

UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS
“CAPITÁN SILVERIO BLANCO NÚÑEZ”
SANCTI SPÍRITUS
SEDE PEDAGÓGICA JATIBONICO

TESIS EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE MÁSTER EN CIENCIAS DE
LA EDUCACIÓN

MENCIÓN PREUNIVERSITARIA

TÍTULO: TAREAS DE APRENDIZAJE PARA CONTRIBUIR AL DESARROLLO
DE LA HABILIDAD CÁLCULO ARITMÉTICO EN ESTUDIANTES DEL
PREUNIVERSITARIO “RAÚL GALÁN GONZÁLEZ”, DE JATIBONICO

AUTORA: Lic. EUGENIA MARITZA SÁNCHEZ EXPÓSITO
JATIBONICO

2010

**UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS
“CAPITÁN SILVERIO BLANCO NÚÑEZ”
SANCTI SPÍRITUS
SEDE PEDAGÓGICA JATIBONICO**

**TESIS EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE MÁSTER EN CIENCIAS
DE LA EDUCACIÓN**

MENCIÓN DE PREUNIVERSITARIO

**TÍTULO: TAREAS DE APRENDIZAJE PARA CONTRIBUIR AL
DESARROLLO DE LA HABILIDAD CÁLCULO ARITMÉTICO EN
ESTUDIANTES DEL PREUNIVERSITARIO “RAÚL GALÁN GONZÁLEZ”, DE
JATIBONICO**

**AUTORA: Lic. EUGENIA MARITZA SÁNCHEZ EXPÓSITO
TUTORA: MSc. ALIBECH TANIA MARTÍNEZ RODRÍGUEZ**

JATIBONICO

2010

PENSAMIENTO

“El verdadero mérito es el que el hombre adquiere con su voluntad, con su esfuerzo, con su constancia. Nosotros tenemos que hacer que ese sea el espíritu que prevalezca para desarrollar una sociedad distinta, para formar un ser humano totalmente diferente. El espíritu de sacrificio, de trabajo, de cumplimiento del deber tiene que ser exaltado. Esperamos jóvenes de voluntad, jóvenes de espíritu recio que no se desalienten ante ninguna dificultad, que no retrocedan ante ningún obstáculo”

Fidel Castro Ruz

DEDICATORIA

A mis padres, porque consagraron sus vidas a mí y sus enseñanzas me permitieron continuar.

A mis hijos, Yiliam y Jorgito por ser la razón de mi vida.

A mi esposo por estar a mi lado y tener paciencia infinita para aceptar mi ocupación profesional y poder lograr este noble empeño.

AGRADECIMIENTOS

A nuestra Revolución, sin la cual esta hija de seres humildes no hubiera podido llegar a este momento.

A mi familia en particular a mis hijos y esposo por la comprensión mostrada en todo este período de tensiones.

A mi tutora MSc. Alibech Tania Martínez Rodríguez que tanto empeño ha puesto en la realización exitosa de esta tesis, que me ha atendido sin reparos en cada ocasión que he necesitado de su ayuda certera e imprescindible.

A mi amiga Madelin Taño Francisco y mi compañero de trabajo José Manuel Iba Mlnato por su ayuda incondicional.

Y a todos los que de una forma u otra han colaborado con la realización de esta tesis.

A todos, muchas gracias

SÍNTESIS

La tesis aborda el desarrollo de la habilidad cálculo aritmético en estudiantes del preuniversitario “Raúl Galán González”, de Jatibonico. Se realizó con el objetivo de validar tareas de aprendizaje para contribuir al desarrollo de esta habilidad. En la misma se utilizaron métodos del nivel teórico, empírico y matemático. Su puesta en práctica permitió constatar resultados significativos en la muestra tomada al respecto, lográndose cambios sustanciales en los conocimientos de los estudiantes y en el interés y compromiso por erradicar sus dificultades, lo que implica niveles superiores de aprendizaje. Estos resultados se deben a la novedad de la investigación la cual radica en la concepción utilizada para la realización de las tareas de aprendizaje al propiciar las mismas de forma dinámica y creativa el aprendizaje, utilizando los conocimientos previos y la nueva información que va a recibir el estudiante, con el fin de contribuir al desarrollo de habilidades en el cálculo aritmético.

ÍNDICE	
CONTENIDO	PÁG
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I Fundamentos teóricos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y el desarrollo de la habilidad calcular	9
1.1 Fundamentación histórica del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. La Aritmética como contenido fundamental del proceso.	9
1.2 Desarrollo de la habilidad calcular en el Preuniversitario.....	18
1.3 Concepciones teóricas acerca de las tareas de aprendizaje.....	33
CAPÍTULO II Tareas de aprendizaje para contribuir al desarrollo de la habilidad cálculo aritmético en estudiantes del preuniversitario “Raúl Galán González”	38
2.1 Estudio inicial que presenta la habilidad calcular en estudiantes de décimo grado del preuniversitario “Raúl Galán González”.....	38
2.2 Las tareas de aprendizaje para contribuir al desarrollo de la habilidad cálculo aritmético.....	41
2.3 Constatación final de las tareas de aprendizaje.....	52
CONCLUSIONES	55
RECOMENDACIONES	57
BIBLIOGRAFÍA	58
ANEXOS	

INTRODUCCIÓN

Es evidente que la tendencia del desarrollo histórico contemporáneo está marcada con el proceso de globalización, donde el mundo cada día está en mayor interconexión. Si bien la esencia de la globalización representa al progreso, no es secreto para nadie que el proceso actual de globalización neoliberal pretende colonizar económica, cultural y educacionalmente algunos países. La educación, como un importante factor de cambio, es una cuestión estratégica en un mundo globalizado y unipolar que intenta imponer proyectos educativos afines con una economía de mercado que alimenten el consumismo y los valores del individualismo.

En este contexto se inserta Cuba con un proyecto educacional distinto, cuya premisa fundamental es la de la igualdad de oportunidades y justicia social. Por su carácter socialista, desde sus inicios situó a la educación en primer plano de sus históricas tareas, teniendo una importancia decisiva en la elevación del nivel de enseñanza general y cultural del pueblo. Le corresponde entonces a la escuela cubana ocupar el lugar principal y hacer incansables esfuerzos por lograr su función social: preparar nuevas generaciones de ciudadanos eficientes y creadores, que solucionen exitosamente los innumerables problemas en que está inmerso el ser humano.

En este sentido, la tarea fundamental es preparar al hombre para la vida, nutrirlo de métodos para enfrentarse a ella.

Teniendo en cuenta lo anterior, juega un rol importante el proceso de enseñanza- aprendizaje, el cual tiene como propósito esencial contribuir a la formación integral de la personalidad del estudiante, constituyendo la vía mediatizadora fundamental para la adquisición por éste de los conocimientos, normas de comportamiento, valores, es decir, de una cultura legada por las generaciones precedentes, la cual hace suya como parte de su interacción en los diferentes contextos sociales específicos donde cada estudiante se desarrolla. En el desarrollo del proceso, el estudiante aprenderá diferentes elementos del conocimiento-nociones, conceptos, teorías, que forman parte del contenido de las asignaturas.

Es oportuno señalar la importancia que reviste la enseñanza de la Matemática con una concepción científica y desarrolladora, donde se promueve un aprendizaje interactivo, reflexivo y cooperativo en todos los estudiantes. Su desarrollo histórico ha transitado por diversos períodos que han respondido a las inminentes necesidades planteadas para dar explicaciones a diferentes fenómenos y hechos de la naturaleza, la sociedad y el pensamiento, y el dar solución a los problemas físicos se encuentra entre ellos.

Su concepción en el nivel medio en Cuba, atraviesa por una etapa de transformaciones que se materializan en la práctica educativa, es por ello que se incluye a la asignatura como priorizada en los diferentes planes de estudio revistiendo gran importancia el conocimiento del cálculo en la Enseñanza General, aplicándose en el cálculo algebraico, en el trigonométrico, en la resolución de problemas de la vida práctica, en los ejercicios de Geometría Plana y del Espacio, la Geometría Analítica, etc.

Desde los primeros grados de la enseñanza primaria se comienza a trabajar el cálculo numérico, esta habilidad fue valorada entre las principales dificultades que reflejan los resultados del SERCE, las cuales residen en la resolución y formulación de problemas simples o compuestos con números naturales, por falta de dominio del significado de las operaciones aritméticas básicas, dificultades en la sustracción con sobrepaso, el resto en la división, falta de dominio de los significados de las fracciones y no adecuación de la respuesta a lo que se pregunta.

Las insuficiencias en el aprendizaje de conocimientos y habilidades de cálculo persisten en el transcurso escolar del estudiante por la Secundaria Básica y son arrastrados hasta el Preuniversitario, lo que les impide alcanzar niveles de desempeño en correspondencia con los objetivos de los programas.

En la bibliografía consultada, se pudo constatar, que varios autores han abordado el tema entre los que están: Pérez, J (1930), Escalona, D (1944), Pita, B (1985), Aballi, G y Vázquez, Y (1987), Campistrous, L. y Rizo, C. (1996), Rodríguez, E y Ledesma, D (1999), Santana, R (2009); demostrando que se han acumulado numerosas evidencias de insuficiencias en las habilidades de cálculo aritmético en la formación matemática de los estudiantes que transitan por las diferentes educaciones.

En tal sentido, la Educación Preuniversitaria no se encuentra exenta de dichas dificultades, en el preuniversitario “Raúl Galán González” se trabaja y redoblan los esfuerzos para alcanzar mejores resultados, se cuenta con un banco de videoclases relacionadas con el cálculo aritmético, variados ejercicios en los libros de textos de los tres grados, además de los incluidos en la Colección Futuro, específicamente en el software EUREKA, aunque persisten insuficiencias en esta habilidad dadas porque los ejercicios que en ellos aparecen no satisfacen todas sus necesidades, por lo que esto exige un trabajo profundo para decidir cuáles son los adecuados, cuáles se deben transformar o elaborar para lograr los objetivos propuestos.

Lo anterior permite asegurar que existe una necesidad evidente de trabajar en función de desarrollar la habilidad calcular en los estudiantes de décimo grado, debido a la importancia del mismo dentro del proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática.

Se comprobó en diferentes visitas realizadas por las instancias municipales y provinciales, comprobaciones de conocimientos, observaciones diarias, etc. que los estudiantes de 10. grado en su mayoría tienen limitaciones en el conocimiento de los dominios numéricos, los porcentajes cómodos y las diferentes formas de escribir su proporción, es insuficiente el dominio de las propiedades de los radicales, de la potencia y de su aplicación, en algunos casos no identifican la pertenencia o no de cualquier número a un dominio numérico, muy pocos tienen dominio del algoritmo para resolver operaciones combinadas por lo que no ejecutan adecuadamente el orden de estas, el procesamiento de las operaciones para el tanto por ciento no se realiza siempre de forma correcta y en muchos de ellos falta interés y compromiso para erradicar dichas dificultades.

Estos aspectos fueron constatados en el grupo 1 de 10. grado del preuniversitario “Raúl Galán González”.

Por todo lo antes expuesto se declara como **problema científico**: ¿Cómo contribuir al desarrollo de la habilidad cálculo aritmético en estudiantes de décimo grado del preuniversitario “Raúl Galán González”?

Objeto de investigación: el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

Campo de acción: el desarrollo de la habilidad cálculo aritmético.

El objetivo: validar tareas de aprendizaje para contribuir al desarrollo de la

habilidad cálculo aritmético en estudiantes del grupo 10.1 del preuniversitario “Raúl Galán González”, de Jatibonico.

Preguntas científicas:

- 1) ¿Qué referentes teóricos sustentan el desarrollo de habilidades de cálculo y específicamente las del cálculo aritmético?
- 2) ¿Cuál es el estado actual que presenta el desarrollo de la habilidad cálculo aritmético en estudiantes del grupo 10.1 del preuniversitario “Raúl Galán González”, de Jatibonico?
- 3) ¿Qué tareas de aprendizaje se deben elaborar para contribuir al desarrollo de la habilidad cálculo aritmético en estudiantes del grupo 10.1 del preuniversitario “Raúl Galán González”, de Jatibonico?
- 4) ¿Qué resultados se obtienen en la práctica pedagógica con la aplicación de las tareas de aprendizaje para contribuir al desarrollo de la habilidad cálculo aritmético en estudiantes del grupo 10.1 del preuniversitario “Raúl Galán González”, de Jatibonico?

Operacionalización de las variables

Variable independiente: tareas de aprendizaje.

Tareas de aprendizaje: son todas las actividades que se conciben para realizar por el alumno en clases y fuera de estas, vinculadas a la búsqueda y adquisición de los conocimientos y al desarrollo de habilidades.” (Rico Montero, P., 2008: 105).

Variable dependiente: nivel de desarrollo que alcanzan los estudiantes en la habilidad cálculo aritmético.

Se entiende por desarrollo de la habilidad cálculo aritmético, a la sistematización de las acciones y operaciones en la cual interviene el conocimiento de los dominios numéricos, de los porcentajes cómodos y las diferentes formas de escribir su proporción; así como el dominio de las propiedades de los radicales, de la potencia y su aplicación, el algoritmo para resolver operaciones combinadas, la ejecución adecuada de su orden y el procesamiento de las operaciones para el tanto por ciento.

Operacionalización de la variable dependiente.

Dimensiones e indicadores:

I Cognitiva:

1.1 Conocimiento de los dominios numéricos.

- 1.2 Dominio de las propiedades de los radicales y la potencia.
- 1.3 Dominio del algoritmo para resolver operaciones combinadas.
- 1.4 Conocimiento de porcentajes cómodos y las diferentes formas de escribir su proporción.

II Afectiva- procedimental:

- 2.1 Identificación de la pertenencia o no de cualquier número a un dominio numérico dado.
- 2.2 Aplicación de las propiedades de los radicales y de la potencia.
- 2.3 Interés y compromiso por erradicar las dificultades en el cálculo aritmético.
- 2.4 Ejecución de las operaciones combinadas teniendo en cuenta el orden.
- 2.5 Procesamiento de las operaciones para el tanto por ciento.

Tareas científicas:

- 1) Determinación de los referentes teóricos que sustentan el desarrollo de habilidades de cálculo y específicamente las del cálculo aritmético.
- 2) Estudio del estado actual que presenta el desarrollo de la habilidad cálculo aritmético en estudiantes del grupo 10.1 del preuniversitario “Raúl Galán González”, de Jatibonico.
- 3) Elaboración de las tareas de aprendizaje para contribuir al desarrollo de la habilidad cálculo aritmético en estudiantes del grupo 10.1 del preuniversitario “Raúl Galán González”, de Jatibonico.
- 4) Validación en la práctica pedagógica de los resultados que se obtienen con la aplicación de las tareas de aprendizaje para contribuir al desarrollo de la habilidad cálculo aritmético en estudiantes del grupo 10.1 del preuniversitario “Raúl Galán González”, de Jatibonico.

Para la realización de la investigación se utilizaron diferentes métodos:

Del nivel teórico:

Histórico y lógico: permite estudiar el comportamiento histórico del proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática en la Educación Preuniversitaria, así como sus manifestaciones en la actualidad, permitiendo elaborar tareas de aprendizaje que contribuyan al desarrollo de la habilidad cálculo aritmético en los estudiantes.

Análisis y síntesis: se utiliza para realizar un estudio bibliográfico de los componentes relacionados con el desarrollo de habilidades en el cálculo y específicamente en el cálculo aritmético, constituyendo el sustento de la

fundamentación teórica de la propuesta.

Inducción y deducción: se utiliza en el proceso de la actividad analítica investigativa. Permite realizar generalizaciones a partir del estudio en particular de la habilidad calcular a la vez que desempeñó un papel esencial en el proceso de comprobación empírica de la validación de las tareas de aprendizaje elaboradas.

Genético: permite estudiar el momento del desarrollo en que se encuentran los estudiantes, así como los factores que condicionan sus características psicológicas.

Del nivel empírico:

Observación pedagógica: permite observar el desarrollo de la habilidad cálculo aritmético en estudiantes del grupo 10.1.

Entrevista: se realiza con el objetivo de constatar el nivel de conocimiento de los estudiantes en cuanto al desarrollo de la habilidad cálculo aritmético.

Estudio de los productos del proceso pedagógico: se utiliza la técnica **prueba pedagógica** con el objetivo de comprobar los conocimientos que tienen los estudiantes en el desarrollo de la habilidad cálculo aritmético.

Experimento pedagógico: se utiliza el **pre-experimento** en función de las tareas de aprendizaje, para transformar la realidad del objeto de estudio, permitiendo comprobar los resultados iniciales y finales con la muestra seleccionada, en este sentido se determinaron las fases siguientes:

Fase de diagnóstico: permite profundizar en el desarrollo de las habilidades de cálculo, específicamente en el cálculo aritmético, aplicándose diferentes instrumentos a los estudiantes con el objetivo de comprobar las deficiencias que presentan.

Fase formativa: se aplica la propuesta de tareas de aprendizaje con el objetivo de contribuir a que los estudiantes desarrollen la habilidad cálculo aritmético.

Fase de control: para constatar la efectividad del trabajo se aplicó una serie de instrumentos a los estudiantes relacionados con aspectos significativos para instrumentar con eficiencia las tareas de aprendizaje.

Del nivel matemático:

Cálculo porcentual: se utiliza para procesar todos los resultados en la investigación con la aplicación de los métodos empíricos y llegar a conclusiones acerca de la efectividad de la propuesta.

Población y muestra

La población tomada está en su totalidad integrada por 63 estudiantes que conforman la matrícula del décimo 1 y 2 del preuniversitario “Raúl Galán González”, de Jatibonico y la muestra la integran 32 estudiantes del grupo 1, de ellos 17 del sexo masculino y 15 del femenino, de los cuales 4 se encuentran en el I nivel, 25 en el II y 3 en el III., destacándose como características fundamentales la heterogeneidad, en el marco de las edades entre 14 y 15 años, tienen gustos y preferencias comunes, son estudiantes de aprendizaje promedio, presentan insuficiencias en el desarrollo de la habilidad calcular.

La novedad de la tesis radica en la concepción utilizada para la realización de las tareas de aprendizaje al propiciar las mismas de forma dinámica y creativa el aprendizaje, utilizando los conocimientos previos y la nueva información que va a recibir el estudiante, con el fin de contribuir al desarrollo de habilidades en el cálculo aritmético.

El aporte práctico radica en las tareas de aprendizaje para contribuir al desarrollo de la habilidad cálculo aritmético en estudiantes del preuniversitario “Raúl Galán González”, de Jatibonico.

Estructura del trabajo: la tesis está estructurada por dos capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos. Cada capítulo está dividido en epígrafes.

En el Capítulo I se exponen los fundamentos teóricos relacionados con el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática y el desarrollo de la habilidad calcular, en el Capítulo II se hace referencia a las tareas de aprendizaje para contribuir al desarrollo de la habilidad cálculo aritmético en estudiantes del preuniversitario “Raúl Galán González”.

CAPÍTULO I Fundamentos teóricos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y el desarrollo de la habilidad calcular.

1.1 Fundamentación histórica del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. La Aritmética como contenido fundamental en este proceso.

Históricamente el proceso de enseñanza-aprendizaje se ha caracterizado de formas diferentes: que van desde su identificación como proceso de enseñanza, con una marcada acentuación en el papel medular del profesor como trasmisor de conocimientos, hasta las concepciones más actuales en las que se concibe este proceso como un todo integrado. Las formas tradicionales de concebir el proceso de enseñanza-aprendizaje van quedando superadas cada vez más, en gran parte debido al propio peso de las demandas de una realidad histórica que se impone a nivel global. Los nuevos paradigmas educativos se centran en el alumno, sujeto activo que construye de manera muy creadora y personal el conocimiento.

El proceso de enseñanza-aprendizaje transcurre en las asignaturas de los programas docentes, su intención fundamental es favorecer la formación integral de la personalidad del estudiante, a través del mismo se ganan conocimientos, procedimientos, normas de comportamiento y valores legados por la sociedad.

Enseñar es organizar de manera planificada y científica las condiciones susceptibles de potenciar los tipos de aprendizajes que buscamos, es elicitación de determinados procesos en los estudiantes, propiciando en los mismos el crecimiento y desarrollo integral de sus recursos como seres humanos, la apropiación de determinados contenidos y de ciertos resultados.

La enseñanza es la actividad de dirección del aprendizaje de los alumnos dirigidos por el profesor de la asignatura y constituida por un sistema de acciones encaminadas a cumplir un objetivo, las cuales deben ser ejecutadas antes, durante y después de la clase (Ruiz Pérez, A., 2007:28).

Es importante apuntar que desde la perspectiva de Vigotski, el aprendizaje puede ser interpretado desde dos dimensiones estrechamente vinculadas. La primera se refiere al aprendizaje como proceso, la cual lo considera constituido por una serie de procesos internos de desarrollo, destinados a la interiorización, a la transferencia, de formas sociales de comportamiento que en un momento dado son posibles para el alumno sólo con la ayuda de los otros. La segunda se enfoca hacia al aprendizaje como producto y contempla los logros internos que el alumno hace suyos gracias a su actividad individual en colaboración con los demás, bajo la dirección del docente (Ruiz Pérez, A., 2007:24).

El aprendizaje es una modificación en la capacidad de respuesta ante situaciones concretas, lograda en un proceso. Cuando realmente aprendemos es que hemos logrado hacer cosas, o bien, tener comportamientos distintos a los que teníamos antes. Entendiendo el aprendizaje como un proceso que requiere de la intervención de quien aprende en la forma como se ha explicado, resulta claro afirmar lo determinante de la actividad del educando para que él pueda aprender. Es el aprendiz el que aprende por su propia acción. No es una cinta magnética en la que el enseñante grabe, y el aprendiz quede "grabado".

Entre los dos términos, enseñanza y aprendizaje no existe una relación de causa a efecto necesaria. Lo que se da, o puede darse en función de la habilidad del enseñante, es una relación indicadora y propiciatoria para el aprendizaje.

En el proceso de aprendizaje se distinguen los conocimientos y acciones o habilidades específicas que debe asimilar el alumno como parte de los contenidos de las diferentes asignaturas que estudian. También se ponen en práctica un conjunto de habilidades cognoscitivas, que transmitidas por el maestro, sirven de procedimientos y estrategias al escolar para un acercamiento más efectivo al conocimiento del mundo.

Como resultado del proceso de enseñanza- aprendizaje, los maestros se plantean lograr una correcta asimilación de conocimientos y desarrollar habilidades y un consecuente nivel de generalización de los conceptos y procedimientos que enseñan a los alumnos.(Rico Montero, P.,1996:8).

Según criterios de Fátima Addine Fernández (1997:21) se entiende por el contenido de la enseñanza-aprendizaje a “aquella parte de la cultura y experiencia social que debe ser adquirida por los estudiantes”

Otro criterio se refiere a: proceso de enseñanza-aprendizaje como una unidad que tiene como propósito esencial contribuir a la formación integral de la personalidad del estudiante. En el proceso de enseñanza-aprendizaje se da la integración de lo instructivo y lo educativo. La primera es el proceso y el resultado de formar hombres capaces e inteligentes y lo segundo incluye lo educativo (Addine Fernández, F., y García Batista, G., 2009:159)

De lo anterior se entiende que este proceso es la respuesta a las exigencias del aprendizaje de conocimientos, del desarrollo intelectual y físico del estudiante y a la formación de sentimientos, cualidades y valores.

Margarita Silvestre Oramas al respecto plantea: la concepción didáctica que se propone (proceso de enseñanza-aprendizaje), parte de dos situaciones fundamentales que se aprecian en la práctica escolar, ambas estrechamente dependientes; un proceso de enseñanza-aprendizaje centrado en el conocimiento y la carencia, tanto en la didáctica general como en las específicas de los elementos necesarios para que dicho proceso adquiera su integridad, de manera que el desarrollo intelectual y la educación del alumno encuentren efectivas vías de realización.

En este sentido, Delci Calzado Lahera y Fátima Addine Fernández (2006:68) definen el proceso de enseñanza- aprendizaje como: la secuencia sistémica y sistemática de acciones desarrolladoras, conscientemente coordinadas entre el profesional de la educación, el estudiante, el grupo y los otros factores que tiene incidencia directa sobre el desarrollo de la personalidad de los sujetos en las instituciones educacionales, para impulsar la solución de contradicciones que se manifiestan en su formación y de cuya solución depende el ascenso a niveles más altos de autorregulación, autodeterminación, autodesarrollo, desde el dominio de contenidos de la ciencia, la cultura, la profesión, todo lo cual debe contribuir a la transformación como ciudadano comprometido en su propio desarrollo y en el de la sociedad.

En esta investigación se asume que el contenido de la enseñanza-aprendizaje es “aquella parte de la cultura y experiencia social que debe ser adquirida por los estudiantes” (Addine y otros, 1997: 21) y que en relación con el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el preuniversitario, incluye, como elemento fundamental, el conocimiento matemático escolar.

La enseñanza de la Matemática se ha transformado desde una posición tradicionalista al logro del desarrollo del pensamiento lógico y creador del sujeto tomando como punto de partida a la práctica y el Enfoque Histórico - Cultural donde se aplican los parámetros establecidos por los pedagogos cubanos desde una posición general, máxima aspiración de la formación del profesional del siglo XXI a la que durante muchos años se han dedicado numerosos investigadores, educadores, psicólogos e instituciones por las deficiencias presentadas en el proceso de enseñanza - aprendizaje, que han combatido por el perfeccionamiento del proceso con la condición de adaptarlo a las condiciones nacionales. Aunque se han desarrollado amplios trabajos en el perfeccionamiento del currículum y la elevación de la calidad de dicho proceso, la meta no ha sido aún lograda, se precisa de una eficaz preparación filosófica, psicopedagógica y didáctica de los docentes para lograrlo.

A juicio de esta autora esta formación matemática es insuficiente, pues desde los primeros grados se presentan dificultades en la aplicación de los contenidos matemáticos necesarios para lograr un trabajo independiente adecuado en el dominio de las habilidades de cálculo, lo que se agudiza en nuestra enseñanza. Según Wikipedia, la enciclopedia libre:

Cálculo aritmético es la rama de la Matemática que se encarga de diseñar algoritmos para, a través de números y reglas matemáticas simples, simular procesos matemáticos más complejos aplicados a procesos del mundo real.

Otro criterio relacionado con este término cálculo aritmético plantea que es una rama de las Matemáticas cuyos límites no son del todo precisos. De una forma rigurosa, se puede definir como la disciplina ocupada de describir, analizar y crear algoritmos numéricos que nos permitan resolver problemas matemáticos, en los que estén involucradas cantidades numéricas, con una precisión determinada.

En el contexto del cálculo numérico, un algoritmo es un procedimiento que nos

puede llevar a una solución aproximada de un problema mediante un número finito de pasos que pueden ejecutarse de manera lógica. En algunos casos, se les da el nombre de métodos constructivos a estos algoritmos.

Desde este punto de vista, el análisis numérico proporciona todo el andamiaje necesario para llevar a cabo todos aquellos procedimientos matemáticos susceptibles de expresarse algorítmicamente, basándose en algoritmos que permitan su simulación o cálculo en procesos más sencillos empleando números.

Los conocimientos matemáticos, surgidos de las necesidades prácticas del hombre mediante un largo proceso de abstracción, tienen un gran valor para la vida (Ballester y otros, 1992:4).

Según criterio de la autora, lo anterior es cierto, ya que pone de manifiesto que dichos conocimientos se utilizan en la vida práctica, tanto en la planificación de la economía, en la dirección de la producción, en el diagnóstico y tratamiento de enfermedades, en el estudio del rendimiento de atletas, en estudios militares, etc. Además ofrece variadas posibilidades para contribuir decisivamente al desarrollo multilateral de la personalidad, y desarrolla el intelecto, por ejemplo mediante la realización de deducciones y la representación mental de relaciones espaciales.

La enseñanza de la Matemática en nuestras escuelas está basada en tres componentes básicos:

- 1 El reconocido valor de los conocimientos matemáticos para solucionar los problemas que nuestro país debe resolver para edificar la sociedad socialista.
- 2 Las potencialidades que radican en el aprendizaje de la Matemática para contribuir al desarrollo del pensamiento.
- 3 La contribución que puede prestar la enseñanza de la Matemática al desarrollo de la conciencia y la educación de las nuevas generaciones (Ballester y otros, 1992:5).

Cuantiosas investigaciones nacionales e internacionales confirman el estado desfavorable de la enseñanza de la Matemática escolar como: OStR E. G

(1978), Polya, G (1976), Reyes, C (1995), Fonseca, M^a E (1995 - 2005), Torres, P (2000) y Fabá, M (2002).

El triunfo revolucionario en 1959, además de ser trascendental para la actividad política, económica y social también lo fue en la esfera educacional; en la cual se redujo el analfabetismo del 30 % al 3,9 %, teniendo presente los principios marxistas y martianos.

Instituciones internacionales como la Organización de Naciones Unidas para la Educación Cultura y Desarrollo (UNESCO) prestaron atención a la problemática del aprendizaje de la Matemática escolar y se creó a principio de los años 60 una Comisión Internacional para el Estudio y el Mejoramiento de la Enseñanza de la Matemática desarrollando una ardua labor en la edición de recomendaciones.

En tal sentido, la política educacional ha estado orientada a formar ciudadanos con una cultura general integral y con un pensamiento creador, científico y humanista que les permita adecuarse a los cambios de contexto y resolver problemas de interés social con una ética y una actitud crítica y responsable. Se ha ido avanzando en el perfeccionamiento de la clase, ya que esta es la forma de organización del proceso de enseñanza-aprendizaje que más repercusión tiene en el alumno, por su carácter sistémico, planificado y organizado.

Las evidencias de que una persona adquiere un conocimiento, hacen referencia no sólo a una suma de contenidos que deben ser aprendidos para posteriormente ser transmitidos, sino a aquellas reglas de acción que garantizan el manejo de dichos contenidos. En este contexto tiene sentido hablar de competencias.

Entre las ocho competencias básicas se encuentra la competencia matemática, la cual se considera habilidad para utilizar números y sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático para producir e interpretar informaciones, para conocer más sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad y para resolver problemas relacionados con la vida diaria y el mundo laboral.

Es por esa razón que la Aritmética juega un papel fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, ya que conlleva al estudiante a realizar razonamientos lógicos dentro del proceso y en situaciones de la vida práctica.

En Cuba han existido profesores que han dedicado su vida a luchar porque lleguen a nuestras escuelas las más modernas orientaciones didácticas sobre la enseñanza de la Aritmética. Entre ellos se enfatiza de modo particular Dulce María Escalona.

Otro importante mérito es la recomendación de la utilización del método de investigación o heurístico y las recomendaciones de su empleo en el aprendizaje de la Aritmética: el mejor modo de enseñar los principios y reglas aritméticas es hacer que los mismos alumnos los descubran, bajo la dirección del profesor. El método heurístico, de aplicación fácil en esta asignatura por el encadenamiento lógico de sus verdades, debe guiar el trabajo del profesor.

El perfeccionamiento de la enseñanza de la Aritmética continúa siendo una preocupación; se aboga por el empleo de la Heurística en el aprendizaje de los contenidos matemáticos:

“Otra característica de la enseñanza de la Aritmética es la de que todas sus verdades o casi todas, deben ser elaboradas por el propio alumno, ser hijas del esfuerzo, y no copiadas de otro o aprendidas de memoria, es decir, el requisito de heurística...” (Pérez, J., 1930: 9).

En los años de lucha antimachadista (1930-1933) se debilitó la formación profesional de los docentes, pero se estableció en el año 1933 el Plan de Estudio de cuatro años de duración, donde se incluía la asignatura Metodología de la Aritmética y los elementos para la planificación de una clase, tales como: las fases didácticas, métodos y otras formas de organización del proceso.

Se ofrecieron recomendaciones para erradicar la negativa influencia del procedimiento tradicional en la enseñanza de la Aritmética que no estimulaba el razonamiento de los alumnos durante el aprendizaje.

Para el nivel primario se editó el libro titulado ¿Cómo enseñar Aritmética en la escuela primaria?, el texto ofrece sugerencias para la solución de problemas para el importante trabajo con los significados prácticos de las operaciones

aritméticas y los principios psicológicos y pedagógicos para desarrollar su enseñanza (Ruíz,G., 1965:6).

Principio psicológico.

La comprensión es uno de los aspectos más importantes de la actividad racional y es básica en todo aprendizaje. Comprender algo equivale a conocer su significado.

Principio pedagógico.

Todo aprendizaje debe basarse en la comprensión del significado de lo que se aprende. Esta debe preceder al uso de todo conocimiento.

El año 1970 constituyó otro momento importante en la elevación de la calidad de la Educación con el Plan para el Perfeccionamiento del Sistema Nacional de Educación, la creación de los ISP y del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (ICCP).

A principio de los años 80 había impaciencia por conocer el desarrollo de la Matemática Moderna en el currículum de los escolares porque los resultados no fueron buenos. A finales de estos años se elaboraron los nuevos Programas, Libros de Texto y Orientaciones Metodológicas para la enseñanza de la Matemática previamente consultados con los especialistas y apoyados en resultados de investigaciones científicas.

La Matemática no estuvo alejada de estos avances, con el movimiento mundial conocido como: Matemática Moderna y del Plan Alemán, se dedicaron los primeros esfuerzos a perfeccionar el currículum.

En el año 2006 se formuló el Programa de Matemática de 10.º grado y el Libro de Texto en 1989 a partir de las experiencias y condiciones nacionales, se han realizado eventos para la generalización de las investigaciones ya expuestas, así como trabajos experimentales, también a principio del 90 se realizó un estudio exploratorio de los especialistas del Proyecto Iberoamericano que arrojó la siguiente valoración:

“Un análisis elemental de la situación general de la enseñanza de la Matemática y las ciencias demuestra que está muy deficiente en la mayoría de los países, ya que persiste la confusión sobre sus fines y orientaciones, lo que

se suma a la incertidumbre, en el plano curricular, en relación con sus objetivos y programas, sus contenidos y métodos. La reformulación de contenidos y métodos es prioritaria”... (Del Río, J., y otros, 1992: 30).

Se ha prestado especial atención a los procedimientos de solución en la enseñanza de la Matemática para el desarrollo eficiente del currículum, al respecto se analizó el tratamiento que se le daba en el Plan de Estudio a la Instrucción Heurística y a la Resolución de Problemas.

El limitado aporte del Plan de Estudio al desarrollo de la creatividad y la flexibilidad del pensamiento de los alumnos fue lo que provocó que se desarrollaran cambios en los programas de la asignatura.

Por todo lo anterior se trabajó en el currículum de la asignatura un enfoque cultural según las tendencias actuales, apreciándose en muchos textos la orientación psicológica galperiana.

En los libros de Metodología de la Enseñanza de la Matemática que se utilizan como textos en los Institutos Superiores Pedagógicos, se aborda sistemáticamente lo relativo al aprendizaje de la Matemática... a través de la llamada “Teoría de la Formación por Etapas de las Acciones Mentales” (Liviana M.J.,1999: 33). Esta teoría constituye el fundamento metodológico para el desarrollo de habilidades de cálculo en la enseñanza de la Matemática en la escuela primaria, donde se aplican las funciones didácticas y los pasos de elaboración para la obtención de conceptos, introducción y fijación de procedimientos matemáticos, se utiliza la teoría del conocimiento partiendo de la realidad objetiva y de las acciones con los objetos materiales, estableciendo los principios de la comunicación donde se destaca el papel fundamental del lenguaje en los alumnos y el proceso de fijación teniendo presente las características de los mismos y del grupo.

Al realizarse el estudio de diagnóstico por el ICCP muestra que existen dificultades en la enseñanza de la Matemática en el nivel primario, o lo que es más desconcertante:

“... el tránsito por nuestra primaria está presentando un valor desagregado en Matemática. De esta manera se corroboran diversos resultados de investigación realizados por el ICCP referente a que los conocimientos y las

habilidades de los escolares disminuyen en la medida que transitan por los grados de la primaria, lo que constituye una situación de extrema preocupación". (ICCP, 2000: 12).

1.2 Desarrollo de la habilidad calcular en el Preuniversitario.

Para la formación de habilidades hay que integrar primeramente en una acción unificada los elementos relativamente aislados de una actividad, se debe hacer conciencia en los estudiantes de que los conocimientos y capacidades ya adquiridos tienen que aplicarse en el nuevo contenido por aprender. El resumen visual de las condiciones previas sirve de base para actualizar los conocimientos y capacidades necesarias.

Las insuficiencias en el aprendizaje de conocimientos y habilidades que poseen los estudiantes de preuniversitario les impiden alcanzar niveles de desempeño en correspondencia con los objetivos de los programas, motivando el estudio de sus posibles causas y la elaboración de estrategias y procedimientos metodológicos para su solución (MINED, 2007:16).

La habilidad es la utilización de los conocimientos matemáticos asimilados a través de la actividad, y presupone el dominio de un sistema de acciones vinculado con un modo de operar (operaciones) que puede variar según la información que se ha de utilizar y la base orientadora para la acción, en concordancia con el objetivo propuesto. Un estudiante posee determinada habilidad cuando puede..." aprovechar los datos, conocimientos o conceptos que se tienen, operar con ellos para el esclarecimiento de las propiedades sustanciales de las cosas y la resolución exitosa de determinadas tareas teóricas o prácticas..."(Petrovski, A.V., 1980:28).

Las habilidades matemáticas, no son más que los conocimientos matemáticos asimilados, puestos en función mediante acciones y operaciones. Es necesario precisar que la formación de habilidades exige mediante actividades, acciones y operaciones que se desarrollen en el proceso de enseñanza en este caso de la matemática escolar.

El nivel de los conocimientos en Matemática determina la forma rápida, fácil y segura con que el estudiante forma sus capacidades matemáticas. Tiene también estrecha relación con el desarrollo de capacidades intelectuales; los

estudiantes tienen que analizar los ejercicios dados , coordinarlos a una clase, seleccionar la vía de solución correcta, llegar a conclusiones acerca del ejercicio planteado partiendo de los conocidos, establecer relaciones entre sus conocimientos, capacidades y, si es necesario preparar los pasos parciales.

Como habilidades principales trabajadas en el décimo grado del preuniversitario se encuentran:

- 1 Identificar a la sustracción como la operación inversa de la adición con restricciones en los números naturales y fraccionarios.
- 2 Identificar a la división como la operación inversa de la multiplicación con restricciones en los números naturales.
- 3 Estimar y calcular el resultado de operaciones combinadas con números reales en diferentes representaciones.
- 4 Identificar y ejemplificar las propiedades de las operaciones con números reales.
- 5 Resolver ejercicios de cálculo vinculados al álgebra y/o a la geometría.
- 6 Resolver problemas extramatemáticos que requieran del dominio de las operaciones de cálculo y de sus propiedades.
- 7 Calcular (mentalmente) los por cientos cómodos a partir del conocimiento de los divisores de 100.
- 8 Resolver problemas diversos de aplicación utilizando el cálculo porcentual o el cálculo del tanto por mil.

Es cierto que estas habilidades son de gran importancia para que los estudiantes puedan realizar el cálculo exitosamente en el décimo grado.

Los procedimientos utilizados por los estudiantes en el cálculo, es un proceso donde el sujeto realiza diferentes acciones con un objetivo determinado para la asimilación de las materias de enseñanza de Matemática y de una cultura en constante interacción con el medio social, es un proceso dialéctico en el que como resultado de la práctica se producen cambios relativamente duraderos y generalizables y a través del cual el individuo se apropia de los contenidos y las

formas de pensar, sentir y actuar construidas en las experiencias socio-históricas con el fin de adaptarse a la realidad y transformarla.

En el proceso de asimilación y fijación del procedimiento aritmético para el desarrollo de la habilidad calcular, se aplica la teoría del conocimiento que permite a los estudiantes la comprensión de la realidad entre el mundo material (objeto del conocimiento) que lo representan los conceptos, procedimientos de cálculo que deben aprender y las relaciones cuantitativas y cualitativas que se establecen entre ellos en la realidad objetiva, se utilizan objetos de la vida o sus representantes para la introducción de las operaciones de cálculo y las primeras nociones para la creación de ejercicios de aplicación como: ejercicios con textos y problemas (Martínez Ford, G.M., 2005:22).

Se coincide con esta autora, pues se considera que el éxito de esta habilidad base se encuentra en lo material, a partir de las acciones con los objetos, el mundo material es lo primario respecto al conocimiento de los componentes del saber matemático que se adquieren durante la realización de actividades prácticas en las clases y su fijación como objeto del conocimiento independiente del hombre.

El trabajo por equipo en las clases de Matemática se desarrolla como un proceso de comunicación en el que todos tienen la oportunidad de ejercitar el vocabulario técnico matemático, donde se produce la interrelación del sujeto y el objeto, como resultado de la cual el objeto no sólo se refleja en el sujeto al adquirir las características esenciales de cada ejercicio durante su realización, sino que en el proceso de enseñanza-aprendizaje surge la transformación de los ejercicios utilizando las semejanzas de los pasos para su transformación.

La práctica constituye el fundamento de todas las formas de reflejo subjetivo del mundo, incluido el reflejo cognitivo. Es precisamente en la actividad práctica donde surge la relación cognitiva: sujeto – objeto, el proceso cognitivo.

El conocimiento matemático permite la asimilación espiritual de la realidad objetiva indispensable para la actividad práctica en el proceso del cual se crean los conceptos y las teorías. Esta asimilación refleja de manera creadora, racional y activa los fenómenos, las propiedades y las leyes del mundo objetivo

y tiene una existencia real en la forma del sistema lingüístico que contribuye al desarrollo de verdades demostradas por la ciencia.

La autora considera que el conocimiento del cálculo le es de gran utilidad al hombre para comprender ejemplos de la vida donde las cantidades se unen, quitan, agrupan, reparten, se multiplican, este mundo actúa sobre él y provoca, sensaciones, representaciones y conceptos matemáticos.

En este sentido la habilidad calcular está presente en el cálculo algebraico, en el trigonométrico, en la resolución de problemas de la vida práctica, en los ejercicios de Geometría Plana y del Espacio, la Geometría Analítica, además en otras asignaturas del grado como la Física, la Química, Computación entre otras (Anexo 1).

Los estudiantes desarrollan estrategias cognitivas y creencias basadas en el esfuerzo que realizan, que son los hábitos mentales vinculados con el aprendizaje de mayor nivel, cuando deben utilizar los conceptos de suma, adición, sustracción, multiplicación, división, potencias, raíces y orden de las operaciones; se caracterizan por un elevado nivel de abstracción y generalización, presentando ejemplos particulares de la realidad objetiva hasta determinar las características esenciales del concepto o procedimiento a seguir.

Antes de introducir la vía de solución los estudiantes deben comprender las características del ejercicio a resolver, es adecuada la comparación con ejercicios resueltos anteriormente, adquiriendo gradualmente experiencias suficientes para identificar los tipos de ejercicios, cumpliéndose el requisito didáctico de la orientación hacia el objetivo.

En el cálculo oral se pueden escribir los ejercicios, los resultados intermedios y los resultados finales. También se pueden escribir los pasos parciales, que conducen a la solución de un ejercicio.

El cálculo oral es:

- 1 Fundamento y componente de la elaboración y fijación de los números naturales y de las relaciones entre ellos.

2 La base para la comprensión del procedimiento escrito, de un cálculo aproximado de los resultados hallados con ayuda de un procedimiento escrito, y de cada paso intermedio del cálculo escrito.

3 Fundamento y componente de la solución de problemas matemáticos sencillos, planteados en forma de ecuaciones, inecuaciones, ejercicios con texto y problemas propiamente dicho.

En el tratamiento del cálculo oral los estudiantes aprenden a aplicar las leyes matemáticas. La comprensión de las relaciones matemáticas es más fácil de lograr en la medida en que los estudiantes aprendan a calcular mejor. Hace un aporte esencial al desarrollo de las capacidades mentales, de la memoria y de la capacidad de concentración

En general, al fijar y reafirmar los ejercicios básicos en el cálculo oral es necesario:

- 1 Hacer conciencia y utilizar las relaciones que existen con otros ejercicios básicos ya tratados y que han sido utilizados en su tratamiento.
- 2 Preocuparse porque los estudiantes memoricen rápidamente, los ejercicios básicos que hay que fijar.
- 3 Es conveniente pasar al aprendizaje de memoria, en el momento pedagógico y científicamente apropiado.

Antes de la vía de cálculo es necesario garantizar las condiciones previas siguientes:

1. Las habilidades de cálculo en los ejercicios parciales que se deben resolver.
2. El conocimiento de la ley matemática que se aplica para justificar el procedimiento de solución.

El tratamiento de un procedimiento de solución oral de una clase de ejercicios siempre está orientado a que los estudiantes:

1. Comprendan el procedimiento y lo asimilen, o sea que adquieran conocimientos acerca de este.

2. Aprendan a aplicar los conocimientos acerca del procedimiento a los ejercicios especiales de una clase correspondiente, adquieran y desarrollen las capacidades para aplicar lo aprendido y las habilidades en el cálculo.

Para que el tratamiento de un procedimiento de solución pueda estar a la altura de estos ejercicios, el profesor tiene que realizar un análisis exacto de este procedimiento, el cual tiene que conducir a las conclusiones siguientes:

1. Cómo ha surgido el procedimiento de solución, de qué pasos parciales consta.
2. En qué ley matemática encuentra su fundamentación científica dicho procedimiento.
3. Qué condiciones previas deben tener los estudiantes para poder comprenderlo y aplicarlo.

Este análisis también debe estimular reflexiones acerca de:

1. Con qué medios de ilustración y cómo se les puede explicar a los estudiantes el procedimiento.
2. En qué forma se debe representar adecuadamente para que se garantice una asimilación segura del mismo.
3. Qué ejemplos se pueden escoger para su explicación.
4. De qué forma se deben resaltar las características esenciales de aquellos ejercicios que se puedan resolver con el procedimiento de solución ya tratado.

Acerca del carácter de las habilidades en el cálculo oral.

El cálculo es siempre una actividad, más o menos, consciente. En él se actualizan conocimientos, se crean capacidades y algunos de los componentes de esta actividad consciente se desarrollan en el sentido de las habilidades.

Con la expresión "habilidad de cálculo" solo se mencionan los componentes automatizados de la actividad de cálculo, y se hace referencia a toda la actividad del cálculo en el sentido de poder calcular.

Según Lompscher:

“El poder “ es “ el grado de dominio de una acción , más o menos completa en la cual , las capacidades, los conocimientos y las habilidades se integran en correspondencia con el nivel de desarrollo de la personalidad “

En este sentido se debe entender, el concepto de habilidad de cálculo.

Un estudiante puede hacer cálculos orales, pero él posee las habilidades en el cálculo oral, cuando está en condiciones de hacer corresponder a un ejercicio cualquiera, como los previstos para el cálculo oral en los programas de Matemática, el resultado correcto en el tiempo adecuado.

Para ello, el estudiante debe aprender a identificar un ejercicio con rapidez y seguridad, a reproducir sus conocimientos acerca del procedimiento y a seleccionar aquellos que desea aplicar para la solución del ejercicio planteado (fase de orientación).

Tiene que adquirir las habilidades en la aplicación del procedimiento de solución escogido (fase de acción).

Debe aprender a controlar, adecuadamente, el resultado de su acción (fase de control).

Para el desarrollo de amplias capacidades para en el cálculo es necesario repasar con frecuencia, los conocimientos ya adquiridos con respecto al procedimiento y sistematizarlo e incluir en las ejercitaciones los ejercicios ya tratados y propiedades fundamentales a conocer. Así se puede motivar a los estudiantes a pasar por todas las fases de la solución de ejercicios que se salen del marco de la aplicación de un procedimiento de solución.

Dirección del proceso de desarrollo de habilidades en el cálculo oral.

En consonancia con el desarrollo de habilidades en el cálculo oral en ejercicios que no son básicos se organiza de la forma siguiente:

1 Los ejercicios con determinadas características comunes, que se pueden resolver según un mismo algoritmo de solución, se reúnen en grupos. El tratamiento de tales grupos de ejercicios constituye una unidad de enseñanza.

2 La clasificación en grupos de los ejercicios para calcular de forma oral se rige por la complejidad de las vías de cálculo que conducen a la solución y las dificultades de los pasos parciales, esta clasificación es la base para la

distribución de la materia del cálculo oral que se hace mediante los programas de Matemática para los grados inferiores.

En el tratamiento de cada una de las unidades de enseñanza derivadas de la mencionada clasificación:

1. Se aplican las habilidades adquiridas hasta ahora para el cálculo.
2. Se adquieren nuevos conocimientos respecto a los procedimientos y se comparan con los ya existentes, frecuentemente se adquieren conocimientos más generales sobre los procedimientos.
- 3 Se desarrollan nuevas habilidades para el cálculo, se aseguran y amplían las ya existentes.

Al mismo tiempo, en cada unidad de enseñanza se recorren en lo esencial las mismas fases de tratamiento, independientemente de qué unidad de enseñanza abarque varias clases o solo una.

Estas son:

Aseguramiento de las condiciones previas:

- 1 Los conocimientos necesarios para la comprensión del procedimiento son condiciones previas importantes .Esto se refiere fundamentalmente a los conocimientos sobre las leyes matemáticas y los procedimientos de cálculo ya tratados.
- 2 Las capacidades mentales que les posibilitan a los estudiantes la comprensión, el ordenamiento, la memorización del nuevo procedimiento también forman parte de las condiciones previas.
- 3 Las habilidades de cálculo que se integran al desarrollo de la acción como componentes de la misma constituyen importantes condiciones previas.

Orientación de los estudiantes hacia el aprendizaje de un nuevo procedimiento, explicación del procedimiento:

1. Hay que explicar en qué se diferencian los ejercicios tratados hasta ahora, los ejercicios para los que se introduce un determinado procedimiento, y qué tienen estos en común.

2. El nuevo procedimiento debe explicarse mediante ejemplos y hay que fundamentarlo matemáticamente.
3. Cuando se explica un nuevo procedimiento de solución también hay que compararlo con los procedimientos ya conocidos, se debe tomar conciencia de lo diferente y de lo común.
4. Hay que representar el nuevo procedimiento. La mejor forma para ello es el uso de una simple regla de solución (regla algorítmica).

Desarrollo de habilidades en los procedimientos escritos del cálculo.

En los procedimientos escritos, teniendo en cuenta determinadas reglas y formas de escritura, se logra reducir el cálculo a ejercicios simples. Se pueden formar ejercicios básicos esenciales con los números designados por las cifras básicas, y por consiguiente se pueden aplicar los conocimientos, capacidades y habilidades fundamentales.

Los ejercicios de multiplicación por dos factores de varios lugares requieren, entre otras cosas, la aplicación del procedimiento escrito de adición.

Los ejercicios de división por un múltiplo de una potencia de 10 requiere, entre otras cosas, la aplicación de los procedimientos escritos de multiplicación y sustracción.

A causa de la utilización del sistema de posición decimal en la aplicación de las reglas de solución, la utilización de los procedimientos escritos posibilita un cálculo racional, seguro y rápido,

Se deben escribir los resultados intermedios y se puede comprobar en cada paso parcial.

En las representaciones escritas de los procedimientos de solución se debe tener en cuenta, que la forma de escritura que sirve para la explicación, no indica precisamente los pasos que requiere el algoritmo de solución.

- Fijación de los nuevos conocimientos acerca del procedimiento:

- 1 Se realiza esencialmente aplicándolo a algunos ejercicios aislados, al mismo tiempo que los estudiantes hacen los cálculos previos, fundamentan, explican, etc.

2 Al aplicar los procedimientos a algunos ejercicios aislados, al hacer el cálculo previo y los comentarios, el profesor debe analizar constantemente el grado de asimilación de los nuevos conocimientos respecto a dicho procedimiento. Debe tomar las medidas apropiadas que garanticen las condiciones previas necesarias para la realización exitosa de la ejercitación siguiente.

- Nueva fijación de los conocimientos, aplicación de estos a ejercicios cualesquiera de una determinada clase, desarrollo de las habilidades:

1 El proceso de ejercitación debe dirigirse planificadamente y relacionarse con análisis permanente de los rendimientos de los estudiantes.

2 Se debe tener presente un adecuado aumento del grado de dificultades. Se refiere a tener presente las dificultades de los ejercicios graduados por niveles.

3 Se debe tener presente que la utilización de las formas conocidas de ejercicios, sirve para el desarrollo de las habilidades de cálculo. Se deben introducir nuevas formas de ejercicios, cuando se haya alcanzado un determinado grado de desarrollo de las habilidades.

4 Los ejercicios deben ser variados e interesantes, lo que se puede lograr alternando la forma de los ejercicios.

5 Se debe aspirar al logro de una relación equilibrada entre los ejercicios escritos y orales. Se debe prever la suficiente cantidad de ejercicios para el cálculo mental.

6 Las posibilidades de fijar, profundizar y ampliar los conocimientos matemáticos de los estudiantes y de seguir desarrollando sus capacidades mentales, deben utilizarse también en la práctica.

- La aplicación de las habilidades adquiridas en el cálculo:

1 Se realiza resolviendo los ejercicios complejos o introduciendo las formas no conocidas hasta ahora.

2 Las habilidades siempre se aplican cuando se trata posteriormente los procedimientos de solución para otros ejercicios.

Elementos fundamentales de la habilidad calcular:

En lo que nos atañe en la investigación se pudo analizar que en los primeros grados se trabaja en dos grandes temas:

- 1 Números naturales.
- 2 Fracciones numéricas. Cálculo con fracciones.

Con respecto a los números naturales, en el grado se continúa el desarrollo de habilidades de cálculo en este dominio especialmente en la multiplicación y la división y se hace énfasis en el orden en que se deben realizar las operaciones, cuando estas aparecen combinadas.

Dentro del trabajo con los números naturales, básicamente en la ejercitación, se inicia el desarrollo del lenguaje y la simbología conjuntista, así como se continúa el desarrollo del pensamiento combinatorio.

Es importante destacar que la primera ampliación de un dominio numérico, que se hace en la escuela, se trata de los números fraccionarios, cuya construcción se culmina en el sexto grado, además se trabaja en el concepto de fracciones equivalentes destacándose que representan la misma parte de la unidad, y se utiliza el propio concepto en la comparación y el cálculo (solamente la adición y sustracción) cuando tienen distintos denominadores. Se introduce el concepto de fracción decimal y su representación en notación decimal, se hace énfasis en el cálculo con expresiones decimales.

Con respecto al cálculo, debemos subrayar que se introduce la multiplicación y división de una expresión decimal por la unidad seguida de ceros.

En el ciclo de Secundaria Básica se continúa el desarrollo de las habilidades de cálculo con números fraccionarios y se construye el dominio de los números racionales en 8. grado como una ampliación del dominio de los números fraccionarios a partir de situaciones de la vida, los ejemplos que se le propongan estarán encaminados a datos que tengan las características de ser un número racional, por ejemplo: hechos históricos ocurridos antes y después de nuestra era, indicadores de salud y educación, antes y después del triunfo de la Revolución y datos de temperaturas de países cálidos y fríos, altitudes y profundidades de diferentes puntos del país, que permiten comprender los sentidos opuestos de diferentes magnitudes surgiendo de esta forma el signo " - " y los números negativos, en todos los ejemplos se debe partir de la

necesidad de establecer puntos y sistemas de referencias. Se realiza la representación de los números naturales y sus opuestos en la recta numérica que conforman el dominio de los números enteros que se denota por Z , se introduce el concepto de módulo o valor absoluto de una forma simple, como un número no negativo (utilizando la representación geométrica).

Posteriormente en 9. grado se plantea la necesidad de ampliar el dominio de los números racionales y se introducen los números irracionales a partir de los conocimientos que han adquirido los estudiantes, a través del cálculo de raíces cuadradas de números racionales no negativos, en relación a que existen números racionales que no tienen como raíz cuadrada un número racional y la exigencia de determinar la medida del lado de un cuadrado construido a partir de cuatro triángulos isósceles de área igual a $0,5 u$, definiéndose este como fracciones decimales infinitas no periódicas, para después formar el conjunto de los números reales como unión del conjunto de los números racionales y los números irracionales.

Los estudiantes deben llegar a la conclusión de que las ampliaciones de los dominios numéricos no se hacen sólo por razones matemáticas, sino que son necesarias para resolver problemas que la práctica plantea.

Como se ha expresado anteriormente la exigencia sobre el desarrollo de las habilidades en el trabajo con los números es uno de los componentes más primordiales del poder de cálculo y constituye uno de los objetivos centrales del tratamiento de este complejo de materia. El operar con números racionales es una de las dificultades que presentan los estudiantes, esto ha quedado demostrado en investigaciones realizadas en nuestro país en los últimos años, en estas inciden notoriamente los conocimientos adquiridos por ellos en relación al trabajo con los números fraccionarios.

Todo lo anterior demuestra que para poder alcanzar el desarrollo de las habilidades en el cálculo con los números racionales se debe garantizar:

El nivel de partida de los estudiantes, teniendo en cuenta que un saber sólido y un poder aplicable pueden ser sólo resultados de un proceso de desarrollo a largo plazo y dirigido consecuentemente en la enseñanza.

- En este aspecto se señala la determinación del signo del resultado, además la exigencia de que se aplique la regla para el cálculo en la forma que se define.

En el conjunto de los números racionales se definen el orden y las operaciones de cálculo como una ampliación del orden y las operaciones de cálculo definidas en \mathbb{Q}_+ . El dominio de las definiciones (reglas) para calcular con números racionales constituye una premisa fundamental para el logro de las exigencias básicas de los programas: el desarrollo de las habilidades de cálculo correspondientes.

En correspondencia con los objetivos que deben alcanzarse por los estudiantes durante el tratamiento de los dominios numéricos se puede concluir que:

- a) En primer plano se encuentra el desarrollo de las habilidades de cálculo y la aplicación de los conocimientos adquiridos en la propia Matemática, en otras disciplinas, en la vida diaria y en su futura profesión.
- b) En relación al saber adquirido sobre los diferentes dominios numéricos los estudiantes deben disponer de conocimientos en el sentido siguiente:
 - Existen números naturales, fraccionarios, racionales, reales y complejos.
 - Los números naturales se emplean para indicar cantidades de objetos concretos, ordenamientos, medidas de magnitudes conocidas.
 - Los números fraccionarios se escriben en forma de fracciones o en notación decimal, un número fraccionario se puede identificar con cualquiera de las fracciones que lo forman, se emplean para describir partes de un todo y procesos de distribución, para indicar una medida de una magnitud, para representar determinados puntos en la recta numérica;
 - los números racionales se emplean para representar magnitudes en sentido contrario, segmentos orientados (mediante flechas) en la recta numérica, para describir la posición de un punto de la recta respecto a un punto de referencia (punto O);
 - con la existencia de los números reales se puede hacer corresponder a cada punto de la recta un número y viceversa.

Estos contenidos ofrecen potencialidades para la educación político ideológica y los objetivos deben estar encaminados a que los estudiantes reconozcan que las formas de pensar y trabajar en la Matemática se comprueban en la práctica; reconozcan las relaciones que existen entre los dominios numéricos, reconozcan la estrecha relación entre sus conceptos y operaciones y comprendan los efectos que puedan tener un desarrollo exitoso o no del poder de cálculo en otras ramas; reconozcan la colocación correcta de determinados símbolos (= ; +; -; raya de fracción; etc).

Potenciación.

Se introduce la potenciación en 5. grado a partir de los cuadrados perfectos y se amplía el concepto de potencia como la forma abreviada de escribir el producto de todos los factores, luego en 7. grado este se trabaja desde un problema práctico por ejemplo:

En cuatro CDR durante 4 meses, 4 cederistas se han propuesto entregar 4 Kg. de aluminio. ¿Qué cantidad de aluminio se entregará? Después de presentada la situación se vuelve a retomar el concepto aprendido en grados anteriores.

- Se obtienen las propiedades del producto y el cociente de potencias de igual base, partiendo de casos particulares, se introducen las operaciones de elevar al cuadrado y al cubo, se memorizan los cuadrados de los números naturales hasta el quince y se trata la teoría que sustenta el trabajo con las cifras significativas (esenciales) para cálculos aproximados y números que procedan de mediciones.

Se introduce la raíz cuadrada.

Señalar que la extracción de la raíz cuadrada es la operación inversa de la elevación al cuadrado

Operaciones combinadas.

Todo este complejo de materia se retoma en la enseñanza preuniversitaria, en décimo grado específicamente en la unidad # 1 "Aritmética. Trabajo con variables. Ecuaciones". El trabajo con radicales amplía notablemente las habilidades de cálculo de los estudiantes con los números reales, al generalizar

el concepto de potencia a exponentes racionales, además sienta las bases para el tratamiento del cálculo trigonométrico.

Las operaciones combinadas se trabajan desde el inicio en la medida en que se van introduciendo las operaciones, relacionándolas con la resolución de problemas. El profesor propone el algoritmo para resolver operaciones combinadas según el caso.

1. Se efectúan las operaciones indicadas entre signos de agrupación (paréntesis, corchetes, llaves).
2. Se realizan la potenciación y la radicación en el orden en que aparecen.
3. Se efectúan las multiplicaciones y divisiones en el orden en que aparecen.
4. Se realizan las sumas algebraicas que resulten al final.

El significado del tanto por ciento.

1. Se analiza a partir de datos recopilados por los estudiantes, se toman y analizan los que reflejan por cientos, se representan en tablas o gráficos que permitan interpretar la información.
2. Tratar los tres casos del tanto por ciento, enfatizando en el significado de cada uno de ellos, ampliándose el tanto por ciento al empleo de tablas con datos y gráficos y transferir estos conceptos al tanto por mil.

Los estudiantes al entrar al nivel medio superior tienen que lograr una integración de todos los contenidos y lograr desarrollar la habilidad calcular teniendo presente:

- 1 La sistematización de los diferentes conjuntos numéricos que se han estudiado, destacándose las relaciones de inclusión.
- 2 Fortalecer a través del cálculo con números racionales, el desarrollo de las habilidades asociadas al manejo de proporciones, y en particular, al cálculo del tanto por ciento.
- 3 Sistematizar las relaciones existentes entre las operaciones inversas estudiadas en los diferentes conjuntos numéricos, de modo que no sean vistas por los estudiantes como operaciones independientes, insistir

además en las posibilidades que esas reacciones ofrecen para el auto control de los resultados.

- 4 Aplicar el concepto de notación científica a partir de situaciones prácticas.
- 5 Fortalecer el desarrollo de la habilidad de estimación a través del cálculo de potencias, mediante la predicción aproximada de los resultados del cálculo.
- 6 La integración de los contenidos con la proporcionalidad y revelación del sentido de variación proporcional.

1.3 Concepciones teóricas acerca de las tareas de aprendizaje.

Un aspecto que es precisamente parte de la clase y base del estudio independiente, es la tarea, la cual debe ser atendida como un valioso punto de la clase. El éxito de ella dependerá en gran medida, de la calidad de la clase, de las orientaciones que se den para su realización, así como de la ejecución y control.

En el artículo “la tarea como parte del estudio individual de los alumnos de Ela Antúnez Guerra hace referencia a lo expresado por M. A. Danilov en su obra “El proceso de la enseñanza de la escuela”, sólo una tarea científicamente impecable, ideológicamente sustancial y meditada desde el punto de vista educativo e instructivo, representa una premisa segura para que el trabajo individual sea fecundo. Por otra parte cada tarea será capaz de suscitar el activo interés del alumno y el afán de cumplirla. De ahí que los profesores con sentido creador dediquen tanta atención a la obra de confeccionar las tareas para el trabajo independiente de los alumnos, siempre en concordancia de la asignatura de que se trate”.

Para la tarea se deben seleccionar ejercicios que estimulen la actividad mental de los estudiantes y no aquellos que sean una mera repetición de lo que se hizo en el aula, además es importante tener presente su volumen de acuerdo con la edad de los estudiantes y su diagnóstico. Otro aspecto a considerar es el momento en que se indica la tarea, esta no debe ser antes o después de concluido el turno de clases y por supuesto sin ninguna orientación.

Consecuentemente dicha actividad puede orientarse en diferentes momentos, no se comparte el criterio que solo puede darse en la última etapa de la clase, esto estará en dependencia de los objetivos que persiga la tarea y de la lógica que tenga el momento de orientarla, en la mayoría de los casos, se sitúa al final de la clase como consecuencia de lo desarrollado en ella y como un medio de relacionarla con la clase siguiente.

Las principales tendencias negativas detectadas en las tareas están dadas en:

- La inadecuada o incompleta comprensión de su concepción esencial.
- La mala estructuración que afecta la lógica de la dirección del aprendizaje en la clase.
- No se corresponde con el objetivo de esta, o los demás componentes del proceso pedagógico.
- No se orienta adecuada y oportunamente para que se logre su comprensión y el curso de un aprender consciente a través de ellas.
- No se controla el proceso de su ejecución, lo que afecta su autoevaluación y evaluación.
- No corresponde a las exigencias que se plantea, a la calidad de la clase, a estas tendencias hace referencia Zilberstein, J y Pórtela, R (2002).

Al respecto Medina Revilla, A (1995:56) plantea: las tareas son núcleos de actividades, secuencias y estructura que permiten organizar la acción. Las tareas organizan la experiencia y estimulan el aprendizaje del alumno.

Por otra parte Carlos A de Zayas (1999:36) afirma que las tareas es la célula del proceso docente educativo. Fundamenta que es “la explicación por el profesor de un concepto y su correspondiente comprensión por el alumno, la realización de un ejercicio o de un problema por este”.

Atendiendo a lo anterior, es en la tarea donde se concretan las acciones y operaciones a realizar por los estudiantes, se necesita de un cambio esencial en su concepción y formulación. Hacemos referencia a la tarea como aquellas actividades que se conciben para realizar por el alumno en clase y fuera de ésta, vinculadas a la búsqueda y adquisición de los conocimientos y al desarrollo de habilidades.

Por consiguiente, las órdenes de qué hacer en las tareas adquieren un importante significado en la concepción y dirección del proceso.

De forma semejante se trata en la literatura el término tareas de aprendizaje.

En el Seminario Nacional para Educadores (2001:9) apunta que las tareas de aprendizaje son herramientas que le permiten al docente instrumentar el logro de los objetivos mediante la creación de las actividades.

Otro criterio autoral de tareas de aprendizaje refiere que son: actividades que se conciben para realizar por el alumno en clases y fuera de estas, vinculadas a la búsqueda y adquisición de los conocimientos y al desarrollo de habilidades (Rico Montero, P., 2008:105).

Las tareas de aprendizaje permiten lograr la formación del alumno en un proceso de relación y generalización que lo ponen en condiciones, no solo de aplicar, sino transferir el conocimiento, para transformarse a sí y al mundo que lo rodea.

En este sentido, en nuestro país se han efectuado investigaciones relacionadas con el proceso de solución de tareas de aprendizaje. Existe consenso entre algunos autores como: Álvarez de Zayas (1996 - 1999), P. Rico (1998 - 2000), M. Silvestre (1998 - 2002), en cuanto a los problemas que presentan las tareas y las tareas de aprendizaje en el proceso docente actual por su limitado tratamiento didáctico a las etapas de orientación, ejecución y control.

Por lo expresado por estos autores se discurre que el profesor debe en todo momento coordinar las tareas de aprendizaje para que los estudiantes las incorporen a su deber y a su producción, lo más tempranamente posible, acorde a sus características psicológicas.

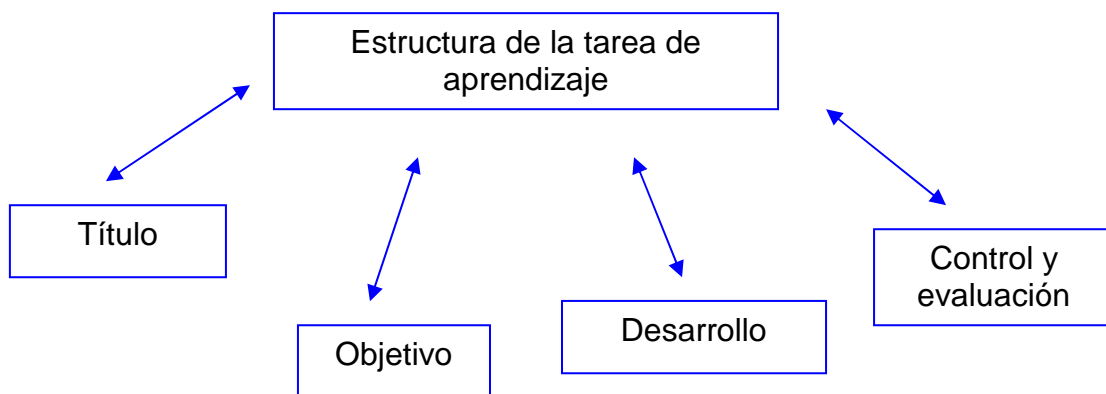
Es en la tarea de aprendizaje donde se plantean nuevas exigencias a los estudiantes, se contribuye al desarrollo del intelecto, así como a la formación de cualidades y valores, todo en función de formar un modo de actuación.

Rasgos que identifican las tareas de aprendizaje:

- Célula básica.
- Componente esencial de la actividad cognoscitiva.

- Portadora de acciones y operaciones.
- Propicia la instrumentación del método, uso de los métodos y uso de los medios.
- Provoca el movimiento del contenido y contribuye a alcanzar el objetivo.
- Se realiza en un tiempo previsto.

Las tareas de aprendizaje deben estar estructuradas de la siguiente forma:



Es también esencial en la elaboración de las tareas de aprendizaje los niveles de desempeño cognitivo los cuales expresan la complejidad con que se quieren medir los niveles de logros alcanzados en una asignatura dada. Para ello se debe tener en cuenta en qué consiste cada uno:

Primer nivel:

Capacidad del alumno para utilizar las operaciones de carácter instrumental básicas de una asignatura dada, para ello deberá reconocer, identificar, describir e interpretar los conceptos y propiedades esenciales en los que esta se sustenta.

Segundo nivel:

Capacidad del alumno de establecer relaciones conceptuales, donde además de reconocer, describir e interpretar los conceptos deberá aplicarlos a una situación planteada y reflexionar sobre sus relaciones internas.

Tercer nivel:

Capacidad del alumno para resolver problemas, por lo que deberá reconocer y contextualizar la situación problemática, identificar componentes e

interrelaciones, establecer las estrategias de solución, fundamentar o justificar lo realizado.

La comprensión del contenido de estos niveles es fácil de ver, pues se trata de ir llevando el conocimiento del alumno desde niveles más simples a niveles con mayor exigencia y complejidad. (Rico Montero, P., 2008: 50).

CAPÍTULO II Tareas de aprendizaje para contribuir al desarrollo de la habilidad cálculo aritmético en estudiantes del preuniversitario “Raúl Galán González”.

2.1 Estudio inicial que presenta la habilidad calcular en estudiantes de décimo grado del preuniversitario “Raúl Galán González”.

En el estudio realizado a los estudiantes del grupo 10.1 del preuniversitario “Raúl Galán González” se pudo constatar que presentan las siguientes potencialidades para enfrentar el desarrollo del cálculo aritmético: en el centro se cuenta con un colectivo pedagógico preparado para asumir los cambios que están teniendo lugar en el Ministerio Nacional de Educación, además con los programas y orientaciones metodológicas para impartir la asignatura de Matemática, un banco de video clases relacionadas con el cálculo aritmético, variados ejercicios de cálculo en los libros de textos de los tres grados y el software educativo “EUREKA” que ofrece ejercicios de cálculo de todos los niveles de desempeño.

Se destacan como carencias las siguientes: no siempre se puede esperar que los ejercicios que en ellos aparecen satisfagan todas sus necesidades en cada clase, en su mayoría tienen limitaciones en el conocimiento de los dominios numéricos, los porcentajes cómodos y las diferentes formas de escribir su proporción, es insuficiente el dominio de las propiedades de los radicales, de la potencia y de su aplicación, en algunos casos no identifican la pertenencia o no de cualquier número a un dominio numérico, muy pocos tienen dominio del algoritmo para resolver operaciones combinadas por lo que no ejecutan adecuadamente el orden de estas, el procesamiento de las operaciones para el tanto por ciento no se realiza siempre de forma correcta y en muchos de ellos falta interés y compromiso para erradicar dichas dificultades.

Esto permite asegurar que existe una necesidad evidente de trabajar fuerte en función de desarrollar la habilidad calcular en los estudiantes de décimo grado debido a la importancia del mismo dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

Para iniciar el estudio se elaboró una escala valorativa para medir cada uno de los indicadores declarados en las dimensiones, donde se le otorgó los niveles de alto, medio y bajo (Anexo 8).

El estudio inicial se comenzó realizando una prueba pedagógica (Anexo 2) con el objetivo de comprobar los conocimientos que tienen los estudiantes en el desarrollo de habilidades en el cálculo aritmético, la misma arrojó los resultados siguientes: la pregunta 1 la cual responde al indicador 1.1 conocimiento de los dominios numéricos, sólo el 18.7% conoce los dominios numéricos y coloca su simbología correctamente, el 25% de los estudiantes conoce parcialmente los dominios numéricos y coloca algunos de sus símbolos y el 56.2% no conoce los dominios numéricos. En la pregunta 2 referida al indicador 1.3 dominio del algoritmo para resolver operaciones combinadas se comprobó que sólo el 15.6% de los estudiantes determina el orden de las operaciones, el 6.3% no sigue adecuadamente el orden de las operaciones y el 78.1% no determina dicho orden. En la pregunta 3 la cual responde al indicador 1.2 dominio de las propiedades de los radicales y de la potencia se constató que sólo el 21.9% identifica y aplica adecuadamente las propiedades de los radicales y la potencia, el 18.7% identifica pero no aplica adecuadamente las propiedades de los radicales y la potencia y el 59.3% de los estudiantes no identifica las propiedades de los radicales y de la potencia.

La pregunta 4 que responde al indicador 1.4 conocimiento de los porcentajes cómodos y las diferentes formas de escribir su proporción sólo el 28.1% identifica los porcentajes cómodos y efectúa adecuadamente el cálculo de por ciento, el 15.6% de los estudiantes identifica los porcentajes cómodos, pero no efectúa adecuadamente el cálculo de por ciento y el 56.2 % no identifica los porcentajes cómodos ni efectúa adecuadamente el cálculo de por ciento. Los resultados se muestran en forma de tabla en el anexo 5.

Se realizó una observación (Anexo 3) con el objetivo de observar el desarrollo de las habilidades en el cálculo aritmético en los estudiantes de 10. grado. En el aspecto referido a la identificación de la pertenencia o no de cualquier número a un dominio numérico dado que responde al indicador 2.1, sólo el 28.1% de los estudiantes identifica la pertenencia o no de cualquier número a un dominio numérico dado correctamente, el 34.3% identifica la pertenencia o no de algún número a un dominio numérico dado parcialmente y el 37.5% no identifica la pertenencia de un número a un dominio numérico dado.

En el aspecto que trata sobre la aplicación de las propiedades de los radicales y de la potencia que responde al indicador 2.2 sólo el 25% de los estudiantes

aplica correctamente las propiedades de los radicales y de la potencia, el 21.8% aplica algunas propiedades de los radicales o de la potencia y el 53.1% no aplica ninguna de las propiedades.

Referido a la ejecución de las operaciones combinadas teniendo en cuenta el orden, lo que se relaciona con el indicador 2.4, sólo el 18.7% ejecuta las operaciones combinadas teniendo en cuenta el orden, el 9.4% ejecuta las operaciones combinadas, pero no tiene en cuenta totalmente el orden y el 71.8% de los estudiantes ejecuta las operaciones combinadas, pero no tiene en cuenta el orden.

En el aspecto 4, donde se aborda el procesamiento de las operaciones para el tanto por ciento relacionado con el indicador 2.5, sólo el 31.2% de los estudiantes determina porcentajes cómodos y calcula el por ciento estableciendo las relaciones correctamente, el 25% determina porcentajes cómodos, pero no calcula el por ciento y el 43.7% no determina porcentajes cómodos ni calcula el por ciento.

El aspecto 5, relacionado con el interés y compromiso por erradicar las dificultades en el cálculo aritmético, el cual responde al indicador 2.3 sólo el 37.5% de los estudiantes muestra interés y compromiso por erradicar las dificultades en el cálculo aritmético, el 40.6% muestra algún por erradicar las dificultades en el cálculo aritmético y el 21.8% no muestra interés por erradicar las dificultades en el cálculo aritmético. Los resultados se muestran en forma de tabla en el anexo 6.

Otro instrumento aplicado fue la entrevista (Anexo 4) con el objetivo de constatar el nivel de conocimiento de los estudiantes en cuanto al cálculo aritmético, la misma arrojó los resultados siguientes: la pregunta 1 la cual responde al indicador 1.1 conocimiento de los dominios numéricos, sólo el 21.9% menciona los dominios numéricos y la forma de relacionarse correctamente, el 18.7% de los estudiantes menciona algunos dominios numéricos así como su relación y el 59.3% no menciona los dominios numéricos estudiados.

En la pregunta 2 referida al indicador 1.2 dominio de las propiedades de los radicales y de la potencia se comprobó que sólo el 18.7% de los estudiantes menciona totalmente las propiedades de los radicales y de la potencia, el 15.6% menciona al menos 4 de cada una de las propiedades de los radicales y

de potencia y el 65.6% menciona menos de 4 de cada una de las propiedades de los radicales y de la potencia.

En la pregunta 3 la cual responde al indicador 1.3 dominio del algoritmo para resolver operaciones combinadas se constató que sólo el 25% domina el algoritmo para resolver operaciones combinadas, el 21.8% domina parcialmente el algoritmo para resolver operaciones combinadas y el 53% no domina dicho algoritmo.

La pregunta 4 que responde al indicador 1.4 conocimiento de los porcentajes cómodos y las diferentes formas de escribir su proporción sólo el 18.7% conoce los porcentajes cómodos, la parte que representa del total y los diferentes casos de escribir el tanto por ciento, el 34.3% de los estudiantes conoce parcialmente porcentajes cómodos, la parte que representa del total y los diferentes casos de escribir el tanto por ciento y el 46.8% no conoce los porcentajes cómodos, la parte que representa del total ni los diferentes casos de escribir el tanto por ciento. Los resultados se muestran en forma de tabla en el anexo 7.

2.2 Las tareas de aprendizaje para contribuir al desarrollo de la habilidad cálculo aritmético.

A partir de la consulta realizada donde se analizaron diversos criterios de tareas y tareas de aprendizaje, algunos coincidentes, la autora asume el concepto de esta última dado por Pilar Rico Montero (2008:105) la cual define dicha actividad como las que se conciben para realizar por el alumno en clases y fuera de estas, vinculada a la búsqueda y adquisición de los conocimientos y al desarrollo de habilidades.

La formulación de las tareas de aprendizaje para contribuir al desarrollo de habilidades en el cálculo aritmético plantea determinadas exigencias al estudiante al responder a los tres niveles de asimilación (reproductivo, de aplicación y de creación).

Las mismas se caracterizan por ser creativas, pues no se encuentran en ninguna de las fuentes que tienen a su alcance, en las cuales los ejercicios que aparecen no satisfacen todas sus necesidades por lo que se ha realizado un trabajo profundo para decidir cuáles son los adecuados, cuáles se deben transformar o elaborar para lograr los objetivos que se han propuesto.

Las tareas aplicadas son desarrolladoras al permitir el desarrollo de habilidades en el cálculo aritmético teniendo en cuenta el conocimiento de los dominios numéricos, el dominio de las propiedades de los radicales y la potencia, el algoritmo para resolver operaciones combinadas, el conocimiento de porcentajes cómodos y las diferentes formas de escribir su proporción, la identificación de la pertenencia o no de cualquier número a un dominio numérico dado, la aplicación de las propiedades de los radicales y de la potencia, el interés y compromiso por erradicar las dificultades en el cálculo aritmético, la ejecución de las operaciones combinadas teniendo en cuenta el orden y el procesamiento de las operaciones para el tanto por ciento.

Las tareas de aprendizaje están estructuradas por:

- Título
- Objetivo
- Desarrollo
- Evaluación y control.

Se aplicaron en el grupo de 10.1 del preuniversitario “Raúl Galán González”, de Jatibonico, dentro y fuera del horario docente, específicamente en la Unidad 1 referida a “Aritmética. Trabajo con variables. Ecuaciones”, particularmente en las clases de la 1 a la 24 (Anexo 12)

Tareas de aprendizaje:

Tarea 1

Objetivo: identificar la pertenencia o no de un número a un dominio numérico dado.

Desarrollo:

Sitúa sobre una recta numérica los puntos A y B correspondientes a los números racionales -5 y 3, respectivamente:

- a) ¿Cuántos puntos situados entre A y B corresponden a números naturales, $x \square \square \square$
- b) ¿Cuántos puntos situados entre A y B corresponden a números enteros, $x \square \square \square$

- c) Escribe algunos números que estén situados entre A y B que sean fraccionarios, $x \in \mathbb{Q}_+$.
- d) Ponga ejemplos de números racionales ($x \in \mathbb{Q}$) que están situados entre A y B.

Control: esta tarea se controla de forma oral estableciendo debates entre los estudiantes y se evalúan las respuestas.

Tarea 2

Objetivo: identificar propiedades de los radicales y de la potencia.

Desarrollo:

Coloca en el cuadrado (p; n; ÷) según corresponda:

- a) $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$
- b) $\sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \div b}$
- c) $(\sqrt[n]{a})^p = \sqrt[n]{a^p}$
- d) $\sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}} = \sqrt[k]{a^m}$

Control: el profesor evalúa el desempeño de los estudiantes por los puestos de acuerdo a las respuestas que estos coloquen en los espacios en blanco.

Tarea 3

Objetivo: identificar propiedades de los radicales y de la potencia.

Desarrollo:

Completa la tabla de forma tal que las igualdades sean verdaderas:

Propiedades	Cálculo
$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$	$\sqrt{3} \cdot \square = \sqrt{6}$
$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{a^{\frac{1}{m}}}$	$\sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt[6]{2}$
$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$	$(\sqrt[4]{x+3})^5 = \sqrt[4]{(x+3)^5}$

Control: el profesor evalúa de forma oral los resultados haciendo que los estudiantes realicen reflexiones lógicas de las propiedades.

Tarea 4

Objetivo: identificar propiedades de los radicales y de la potencia

Desarrollo:

Enlaza la columna A con la B según corresponda.

A	B
• a^0	• Se dividen las bases y se mantiene el exponente.
• $a^m \cdot a^n$	• Se mantiene la base y se suman los exponentes.
• $a^n \cdot b^n$	• Se multiplican las bases y se mantiene el exponente.
• $a^n : b^n$	• Se mantiene la base y se restan los exponentes.
• $(a^m)^n$	• Se mantiene la base y se multiplican los exponentes.
• $a^m : a^n$	• Todo número real ($a \neq 0$) elevado al exponente cero es igual a uno.

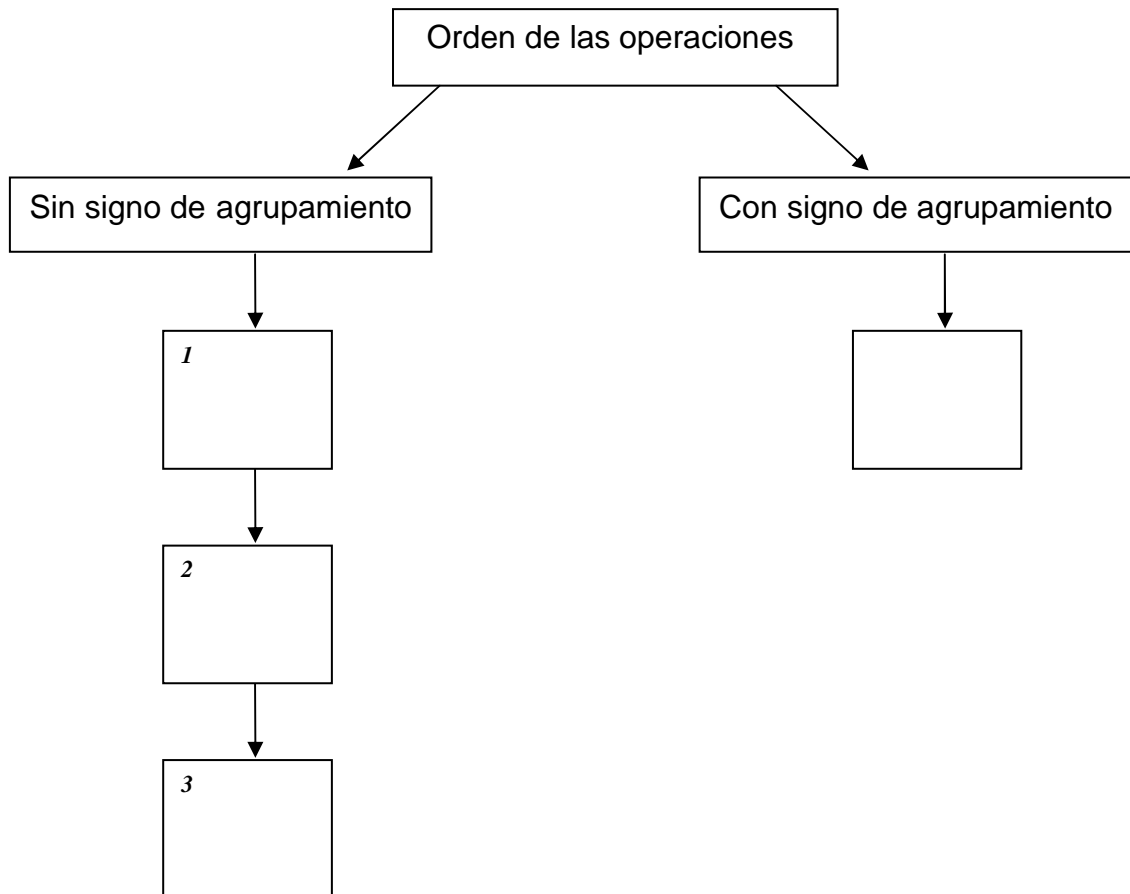
Control: se seleccionan varios estudiantes para que lo resuelvan en la pizarra y expliquen por qué tomaron esa decisión.

Tarea 5

Objetivo: identificar el algoritmo para resolver operaciones combinadas.

Desarrollo:

Completa el esquema:



Control: se presenta el cuadro en un cartel, los estudiantes lo completan tomando una tarjeta y colocándola donde ellos consideren correcto.

Tarea 6

Objetivo: identificar los por cientos cómodos a partir del conocimiento de los divisores de 100 (1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 10 ; 20 ; 25 ; 50; 100).

Desarrollo:

Marca con una (X) los que consideres que sean porcentajes cómodos.

a) ___4

b) ___3

c) ___7

d) ___5

e) ____25

Control: se revisará de forma oral donde los alumnos expresarán sus criterios de por qué marcaron esos y no otros.

Tarea 7

Objetivo: identificar los diferentes casos del tanto por ciento.

Desarrollo:

Enlaza la columna A con la B.

A

- ¿Qué tanto por ciento es un número de otro?
- Hallar el número, conocido un tanto por ciento de él.
- Tanto por ciento de un número.

B

- Se divide el número conocido por el tanto por ciento (expresado como un cociente con divisor 100).
- Se multiplica el número por el tanto por ciento (expresado como una división de divisor 100 ó en notación decimal corriendo la coma dos lugares a la izquierda).
- Se divide el primero por el segundo y se expresa el cociente como tanto por ciento.

Control: después de terminada la tarea se controla en la pizarra donde cada estudiante expone cada caso de tanto por ciento y el algoritmo utilizado, seguidamente se evalúa.

Tarea 8

Objetivo: identificar la pertenencia o no de un número a un dominio numérico dado.

Desarrollo:

Coloca \square , un símbolo de un dominio numérico o un número según convenga de forma tal que se obtenga una proposición verdadera.

a) $\pi \bigcirc \mathbb{N}$

a) $\square \in \mathbb{Q}$

c) $1/3 \triangle \mathbb{R}$

d) $1 \in \square$

e) $\diamond \in \mathbb{I}$

f) $4/7 \hexagon \mathbb{Q}_+$

Control: el profesor evaluará en la próxima clase, de forma oral, según la calidad de las respuestas y las interrogantes emitidas por los alumnos.

Tarea 9

Objetivo: aplicar las propiedades de los radicales y de la potencia.

Desarrollo:

Llena los espacios en blanco de manera tal que no se altere la igualdad y exista correspondencia entre las dos columnas.

Propiedad	Cálculo
$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$	$\sqrt[4]{2} \cdot \square = \sqrt[4]{10}$
$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$	$\diamond \cdot x^5 = x^8$
$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$	$\sqrt[5]{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[15]{3}$
$x^m \div x^n = x^{m-n}$	$\frac{(-8)^{\frac{2}{3}} \div (-8)^{\square}}{\phantom{(-8)^{\frac{2}{3}} \div (-8)^{\square}}} = (-8)^{-\frac{2}{15}}$
$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$	$\sqrt[3]{18} \div \bigcirc = \sqrt[3]{2}$
$[(a)^m]^{\square} = \sqrt[n]{a^m}$	$[(-4)^3]^{\square} = \sqrt{(-4)^3}$

Control: se controlará y evaluará su realización en la próxima clase atendiendo al razonamiento que realiza para llenar los espacios.

Tarea 10

Objetivo: aplicar las propiedades de los radicales y de la potencia.

Desarrollo:

Realiza las siguientes operaciones, pasando a potencias de exponentes fraccionarios y expresa el resultado en forma de radical.

a) $a \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt[5]{a^2}$

b) $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a\sqrt{a}}$

c) $[\sqrt[3]{16a} \cdot a^2]^{\frac{3}{2}}$

Control: se intercambian las libretas y cada uno evalúa la tarea de su compañero, el profesor atendiendo a sus criterios emite la evaluación final.

Tarea 11

Objetivo: aplicar las propiedades de los radicales.

Desarrollo:

Si

$$A = \frac{\sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[6]{9}}{\sqrt[3]{\sqrt{27}}} \quad \text{y} \quad B = \sqrt{25} \div \sqrt{5} \quad \text{entonces:}$$

1) ___ $A = -B$

2) ___ $A < B$

3) ___ $A = B$

4) ___ $A > B$

Control: en la primera parte del ejercicio se le orienta a dos estudiantes que vayan al pizarrón, cada uno realiza un cálculo.

Se escucharán las respuestas de la mayoría de los estudiantes y se concluirá con la correcta.

Tarea 12

Objetivo: aplicar las propiedades de los radicales y de la potencia.

Desarrollo:

Completa la tabla.

a	b	c	$a \cdot b$	$a : b$	$(b^2)^c$
$(-4)^2$	$(-4)^3$	$\frac{1}{3}$			
$(0,30)^{\frac{1}{5}}$	$6^{\frac{1}{5}}$	2			
$40^{\frac{1}{3}}$	$10^{\frac{1}{3}}$	6			
$\sqrt[5]{16}$	$\sqrt[5]{8}$	$\frac{1}{5}$			
$4\sqrt{96}$	$8\sqrt{32}$	4			

Control: se controla mediante la revisión de libreta y posteriormente de forma oral.

Tarea 13

Objetivo: identificar el orden de las operaciones combinadas.

Desarrollo:

En el siguiente ejercicio cada figura geométrica representa una de las operaciones básicas. Analizando el esquema, determina a qué operación básica corresponde cada figura.

a) $2 \square 3 \bigcirc 5 = 11$

b) $7 \triangle 3 \square 1 = 4$

c) $3 \square (4 \bigcirc 5) = 27$

Control: el profesor controla por los puestos evaluando la respuesta del inciso a).

- El inciso b) y c) lo controlará en forma de debate donde los alumnos harán referencia a sus respuestas.

Tarea 14

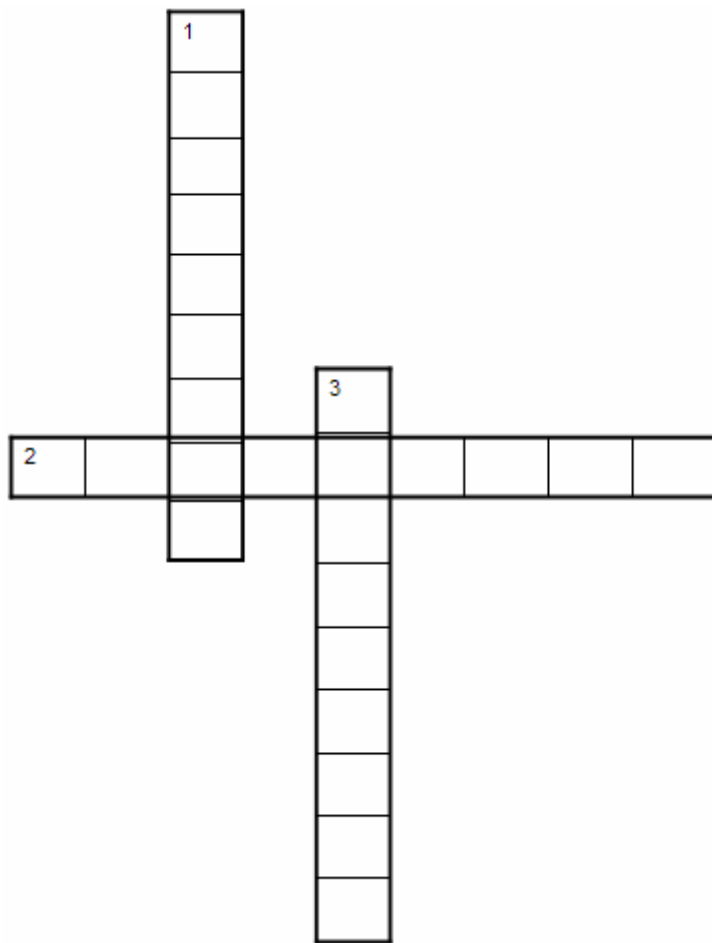
Objetivo: identificar las distintas formas de escribir la proporción cuyos términos son: la parte, el todo y el tanto por ciento.

Calcular por ciento teniendo en cuenta los diferentes casos.

Desarrollo:

Llena el crucigrama.

Nota: Un solo dígito o un signo de operación de cálculo por casilla.



- 1- ¿Cómo calcular cuál es el 20% de 60?
 - 2- ¿Cómo calcular qué tanto por ciento es 25 de 75?
 - 3- ¿Cómo calcular de qué número es 10 el 30%?
- a) Deja escrito el resultado de cada uno.

Control: en el inciso 1) un estudiante irá a la pizarra donde explicará como procedió para darle solución.

- En el inciso 2) se controla mediante el intercambio de libretas y el profesor pregunta por qué se obtuvo ese procedimiento, escuchando la opinión y proceder de varios alumnos.
- El inciso 3) se controla en la pizarra, un estudiante escribe el procedimiento y el resto debate la solución.

El a) el profesor lo controla como evaluación del desempeño en las libretas de los estudiantes.

1.4 Constatación final de las tareas de aprendizaje.

Luego de aplicar en la práctica pedagógica las tareas de aprendizaje para contribuir al desarrollo de la habilidad cálculo aritmético se constataron los siguientes resultados:

En la prueba pedagógica (Anexo 2) con el objetivo de comprobar los conocimientos que tienen los estudiantes en el desarrollo de la habilidad cálculo aritmético, la misma arrojó los resultados siguientes: la pregunta 1 la cual responde al indicador 1.1 conocimiento de los dominios numéricos, el 93.7% conoce los dominios numéricos y coloca su simbología correctamente, el 3.1% de los estudiantes conoce parcialmente los dominios numéricos y coloca algunos de sus símbolos y el 3.1% no conoce los dominios numéricos.

En la pregunta 2 referida al indicador 1.3 dominio del algoritmo para resolver operaciones combinadas se comprobó que el 56.2% de los estudiantes determina el orden de las operaciones, el 18.7% no sigue adecuadamente el orden de las operaciones y el 25% no determina dicho orden.

En la pregunta 3 la cual responde al indicador 1.2 dominio de las propiedades de los radicales y de la potencia se constató que el 46.8% identifica y aplica adecuadamente las propiedades de los radicales y la potencia, el 40.6% identifica pero no aplica adecuadamente las propiedades de los radicales y la potencia y el 12.5% de los estudiantes no identifica las propiedades de los radicales y de la potencia. La pregunta 4 que responde al indicador 1.4 conocimiento de los porcentajes cómodos y las diferentes formas de escribir su proporción el 93.7% identifica los porcentajes cómodos y efectúa adecuadamente el cálculo de por ciento y el 6.3 % no identifica los porcentajes cómodos ni efectúa adecuadamente el cálculo de por ciento. Los resultados se muestran en forma de tabla en el anexo 5.

La observación (Anexo 3) con el objetivo de observar el desarrollo de la habilidad cálculo aritmético en estudiantes de 10. grado.

En el aspecto referido a la identificación de la pertenencia o no de cualquier número a un dominio numérico dado que responde al indicador 2.1, el 93.7% de los estudiantes identifica la pertenencia o no de cualquier número a un dominio numérico dado correctamente y el 6.3% no identifica la pertenencia de un número a un dominio numérico dado.

En el aspecto que trata sobre la aplicación de las propiedades de los radicales y de la potencia que responde al indicador 2.2, el 37.5% de los estudiantes aplica correctamente las propiedades de los radicales y de la potencia, el 40.6% aplica algunas propiedades de los radicales o de la potencia y el 21.8% no aplica ninguna de las propiedades. Lo referido a la ejecución de las operaciones combinadas teniendo en cuenta el orden, lo que se relaciona con el indicador 2.4, el 59.3% ejecuta las operaciones combinadas teniendo en cuenta el orden, el 18.7 tiene en cuenta el orden de las operaciones parcialmente y el 21.8% no tiene en cuenta el orden para ejecutar las operaciones.

En el aspecto 4 donde se aborda el procesamiento de las operaciones para el tanto por ciento relacionado con el indicador 2.5, el 96.8% de los estudiantes determina porcentajes cómodos y calcula el por ciento estableciendo las relaciones correctamente y el 3.1% no determina porcentajes cómodos ni calcula el por ciento. Analizando el aspecto 5 relacionado con el interés y compromiso por erradicar las dificultades en el cálculo aritmético el cual responde al indicador 2.3, el 62.5% de los estudiantes muestra interés y compromiso por erradicar las dificultades en el cálculo aritmético, el 25% muestra algún interés por erradicar las dificultades en el cálculo aritmético y el 12.5% no muestra interés por erradicar las dificultades en el cálculo aritmético. Los resultados se muestran en forma de tabla en el anexo 6.

Otro instrumento aplicado fue la entrevista (Anexo 4) con el objetivo de constatar el nivel de conocimiento de los estudiantes en cuanto al cálculo aritmético, la misma arrojó los resultados siguientes: la pregunta 1 la cual responde al indicador 1.1 conocimiento de los dominios numéricos, el 96.8% menciona los dominios numéricos y la forma de relacionarse correctamente y el 3.1% de los estudiantes menciona algunos dominios numéricos así como su relación.

En la pregunta 2 referida al indicador 1.2 dominio de las propiedades de los radicales y de la potencia se comprobó que el 40.6% de los estudiantes menciona totalmente las propiedades de los radicales y de la potencia, el 37.5% menciona al menos 4 de cada una de las propiedades de los radicales y de potencia y el 21.8% menciona menos de 4 de cada una de las propiedades de los radicales y de la potencia.

La pregunta 3 que responde al indicador 1.3 dominio del algoritmo para resolver operaciones combinadas se constató que el 53.1% domina el algoritmo para resolver operaciones combinadas, el 34.3% domina parcialmente el algoritmo para resolver operaciones combinadas y el 12.5% no domina dicho algoritmo.

Al analizar la pregunta 4 que responde al indicador 1.4 conocimiento de los porcentajes cómodos y las diferentes formas de escribir su proporción el 93.7% conoce los porcentajes cómodos, la parte que representa del total y los diferentes casos de escribir el tanto por ciento, el 3.1% de los estudiantes conoce parcialmente porcentajes cómodos, la parte que representa del total y los diferentes casos de escribir el tanto por ciento y el 3.1% no conoce los porcentajes cómodos, la parte que representa del total ni los diferentes casos de escribir el tanto por ciento. Los resultados se muestran en forma de tabla en el anexo 7.

CONCLUSIONES

El análisis de los referentes teóricos relacionados con el desarrollo de la habilidad calcular, específicamente el cálculo aritmético, permite confirmar la complejidad de la temática al ser este un contenido esencial para el logro de resultados superiores en el proceso de enseñanza – aprendizaje, en la medida que se encuentra vinculado con otras asignaturas y disciplinas además de la importancia que tiene su conocimiento para comprender ejemplos de la vida donde las cantidades se unen, quitan, agrupan, reparten y se multiplican provocando sensaciones, representaciones y conceptos matemáticos.

El estudio realizado aporta elementos que demuestran las potencialidades y carencias existentes en los estudiantes del grupo 10.1 del preuniversitario, en cuanto al desarrollo de la habilidad cálculo aritmético. Existen los medios que abordan la temática a su alcance pero sin embargo no siempre los ejercicios que en ellos aparecen satisfacen todas sus necesidades, pues se constatan limitaciones en el conocimiento de los dominios numéricos, los porcentajes cómodos y las diferentes formas de escribir su proporción, en el dominio de las propiedades de los radicales, de la potencia y de su aplicación, en la identificación de la pertenencia o no de cualquier número a un dominio numérico, en el algoritmo para resolver operaciones combinadas y su aplicación, en el procesamiento de las operaciones para el tanto por ciento y en la falta interés y compromiso para erradicar dichas dificultades.

Las tareas de aprendizaje propuestas parten de la necesidad que tienen los estudiantes del preuniversitario, de desarrollar la habilidad cálculo aritmético. Las mismas se aplicaron de forma dinámica y creativa propiciando de esta forma el aprendizaje, utilizando los conocimientos previos y la nueva información que va a recibir el estudiante. Cada tarea está estructurada por título, objetivo, desarrollo, evaluación y control.

Los resultados obtenidos evidencian, en la práctica pedagógica, que las tareas de aprendizaje provocan cambios significativos en cuanto al desarrollo de la habilidad cálculo aritmético constatados en el conocimiento de los contenidos necesarios para desarrollar la habilidad y el interés y compromiso mostrado por erradicar las dificultades.

RECOMENDACIONES

Como resultado del análisis de la investigación se recomienda:

- Considerar los fundamentos teóricos y prácticos surgidos de este trabajo para el desarrollo de la habilidad cálculo aritmético en estudiantes de 10. grado del preuniversitario “Raúl Galán González”.
- Continuar el desarrollo de la habilidad cálculo aritmético, fundamentalmente en el dominio y ejecución de las propiedades de los radicales y de la potencia así como del orden de las operaciones combinadas.

BIBLIOGRAFÍA

Aballi, G. R., Vázquez y F. Company. (1999). *El desarrollo de habilidades previas de cálculo en 9no grado*. Educación. 67 (octubre-diciembre). Ministerio de Cultura. La Habana.

Addine Fernández, F. (1997). *Didáctica y optimización del proceso de enseñanza-aprendizaje*. La Habana: Editado por IPLAC.

Addine, F., González, A. M. y Recarey, S.C. (2002). *Principios para la dirección del proceso pedagógico*. En G. García (compil.). *Compendio de Pedagogía*. La Habana: Pueblo y Educación.

Addine, F., y Fernández G. (2009). *Temas de Introducción a la formación Pedagógica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Albarrán, J y otros. (2006). *Didáctica de la Matemática en la Escuela Primaria*. La Habana: Pueblo y Educación.

Álvarez de Zayas, C. (1996). *Hacia una escuela de excelencia*. Ciudad de La Habana: Editorial Academia.

Álvarez de Zayas, C. (1999). *La escuela en la vida. Didáctica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. Tercera ed. corregida y aumentada.

Ballester, S. y otros (1992). *Metodología de la enseñanza de la Matemática, tomo I*. La Habana: Pueblo y Educación.

Ballester, S. y otros (2000). *Metodología de la enseñanza de la Matemática, tomo II*. La Habana: Pueblo y Educación.

Campistrous, L. y otros (1989). *Matemática décimo grado*. La Habana: Pueblo y Educación.

Campistrous, L. y otros (1990). *Matemática onceno grado*. La Habana: Pueblo y Educación.

Campistrous, L., Rivero, H., Durán, A. y Sandoval, A. (1991). *Matemática duodécimo grado*. Tomo I. La Habana: Pueblo y Educación.

Campistrous, L. y Rizo, C. (1996). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. La Habana: Pueblo y Educación.

Campistrous, L. (2002). *Didáctica y resolución de problemas*. Cuba: Impresión ligera.

Castro Ruz, F. (1981). *Discurso pronunciado en el Acto de Graduación del VI Contingente del Destacamento Pedagógico "Manuel Ascunce Doménech"*. Folleto.

Chávez, J. A. (1992). *Del Ideario Pedagógico de José de la Luz y Caballero (1800-1862)*. La Habana: Pueblo y Educación.

De la Torres, C. y otros. (2000). *Manual de guía para los exámenes de los maestros cubanos primero, segundo y tercer grado* Tomo I. En: *La enseñanza de la Matemática en Cuba en los umbrales del siglo XXI: logros y retos I*. S. P. La Habana.

Del Río, J. y otros. (1992). *Análisis comparativo del currículo de Matemática (nivel medio) en Iberoamérica*. Mare Nostrum, Ediciones didácticas. S.A. Madrid.

Escalona, D. M. (1944). *La enseñanza de la geometría demostrativa*. En: *Revista de La Sociedad Cubana de Ciencias Físico- Matemática*, No 6. La Habana, p. 8.

Fabá, M. (2002). *Propuesta Metodológica para el perfeccionamiento de los procedimientos escritos de cálculo en 3.º grado de la Enseñanza Primaria*. Universidad de Matanzas. ISP "Manuel Ascunce Domenech". Ciego de Ávila.

Fonseca, M. E y E. Gómez. (1995). *Consideraciones didácticas sobre contenidos esenciales que se abordan en la Matemática de la escuela primaria*. Material inédito.

García, L. (2002). *El modelo de escuela*. En G. García Batista (compil.). *Compendio de Pedagogía* (pp. 283-310). La Habana: Pueblo y Educación.

González, A. M. y Reinoso, C. (2002). *Nociones de sociología, psicología y pedagogía*. La Habana: Pueblo y Educación.

González, D. (2001). *La superación de los maestros primarios en la formulación de problemas matemáticos*. Tesis en opción al grado científico de doctor en Ciencias Pedagógicas. ISP "Enrique José Varona", La Habana.

González, F. (2000). *Los nuevos roles del profesor de Matemática. Paradigma*, XXI. Venezuela.

González, V. (2001). *Psicología para educadores*. La Habana: Pueblo y Educación.

Hernández, J. (2002). *¿Cómo estás en Matemática?* La Habana: Pueblo y Educación.

Hernández, R. (2004). *Metodología de la investigación*. La Habana: Pueblo y Educación.

Klingberg, L. (1972). *Introducción a la didáctica general*. La Habana: Pueblo y Educación.

Leontiev, A. N. y Rubestein, S. L. (1961). *Psicología*. La Habana: Imprenta Nacional de Cuba.

Liviana, M. J. (1999). *Una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos*. Tesis de Doctorado. ISPEJV. La Habana.

Martínez Ford, G. (2005). *Propuesta Metodológica para perfeccionar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos escritos de las operaciones de cálculo en 4. grado*. Tesis en opción al Título Académico de Máster. ISP "Manuel Ascunce Domenech". Ciego de Ávila.

Marx, C y Engels, F. (1986). *Obras escogidas*. Tomo 1. Editorial Progreso. Moscú.

Medina Rivilla, A. (1995). *Las actividades*. En *Didáctica—adaptación. El currículum: fundamentación, diseño, desarrollo y evaluación*. Madrid.

Ministerio de Educación, Cuba. (1892). "La tarea como parte del estudio individual de los alumnos". *Educación*. 45, 92-97.

Ministerio de Educación, Cuba. (1977). *Seminario Nacional para Educadores*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación, Cuba. (1979). *Matemática. Séptimo grado*. Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación, Cuba. (1979). *Matemática. Octavo grado*, Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación, Cuba. (1979). *Matemática. Noveno grado*. Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación, Cuba. (1980). *Seminario Nacional para Educadores*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación, Cuba. (2001). *Seminario Nacional para Educadores*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación, Cuba. (2001). *IV Seminario Nacional para Educadores*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación, Cuba. (2004). *V Seminario Nacional para Educadores*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación, Cuba. (2005). *Maestría en Ciencias de la Educación. Módulo I. Segunda Parte*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación, Cuba. (2005). *Orientaciones metodológicas. Ciencias, sexto grado*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación, Cuba. (2005). *Programa séptimo grado*. Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación, Cuba. (2006). *Programa octavo grado*. Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación, Cuba. (2006). *Programa noveno grado*. Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación, Cuba. (2006b). *Programa de Décimo grado. Educación preuniversitaria y Primer año Educación Técnica y Profesional*. La Habana: Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación, Cuba. (2006). *Maestría en Ciencias de la Educación. Módulo II. Primera Parte*. La Habana: Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación, Cuba. (2006). *Maestría en Ciencias de la Educación. Módulo III. Primera Parte*. La Habana: Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación, Cuba. (2006). *Maestría en Ciencias de la Educación. Módulo III. Segunda Parte*. La Habana: Pueblo y Educación.

Ministerio de Educación, Cuba. (2007c). *Proyecto de documento sobre las líneas directrices y competencias en la asignatura Matemática* [versión electrónica]. La Habana.

Ministerio de Educación, Cuba. (2009). *IX Seminario Nacional para Educadores*. La Habana: Pueblo y Educación.

Novedo, R. (1997). *La utilización de los recursos heurísticos en la resolución de los ejercicios de demostración y cálculo geométrico en 12 grado*. Tesis de Maestría. ISPEJV. La Habana.

OstR E, G. y otros. (1978). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática de 1. a 4. grados*. Tercera Parte. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Pérez, A. (2008). *La preparación de los Jefes de Departamentos de Ciencias en el tratamiento de la resolución de problemas*. Tesis en opción al título académico de Máster en Ciencias de la Educación. ISP Capitán Silverio Blanco. Sancti Spíritus.

Pérez, G., García, G., Nocedo, I. y García, M. L. (1996). *Metodología de la investigación educacional*. Tomo I. La Habana: Pueblo y Educación.

Pérez, J. E (1930). *Metodología de la Aritmética Elemental*. La Habana: Editorial Cultural.

Petrovski, A.V. (1980). *Psicología general*. Editorial Progreso. Moscú.

Pita, B. (1985). *El tratamiento del cálculo oral en el 1. Ciclo*. La Habana: Editorial Pedagogía.

Polya, G. (1976). *Descubrimientos matemáticos*. Editorial Ciencia.

Puig, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granadas: Comares.

Puig, L. (1997). *Análisis fenomenológico*. En, Luis Rico (Coord.). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: Horsori.

Quintana, H. (2008). *Estrategia metodológica dirigida a la preparación de los maestros del 1er ciclo para el tratamiento de problemas aritméticos* □ no publicada□. Tesis en opción al título de Máster en Ciencias Pedagógicas. Sancti Spíritus. Cuba.

Reyes, C. y E. Ramírez. (1995). *Las matemáticas en la escuela primaria*.

Instituto Estatal de Educación Pública en Oaxaca. México.

Real Academia Española (2006). *Integración*. En *Diccionario de la Lengua Española*. Vigésima segunda edición. Recuperado el 23 de marzo de 2008, en <http://www.rae.es/>.

Rico Montero, P. (1996). *Reflexión y aprendizaje en el aula*. La Habana: Pueblo y Educación.

Rico, P. y otros (2002). *Hacia el Perfeccionamiento de la Escuela Primaria*. La Habana: Pueblo y Educación.

Rico Montero, P. (2003). *La zona de desarrollo próximo*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Rico, P. y otros. (2008). *Exigencias del Modelo de escuela primaria para la dirección por el maestro de los procesos de educación, enseñanza y aprendizaje*. Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Rico, P. y otros. (2008). *Proceso de enseñanza – aprendizaje desarrollador en la escuela primaria. Teoría y práctica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Rizo, C , Cuadrado, Z y Naredo, R. (1999). *Matemática duodécimo grado*. Tomo II. La Habana: Pueblo y Educación.

Rodríguez, R. (1997). El tratamiento de los procedimientos escritos de cálculo en 3. Y 4.grados de la Enseñanza Primaria. Tesis Doctoral. ISPEJV. La Habana.

Rubinstein, S. L. (1979). *El desarrollo de la psicología. Principios y métodos*. La Habana: Pueblo y Educación.

Ruiz, A. (2007). *La integración de conceptos matemáticos a partir de las relaciones conceptuales clásicas en la Educación Preuniversitaria*. Tesis en opción al grado científico de doctor en Ciencias Pedagógicas. ISP “Félix Varela González”. Santa Clara.

Ruiz, A. y otros (2006). *Concepciones didácticas sobre la interdisciplinariedad escolar en el área de Ciencias Exactas de la Educación Preuniversitaria*. Resultado del proyecto de investigación “La preparación del jefe de

departamento de preuniversitario para el tratamiento de la interdisciplinariedad desde el trabajo metodológico”. ISP Silverio Blanco. Sancti Spíritus. Cuba.

Ruíz, G (1965). *¿Cómo enseñar la Aritmética en la escuela primaria? La Habana: Editorial Pedagógica.*

Santana Pérez, R. (2009). *Procedimiento aritmético para contribuir al desarrollo de la habilidad calcular en estudiantes de la Educación de Jóvenes y Adultos.* Tesis de Maestría. ISP “Capitán Silverio Blanco Núñez”. Sancti Spíritus.

Santos, M. (1994). *La resolución de problemas en el aprendizaje de la Matemática.* México. Departamento de Matemática Educativa. CINVESTAV-IPN.

Sigarreta, J. M. (2001). *Incidencia del tratamiento de los problemas matemáticos en la formación de valores.* Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. No publicada. ISP “José de la Luz y Caballero”. Holguín.

Schoenfeld, A. H. (2000). *Propósitos y métodos de investigación en Educación Matemática* (J. D. Godino, trad.). Universidad de Granada. España. Recuperado de <http://www.ugr.es/~jgodino>. (Trabajo original publicado en Notices of the AMS, 47 (6), en el año 2000).

Silvestre, M. y Zilberstein, J. (2002). *Hacia una didáctica desarrolladora.* La Habana: Pueblo y Educación.

Silvestre Oramas, M. (2002). *Aprendizaje, Educación y Desarrollo.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Silvestre Oramas, M. (s.a). *Aprendizaje, educación y desarrollo.* UNICEF.

Talízina, N. F. (1988). *Psicología de la enseñanza.* Moscú: Progreso.

Torres, P. (2000b). *La enseñanza de la Matemática en Cuba en los umbrales del siglo XXI: logros y retos.* ISPEJV. La Habana: Impresión Ligera.

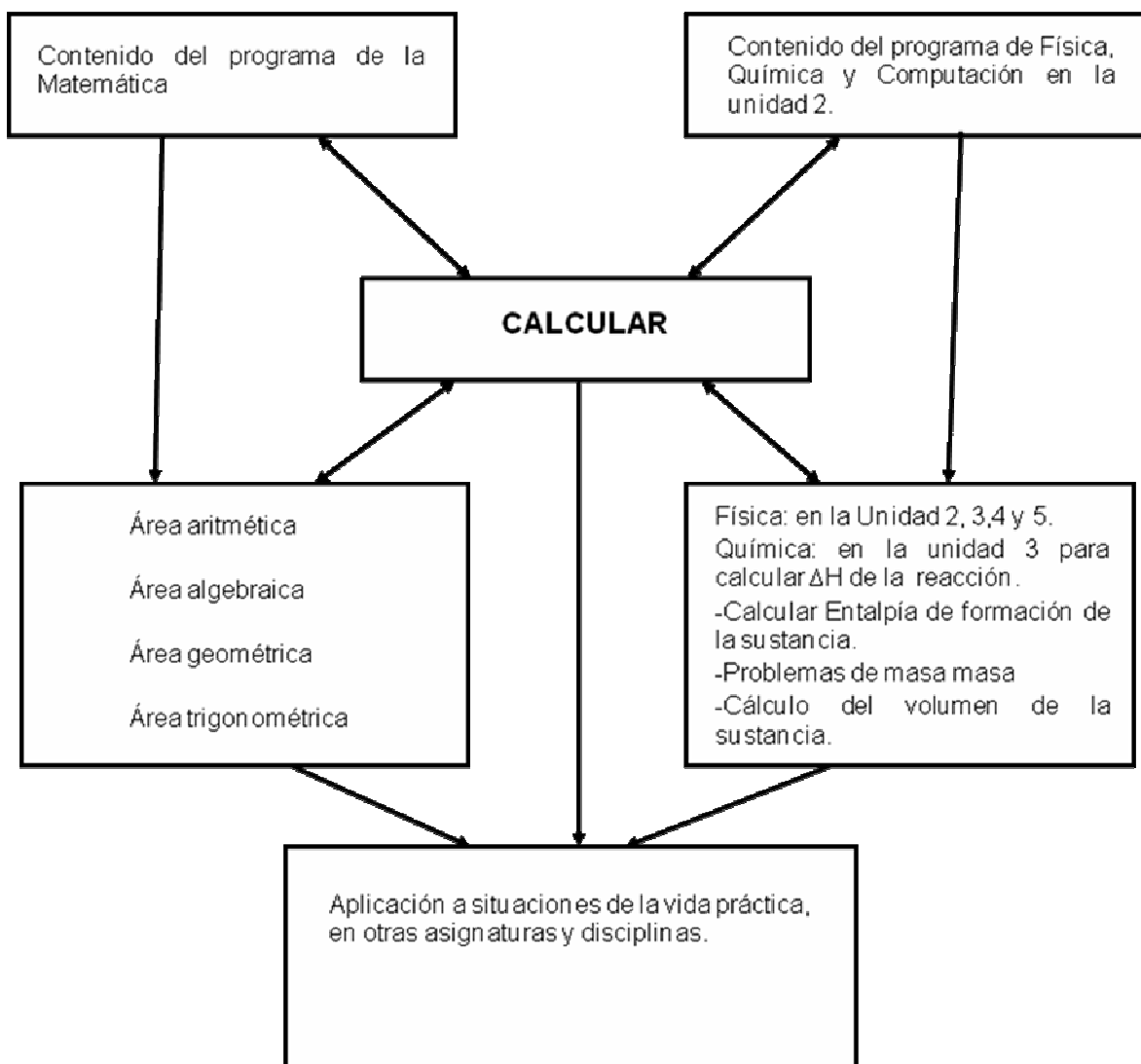
Turner, L y Chávez, J. (1989). *Se aprende a aprender.* La Habana: Pueblo y Educación.

Váldez, C. (1904). *Aritmética "Lecciones preparadas para que sirvan de guía a los maestros en los primeros grados de la enseñanza"*. La Habana: Editorial Moderna Poesía.

Vigotsky, L. S. (1981). *Pensamiento y Lenguaje*. La Habana: Edición Revolucionaria.

ANEXO 1

La habilidad calcular, su incidencia en los distintos contenidos matemáticos y de otro orden.



ANEXO 2

Prueba Pedagógica.

Objetivo: comprobar los conocimientos que tienen los estudiantes en el desarrollo de la habilidad cálculo aritmético.

1. Dadas las definiciones de los dominios numéricos estudiados. Escribe la simbología del dominio que corresponda en cada caso.

_____ Conjunto de los números naturales y sus opuestos.

_____ Está formado por la unión de los conjuntos racionales e irracionales.

_____ Conjunto formado por los números 0; 1; 2; 3; 4; 5;.....

_____ Es el conjunto $\{p/q; p, q \in \mathbb{N}; q \neq 0\}$.

_____ Es el conjunto $\{p/q; p, q \in \mathbb{Z}; q \neq 0\}$.

_____ Conjunto formado por expresiones decimales infinitas no periódicas.

2. Marca con una (X) la respuesta correcta.

2.1) $15,63:3 * (1/2)^2 - \sqrt{8^0 \cdot 16}$ es igual a:

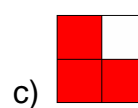
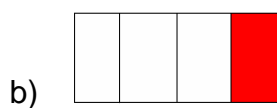
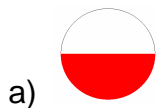
a) _____ -1,6975 b) _____ -2,6975 c) _____ 2,6975 d) _____ 3,6975

3. Calcula:

$$\sqrt{\sqrt{810}} + 2 \sqrt[4]{10} - \frac{4 \cdot 6^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{4}}}$$

a) _____ $\sqrt[4]{10}$ b) _____ $2\sqrt[4]{10}$ c) _____ $-\sqrt[4]{10}$ d) _____ $\left(-\frac{1}{4}\right)\sqrt[4]{10}$

4. Las siguientes figuras se han dividido en partes iguales. ¿Qué por ciento se encuentra representado en cada una?



5. ¿Cuál es el 15% de 60?

ANEXO 3

Guía de observación.

Objetivo: observar el desarrollo de la habilidad cálculo aritmético en estudiantes del grupo 10.1.

Aspectos a observar:

- Identificación de la pertenencia o no de cualquier número a un dominio numérico dado.
- Aplicación de las propiedades de los radicales y de la potencia.
- Ejecución adecuada del orden de las operaciones combinadas.
- Procesamiento de las operaciones para el tanto por ciento.
- Disposición que muestran para realizar los ejercicios con el fin de erradicar las dificultades que presentan.

ANEXO 4

Entrevista a estudiantes

Preguntas	Niveles	Inicial	Final
-----------	---------	---------	-------

Objetivo: constatar el nivel de conocimiento de los estudiantes en cuanto al desarrollo de la habilidad cálculo aritmético.

Estudiante:

La entrevista pretende constatar algunos aspectos que son necesarios para elevar el nivel de conocimiento en cuanto al desarrollo de la habilidad cálculo aritmético, por lo que es imprescindible su colaboración. Es de gran importancia la información que nos puedas facilitar.

¡Muchas gracias!

1. ¿Cuáles son los dominios numéricos que has estudiado?
 - a) ¿Se relacionan entre sí? ¿Cómo se relacionan?
2. ¿Cuáles son las propiedades de los radicales y de la potencia?
3. ¿Cuál es el algoritmo para resolver las operaciones combinadas?
4. ¿Qué porcentajes cómodos conoces?
 - a) ¿Qué parte representan del total?
 - b) ¿Cuáles son los diferentes casos del tanto por ciento?

		Cantidad	%	Cantidad	%
1	Alto	6	18.7	30	93.7
	Medio	8	25	1	3.1
	Bajo	18	56.2	1	3.1
2	Alto	5	15.6	18	56.2
	Medio	2	6.3	6	18.7
	Bajo	25	78.1	8	25
3	Alto	7	21.9	15	46.8
	Medio	6	18.7	13	40.6
	Bajo	19	59.3	4	12.5
4	Alto	9	28.1	30	93.7
	Medio	5	15.6	-	-
	Bajo	18	56.2	2	6.3

ANEXO 5

Resultados de la prueba pedagógica (Inicial y final)

Preguntas	Niveles	Inicial	Final
-----------	---------	---------	-------

ANEXO 7

Resultados de la entrevista (Inicial y final)

		Cantidad	%	Cantidad	%
1	Alto	7	21.9	31	96.8
	Medio	6	18.7	1	3.1
	Bajo	19	59.3	-	-
2	Alto	6	18.7	13	40.6
	Medio	5	15.6	12	37.5
	Bajo	21	65.6	7	21.8
3	Alto	8	25	17	53.1
	Medio	7	21.8	11	34.3
	Bajo	17	53.1	4	12.5
4	Alto	6	18.7	30	93.7
	Medio	11	34.3	1	3.1
	Bajo	15	46.8	1	3.1

ANEXO 6

Preguntas	Niveles	Inicial		Final	
		Cantidad	%	Cantidad	%
1	Alto	9	28.1	30	93.7
	Medio	11	34.3	-	-
	Bajo	12	37.5	2	6.3

Resultados de la observación (Inicial y final)

2	Alto	8	25	12	37.5
	Medio	7	21.8	13	40.6
	Bajo	17	53.1	7	21.8
3	Alto	6	18.7	19	59.3
	Medio	3	9.4	6	18.7
	Bajo	23	71.8	7	21.8
4	Alto	10	31.2	31	96.8
	Medio	8	25	-	-
	Bajo	14	43.7	1	3.1
5	Alto	12	37.5	20	62.5
	Medio	13	40.6	8	25
	Bajo	7	21.8	4	12.5

ANEXO 6

Resultados de la observación (Inicial y final)

ANEXO 8 Escala valorativa

Dimensión 1 Cognitiva

Indicador 1.1 Conocimiento de los dominios numéricos.

Alto: si conoce los dominios numéricos y coloca su simbología.

Medio: si conoce parcialmente los dominios numéricos y coloca algunos de sus símbolos.

Bajo: no conoce los dominios numéricos.

Indicador 1.2 Dominio de las propiedades de los radicales y la potencia

Alto: si identifica y aplica adecuadamente las propiedades de los radicales y la potencia.

Medio: si identifica pero no aplica adecuadamente las propiedades de los radicales y la potencia.

Bajo: no identifica las propiedades de los radicales y la potencia.

Indicador 1.3 Dominio del algoritmo para resolver operaciones combinadas.

Alto: si determina el orden de las operaciones.

Medio: si no sigue adecuadamente el orden de las operaciones.

Bajo: si no determina el orden.

Indicador 1.4 Conocimiento de porcentajes cómodos y las diferentes formas de escribir su proporción.

Alto: si identifica porcentajes cómodos y efectúa adecuadamente el cálculo de por cientos.

Medio: si identifica porcentajes cómodos pero no efectúa adecuadamente el cálculo de por cientos.

Bajo: no identifica porcentajes cómodos ni efectúa adecuadamente el cálculo de por cientos.

Dimensión 2 Afectiva – procedimental

Indicador 2.1 Identificación de la pertenencia o no de cualquier número a un dominio numérico dado.

Alto: si identifica la pertenencia o no de cualquier número a un dominio numérico dado.

Medio: si identifica la pertenencia o no de algún número a un dominio numérico dado parcialmente.

Bajo: si no identifica la pertenencia de número a un dominio numérico dado.

Indicador 2.2 Aplicación de las propiedades de los radicales y de la potencia.

Alto: si aplica las propiedades de los radicales y de la potencia correctamente.

Medio: si aplica algunas propiedades de los radicales o de la potencia correctamente.

Bajo: no aplica ninguna de las propiedades.

Indicador 2.3 Interés y compromiso por erradicar las dificultades en el cálculo aritmético.

Alto: si muestra interés y compromiso por erradicar las dificultades en el cálculo aritmético.

Medio: si muestra algún interés por erradicar las dificultades en el cálculo aritmético.

Bajo: no muestra interés por erradicar las dificultades en el cálculo aritmético.

Indicador 2.4 Ejecución adecuada del orden de las operaciones combinadas.

Alto: si tiene en cuenta el orden para ejecutar las operaciones combinadas.

Medio: si tiene en cuenta el orden para ejecutar las operaciones combinadas parcialmente.

Bajo: si no tiene en cuenta el orden para ejecutar las operaciones combinadas.

Indicador 2.5 Procesamiento de las operaciones para el tanto por ciento.

Alto: si determina porcentajes cómodos y calcula el por ciento estableciendo las relaciones correctamente.

Medio: si determina porcentajes cómodos pero no calcula el por ciento.

Bajo: no determina porcentajes cómodos ni calcula el por ciento.

Escala valorativa entrevista

Indicador 1.1 Conocimiento de los dominios numéricos.

Alto: si menciona los dominios numéricos y la forma de relacionarse correctamente.

Medio: si menciona algunos dominios numéricos así como su relación.

Bajo: no menciona los dominios numéricos estudiados.

Indicador 1.2 Dominio de las propiedades de los radicales y la potencia

Alto: si menciona totalmente las propiedades de los radicales y la potencia.

Medio: si menciona al menos cuatro de cada una de las propiedades de los radicales y la potencia.

Bajo: si menciona menos de cuatro de cada una de las propiedades de los radicales y la potencia.

Indicador 1.3 Dominio del algoritmo para resolver operaciones combinadas.

Alto: si domina el algoritmo para resolver operaciones combinadas.

Medio: si domina parcialmente el algoritmo para resolver operaciones combinadas.

Bajo: no domina el algoritmo para resolver operaciones combinadas

Indicador 1.4 Conocimiento de porcentajes cómodos y las diferentes formas de escribir su proporción.

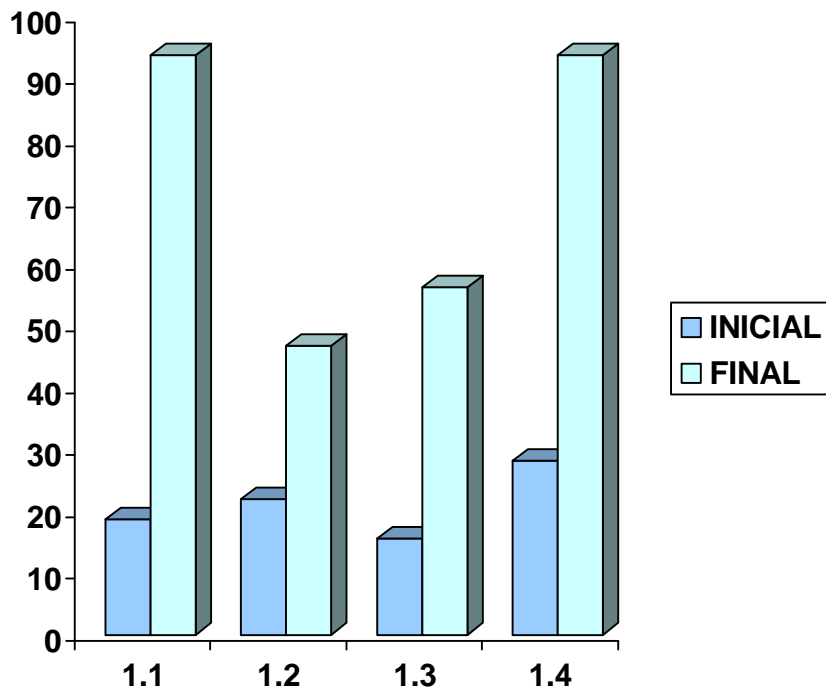
Alto: si conoce porcentajes cómodos, la parte que representa del total y los diferentes casos de escribir el tanto por ciento.

Medio: si conoce parcialmente porcentajes cómodos, la parte que representa del total y los diferentes casos de escribir el tanto por ciento. .

Bajo: no conoce porcentajes cómodos, la parte que representa del total ni los diferentes casos de escribir el tanto por ciento.

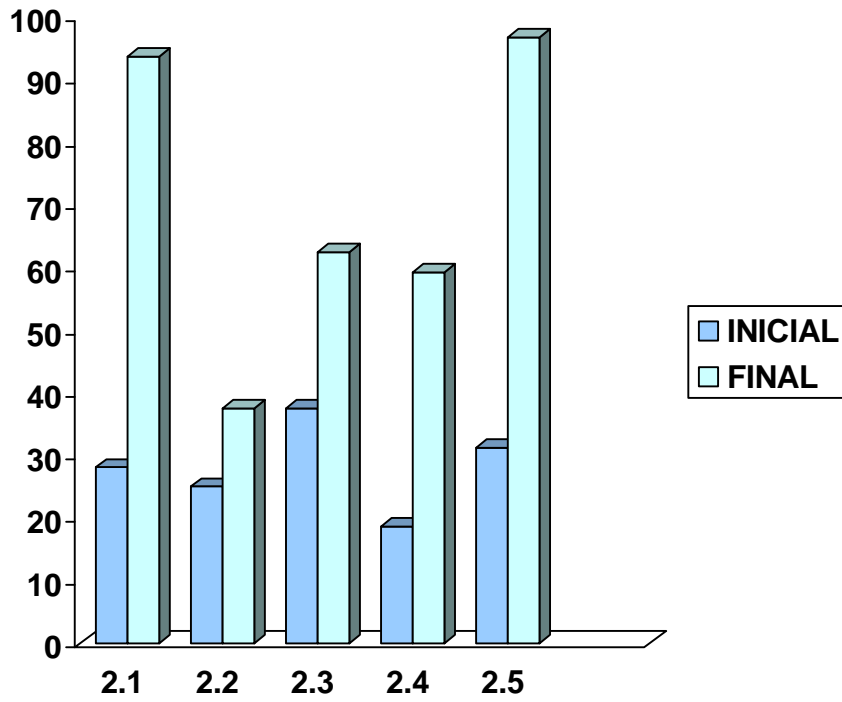
ANEXO 9

Gráfico comparativo de la prueba pedagógica



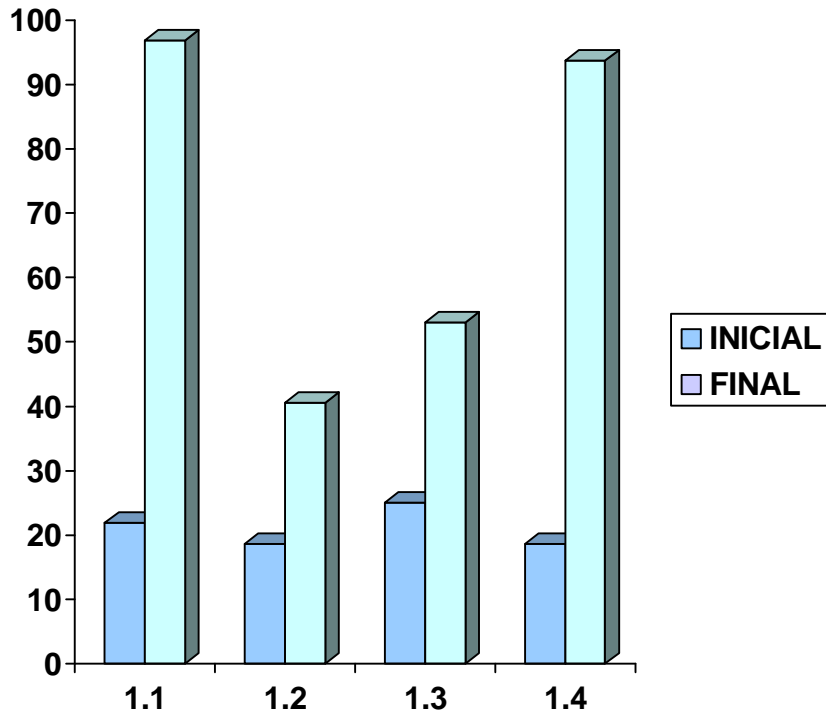
ANEXO 10

Gráfico comparativo de la observación



ANEXO 11

Gráfico comparativo de la entrevista



ANEXO 12

Dosificación.

Unidad 1: Aritmética. Trabajo con variables. Ecuaciones.

Semanas	Clases
1	1. Introducción al curso. 2. Dominios numéricos (N y Z). 3. Dominios numéricos (Q ; Q; R). 4. Resolución de problemas aritméticos. 5. Resolución de problemas aritméticos.
2	6. Resolución de problemas aritméticos. 7. Resolución de problemas aritméticos. 8. Potencia de exponente entero Z. 9. Operaciones con potencias. 10. Ejercicios sobre operaciones con potencias.
3	11. Potencias de exponente racional. 12. Operaciones con potencias de exponente racional. Ejercicios 13. Radicales. 14. Simplificación de radicales. 15. Ejercicios.
4	16. Operaciones con radicales. Adición y sustracción. 17. Operaciones con radicales. Adición y sustracción. 18. Operaciones con radicales. Multiplicación y división. 19. Operaciones con radicales. Multiplicación y división. 20. Ejercicios con radicales.
5	21. Racionalización de denominadores. 22. Racionalización de denominadores. 23. Ejercicios sobre operaciones con radicales. 24. Ejercicios sobre operaciones con radicales

