relacionadas con los datos y el contexto que se presenta.

Es de gran importancia, a la hora de confeccionar un problema, tener en cuenta el grado de interés y de motivación que estos puedan crear en el alumno, atendiendo a su edad y nivel de conocimientos.

Surge la pregunta:

¿Cómo crear problemas?

En el proceso de creación de problemas es necesario, en primer, detenerse a analizar el objetivo que se desea desarrollar a través de la solución de los problemas a crear. Más puntualmente, es importante considerar el contenido y/o habilidad específicos que se intentará desarrollar, tanto como la edad o nivel de conocimiento cognitivo de los estudiantes.

En lo específico, y según lo que se ha recopilado de diversos autores, un problema debe cumplir con las siguientes condiciones.

- Estar de acuerdo o en sintonía con los intereses de los alumnos. En concreto, abordar problemáticas y contextos propios de los estudiantes (datos sobre juegos, animales, etc.)
- En otros casos, en los que el contexto no es “real” en un sentido de contextualización acorde con la realidad de los estudiantes como los problemas relacionados con problemáticas intramatemáticas, es importante presentarlos o plantearlos como desafíos intelectuales, acertijos, y otras formas que permitan la capacidad de conjeturar y probar dichas conjeturas.
- Que las situaciones, datos y contextos presentados sean reales y/o verdaderos (creíbles de acuerdo a la época, estación del año, etc.), por ejemplo, si se aborda el tema de precios, distancias, tiempos de recorrido, cantidad de personas, etc., que estos estén de acuerdo a la realidad.
- Que permitan la exploración, búsqueda y utilización de distintas estrategias.
- Que permitan analizar, conjeturar, buscar regularidades, sacar conclusiones.
- Estar de acuerdo con los contenidos matemáticos con que se relacionan. Es decir, que se cuiden detalles relacionados con lo estrechamente matemático, en lo que se refiere a:

• Lenguaje: precisión y claridad de acuerdo a los conocimientos matemáticos que poseen los alumnos y con la matemática como ciencia.

• Los datos: sean consistentes con la situación planteada. Por ejemplo, en problemas de fracciones, que en el total de los datos no excedan o sean menores a la unidad, o que una solución sea un número irracional (decimales infinitos, por ejemplo) o un número no natural (un número negativo) para datos reales, etc.

• Que la pregunta que se plantea sea clara. Es importante una buena pregunta, que se apunte exactamente lo que se desea en ese momento, con las palabras precisas que permitan, por un lado, un comprensión adecuada del alumno y por otro, la introducción del lenguaje matemático en el vocabulario del estudiante (lenguaje técnico). Por ejemplo: si se desea que el alumno responda con un número en un problema de fracciones, no sería una buena pregunta algo como lo siguiente: ¿Qué parte sobró?, sino más bien cabría preguntar: ¿Cuántos [… ] sobraron?

• En algunos casos es importante redactar los problemas, pensando en las posibles respuestas desde el punto de vista matemático, que no necesariamente son acordes con el problema. Una de las habilidades que se deben desarrollar en los alumnos es la de interpretar el resultado para posteriormente redactar una solución y responder. Aquí entra en juego lo relacionado con la estimación, redondeo de resultados, transformación de unidades, etc. Por ejemplo: en algún problema se puede preguntar por un número de personas, y luego de los cálculos despectivos, el resultado es 34,7 personas ¿es posible dar una respuesta con ese número? ¿qué significado tiene ese número en el contexto del problema? ¿no será lógico aproximar?, etc.

• Que se presente una gama variada de “problemas” posibles, con distintas características, es decir, problemas que:

- Faltan datos y por tanto no es posible resolver. Es importante que los alumnos se enfrenten a este tipo de situaciones, debido a que a través de ellas, se pueden desarrollar habilidades como las de determinar los datos necesarios y/o mínimos para solucionar un problemas.

- Sobren datos. Este punto está íntimamente relacionado con el punto anterior, debido a que en este caso el alumno debe desarrollar la habilidad de discriminar (separar) entre una información útil para solucionar un problema y otra adicional que no aporta a la solución de este.

• En que hay más de una solución. Este tipo de problemas, permite desarrollar en los estudiantes la idea que, no todos los problemas tienen una única solución y que pueden ser abordados desde distintos puntos de vista. Que también es posible evaluar las soluciones y seleccionar las más adecuadas a la situación concreta real.

• No tiene solución. Estos problemas apuntan a que en algunos casos, con los conocimientos que tenemos, no es posible solucionarlos y que se requiere aprender algo nuevo o se debe hacer una reformulación del problema buscando información necesaria para solucionarlos. Es decir, no siempre los problemas tienen una solución más o menos inmediata.

• Se utilicen variadas formas de presentación: Usar tablas, gráficos, dibujos, etc., tanto en el planteamiento como en las posibles estrategias a utilizar por los alumnos.

Finalmente, cabe destacar que cada problema no puede no debe cumplir con todas y cada una de estas condiciones. Sin embargo, en el conjunto, a lo largo de un período determinado, se deben abordar todas con distintos énfasis.

# CAPÍTULO II: ACTIVIDADES DOCENTES PARA CONTRIBUIR A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS, FUNDAMENTACIÓN DE LA PROPUESTA Y RESULTADOS ANTES, DURANTE Y DESPUÉS DE APLICADA LA PROPUESTA DE SOLUCIÓN.

## 2.1 Diagnóstico inicial. Resultados.

Como instrumentos de medición antes de las actividades docentes aplicamos a los alumnos y alumnas una entrevista la cual arrojó los siguientes resultados por pregunta:

Pregunta # 1:

De los 30 alumnos muestreados, los 30 marcaron (No).

Pregunta # 2:

De los 30 alumnos muestreados, los 30 marcaron (Sí), para un 100%.

Entre las regularidades del por qué de su afirmación, aparecen:

- Permite ver como declarar las variables de diferentes formas.
- Permite establecer diferentes formas de relación entre los datos y la incógnita.
- Permite ver diferentes formas de plantear el modelo matemático para la solución del problema.
- Permite resolver diferentes modelos matemáticos, ganando en habilidades de cálculo.
- Contribuye al desarrollo del pensamiento flexible y el saber hacer.
- Contribuye a consolidar los conocimientos adquiridos en cuanto a la solución de problemas por vía aritmética y algebraica.
- Contribuye al desarrollo del pensamiento lógico-matemático.

Pregunta # 3:

El 100% (30 alumnos), marcaron (Sí).

Entre las regularidades del por qué de su afirmación aparecen:

- Desarrolla la habilidad de interpretar.
- Desarrolla el pensamiento lógico.
- Desarrolla el ingenio.
- Desarrolla la comunicación y creación del lenguaje.
- Desarrolla el pensamiento abstracto.
- Desarrolla la interdisciplinaridad.

Pregunta # 4:

18 alumnos (60%), consideran la creación de las variables como un paso en la resolución de problemas.

12 alumnos (40%), consideran el establecimiento de la relación entre los datos y la incógnita como un paso en la resolución de problemas.

2 alumnos (6,7%), reconocen el planteo del modelo matemático como un paso para la solución del problema.

8 alumnos (26,7%) de los entrevistados, consideran la resolución del modelo matemático como un paso para resolver problemas matemáticos.

5 alumnos (16,7%) consideran la comprobación de la solución buscada como un paso en la solución de problemas matemáticos.

En resumen, se puede afirmar que los alumnos y alumnas muestreados presentan grandes dificultades en la resolución de problemas matemáticos, pues un gran numero no sabe seleccionar los datos, lo cual conlleva a una mala relación de estos con la incógnita y por ende un planteo erróneo del modelo matemático a seguir para poder resolver el problema, los alumnos también dejaron ver dificultades en la resolución del modelo matemático por ellos escogido, presentando además grandes dificultades en la comprobación de la solución buscada, pues la realizan en el modelo matemático escogido y no como debe ser en el texto del problema.

Es bueno destacar que el 100% de los muestreados, es decir, 30 alumnos; resolvió o intentó resolver el primer problema de la prueba por vía aritmética, mientras que el segundo problema sólo el 10% de los muestreados (3 alumnos), lo intentó por vía aritmética y el resto (27 alumnos) para un 90%, lo intentó por la vía algebraica.

## 2.2 Fundamentos que avalan las actividades docentes propuestas.

La propuesta incluye actividades docentes en la que los alumnos y alumnas transitan por etapas que parten de la creación de una sólida base informativa imprescindible hacia un mayor acercamiento a la resolución de problemas matemáticos. Su concepción descansa sobre presupuestos teóricos-metodológicos que sustentan la teoría de la actividad, tienen su base en las ciencias como la filosofía, la pedagogía, la sociología y la psicología.

El Marxismo Leninismo le aporta sus propias leyes, manifiesta la dialéctica entre teoría y práctica teniendo en cuenta la relación sujeto-objeto en la que la actividad juega un papel importante. En lo psicológico lo planteado por LS Vigotsky, (1896-1934) que las actividades tienen el carácter mediatizado de la psiquis humana en la que subyace la génesis de la principal función de la personalidad: la autorregulación y su papel en la transformación de la psiquis, función que tiene como esencia la unidad de lo cognitivo y lo afectivo, elementos psicológicos que se encuentran en la base del sentido que el contenido adquiere para el sujeto, de esta forma el contenido psíquico sobre la base de la reflexión se convierte en regulador de los modos de actuación. además de lo planteado en la Teoría de la Actividad de A.N. Leontiev para retomar la acción y profundizar en su estructura donde la actividad: constituye el proceso subordinado a una representación del resultado a alcanzar, o sea, a una meta u objetivo conscientemente planteado. Bermúdez Morris, R.,( 2004: 182).

Su fundamento sociológico estriba en la concepción de la educación como factor de cambio, desde el punto de vista pedagógico se sustenta en la necesaria interrelación entre instrucción, educación y desarrollo, así como en el papel de la práctica y su vínculo con la teoría para lograr la resolución de problemas.

Estas actividades docentes que se realizaron permitieron que los alumnos y alumnas alcanzaran un nivel de conocimientos que les permitiera lograr un mayor grado de desarrollo próximo que garantizara el nivel deseado en un tiempo determinado.

El éxito de las actividades docentes para la resolución de problemas matemáticos de los alumnos y alumnas radica en el nivel de preparación que adquiera cada uno de ellos y en el papel activo en el desarrollo de estas. Las actividades están dirigidas a la preparación en la resolución de problemas matemáticos y se estructuraron en: título, objetivo, contenido y evaluación de la actividad.

En las actividades docentes para la resolución de problemas matemáticos para la preparación de los alumnos y alumnas se tuvo en cuenta su carácter **flexible**, ello significa que se puede modificar gradualmente en la propia actividad. Además no se considera como un proceso cerrado y acabado, sino todo lo contrario es susceptible de hacerle cambios, adaptaciones en dependencia de los sujetos y el diagnóstico de los alumnos y alumnas, el carácter **dinámico** de estas actividades se concibieron abiertas al cambio desde la perspectiva de considerar una permanente fluctuación, que va desarrollando su trayectoria a través de sucesiones reorganizativas, teniendo en cuenta las necesidades y potencialidades de los sujetos, el carácter **socializado,** a través de las actividades docentes diseñadas se tuvieron en cuenta los criterios, juicios, opiniones de los que aprenden.

Como puede apreciarse, el estudio evidencia condiciones propicias para la introducción de actividades docentes que permitan el desarrollo en la resolución de problemas matemáticos.

## 2.3 Propuestas de actividades docentes

**Actividad: 1**
**Tema:** Cálculo de propágalo de malanga para una hectárea.
**Objetivo:** Calcular la cantidad de propágalo utilizando proporciones.

En el área de autoconsumo del centro se desea plantar una ha de malanga cuya distancia de camellón es de 0,90 m y de narigón 0,40 m.
¿Que cantidad de propágalos hacen falta para dicha área?

Datos
$At = 1ha = 10000m^2$
$Dc = 0,90m$
$Dn= 0,40m$
CP= ¿

Fórmula

$$CP=\frac{AT}{Dc \cdot Dn}$$

$$CP=\frac{10000m^2}{0,90m \times 0,40\ m}$$

$$CP=\frac{10000\cancel{m^2}}{36\cancel{m^2}}$$

CP= 27777

R/ Son necesario 27777 propágalos para una ha.

**Procedimiento**

Se lee el problema planteado extrayendo los datos necesarios para la solución del problema, se realiza la conversión de hectáreas a metros y se plantea la fórmula a utilizar, se sustituyen los datos y se multiplica la distancia de camellon por la de narigón se divide el área total por el resultado de la multiplicación al final se plantea la respuesta.

**Bibliografía**

Colectivos de autores. (2003). Compendio de agronomía 2do año. Parte 1 Editorial Pueblo y Educación.

**Control y evaluación:**

Se realizará siguiendo los pasos del procedimiento anterior.

**Actividad: 2**

**Tema**: Calcularla cantidad de semilla utilizando proporciones.

**Objetivo:** Calcular la cantidad de semilla utilizando proporciones y conversiones.

Calcula la cantidad de semilla que se necesita para efectuar la siembra directa de una hectárea de col, si se sabe que para una caballería son necesaria treinta libras, si se conoce que el marco de plantación es de 0,70 m por 0,40 m.
¿Que cantidad de semillas se necesitan para dicha área?

Datos
30 libras
I cb 1ha = 13,43 cb

Se plantea la proporción
30 L . 13,42 ha
X . 1ha

$$X= \frac{30 \cdot 1 \ \cancel{ha}}{13{,}42 \ \cancel{ha}}$$

X= 40,26 libras

R/ Son necesario 40,26 libras de semillas que equivalen a 18,3 Kg. 27777 propágalos para una ha.

**Procedimiento**

Se lee el problema planteado extrayendo los datos necesarios para plantear la proporción se convierte de caballería a hectárea se sustituyen los datos y se calcula por proporciones al final se plantea el resultado realizando una conversión de libras a kilogramos.

**Bibliografía**

Colectivos de autores. (2003). Compendio de agronomía 2do año. Parte 1 Editorial Pueblo y Educación

**Control y evaluación:**

Se realiza siguiendo los pasos del procedimiento y la participación de los estudiantes.

**Actividad 3**

**Tema:** Cálculo de área.

**Objetivo:** calcular área aplicando correctamente la fórmula para la solución lógica .

Determina la superficie de un terreno que tiene las siguientes dimensiones 24 metros de largo y 8 metros de ancho.

Datos: Fórmula

Largo- 24m A=L. A

Ancho-8m A=24m.8m

Área--¿? $A=192m^2$

Respuesta: La superficie de dicho terreno es de 192 $m^{2.}$

**Conclusiones:**

Se resume por el profesor lo trabajado y se invita a varias alumnas y alumnos a comentar sobre las soluciones.

**Control y evaluación:**

Se realiza a partir de la participación de las alumnas y los alumnos en la actividad.

**Actividad 4**

**Tema:** Calcular perímetro aplicando.

**Objetivo:** Calcular perímetro aplicando correctamente las fórmulas.

Se desea cercar una parcela de forma rectangular que tiene las siguientes dimensiones, largo 90m , ancho 50m.¿Qué cantidad de alambre se necesita para cercarlo completamente si para ello se va ha utilizar 3 pelos de alambre.?

Datos: Fórmula

Largo- 90m P= a+b+c

Ancho- 50m P= 2(a+b)

Perímetro--¿? P= 2(90+50)

P= 2(140

P= 880

Respuestas: Se necesita 2640metros de alambre para cercarlo completamente.

**Conclusiones:**

Se resume por el profesor lo trabajado y se invita a varias alumnas y alumnos a comentar sobre las soluciones.

**Control y evaluación:**

Se realiza a partir de la participación de las alumnas y los alumnos en la actividad.

**Actividad 5**

**Tema:** Resolver problemas por vía aritmética.

**Objetivo:** Resolver problemas al solucionar situaciones de la vida diaria despertando el interés y compresión por la aplicación de productos químicos.

Las normas técnicas recomiendan utilizar en la tercera aplicación 3Kg/h de oxicloruro de cobre 50% PH en una solución final de 690L/ha para el control tizón temprano y queremos la solución final a utilizar en 2,5ha.

Datos:

Dosis -3Kg/ha de oxicloruro de cobre

Solución final 690L/ha

Hectáreas a tratar 2,5

Cálculo aplicando proporciones -------

690L=1ha

X 2.5

X=690L·2,5ha

1ha

x=1725L

Respuesta: En 2,5ha es necesario utilizar 1725L de solución final.

**Conclusiones:**

Se resume por el profesor lo trabajado y se invita a varias alumnas y alumnos a comentar sobre las soluciones.

**Evaluación:**

Se realiza a partir de la participación de las alumnas y los alumnos en la actividad.

**Actividad 6**

**Tema:** Resolver problemas por vía aritmética..

**Objetivo:** Resolver problemas aritméticos mostrando perseverancia, exactitud critica y autocrítica.

El pulgón verde en el tomate se puede controlar con un L/ha de tamarón 60% cs. ¿Qué cantidad de productos se necesita para tratar 10,8 ha?

| | | | |
|---|---|---|---|
| Datos | 1L | = | 1ha |
| 1L/ha | X | | 10,8ha |
| 10,8/ha | | | |

$$X = \frac{1L \cdot 10{,}8}{1ha}$$

$$X = 10{,}8L$$

Respuesta: Se necesitan 108L de tamarón 60% para tratar 10,8ha

**Conclusiones:**

Se resume por el profesor lo trabajado y se invita a varias alumnas y alumnos a comentar sobre las soluciones.

**Control y evaluación:**

Se realiza a partir de la participación de las alumnas y los alumnos en la actividad.

**Actividad 7**

**Tema:** Resolviendo problemas.

**Objetivo:** Resolver problemas al solucionar situaciones de la vida práctica mostrando confianza en sus propias capacidades para realizar cálculos.

Pedro quiere calcular la cantidad de ingrediente activo que hay en 10L de Metil-paratión 57%EC.

Juan le dice en 100L del producto comercial de ingrediente activo, en 10L del producto comercial habrá una cantidad que hay que calcular.

100L___57L

10L___X

$$X = \frac{10L \cdot 57L}{100L}$$

X=5,7L

Respuesta: En 10L del producto comercial habrá 5,7L de ingrediente activo.

**Conclusiones:**

Se resume por el profesor lo trabajado y se invita a varias alumnas y alumnos a comentar sobre las soluciones.

**Control y evaluación:**

Se realiza a partir de la participación de las alumnas y los alumnos en la actividad.

**Actividad 8**

**Tema:** Resolver problemas con proporciones.

**Objetivo:** Calcular con proporciones aplicando el teorema fundamental mostrando confianza en sus propias capacidades para realizar cálculos.

En un vivero se plantaron 20000 bolsas de café si de ellas no germinaron 1700 ¿Qué tanto por ciento del total de bolsas germinaron?

Datos:

Total de bolsas: 20000

No germinaron: 1700

%= X

$$\frac{1700}{20000} = \frac{X}{1700}$$

$$X = \frac{1700 * 100}{20000}$$

X= 85 %

R/ Germinó un 85 % del total de bolsas.

**Conclusiones:**

Se resume por el profesor lo trabajado y se invita a varias alumnas y alumnos a comentar sobre las soluciones.

**Control y evaluación:**

Se realiza a partir de la participación de las alumnas y los alumnos en la actividad.

**Actividad 9**

**Tema:** Resolución de problemas.

Objetivo: Resolver problemas al solucionar situaciones de la vida práctica mostrando sensibilidad por la perseverancia ordenada y clara del proceso seguido y de los resultados obtenidos:

Se quiere construir una cisterna para la acumulación de agua en la cochiquera del centro. Si la misma tiene un largo de 5.0 m, un ancho de 4.0 m y una profundidad de 3.0 m. Calcula la capacidad en litros de dicha cisterna.

| | |
|---|---|
| Datos: | 1- Convertir m a litros: 1 m = 1000 L |
| Largo: 5.0 m | V= a*b*c = 5.0* 4.0*3.0= 60 $m^3$ |
| Ancho: 4.0 m | |
| Profundidad: 3.0 m | |

R/ La cisterna tiene una capacidad de 60000 L

**Conclusiones:**

Se resume por el profesor lo trabajado y se invita a varias alumnas y alumnos a comentar sobre las soluciones.

**Control y evaluación:**

Se realiza a partir de la participación de las alumnas y los alumnos en la actividad.

**Actividad 10**

**Tema:** Resolver problemas por vía aritmética.

**Objetivo:** Resolver problemas por vía aritmética para dar solución a problemas de la vida práctica

Se desea cercar una parcela de forma triangular que tiene las siguientes dimensiones: a: 90 m b: 85 m c: 50 m. Si para cercarlo se necesita postes que serán colocados a una distancia de 1.5 m ¿Cuántos postes se necesitarán para la cerca?

Datos: P= a+b+c = 90+85+50= 225 m

a= 90 m Postes= $\frac{225}{1.5}$ =150

b= 85 m

c= 50 m

Postes--¿

R/ Se necesitarían 150 postes

**Conclusiones:**

Se resume por el profesor lo trabajado y se invita a varias alumnas y alumnos a comentar sobre las soluciones.

**Control y evaluación:**

Se realiza a partir de la participación de las alumnas y los alumnos en la actividad.

**Actividad 11**

**Tema:** Resolución de problema.

**Objetivo:** Resolver un problema por vía aritmética para dar solución a problemas de la vida práctica.

En la parcela de nuestro centro 250 $m^2$ dedican las 3/5 partes a la siembra de vegetales la 4/5 partes a la siembra de frutales y se sembraron 45 $m^2$ de viandas ¿Qué superficie queda disponible para la siembra de plantas medicinales?

Solución

1-vía Siembra de Frutales

$\frac{3}{5} \bullet 250 = 150\ m^2$ $\frac{1}{4} \bullet 100 = 25\ m^2$

2- vía $250\ m^2 - (150m^2+25m^2+45m^2) = 250m^2 – 220m^2 = 30\ m^2$

$250\ m^2 - 150\ m^2 = 100\ m^2$

R/ Quedan disponibles para la siembra de plantas medicinales 30 $m^2$

**Conclusiones:**

Se resume por el profesor lo trabajado y se invita a varias alumnas y alumnos a comentar sobre las soluciones.

**Control y evaluación:**

Se realiza a partir de la participación de las alumnas y los alumnos en la actividad.

**Actividad 12**

**Tema:** Las matemáticas y el comercio de arroz por libras.

**Objetivo:** Debatir las diferentes formas de resolver un problema matemático.

En un mercado hay dos sacos que contienen en total 174 lb de arroz. Si del saco más pesado se sacaran 10 lb y se echaran en el saco menos pesado entonces ambos tendrían la misma cantidad de arroz, por lo tanto el saco menos pesado contiene.

____ 87 lb ____ 97 lb ____ 77 lb ____ 82 lb ____ no aparece

<u>Solución por vía aritmética</u>

1ra Forma de pensar.

- Supongamos que ambos sacos pesan lo mismo.
- Dividimos el total de lb por 2 y se obtiene

174 : 2 = 87

- Pero me dicen que el saco más pesado excede en 10 lb al otro entonces efectúo

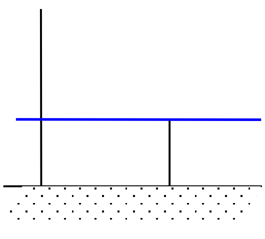
87 – 10 = 77

- El resultado obtenido es el peso en lb del saco menos pesado.

2da Forma de pensar

- Analicemos la siguiente figura

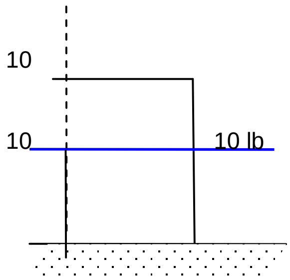
Figura 1



- La línea azul, nos muestra, la diferencia entre ambos sacos.

- Si tomamos 10 lb del saco más pesado y la echamos en el menos pesado queda entonces

Figura 2




- En tal situación ambos sacos pesan lo mismo, percatándonos entonces que la diferencia inicial entre los dos sacos es de 20 lb.

- Si sustraemos esta diferencia del peso total, entonces el resultado expresa el total de lb entre los dos sacos, si ambos pesaran igual al menor.

174 – 20 = 154

- Si dividimos esta diferencia por dos, se obtiene así, el peso del saco que menor cantidad de lb contiene.

154 : 2 = 77

<u>Solución por vía de una ecuación lineal.</u>

<u>Datos</u>

T. lb saco mayor: x

T. lb saco menor: 174 – X

<u>Planteo</u>

X – 10 = (174 – X) + 10

- La ecuación responde a las exigencias del problema, es decir si del saco más pesado se sacaran (restar) 10 lb y se echaran en el menos pesado (sumar) 10 lb, la cantidad de lb entre ambos sacos se igualaría.

<u>Resolviendo</u>

X – 10 = 174 – X + 10 (eliminando paréntesis)

X + X = 184 + 10 (reagrupamos las variables en un miembro y los valores numéricos en otro)

2X = 194

X = 194 : 2

X = 97 (Peso del mayor saco)

Saco menos pesado

$174 – 97 = 77$ lb

Nota: Observen que por medio de esta ecuación, se obtiene primeramente el valor del saco más pesado.

Otra forma de pensar

| Datos | Planteo | |
|---|---|---|
| T. lb saco menor: X | $174 – X – 10 = X + 10$ | Al parecer las ecuaciones son contradictorias, pero al resolver esta última llegaremos a la respuesta de forma directa. |
| T. lb saco mayor: 174 – X | | |

Veamos

$164 – 10 = X + X$   (Reduciendo términos semejantes y reagrupando las variables.)

$154 = 2X$   $/:2$

$X = 154 : 2$

$X = 77$ lb   (Peso del saco menor)

Nota: Es importante saber declarar la variable, para poder responder de forma rápida y directa a las condiciones del problema.

Solución por vía de un sistema de ecuaciones lineales. (dos con dos)

| Datos | Planteo | |
|---|---|---|
| T. lb saco mayor: x | (I) $x + y = 174$ | / Las exigencias del problema plantean que ambos sacos contienen 174 lb. |
| T. lb saco menor: y | (II) $x – 10 = y + 10$ | / Si del saco pesado sacamos 10 lb esto queda representado por (x - 10) y si al saco menor le echamos 10 lb queda expresado en (y + 10), bajo dicha condición ambos sacos pesan lo mismo, es decir $x – 10 = y + 10$ |

Transformando la ecuación II en otra equivalente queda:

(II) $x – 10 = y + 10$   $/ - y + 10$

$x – y = 10 + 10$

($II^1$) $x – y = 20$

Formando el nuevo sistema queda

(I)   $x + y = 174$

- En este caso el sistema está listo para ser resuelto por el método de adición – sustracción (aditivo)

(II) $\underline{x - y = 20}$

$2x = 194$

$X = 194 : 2$

$X = 97$

Sustituyendo x en (I)

$97 + y = 174$

$y = 174 - 97$

$y = 77$ lb

¿Qué hacer para obtener de forma directa la solución del problema?

Al transformar (II) se obtiene:

$x - y = 20$ /. (-1) / Si multiplicamos por (-1) obtenemos un cambio de signo en la expresión.

($II^1$) $-x + y = -20$

Luego formando el sistema

(I) $x + y = 174$

(II) $\underline{-x + y = -20}$

$2y = 154$

$y = 154 : 2$

$y = 77$

- Obteniéndose de forma directa la respuesta pedida en el ejercicio.

**Conclusiones:**

Se resume por el profesor lo trabajado y se invita a varias alumnas y alumnos a comentar sobre las soluciones.

**Control y evaluación:**

Se realiza a partir de la participación de las alumnas y los alumnos en la actividad.

**Actividad 13**

**Tema:** Las matemáticas, el comercio y la relación entre libras y el tanto porciento de libras.

**Objetivo:** Explicar las diferentes formas de resolver un problema matemático, donde se relacione una cantidad y un tanto porciento de la misma.

1. En un mercado agropecuario hay dos sacos de arroz que contienen en total 174 lbs de arroz. Si del saco más pesado se sacara el 25% del arroz que contiene y se echa

en el otro saco, ambos tendrían la misma cantidad. ¿Cuántas libras de arroz contiene cada saco?

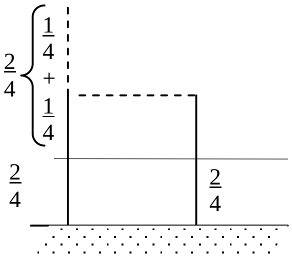
¿En qué se diferencian ambos problemas?

- En el primero se conoce el total de lb de arroz que se sacan de un saco y se echan en el otro, en este el total de lb está representado por un valor porcentual.

Es necesario recordar que el 25% significa ¼ del total de lb del saco más pesado.

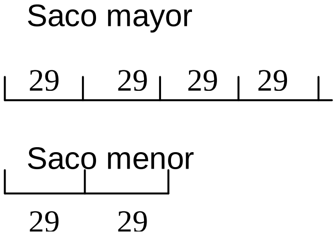
<u>Solución por vía aritmética</u>

Analicemos el siguiente esquema inicial.




Como se le extrae el 25% y este representa ¼ del total de lb, hemos modelado el peso de dicho saco como la unidad, dividida en 4 partes iguales.

2do momento después de sacar el 25% del saco mayor y echarlo en el menor.




- En este momento ambos sacos pesan lo mismo (son iguales) como del mayor se sacó ¼ y se echó en el menor es de suponer que este inicialmente tenía 2/4 con respecto al mayor es decir la mitad.
- Llegamos a la conclusión que entre ambos sacos hay 6/4, luego 174 lb repartidas entre seis. 174 : 6 = 29
- Cada ¼ representa 29 lb.

El saco pesado tiene 4 cuartos, en total 29 * 4 = 116 lb y el saco menos pesado tiene 2 cuartos, en total 29 * 2 = 58 lb

<u>Solución por vía de una ecuación lineal</u>

| <u>Datos</u> | <u>Planteo</u> |
| --- | --- |
| T.lb Saco mayor: X | x – ¼ x = (174 - x) + ¼ x |
| T.lb Saco menor: (174 – X) | |

- La ecuación responde a las exigencias del problema, el cual plantea que al sacar (restar) el 25% del total de lb del saco mayor y echarla en el menor (sumar) ¼ x, la cantidad de 16 entre ambos sacos se igualaría.

$\frac{3}{4}x = 174 - x + \frac{1}{4}x$ / Eliminando paréntesis y reduciendo términos semejantes.

$\frac{3}{4}x = 174 - \frac{3}{4}x$ / Reagrupando las variables en un mismo miembro y los valores numéricos en otra.

$\frac{3}{4}x + \frac{3}{4}x = 174$

$6/4\ x = 174$

$x = 174 \cdot 4/6$

$x = 696 : 6 = 116$ (Peso del saco mayor)

Para obtener el peso del saco menor, basta restar del total de lb, el peso del mayor.

174 – 116 = 58

R/: El saco más pesado contiene 116 lb de arroz y el menos pesado 58 lb.

Si declaramos las variables de la siguiente forma

<u>Datos</u>

T.lb saco menor: x

T.lb saco mayor: 174 – x

<u>El planteo es:</u>

$$(174 - x) - \frac{174 - x}{4} = x + \frac{174 - x}{4}$$

Observen ustedes que es más engorrosa y resolviendo queda:

1) Multiplicamos por 4 para eliminar el denominador

$$1)\ (174 - x) - \frac{174 - x}{4} = x + \frac{174 - x}{4} \quad / \cdot 4$$

$$4\,(174 - x) - \cancel{4}\,\frac{(174 - x)}{\cancel{4}} = 4x + \cancel{4}\,\frac{(174 - x)}{\cancel{4}}$$

$$696 - 4x - (174 - x) = 4x + (174 - x)$$

2) Suprimimos los paréntesis

$$2)\ 696 - 4x - 174 + x = 4x + 174 - x$$

3) Reducimos términos semejantes en ambos miembros.

$$3)\ 522 - 3x = 3x + 174$$

4) Reagrupamos las variables en un miembro y los valores numéricos en otro.

$$4)\ 522 - 174 = 3x + 3x$$

5) Se obtiene una ecuación del tipo ax = b y resolvemos.

$$5)\ 6x = 348$$

$$x = 348 : 6$$

$$x = 58 \text{ lb}$$

- Para obtener el peso del saco mayor basta restar del total de lb, el peso hallado.

$$\begin{array}{r} 174 \\ -\underline{58} \\ 116 \end{array}$$

Nota: Observa que es importante el establecimiento de los datos, pues esto hace que la ecuación resultante, sea más o menos compleja.

<u>Solución por vía de un sistema de ecuaciones lineales (dos con dos)</u>

| Datos | Planteo | |
|---|---|---|
| T.lb saco mayor: x<br>T.lb saco menor: y | (I) $x + y = 174$ | / Las exigencias del problema nos conducen a que la suma del total de lb de cada saco es 174. |
| | (II) $x - \frac{1}{4}x = y + \frac{1}{4}x$ | / Si del saco mayor sacamos la cuarta parte de su peso, queda representado por $(x - \frac{1}{4}x)$ y si al saco menor le echamos la cuarta parte del total de lb del mayor queda expresado por $(y + \frac{1}{4}x)$, bajo estas condiciones ambos sacos pesan lo mismo es decir $x - \frac{1}{4}x = y + \frac{1}{4}x$ |

Transformando la ecuación II queda

(II) $x - \frac{1}{4}x = y + \frac{1}{4}x$ / $\cdot$ 4

$4x - x = 4y + x$ / Reagrupamos las variables en el miembro izquierdo

$4x - x - x - 4y = 0$ / Reduciendo términos semejantes

$2x - 4y = 0$ / : 2

$x - 2y = 0$

/ $\cdot$ (-1) / De esta manera al formar el nuevo sistema queda listo para la eliminación directa de la variable "x" al aplicarle el método de adición - sustracción

($II^1$) $-x + 2y = 0$

Formando el nuevo sistema queda.

(I) $x + y = 174$

Sustituyendo y en (I)
$X + 58 = 174$
$x = 174 - 58$
$x = 116$

(II$^1$) $x + 2y = 0$

$3y = 174$

$y = 174 : 3$

$y = 58$

R/: El saco más pesado contiene 116 lb de arroz y el otro 58 lb de este producto.

**Actividad 14**

**Tema:** La matemática y los depósitos de agua.

**Objetivo:** Explicar las diferentes formas de resolver un problema matemático relacionado con depósitos de agua.

Un depósito A tiene un volumen de agua a 2/3 de su capacidad y otro B, cuya capacidad excede a la de A en 60 L, tiene un volumen de agua igual a 7/12 de su capacidad. Si entre ambos tienen 860 L de agua. ¿Cuántos litros de agua contiene cada depósito? ¿Qué cantidad de agua le falta al depósito A para llenarse?

Solución vía aritmética

x-20
A: ,___,___,___,
Falta 1/3

x
B: ,___,___,___,___,___,___,___,___,___,___,___,___,
Faltan 5/12

Se determina el valor de 1/12

2/3 + 7/12 = 15/12

Como el depósito B excede en 60L al A, en cada tercio de A hay 20L menos, en 2/3 hay 40L de menos.

Sumamos esos 40L a 860L para igualar la capacidad de 1/12 en cada depósito.

860 + 40 = 900

Como son 15 doceavas partes iguales, resolvemos:

900: 15 = 60, es decir, 1/12 partes del depósito contiene 60L

En el depósito A se cumple:

1/3 = 4/12 y en cada tercio hay 20L menos, tenemos:

(60 . 40) – 20 = 240 -20 = 220

220 . 3 = 660

Rta/

El depósito A contiene 660L y le falta para llenarse 220L

En el depósito B se cumple:

$12 \ . \ 60 = 720$

Rta/

El depósito B contiene 720L de agua.

Solución vía algebraica

1) Por una ecuación lineal

| Datos | Planteo |
|---|---|
| Total litros de A: x | $2/3\ x + 7/12\ (x + 60) = 860$ |
| Total de litros de B: x + 60 | $2/3\ x + 7/12\ x + 35 = 860$ |
| | $15/12\ x = 860 - 35$ |
| | $15/12\ x = 825$ |
| | $X = 825\ .\ 12/15$ |
| | $X = 660$ (Total de litros en A) |

Falta para llenar A:

$660 : 3 = 220$L

Para hallar la capacidad de B, resolvemos:

$660 + 60 = 720$L

2) Por sistema de ecuaciones:

| Datos | Planteo |
|---|---|
| Total de litros de B: x | I) $x - y = 60$ |
| Total de litros de A: y | II) $\underline{7/12x + 2/3y = 860}$ |
| | Transformando II |
| | $7/12x + 2/3y = 860 \quad / .12$ |
| | $7x + 8y = 10320$ |

Formando nuevo sistema

I) $x - y = 60 \quad / \ . \ 8$

II) $\underline{7x + 8y = 10320}$

I) $8x - \cancel{8y} = 480$

II) $\underline{7x + \cancel{8y} = 10320}$

$15x = 10800$

X = 10800 : 15

X = 720 (Capacidad en litros del depósito B)

Hallemos la capacidad de A:

720 – 60 = 660

Para llenarse A le faltan:

660 : 3 = 220

Propuesto:

En una cooperativa dedicada al cultivo de viandas, 35 hectáreas están sembradas de plátanos y boniatos. Después de recogida la mitad del cultivo de plátanos y la tercera parte del cultivo de boniatos, quedaron sembradas 20 hectáreas. ¿Cuántas hectáreas de cada cultivo sembró la cooperativa?

**Conclusiones:**

Se resume por el profesor lo trabajado y se invita a varias alumnas y alumnos a comentar sobre las soluciones.

**Control y evaluación:**

Se realiza a partir de la participación de las alumnas y los alumnos en la actividad.

En el desarrollo de esta actividad los alumnos mostraron un alto nivel de preparación, motivación y participación al igual que un alto grado de independencia cognoscitiva, prefiriendo como vía de solución las ecuaciones lineales.

En general:

En el desarrollo de las actividades los alumnos y alumnas fueron elevando su nivel de preparación de bajo a alto, su motivación por resolver problemas matemáticos también fue en un nivel creciente al igual que su participación durante todo este proceso. La independencia cognoscitiva pasó por los tres niveles: bajo, medio y alto; y resolvieron el problema por diferentes vías de solución sin una preferencia marcada.

## 2.4 Constatación final. Resultados.

Durante el proceso de investigación se constató que el nivel de preparación de los estudiantes, la motivación, participación, el grado de independencia cognoscitiva para el desarrollo de las primeras actividades era bajo; a medida que se aplicaron fueron aumentando el nivel en lo referido a los aspectos mencionados. Es importante destacar que en el desarrollo de las tres últimas actividades los estudiantes resolvieron los problemas por diferentes vías de solución y sin una preferencia marcada.

Después de aplicadas las actividades docentes mejoraron notablemente la habilidad de resolución de problemas matemáticos y esto se puede ver de la siguiente manera, el 100% de los muestreados aprendió a seleccionar correctamente los datos, es decir, declarar las variables, sólo un 10% (3 muestreados) presentó problemas para establecer la relación entre los datos y la incógnita y un 6.7% (2 muestreados) presentó dificultades en el planteo del problema matemático para resolver el problema, un 10% (3 muestreados) presentan dificultades para resolver el modelo matemático que ellos escogieron sobre todo en la solución de problemas matemáticos por ecuaciones y sistemas de ecuaciones y todos los muestreados (100%) aprendieron que la comprobación de la solución buscada se hace en el texto del problema y no en el modelo matemático escogido.

Podemos destacar que a partir del desarrollo de las actividades docentes y se hizo palpable en la prueba pedagógica final los alumnos y alumnas mostraban un interés por tratar de resolver un mismo problema por las vías aritmética y algebraicas.

El análisis efectuado anteriormente a cada uno de los indicadores, así como a las tablas de distribución de frecuencias que ilustran su comportamiento de la variable: nivel en la resolución de problemas matemáticos en los alumnos y alumnas de la, y la valoración realizada a los datos mostrados permitió determinar las siguientes regularidades:

1. En esta etapa del pre-experimento hay un predominio del nivel alto en la resolución de problemas matemáticos por parte de los alumnos y alumnas de tercer año del Centro Mixto “Enrique Villegas Martínez” del municipio Trinidad, la cual representa una situación favorable.
2. Los siguientes resultados muestran un incremento de los indicadores tomando en consideración los valores de las frecuencias relativas porcentuales en el nivel alto.

Declaración de las variables: respondieron de 30 muestreados, 18 en el nivel alto para un 60%.

Establecimiento de la relación entre los datos y la incógnita: respondieron en el nivel alto 21 de 30 muestreados, para un 70%.

Planteo del modelo matemático: respondieron en el nivel alto 21 para un 70% de 30 muestreados.

Resolución del modelo matemático: respondieron en el nivel alto 15 para un 50% del total de la muestra (30).

Comprobación de la solución buscada: respondieron en un nivel alto 21 para un 70% de la muestra (30).

El análisis efectuado anteriormente a cada uno de los indicadores y la valoración realizada a los datos mostrados, antes y después de aplicadas las actividades docentes permitió determinar las siguientes regularidades: (el signo (+) indica el incremento).

| | B | M | A |
|---|---|---|---|
| Declaración de las variables | 60% - 0%= -60% | 30% - 40% = +10% | 10% - 60% = +50% |
| Establecimiento de la relación entre los datos y la incógnita | 66.7% - 10% = -56.7% | 33.3% - 20%= -13.3% | 0% - 70% = +70% |
| Planteo del modelo matemático | 70% - 6.7% = -63.3% | 30% - 23.3% = -6.7% | 0% - 70% = +70% |
| Resolución del modelo matemático | 53.3% - 10% = -43.3% | 33.3% - 40% =+6.7% | 13.3% - 50% = +36.7% |
| Comprobación de la solución buscada | 96.7% - 0% = -96.7% | 3.3% - 30% =+26.7% | 0% - 70% = +70% |

El número de alumnos y alumnas en el nivel alto aumentó de forma general por cada indicador, mientras que el nivel bajo decrece considerablemente donde se mantiene un estudiante en el nivel bajo.

## CONCLUSIONES:

1. La sistematización de conocimientos fundamentales y de la experiencia del autor de esta investigación en cuanto a la enseñanza de la Matemática en la ETP, en particular en el trabajo con problemas, permite determinar los conceptos, ideas, proposiciones que son fundamentales para conformar los fundamentos teóricos y metodológicos que sustentan el desarrollo de habilidades de los alumnos y alumnas de la (ETP) en la resolución de problemas por diferentes vías de solución.
2. El estudio diagnóstico realizado arrojó deficiencias en el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas matemáticos, al apreciarse ciertas manifestaciones relacionadas con las insuficiencias en la resolución de problemas por diferentes vías de solución en cuanto a: escasos conocimientos de los alumnos(as) para comprender textos en problemas matemáticos, materializado en la declaración de las variables y la relación entre los datos y la incógnita, escasos conocimientos de los alumnos(as) para concebir un plan de solución en la resolución de problemas matemáticos así como en el planteo de diferentes modelos matemáticos a seguir, escasos conocimientos de los alumnos(as) para resolver el plan de solución y hacer un análisis que le permita comprobar la solución buscada.
3. A partir del estado real que presentan los docentes y sobre la base sus potencialidades, además, las condiciones materiales que hoy tienen las escuelas, se diseñan y aplican actividades docentes sobre la resolución de problemas por diferentes vías de solución, en su contenido se retoman los elementos básicos adquiridos en los diferentes niveles de enseñanza y se proyectan desde un estilo distinto al que aparece en los libros de texto actuales. Estas actividades provocan en los alumnos y alumnas de la ETP un esfuerzo cognitivo de mayor compromiso con la solución de los mismos, incluso, con problemas que se les puede presentar en la vida cotidiana y profesional.
4. La evaluación de los efectos originados en los alumnos y alumnas de tercer año del Centro Mixto “Enrique Villegas Martínez” del municipio Trinidad, demuestra los cambios positivos en los niveles de desarrollo cognitivo, en la motivación y en la actitud de estos hacia la resolución de problemas.

## RECOMENDACIÓN:

- Valorar por parte de las estructuras científicas y metodológicas autorizadas del territorio, la posibilidad de divulgar, por diferentes vías, los resultados de esta investigación en el resto del municipio para abrir nuevas aristas de exploración sobre esta problemática, incluso, en otros niveles de enseñanza.

## BIBLIOGRAFÍA:


1.Adam Félix, Andragogía. Caracas, Federación Interamericana de Educación de adultos.

2.Alanis Musito, José de Jesús (1995). El papel de los significados en la solución de problemas aritméticos en la escuela primaria. Tesis de maestría. Universidad autónoma de Guerrero, México.

3.Albarrán Pedroso, Juana: (2006) Didácticas de la matemática en la escuela primaria, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.

4.Almeida, B y otros: (1995) Los procedimientos heurísticos en la enseñanza de las matemáticas, ISP Enrique José Varona, Ciudad de la Habana.

5.Álvarez de Zayas, Carlos: Metodología de la Investigación Científica. Editorial Pueblo y Educación. La Habana 1996.

6.Álvarez Pérez, Marta: (2004) Interdisciplinaridad. Una aproximación desde la enseñanza – aprendizaje de las ciencias, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.

7.Ballester Pedroso, Sergio: (2000) Metodología de la Enseñanza de las Matemáticas. Tomo II, editorial Pueblo y Educación, La Habana.

8..Ballester Pedroso, Sergio: (2003) El transcurso de las líneas directrices en los programas de Matemática y la Planificación de la Enseñanza. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.

9.Bazán Z. A. Chalini H. A. (1995) Estrategias utilizadas por estudiantes egresados de secundaria básica en la resolución de problemas matemáticos. Revista especializada de Educación Pedagogía Tercera Época. Volumen 10, número 6, México.

10.Bell, R y M. Muribay: (2001) Pedagogía y Diversidad, Editorial Abril, La Habana.

11.Bermúdez Zerquera, R y Rodríguez Robustillo, M.: (1996) Teoría y Metodología del Aprendizaje, Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

12.Blanco, L.J. (1998) Otro nivel de aprendizaje; perspectivas y dificultades de aprender a enseñar matemáticas.

13.Bruner, Jerome: (1989) Acción, Pensamiento y Lenguaje. Compilación Alianza Editorial Madrid.

14.Bunge, M. (1972) La investigación científica. La Habana: Ciencias Sociales.

15.Cabañas Ma Guadalupe (1995) La técnica de la modelación como un recurso para aprender a resolver problemas. Tesis de maestría. Universidad Autónoma de Guerrero. México.

16.Campistrous, L. Rizo, C. (1997) Aprende a resolver problemas aritméticos. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. Cuba.

17.Campistur Pérez, Luis y Rizo Cabreras, Celia: (2002) Aprender a resolver problemas Aritméticos, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.

18.Carrillo, J. (1998) La resolución de problemas en la enseñanza secundaria.

19.Chirino Ramos, Mª Victoria (2005). Ejercicios: El diseño teórico-metodológico de la investigación, Fundamentando la investigación y mirada crítica. En el CD de la maestría Material complementario “Guías de estudio de la disciplina Metodología de la Investigación Educativa”, del curso de bases de la investigación educativa y sistematización de la práctica pedagógica.

20. Colectivo de Autores (2002). Dinámica de grupo. Editorial Pueblo y Educación.

21.Colectivos de autores. (2003). Compendio de agronomía 2$^{do}$ año. Parte 1 Editorial Pueblo y Educación.

22. Coll, Cesar: (1986) Acción, Interacción y Construcción del conocimiento en condiciones educativas. Revista Educación 279.P-9-24. Madrid.

23. De Guzmán, M. Gil. P.D. (1993) Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e innovaciones. Madrid Popular.

24. García Romis, L. (1996). Los retos del cambio educativo. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.

25. González, H. E: (1983) Un criterio para clasificar habilidades matemáticas. Educación Matemática. Vol 5 # 1, Grupo Editorial Iberoamericano. México.

26. Labarrere Sarduy, Alberto F: (1987) Base Psicopedagógica para la solución de problemas Matemáticos en la escuela primaria, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.

27. Labarrere Sarduy, Alberto F: (1988) ¿Cómo enseñar a los alumnos de primaria a resolver problemas? Editorial Pueblo y Educación. La Habana.

28. Labarrere, A. F. (1987) Base psicopedagógica de la enseñanza de la solución

de problemas matemáticos en la escuela primaria. Pueblo y Educación, Ciudad de la Habana. Cuba.

29.MINED. Curso de Superación Integral para Jóvenes. Tabloide Matemática II.

30. MINED. Orientaciones metodológicas. 10mo grado de la asignatura Matemáticas.

31.MINED: (1988) Programa Director de la Matemática. Ministerio de Educación. Ciudad de la Habana

32. Mónaco, Bárbara S. Aguirre, Ma Isabel. (1995) Caracterización de algunas estrategias para resolver problemas aritméticos y algebraicos en el nivel medio: Un estudio de casos. Tesis de maestría. Universidad Autónoma de Guerrero. México.

33. Palacios Peña, Joaquin: (2003) Colección de problemas Matemáticos para la vida, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.

34. Periolibro Módulo III: (2006) 1ra y 2da parte. Maestría en ciencias de la Educación. Mención en Educación de Secundaria Básica, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.

35.Petrosvki, A.V. Psicología general.

36.Polya, G. (1976) Descubrimientos matemáticos. Editorial Ciencias.

37.Polya, G. (1976) Como plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. México.

38.Puig, S: (2003) Una aproximación a los niveles de desempeño cognitivos de los alumnos. ICCP. La Habana.

39.Revista Educación: año XVI / abril – junio de 1986 / No 61. Cuba: Organización de la Educación 1978-1980.

40.Rico, P: (2003) La zona de desarrollo próximo. Procedimientos y tareas de aprendizaje, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.

41.Santos Trigo, Luz M. (1994) La solución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. CINVESTAV-IPN. México.

42.Schoenfeld, A. H. (1985) Ideas y tendencias en la resolución de problemas. La enseñanza de las matemáticas a debate. Madrid.

43.Seminario Nacional (2005) III, IV y VI para Educadores. Editorial Pueblo y Educación.

44.Silvestre Aromas, N. y Zilbertein Toruncha, J.: (2002) Hacia una didáctica

desarrolladora. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana.
45.Soporte digital. Maestría. Módulo I y II.
46.Temas de educación de Adulto. (2001). Caracas. Centro Regional de Educación de Adultos de la República de Venezuela. Revista Trimestral.
47.Torres Paúl: (2000). La instrucción heurística de las matemáticas escolares, ISP Enrique José Varona. Ciudad de la Habana.
48.Torres, M. Aproximación al estudio de la flexibilidad del pensamiento. Trabajo de diploma ISPEJV. Ciudad de la Habana.
49.Vigotski, L. Lenguaje y pensamiento. Bs. As. , ED. Lautaro

## ANEXOS:

**ANEXO 1: Escala valorativa.**

**Tabla de criterios para valorar el estado de los indicadores establecidos**

| | **Alto** | **Medio** | **Bajo** |
|---|---|---|---|
| 1- Declaración de las variables. | Identifica correctamente los datos y la incógnita en el texto del problema matemático | Identifica, en parte, los datos y la incógnita en el texto del problema matemático | No identifica los datos ni la incógnita en el texto del problema matemático |
| Establecimiento de la relación entre los datos y la incógnita. | Establece con seguridad la relación entre los datos y la incógnita. | Establece con inseguridad la relación entre los datos y la incógnita. | No establece con seguridad la relación entre los datos y la incógnita. |
| 3- Planteo del modelo matemático para la solución del problema. | Plantea de forma correcta el modelo matemático para la solución del problema. | Plantea con imprecisiones el modelo matemático para la solución del problema. | Plantea de forma incorrecta el modelo matemático para la solución del problema. |
| 4- Resolución del modelo matemático. | Resuelve el modelo del problema de forma correcta | Comete imprecisiones en la resolución del modelo del problema | Resuelve de forma incorrecta el modelo matemático para la solución del problema. |
| Comprobación de la solución buscada. | Comprueba la solución en el texto del problema | Comprueba la solución en el modelo | No comprueba la solución del problema |

**Escala valorativa por indicador:**

| Categoría | Índice |
|---|---|
| Alto (A) | Tener los cinco indicadores evaluados de (A) |
| Medio (M) | Tener los tres primeros indicadores evaluados de (A) |
| Bajo (B) | Tener menos de tres indicadores evaluados de (A) |

**Anexo 2 Entrevista a alumnos.**

Objetivo: Constatar si los alumnos dominan bibliografías en las cuales los problemas resueltos se solucionan por todas las vías posibles y el grado de interés de los mismos por solucionar los problemas, así como los pasos que siguen para resolver problemas matemáticos.

Cuestionario

1. ¿Cuándo estudias, en las bibliografías que utilizas, los ejemplos de problemas aparecen resueltos por todas las vías de solución posible?

Si ____ No ____

En caso afirmativo, menciónelas.

2. Consideras de importancia que tú profesor resuelva los ejemplos de problemas por todas las vías de solución que los mismos tengan?

Si ____ No _____

¿Por qué? ____________________________________________________________

3. ¿Consideras importante saber resolver problemas para tú formación integral?

Si ____ No _____

¿Por qué?

4. Marque con una cruz (X) los pasos que usted sigue para resolver un problema matemático.

___ Declaración de las variables.

___ Establecimiento de la relación entre los datos y la incógnita.

___ Planteo del modelo matemático para la solución del problema.

___ Resolución del modelo matemático.

___ Comprobación de la solución buscada.

**ANEXO 3: Prueba Pedagógica Inicial**

Objetivo: Diagnosticar el nivel de conocimiento de los estudiantes en las etapas de resolución de problemas matemáticos antes de aplicar las actividades docentes.

Resuelve los siguientes problemas. Deja por escrito tus razonamientos.

<u>Cuestionario</u>

1. Francisco gastó $12.00 y Ramón $8.00 en comprar plantas ornamentales, todas de la misma variedad y del mismo precio. Ramón compró 2 plantas menos que Francisco. ¿Cuánto valía cada planta? ¿Cuántas compró cada uno?

1.1. Marque con una cruz (X) la o las respuestas que considere correctas.

¿Qué se busca?

___ La edad de Ramón y Francisco.

___ La cuantía de cada planta.

___ El tipo de plantas.

___ Cuantas plantas compró cada uno.

1.2. La relación entre lo que se busca y se da está basado en:

___ La diferencia de edad entre Ramón y Francisco.

___ La diferencia entre lo gastado entre Ramón y Francisco.

___ En el tipo de plantas adquiridas.

___ La diferencia en el total de plantas adquiridas.

1.3. ¿Qué modelo matemático utiliza para solucionar el problema?

___ Tanteo inteligente.

___ Vía aritmética.

___ Una ecuación lineal.

___ Un sistema de ecuaciones.

1.3.1. ¿Por vía aritmética, qué pasos lógicos debe dar?

a) ___

- Sumar lo gastado por Ramón y Francisco.
- Dividir la suma entre lo gastado por Ramón y Francisco por la diferencia de plantas adquiridas para determinar la cuantía de cada

b) ___

- Hallar la diferencia entre lo gastado por Francisco y Ramón.
- Dividir la diferencia entre lo gastado por Francisco y Ramón por la diferencia de plantas adquiridas para determinar la cuantía de cada

planta.

- Multiplica lo gastado por Ramón y Francisco por el valor de cada planta y obtiene el total de plantas adquiridas por cada uno.

planta.

- Divide lo gastado por Francisco y Ramón por el valor de cada planta y obtiene el total de plantas adquiridas por cada uno.

Si utiliza las ecuaciones, escriba la ecuación que usted utilizó.

______________________________________________

Atendiendo a los siguientes datos:

Datos

Total de plantas adquiridas por Francisco: X

Total de plantas adquiridas por Ramón: Y

Costo por plantas: Z

Seleccione el sistema que a su juicio da solución al problema.

a) ___

(I) $X - Y = 2$

(II) $X Z = 12$

(III) $Y Z = 8$

b) ___

(I) $X - Y = 2$

(II) $Z (X - Y) = 4$

1.4. Al aplicar el modelo matemático por usted escogido, obtiene:

___ Las edades de Ramón y Francisco.

___ El valor de cada planta.

___ El tipo de plantas adquiridas.

___ Cuantas plantas compró cada uno.

1.5. Al comprobar los resultados verificó que:

___ Ramón tiene 30 años y Francisco 20.

___ Cada planta costaba 2 pesos.

___ Compraron rosas, claveles y azucenas.

___ Ramón compró 4 plantas y Francisco 6.

2. En un supermercado hay una oferta de 8 caramelos por \$3.60. En otro, la misma marca se ofrece en paquetes de 12 caramelos por \$4.80 el paquete. ¿Cuál oferta te conviene más y por qué?.

**Anexo 4:**

Evaluación por indicadores antes de aplicadas las actividades docentes.

| Indicadores / Muestra | Declaración de las variables | Establecimiento de la relación entre los datos y la incógnita. | Planteo del modelo matemático para la solución del problema. | Resolución del modelo matemático. | Comprobación de la solución buscada. | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | B | B | B | B | B | B |
| 2 | B | B | M | M | B | B |
| 3 | B | B | B | B | B | B |
| 4 | B | B | B | B | B | B |
| 5 | M | M | M | M | B | M |
| 6 | B | B | B | B | B | B |
| 7 | M | M | B | A | B | M |
| 8 | A | M | M | A | B | M |
| 9 | M | B | B | M | B | B |
| 10 | M | M | M | M | B | M |
| 11 | B | B | B | B | B | B |
| 12 | B | B | B | B | B | B |
| 13 | B | B | B | B | B | B |
| 14 | B | B | B | B | B | B |
| 15 | B | B | B | B | B | B |
| 16 | M | B | B | A | B | B |
| 17 | A | M | M | M | M | M |
| 18 | B | B | B | B | B | B |
| 19 | B | B | B | B | B | B |
| 20 | M | M | M | M | B | M |
| 21 | M | M | B | B | B | B |
| 22 | M | B | B | B | B | B |
| 23 | B | M | M | M | B | M |
| 24 | B | M | M | M | B | M |
| 25 | B | B | B | B | B | B |
| 26 | B | B | B | B | B | B |
| 27 | B | B | B | B | B | B |
| 28 | M | B | B | M | B | B |
| 29 | B | M | M | M | B | M |
| 30 | A | B | B | A | B | M |
| Total | B – 18 | B – 20 | B – 21 | B – 16 | B – 29 | B – 20 |
| | M – 9 | M – 10 | M – 9 | M – 10 | M – 1 | M – 10 |
| | A - 3 | A - 0 | A – 0 | A - 4 | A - 0 | A-0 |

**Anexo 5:** Tabla de distribución de frecuencia de la prueba pedagógica antes de aplicar las actividades docentes.

| Indicadores | Escala | Frecuencia absoluta Fi | Frecuencia relativa porcentual fi(%) |
|---|---|---|---|
| 1) Declaración de las variables | B | 18 | 60% |
| | M | 9 | 30% |
| | A | 3 | 10% |
| | T | 30 | - |
| 2) Establecimiento de la relación entre los datos y la incógnita. | B | 20 | 66.7% |
| | M | 10 | 33.3% |
| | A | 0 | 0% |
| | T | 30 | - |
| 3) Planteo del modelo matemático para la solución del problema. | B | 21 | 70% |
| | M | 9 | 30% |
| | A | 0 | 0% |
| | T | 30 | - |
| 4) Resolución del modelo matemático. | B | 16 | 53.3% |
| | M | 10 | 33.3% |
| | A | 4 | 13.3% |
| | T | 30 | - |
| 5) Comprobación de la solución buscada. | B | 29 | 96.7% |
| | M | 1 | 3.3% |
| | A | 0 | 0% |
| | T | 30 | - |
| Total | B | 20 | 66.7% |
| | M | 10 | 33.3% |
| | A | 0 | 0% |
| | T | 30 | - |

**Anexo 6**. Prueba pedagógica final.

Objetivo: Diagnosticar el nivel de conocimientos de los estudiantes en las etapas de resolución de problemas matemáticos después de aplicadas las actividades docentes.

Cuestionario

1.- Laura tiene en su alcancía igual número de monedas de $1, de $0,40 y de $0,20. En total tiene $32, con el propósito de comprar semillas para un para un experimento ¿Cuántas monedas tiene de cada una?.

Marca con una cruz (X) la(s) respuesta(s) correctas:

1.- ¿Qué se busca?

___ La edad de Laura.

___ El total de dinero que tiene Laura.

___ El total de monedas de $1, $0,40 y $0,20 que hay en la alcancía.

1.2.- La relación entre lo que se busca y se da se basa en determinar:

___ Cuántas monedas de $0,40 hay en $32.

___ Cuántas veces la suma ($1 + $0,40 + $0,20) está contenida en $32.

___ La relación existente entre una moneda de $1 y otra de $0,20.

1.3.- ¿Qué modelo matemático aplicó para solucionar el problema?

___ Tanteo inteligente.

___ Vía aritmética.

___ Una ecuación lineal.

___ Un sistema de ecuaciones.

1.3.1.- Por vía aritmética qué pasos lógicos debe dar:

a) ___

- Sumar ($1 + $0,40 + $0,20)
- Dividir la suma anterior por $32

b) ___

- Calcular: $1 – ($0,40 + $0,20)
- Multiplicar el cálculo anterior por $32

Si utiliza las ecuaciones, declara la(s) variable(s) y escriba la ecuación por usted utilizada.

Atendiendo a los siguientes datos.

Datos Seleccione el sistema que a su juicio da solución al problema

| | | |
|---|---|---|
| Total de monedas: | a) ___ | b) ___ |
| $1 : X | (I) X + Y + Z = 160 | (I) X = 5 Z |
| $0,40 : Y | (II) X = 5 Z | (II) Y = 2 Z |
| $0,20 : Z | (III) Y = 2 Z | (III) X + 0,40 Y + 0,20 Z = 32 |

1.4.- Al aplicar el modelo matemático por usted escogido obtuvo:

___ La edad de Laura.

___ El total de monedas de $1, $0,40 y $0,20 que hay en la alcancía.

___ El total de dinero que tiene Laura.

1.5.- Al comprobar los resultados obtuvo que:

___ Laura tiene 4 años.

___ Existen 20 monedas de cada denominación en la alcancía.

___ Laura tiene $32 en su alcancía.

2.- Resuelve

En una cooperativa se cosecharon 160 qq entre plátano burro y plátano fruta. Una empresa compró el 25% de los plátanos frutas y la mitad de los plátanos burros. Si quedaron las 3/5 partes del total. ¿Qué cantidad de plátanos de cada tipo compró la empresa?. ¿Cuántos qq de plátano fruta cosechó la cooperativa?.

**Anexo 7**: Evaluación por indicadores después de aplicadas las actividades docentes.

| Indicadores / Muestra | Declaración de las variables | Establecimiento de la relación entre los datos y la incógnita. | Planteo del modelo matemático para la solución del problema. | Resolución del modelo matemático. | Comprobación de la solución buscada. | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | A | A | A | A | A | A |
| 2 | A | A | A | A | A | A |
| 3 | A | A | A | M | A | A |
| 4 | M | B | B | B | M | B |
| 5 | M | A | A | M | A | A |
| 6 | A | A | A | M | M | A |
| 7 | A | A | A | M | A | A |
| 8 | A | A | A | M | A | A |
| 9 | M | A | A | A | A | A |
| 10 | A | A | A | M | M | A |
| 11 | A | A | A | M | M | A |
| 12 | A | A | A | A | A | A |
| 13 | A | A | M | M | M | M |
| 14 | A | A | M | A | A | A |
| 15 | M | B | M | A | A | M |
| 16 | A | A | A | B | M | M |
| 17 | M | M | M | M | A | M |
| 18 | M | M | A | A | M | M |
| 19 | M | A | A | A | A | A |
| 20 | A | A | A | A | A | A |
| 21 | M | M | A | A | M | M |
| 22 | M | B | B | M | A | M |
| 23 | A | A | M | B | A | M |
| 24 | A | M | M | M | A | M |
| 25 | M | A | M | M | M | M |
| 26 | A | M | A | A | A | A |
| 27 | M | A | A | A | A | A |
| 28 | M | M | A | A | A | A |
| 29 | A | A | A | A | A | A |
| 30 | A | A | A | A | A | A |
| Total | B – 0 | B – 3 | B – 2 | B – 3 | B – 0 | B – 1 |
| | M – 12 | M – 6 | M – 7 | M – 12 | M – 9 | M – 10 |
| | A - 18 | A - 21 | A – 21 | A - 15 | A - 21 | A-19 |

**Anexo 8:** Tabla de distribución de frecuencia de la prueba pedagógica después de aplicar las actividades docentes.

| Indicadores | Escala | Frecuencia absoluta Fi | Frecuencia relativa porcentual fi(%) |
|---|---|---|---|
| 1) Declaración de las variables | B | 0 | 0% |
| | M | 12 | 40% |
| | A | 18 | 60% |
| | T | 30 | - |
| 2) Establecimiento de la relación entre los datos y la incógnita. | B | 3 | 10% |
| | M | 6 | 20% |
| | A | 21 | 70% |
| | T | 30 | - |
| 3) Planteo del modelo matemático para la solución del problema. | B | 2 | 6.7% |
| | M | 7 | 23.3% |
| | A | 21 | 70% |
| | T | 30 | - |
| 4) Resolución del modelo matemático. | B | 3 | 10% |
| | M | 12 | 40% |
| | A | 15 | 50% |
| | T | 30 | - |
| 5) Comprobación de la solución buscada. | B | 0 | 0% |
| | M | 9 | 30% |
| | A | 21 | 70% |
| | T | 30 | - |
| Total | B | 1 | 3.3% |
| | M | 10 | 33.3% |
| | A | 19 | 63.3% |
| | T | 30 | - |

**Anexo 9:** Resultados del control de los indicadores antes y después de la aplicación de las actividades docentes.

| Indicadores | Antes | | | Después | | | Diferencia | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | B | M | A | B | M | A | B | M | A |
| 1 | 18 | 9 | 3 | 0 | 12 | 18 | -18 | +3 | +15 |
| 2 | 20 | 10 | 0 | 3 | 6 | 21 | -17 | -4 | +21 |
| 3 | 21 | 9 | 0 | 2 | 7 | 21 | -19 | -2 | +21 |
| 4 | 16 | 10 | 4 | 3 | 12 | 15 | -13 | +2 | +11 |
| 5 | 29 | 1 | 0 | 0 | 9 | 21 | -29 | +8 | +21 |