

INSTITUTO SUPERIOR PEDAGÓGICO

"CAP. SILVERIO BLANCO NÚÑEZ"

**Tesis en opción al Título Académico de Máster en Ciencias de la Educación
en la Mención Educación de Jóvenes y Adultos.**

**Título: Sistema de tareas para contribuir al tratamiento de la modelación
matemática de problemas en la unidad de Cinemática.**

Autora: Lic. Norma Amalia Rodríguez Moreno

Tutora: MSc. Lic. Tamara Ruiz Morera

Sancti-Spíritus.

2009

Dedicatoria

Dedico esta Tesis de maestría a cuatro personas muy especiales para mí: a la memoria de mi madre, a mi padre y a mis 2 hijas. A las primeras debo lo que soy. Las segundas representan mi inspiración y el futuro. Si el sacrificio que he

realizado le sirve de estímulo en algún momento de su vida para vencer los obstáculos, me sentiré satisfecha.

Agradecimientos

Una obra científica, resultado de la labor investigativa de una persona, llega a ser una realidad gracias al apoyo de instituciones, colegas, amigos y familiares. Las experiencias ajenas y la ayuda de cualquier persona, por muy pequeñas que sean estas, siempre complementan el esfuerzo y la sabiduría del investigador.

Mi eterno agradecimiento:

A mi esposo por su valiosa contribución.

A mi tutora, por dedicarme su tiempo.

A todos los compañeros que de alguna forma me ayudaron, muchas gracias.

Resumen

El trabajo se realiza sobre la base del perfeccionamiento del proceso de aprendizaje a partir de las transformaciones actuales en el Sistema Educativo Cubano, que abarca todos los tipos de enseñanza incluyendo la de Adultos las cuales buscan entre los objetivos, el derecho de todos los jóvenes al acceso al conocimiento mediante múltiples fuentes y formas del material educativo con enfoque intermaterias, favoreciendo la adquisición de conocimientos de manera integradora. El mismo tiene como objetivo contribuir al tratamiento de la modelación matemáticas de problemas durante el aprendizaje de las funciones racionales estudiadas en la unidad Cinemática, pues durante el diagnóstico inicial se pudo constatar que los estudiantes no realizan un tratamiento adecuado a la modelación matemática de las tareas orientadas. Para la ejecución de la investigación, se combinaron métodos del nivel teórico, empírico y estadístico – matemático. Las tareas se sustentan psicológicamente en los fundamentos del enfoque Histórico Cultural de Vigotsky y al final se pudo constatar que el sistema de tareas planteado contribuye a darle solución al problema.

INDICE

<i>INTRODUCCIÓN</i>	1
<i>Capítulo 1: Fundamentos teóricos y metodológicos que sustentan la modelación matemática de problemas durante el proceso de aprendizaje de la unidad Cinemática de la asignatura Física</i>	
<i>1.1 Caracterización de la unidad de Cinemática y su relación con la Matemática en la Enseñanza de Adultos</i>	8
<i>1.2. Fundamentos psicopedagógicos a tener en cuenta en el proceso de aprendizaje de la unidad Cinemática en la Enseñanza de Adultos en relación con el empleo de los modelos</i>	14

matemáticos.	
1.3 Caracterización de los fundamentos teóricos y metodológicos sobre el uso de los modelos matemáticos en la enseñanza de la Física y su papel en el desarrollo del pensamiento de los estudiantes.	20
Capítulo II: Diagnóstico y resultados del sistema de tareas para la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la unidad Cinemática.	29
2.1 Valoración de los resultados del diagnóstico	29
2.2. Fundamentos teóricos a tener en cuenta para la conformación del sistema de tareas para la modelación matemática durante proceso de aprendizaje de la unidad Cinemática.	32
2.2.1 La estructura de la actividad cognoscitiva, fundamento teórico para conformación del sistema de tareas de Cinemática.	33
2.3 Diseño del sistema de tareas	40
2.3.1 Tareas de introducción	40
2.3.2 Tareas de desarrollo	41
2.3.3. Tareas de sistematización y consolidación.	43
2 3.4 Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)	43
2.3.5 Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV).	50

<i>2.4 Evaluación del sistema de tareas mediante su aplicación en la práctica pedagógica.</i>	58
<i>Conclusiones.</i>	62
<i>Recomendaciones.</i>	63
<i>Bibliografía.</i>	64
<i>Anexos,</i>	

Introducción

El propósito esencial de la política educacional es "... la formación multilateral y armónica del individuo mediante la conjugación integral de una educación intelectual científico-técnica, politécnica-ideológica, física, moral, artística, politécnico laboral y patriótico militar" (PCC, 1978: 413). De este modo el fin supremo de la educación en Cuba hace realidad las aspiraciones de Martí en cuanto a la formación integral del

hombre, al concebir en la integración dialéctica entre conocer, pensar, actuar y formar valores, el proceso idóneo para obtener el hombre integral.

La necesidad de enfrentar transformaciones, en el proceso de enseñanza-aprendizaje en la Enseñanza de Adultos, requiere en la actualidad encarar con urgencia la introducción en la práctica de la integración de conocimientos entre las distintas disciplinas, lo cual es fundamental para alcanzar el propósito esencial de la educación, y constituye una de las características esenciales de la actividad investigadora y del desarrollo social, pues cada día el hombre requerirá aprender más, ser críticos, reflexivos, dialécticos, tener un pensamiento de hombre de ciencia y ello solo es posible lograrlo al traspasar las fronteras entre las disciplinas.

Existen ciencias como la Física y la Matemática, que están estrechamente relacionadas, de forma tal que se hace imposible no reconocer a una en la otra. No obstante, durante el desarrollo de esta investigación, con la aplicación de diferentes métodos se ha podido comprobar que no se aprovechan todas las posibilidades de su vinculación de manera que le permita al alumno identificarlas como un arma para indagar los secretos de la naturaleza y la sociedad.

La modelación matemática puede considerarse un elemento importante para el logro de este objetivo, al considerarse unos de los métodos más modernos de aprendizaje, tan modernos que todavía no se han instituido todos los procedimientos para el buen desarrollo de habilidades de modelación en los alumnos. La modelación matemática y la resolución de problemas se mezclan al surgimiento de la Matemática.

La revisión bibliográfica arrojó que varios autores trabajan la temática relacionada con la modelación matemática y su definición, pero no sistematizan en la importancia que la misma reviste durante el proceso de aprendizaje de la Física.

Esta problemática tomó auge, sobre todo, en la mitad del siglo anterior. En enero de 1967 tuvo lugar en Lausana, Suiza, un coloquio internacional sobre la reforma y la coordinación de la enseñanza. Las actas del coloquio fueron publicadas como volumen veintiuno de la revista *Dialéctica*: (UNESCO: 1979:25). En la misma se planteó la necesidad de utilizar los conocimientos matemáticos de los alumnos para construir modelos matemáticos de hechos físicos y viceversa, utilizar el

conocimiento de hechos físicos para desarrollar por abstracción, conceptos matemáticos

- ✚ La Matemática y la Física tienen su idioma y sus notaciones propias. Para asegurar la comprensión de sus enseñanzas, es imprescindible que en ambas disciplinas se explique cómo sus lenguajes se relacionan entre sí.
- ✚ El conocimiento de la evolución de las ideas matemáticas y físicas tienen un valor cultural y educativo, conviene que en sus cursos, se indiquen a los alumnos ejemplos históricos de la interrelación de las dos ciencias.

V. Usanov (1982:29) ha emitido algunos criterios de interés; "...la Cinemática, como parte de la Mecánica, utiliza la Matemática más que ninguna otra parte de la Física..."

Este autor refiere más adelante: "...puede revisarse la propia estructura de la Cinemática, que en virtud de la forma específica en que se expone, se asemeja más a una cuestión propia de la Matemática que de la Física..." y afirma "...La Matemática es una ciencia abstracta, difícil de enseñar si no nos apoyamos en la Física. Durante la enseñanza de la Física, igualmente es muy difícil apoyarse en conocimientos abstractos, de los alumnos. Por ello, esta distribución, de los contenidos entre Matemática y Física, permite disminuir considerablemente este nivel de abstracción..."

Estas ideas se consideran valiosas para el propósito que mueve el presente trabajo, y aunque no se comparte del todo la idea de transferir los conocimientos de Cinemática a la Matemática, la intención que ellas encierran es muy positiva. Se entiende, que la solución del problema no está en la transferencia de los contenidos ni en la cantidad de elementos de una asignatura incluidos en la otra, sino en utilizar de forma óptima los principios físicos para una mejor comprensión y aplicación de la Matemática, y en el empleo de las herramientas matemáticas para una óptima modelación y representación de los conocimientos físicos, y de esta se forma lograr sistematicidad, armonía y coherencia en el tratamiento simultáneo de los contenidos de ambas disciplinas.

En estas palabras, se aprecia de forma evidente la necesidad de coordinar el tratamiento de las dependencias funcionales con algún fenómeno de la realidad que pueda servir de base intuitiva, por ejemplo con el movimiento mecánico de los cuerpos.

Lo esencial es que el estudiante transfiera los conocimientos adquiridos en Matemática a la descripción del movimiento de los cuerpos, y concientice la analogía existente entre las ecuaciones abstractas aprendidas en dicha asignatura y sus correspondientes aplicaciones físicas.

Representar situaciones de la vida práctica, la ciencia y la técnica mediante modelos analíticos y gráficos, apoyándose en los conceptos, relaciones y procedimientos relativos a las funciones lineales es esencial durante el aprendizaje de la Cinemática

Es necesario entonces el establecimiento de nexos entre estas disciplinas para estimular un aprendizaje significativo y relevante en los estudiantes, en la medida en que se trata de revelar la significación social de los contenidos y la relación que existe entre los sistemas de conocimientos y habilidades de una y otra.

A partir de la experiencia de la autora como docente de la asignatura durante varios cursos, de la observación sistemática del proceso de aprendizaje de la unidad Cinemática en la Facultad Obrero Campesina (FOC) “ José Martí”, de la aplicación de los instrumentos para el diagnóstico del problema se pudo constatar que:

- 1 Los estudiantes resuelven tareas donde el modelo matemático es una función lineal o cuadrática, pero no son capaces de identificarlas, puesto que no aprovechan al máximo los conocimientos previos, habilidades, vivencias y experiencias que poseen de la asignatura Matemática, al no distinguir la analogía existente entre las ecuaciones elementales estudiadas en Matemática y las correspondientes al movimiento mecánico de los cuerpos.
- 2 En los programas y orientaciones metodológicas vigentes para la enseñanza no existen sugerencias metodológicas para realizar el proceso de modelación.

En la asignatura Física al resolver un ejercicio o problema es necesario, no solo, que el estudiante ejercite contenidos, reglas y fórmulas; sino que además desarrolle habilidades y estrategias que le permitan aplicar y encontrarle sentido en su vida a las ideas matemáticas.

Por todo lo expuesto se presenta el siguiente **problema científico**:

¿Cómo contribuir al tratamiento de la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la unidad Cinemática en los estudiantes del primer semestre de la FOC" José Martí" del municipio Sancti Spíritus?

Objeto de estudio: El proceso de aprendizaje de la unidad Cinemática.

Campo de acción: El tratamiento de la modelación matemática en la unidad Cinemática de la asignatura de Física.

Objetivo: Aplicar un sistema de tareas docentes para contribuir al tratamiento de la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la unidad Cinemática, en los estudiantes del primer semestre de la FOC" José Martí" del municipio Sancti Spíritus.

Para el desarrollo de este trabajo se formulan las siguientes **Preguntas Científicas**:

1. ¿Cuáles son los fundamentos teóricos y metodológicos que sustentan la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la unidad Cinemática de la asignatura de Física en la Enseñanza de Adultos?
2. ¿Cuál es el estado actual de los estudiantes del primer semestre de la FOC" José Martí" del municipio Sancti Spíritus para la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la unidad Cinemática?
3. ¿Qué tareas docentes pueden contribuir al tratamiento de la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la unidad Cinemática, en los estudiantes del primer semestre de la FOC" José Martí" del municipio Sancti Spíritus?
4. ¿Cuál es la efectividad de la aplicación del sistema de tareas de Cinemática en el primer semestre de la FOC" José Martí" del municipio Sancti Spíritus?

Para darle respuesta a estas preguntas científicas se plantearon las siguientes **Tareas Científicas**:

1. Determinación de los fundamentos teóricos y metodológicos que sustentan la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la Cinemática en la Enseñanza de Adultos.
2. Diagnóstico del nivel de preparación y desempeño que poseen los estudiantes del primer semestre de la FOC" José Martí" del municipio Sancti Spíritus, para la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la Cinemática.
3. Elaboración y aplicación del sistema de tareas que contribuyan al tratamiento de la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la unidad Cinemática, en el primer semestre de la FOC" José Martí" del municipio Sancti Spíritus.
4. Validación del sistema de tareas de Cinemática en el primer semestre de la FOC" José Martí" del municipio Sancti Spíritus.

La realización de este trabajo fue posible a través del empleo de diferentes métodos, técnicas e instrumentos de investigación científica:

Métodos de nivel teórico:

Histórico y lógico: para conocer cuáles han sido los antecedentes de la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la unidad Cinemática de la asignatura Física.

Análisis y síntesis: para realizar un análisis teórico de la problemática abordada en la literatura contemporánea y detallar en las características del contenido de Cinemática y las posibilidades que brinda para dar tratamiento a los modelos matemáticos durante el proceso de aprendizaje de la misma.

Inducción y deducción: para penetrar en la esencia del problema y encontrar regularidades que con el enfoque de sistema logran establecer nexos y relaciones con la práctica pedagógica.

La modelación: este método permitió el esclarecimiento de la relación esencial existente entre la Física y la Matemática como ciencias y asignaturas escolares y para elaborar el sistema de tareas al concebir los estadios que esquematizan el proceso.

Enfoque de sistema: para el esclarecimiento de las relaciones de los métodos, técnicas e instrumentos desde la posición teórica que se asumió para favorecer el

tratamiento de la modelación matemática en forma de sistema durante el aprendizaje de la Cinemática.

Métodos de nivel empíricos:

La observación: para constatar todo lo concerniente al tratamiento de la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la unidad Cinemática.

Prueba Pedagógica: para diagnosticar el nivel de preparación y desempeño que poseen los estudiantes para modelar matemáticamente tareas de Cinemática al inicio y al final.

Experimentación a través del pre-experimento: para aplicar el sistema de tareas docentes propuesto en la práctica pedagógica.

Métodos del nivel estadístico o matemático:

El cálculo porcentual: para procesar la información obtenida con la aplicación de los instrumentos que se aplicaron en los diferentes momentos de la experiencia.

La **población** está compuesta por los 75 estudiantes del primer semestre de la FOC " José Martí" del municipio Sancti Spíritus.

Muestra: un grupo de 25 estudiantes, que representa el 33,3 % del total de estudiantes determinados de forma intencional.

Para el desarrollo de esta investigación se hace necesario declarar las siguientes variables:

Variable independiente: el sistema de tareas docentes.

Variable dependiente: nivel alcanzado en el tratamiento de la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la unidad Cinemática.

Operacionalización de la variable dependiente.

Dimensión	Indicadores
Cognitiva	Reconocer la analogía existente entre las ecuaciones que describen una función lineal del tipo $y = m x + n$ y sus aplicaciones físicas y argumentar según relaciones de proporcionalidad entre las magnitudes relacionadas.
	Relacionar y comparar las ecuaciones que describen

	una función lineal con situaciones físicas y argumentar de acuerdo a: monotonía y pendiente de la función.
	Formular situaciones problemáticas que se puedan resolver mediante ecuaciones lineales o cuadráticas.
Motivacional-Volitivo.	Interés y motivación por conocer las funciones que describen la Cinemática del movimiento.
	Estado de ánimo durante el estudio de los modelos matemáticos que describen la Cinemática del movimiento.
	Interés y nivel de pertenencia por las tareas a resolver, relacionadas con las ecuaciones lineales y cuadráticas, y su representación gráfica.

Significación práctica: consiste en el enriquecimiento que se le hace a la metodología de la Enseñanza de la Física con la implementación de un sistema de tareas encaminado al tratamiento de la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la unidad Cinemática.

Novedad científica: radica en que el sistema de tareas que se ofrece en este trabajo constituye una herramienta que permite al estudiante de la Enseñanza de Adultos, realizar un tratamiento correcto a la modelación matemática de las funciones elementales estudiadas en la unidad Cinemática, con las exigencias didácticas para el desarrollo del aprendizaje.

El trabajo tiene la siguiente **estructura:**

Una introducción donde se abordan aspectos generales de la investigación y el diseño teórico y metodológico de la misma, el desarrollo donde se fundamenta teóricamente el objeto de estudio y el campo de investigación, la caracterización del estado inicial del problema, a partir de los resultados obtenidos con los instrumentos que se aplicaron. Se establecen los fundamentos teóricos en que debe basarse el sistema de tareas que se ofrece, es decir, la teoría psicológica de la actividad, se esclarecen además, los conceptos de tarea docente y sistema de tareas; se

incluye la propuesta del trabajo, con el sistema de tareas que se ofrece. Termina con la validación del mismo, las conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos. Los resultados de la aplicación de los instrumentos que se utilizaron aparecen en tablas y gráficos.

Capítulo1: Fundamentos teóricos y metodológicos que sustentan la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la unidad Cinemática de la asignatura Física.

Constituye una preocupación del Sistema Educativo Cubano la formación de los niños, adolescentes y jóvenes en los diferentes niveles y tipos de enseñanza, al ser esta una necesidad social que se sustenta en la adecuada concepción del principio de combinación e integración de los contenidos.

Para el logro de este objetivo es fundamental tener en cuenta la integración de conocimientos adquiridos y así contribuir a la cultura integral y a la formación de una concepción científica del mundo en los estudiantes, desarrollar en ellos un pensamiento humanista, científico y creador, que les permita adaptarse a los cambios de contexto y abordar problemas de interés social desde la óptica de varias disciplinas.

1.1 Caracterización de la unidad de Cinemática y su relación con la Matemática en la Enseñanza de Adultos

Con el triunfo de la Revolución, comenzaron a operarse profundos cambios en todos los órdenes de la sociedad cubana, a la que no escapó el sistema educacional. La primera transformación en este ámbito comenzó a partir del desarrollo y culminación de la Gran Campaña de Alfabetización que sacó de la ignorancia a la totalidad de la nación, surge así la educación de adultos en Cuba.

Desde ese momento y hasta los días constituye un subsistema educativo, que forma parte del sistema de Educación en Cuba donde se asegura el tránsito por los diferentes niveles de esta enseñanza; Educación Obrera y Campesina para el

nivel primario, la Secundaria Obrera y Campesina para los que no alcanzan el noveno grado y la Facultad Obrera y Campesina para los trabajadores, amas de casa, obreros y campesinos que deseen alcanzar la Enseñanza Media Superior.

Estos planes garantizan a los que egresan, su incorporación a los múltiples cursos de capacitación de obreros calificados y técnicos medios de la Educación Técnica y Profesional o proseguir sus estudios hasta la Universidad, que los conduciría finalmente a convertirse en verdaderos profesionales.

Para el logro del objetivo propuesto, no se realizó un análisis profundo de los programas de estudio, que anteceden al programa actual para este tipo de enseñanza. Solo se ubicó la situación actual del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Cinemática en un contexto histórico.

El análisis de los textos que se dedican al estudio de la Mecánica con énfasis en la parte de Cinemática, a partir del año 1920 y hasta la actualidad, así como de las orientaciones metodológicas para su estudio, arrojó que la forma de exponer la Cinemática se ha mantenido con ligeras variaciones, pues en el último perfeccionamiento que tuvo lugar en el curso 1988-1989, aunque establece impartir la Cinemática en el décimo grado, los fundamentos y el estilo exposición, es el mismo al del curso de los autores soviéticos.

En los textos propuestos para la enseñanza de la Física para el nivel medio superior en Cuba, tanto en los del MINED como en los de autores extranjeros hasta la década de los 70, pueden encontrarse experiencias valiosas de cómo emplear las funciones elementales para la descripción del movimiento mecánico, experiencias que no han sido tomadas en cuenta en los enfoques de los programas actuales, situación que puede incidir en las dificultades que enfrenta el aprendizaje de la asignatura en la actualidad.

De los textos y programas actuales, para este tipo de enseñanza, se pueden ilustrar críticamente las virtudes y deficiencias que se observan.

El texto de los estudiantes del primer semestre de la Enseñanza de Jóvenes y Adultos lo conforma un material impreso a raíz de la aparición de los Cursos de Superación Integral en el año 2000, como parte de la batalla de ideas que libra el

país, el cual cuenta con su programa y orientaciones metodológicas para esta enseñanza .

Es opinión de la autora, que el texto es un valioso material que ha sido el resultado en su confección de la revisión de numerosas fuentes de inestimable valor, como son el libro de texto de Física décimo grado (MINED, 1989) vigente en los preuniversitarios, y en la enseñanza, que se confeccionaron a la vez sobre la base de los textos de Física décimo y oncenno grado antes vigentes y de algunos epígrafes del texto noveno grado, que sirvieron de base para el tratamiento de algunos epígrafes.

El texto que se analiza, aborda entre otras unidades, la descripción del movimiento mecánico de los cuerpos, el cual se considera, como un cambio fundamental en el universo, a la par que se analizan otros cambios físicos. Se describe el movimiento mecánico de sistemas, como base de toda la Física, con énfasis en el estudio de movimientos de sistemas que se mueven a velocidades mucho menores que la velocidad de la luz en el vacío, y se destaca que el mismo está en la base de otros cambios como son: biológicos, químicos, naturales y artificiales, posibilita un estudio más integral de diferentes fenómenos del universo.

Se realiza un análisis profundo del objeto de estudio de la Cinemática, donde se centra el análisis para el logro del objetivo propuesto y que tiene como fin resolver algunas dificultades que se presentan en el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

La unidad 1 “Descripción del Movimiento Mecánico” se estructura con los siguientes elementos del conocimiento, los cuales se tendrán en cuenta para el logro del objetivo.

- ✚ Movimiento mecánico.
- ✚ Posición de un cuerpo en el espacio. Sistema de referencia.
- ✚ Desplazamiento.
- ✚ Movimiento rectilíneo uniforme.
- ✚ Relatividad del movimiento.
- ✚ Movimiento rectilíneo uniformemente variado. Aceleración.
- ✚ Gráficas del movimiento.

- ✚ Movimiento circular uniforme.

Este sistema de conocimientos persigue los siguientes objetivos:

- ✚ Dar solución al problema fundamental de la Cinemática.
- ✚ Resolver problemas de la vida sobre el movimiento rectilíneo (uniforme y uniformemente variado) para determinar la posición, velocidad, y el desplazamiento en cualquier instante de tiempo.
- ✚ Construir e interpretar gráficos de las funciones $x = f(t)$, $v = f(t)$, $a = f(t)$ en la solución de problemas de interés social o personal.

Este sistema de conocimientos se selecciona por las posibilidades que brinda de establecer relaciones y dependencias funcionales entre las diferentes magnitudes que caracterizan el movimiento mecánico, al tener en cuenta que numerosas de las situaciones prácticas que el hombre enfrenta encuentran interpretaciones y soluciones con ayuda de estas, además de la posibilidad que encierra el contenido para ilustrar la relación entre la Física y la realidad objetiva y comprenderla como un medio para transformar la realidad.

Para concretar lo que se plantea se debe partir de considerar relaciones o dependencias entre, conjuntos, magnitudes, variables, al tratar de delimitar como unas determinan las otras. En general el pensamiento funcional se desarrolla al descubrir o determinar cantidades variables, y las relaciones que determinan unas cantidades en dependencia de las otras, al declarar las relaciones entre objetos matemáticos u objetos de la vida cotidiana.

Otro elemento de significativa importancia para seleccionar esta temática es que en el programa de Matemática se encuentra en la Unidad 1 del segundo semestre el siguiente sistema de conocimientos:

- ✚ Definición de función (como una correspondencia y como un conjunto de pares ordenados. Variable independiente, variable dependiente o imagen. Dominio y conjunto imagen de una función. Función numérica. Función lineal: Representación gráfica. A partir de la función lineal formalizar las siguientes propiedades: Dominio, imagen, cero, signo y monotonía (función lineal de dominio acotado).

- ✚ El concepto de función cuadrática como la correspondencia definida por la ecuación $y = a x^2 + b x + c$ ($a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}$). Estudio de la función definida por la ecuación $y = a x^2$; $y = a x^2 + c$ ($a \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}$).
- ✚ Representación gráfica, dominio, imagen, ceros, monotonía, signos y paridad.

Como se puede apreciar existen valiosas potencialidades para integrar los conocimientos de las disciplinas Física y Matemática en este nivel, no solo al establecer nexos entre los sistemas de conocimientos, sino además en los modos de actuación, formas del pensar y puntos de vista.

El programa contempla que para el estudio del movimiento mecánico se deben tener en cuenta los conocimientos precedentes de los alumnos en Física y Matemática en lo referente a las habilidades en el cálculo y el uso de otras herramientas matemáticas durante el proceso de resolución de problemas.

En la revisión efectuada se pudo constatar que el trabajo en función de los programas directores debe propiciar que las distintas disciplinas del área de Ciencias Exactas asuman su responsabilidad en el logro de aquellos objetivos que se pueden potenciar dentro de cada una de ellas, al atender al diagnóstico de los estudiantes.

En la escuela el tema constituye centro para el estudio de otras unidades que proporcionan una sólida formación matemática de los estudiantes. y así contribuir al desarrollo del pensamiento lógico.

Durante el análisis de las tareas que se proponen para desarrollar esta temática se encontraron regularidades, las mismas se enumeran en el capítulo 2.1.

Organizar el proceso de aprendizaje de la Cinemática sobre la base de la integración del conocimiento propiciará una mayor comprensión conceptual a partir de que se integre el saber de ambas disciplinas.

Durante las clases de Física es fundamental que el estudiante ejercite las habilidades desarrolladas desde las clases de Matemática, para resolver ejercicios tales como: simultanear ecuaciones, proyectar segmentos sobre un eje de coordenadas, establecer relaciones de proporcionalidad entre magnitudes, entre otras.

La enseñanza de la Física se considera desde siempre uno de los aspectos esenciales de la educación de las nuevas generaciones, la misma al igual que la Matemática, ofrece múltiples posibilidades para contribuir de manera decisiva al desarrollo multifacético de la personalidad de los estudiantes, lo que constituye uno de los objetivos fundamentales de la escuela actual.

En el curso general del desarrollo del conocimiento científico, se manifiestan dos tendencias que si bien son diametralmente opuestas, coexisten en estrecha interconexión dialéctica, una de ellas está dirigida a la integración de los conocimientos, a su unificación en un sistema general, y la otra, a su diferenciación, a la separación de unas ramas del conocimiento en otras.

A lo largo de las distintas épocas históricas predomina una de las dos tendencias mencionadas, pero nunca ha ocurrido que una de ellas desaloje por completo a la otra.

Ya en el siglo XIX, el desarrollo de la ciencia mostró cómo el surgimiento de nuevos conocimientos se produce fructíferamente en los puntos de contacto de diferentes disciplinas. Engels los llamó "...puntos de crecimiento de la ciencia que son el resultado de sus interacciones."(A. Ursul, et.al, 1981:134). Pero sólo en la segunda mitad del siglo XX, se hizo evidente el carácter masivo de este proceso que se desarrolla por los caminos de la interacción de distintos grupos de ciencias, la realización de investigaciones interdisciplinarias y la solución de tareas complejas.

Precisamente las exigencias de la práctica social, los procesos integradores que tienen lugar en la economía nacional y la esfera sociopolítica, constituyen, junto con la unidad del mundo objetivamente existente, el fundamento sobre el cual se despliegan en la ciencia las tendencias integradoras.

Dadas las características propias de este trabajo, reviste importancia especial, el esclarecimiento de las especificidades que presenta la relación entre la Física y la Matemática como ciencias y como asignaturas escolares con énfasis en el proceso de aprendizaje de las funciones elementales y de la Cinemática.

La integración de conocimientos matemáticos como un proceso necesario que ejecutan los estudiantes, se orienta a la complementación de los conocimientos individuales o institucionales. El fin de este proceso se concreta en un nuevo conocimiento de tipo sistémico y en el fortalecimiento de los valores y actitudes emergentes de la actividad de resolución de las tareas.

La Física es una ciencia fundamental, cuyas teorías resultan imprescindibles para otras disciplinas científicas tales como la Química, la Geología, la Astronomía, e incluso la Biología. En todo este complejo sistema de interrelaciones, un papel fundamental juega la vinculación entre la Física y la Matemática. En general, la expresión de las leyes físicas hace intervenir las matemáticas. Pero la relación entre la Física y la Matemática es aún más profunda: las matemáticas ofrecen a la física el lenguaje y los modelos lógicos sobre los que se calcan las estructuras de las teorías físicas; esta maravillosa propiedad de las matemáticas, fue advertida por G. Galilei y resaltada por P. Dirac, A. Einstein y otros físicos contemporáneos.

Es completamente comprensible que para la aplicación de la matemática se necesita esquematizar y empobrecer los procesos y fenómenos reales de la naturaleza. Por ello, la investigación directa de los fenómenos mismos, debido a su complejidad, se sustituye por el estudio de sus **modelos matemático**.

1.2 Fundamentos psicopedagógicos a tener en cuenta en el proceso de aprendizaje de la Cinemática en la Enseñanza de Adultos en relación con el empleo de los modelos matemáticos.

El hombre, a diferencia de los animales está dotado del pensamiento racional y del lenguaje. Estos juegan un papel importante en su desarrollo individual. Pero sus actitudes pueden permanecer muy poco desarrolladas en condiciones sociales desfavorables al carecer de una correcta educación. En correspondencia con estas consideraciones, el enfoque histórico cultural de Vigotsky constituye un fundamento

psicológico que permite hacer más activo el proceso de enseñanza-aprendizaje. Vigotsky (1982), Davidov y Radzиковsky (1984), Schnewly (1992)).

El alumno no puede aprender por si mismo, tiene que desarrollar el proceso de asimilación para conseguir la información que necesita, concentrarse y actuar con sabiduría. Al ver la utilidad de lo que estudia en clases, al sentir motivación podrá entusiasmarse por aprender. Turner (1988), Feria (1996), Garcés (2000), MINED (2000).

Estas ideas se consideran valiosas para el establecimiento de los presupuestos psicopedagógicos en los que debe basarse el sistema de tareas para el tratamiento de la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la unidad Cinemática, para lo cual es necesario tener en cuenta las características de la personalidad de los estudiantes a quien va dirigida la actividad.

¿Qué se entiende por personalidad?

En este trabajo, como se expuso con anterioridad se toma como referente teórico fundamental la psicología marxista, desarrollada por varios autores soviéticos y cubanos seguidores de la obra de Vigotsky y se adopta la definición de personalidad establecida por (González Maura, V...et.al. 1995: 52). Para ellos, **la personalidad es "...un sistema de formaciones psicológicas de distinto grado de complejidad que constituye el nivel regulador superior de la actividad del individuo."**

Como se ha referido anteriormente la modelación matemática de problemas físicos constituye una forma de actividad humana que lleva implícita un conjunto de acciones dirigidas a dar explicación a problemas de la realidad que rodea al hombre, que es quien planifica y ejecuta dicha acciones.

¿Qué se entiende por actividad?

Desde el punto de vista filosófico la **actividad es el modo mismo de existencia del hombre y de todo proceso histórico socio-humano.** (Colectivo de autores cubanos, 1992: 241).

La definición de personalidad resalta su carácter sistémico-estructural, es decir, al abordar la misma, es imposible separar arbitrariamente el fenómeno que se estudia, (proceso, propiedad, cualidad) de la personalidad en su conjunto, de su

dirección, del sistema de sus actitudes ante la realidad, de sus actos y sentimientos.

Por otra parte se resalta una característica fundamental de la personalidad, su función reguladora de la actividad del individuo. "La función reguladora del reflejo psíquico es inherente a todos los niveles de su desarrollo. Tanto la conducta de los animales como la del ser humano, es regulada por su psiquis en sus formas inductora y ejecutora."(González Maura, V...et.al.1995:56). En este caso, corresponde a la personalidad el nivel máximo en la regulación de la conducta del individuo.

Los autores que se citan consideran además que: "La regulación inductora es la que determina lo que se realiza. Ella da el para qué y el porqué de la actuación y pertenecen predominantemente a esta forma de regulación todos los fenómenos psíquicos que incentivan, impulsan, dirigen y orientan, así como sostienen la actividad del individuo, tales como **las necesidades, los motivos, las emociones y los sentimientos, entre otros.**"

Es importante, además, a la hora de fundamentar el sistema de tareas, considerar las particularidades del desarrollo psíquico de los estudiantes a quien va dirigido, de acuerdo a su edad y a las condiciones concretas en que se aplicará.

Los alumnos que matriculan en la enseñanza se consideran adultos. La adultez se prolonga 40 años como promedio y se caracteriza por la elevación de la capacidad productiva y por el perfeccionamiento de la personalidad, se inicia desde el momento en que el sujeto adquiere responsabilidad socio-laboral; y marca el tránsito de la vida independiente, productiva, social y personal.

Esta se caracteriza por procesos de formación, períodos de tránsito y crisis del desarrollo, por lo que se debe tener en cuenta para el desarrollo del proceso docente-educativo, que en las aulas existen alumnos comprendidos en los períodos de adultez y juventud, que representan diferentes sectores de la sociedad, como son: jóvenes que por una u otra razón no continuaron sus estudios, amas de casa y trabajadores, que se proponen elevar su nivel cultural y acceder a otros cursos de capacitación, por lo que se hace importante y necesario

tener en cuenta que se manifiestan características psicológicas en las que predominan rasgos de estas etapas.

Como se ha referido las necesidades y los motivos son parte fundamental de la función inductora de la personalidad. Para los propósitos de este trabajo, son de interés las necesidades y los motivos cognoscitivos, exclusivos de la naturaleza humana.

¿Cómo mantener e intensificar la motivación de los estudiantes hacia la actividad cognoscitiva?

Si la integración de conocimientos entre las disciplinas de Física y Matemática se lleva a cabo de la forma establecida en este trabajo puede convertirse en un factor motivacional, que contribuya al logro de un aprendizaje significativo. Un estudiante pudiera presentar dificultades, para interpretar la relación entre el desplazamiento y el tiempo, durante el movimiento acelerado de un cuerpo ; pero si se logra que el mismo reactive los conocimientos que se relacionan con la función cuadrática $y = ax^2$ y llega a apreciar la mencionada relación como un caso particular de dicha función, es muy probable que se incremente su motivación por el estudio, al comprender la funcionalidad y utilidad de los conocimientos adquiridos anteriormente.

En la Enseñanza de Adultos, como en los niveles precedentes resulta importante el lugar que se le otorga al alumno en la enseñanza. Debe tenerse presente que, por su nivel de desarrollo, ellos pueden participar de forma mucho más activa y consciente en este proceso, lo que incluye la realización más cabal de las funciones de autoaprendizaje y auto educación, muchos alumnos estudian seriamente, al considerar el estudio como un deber social, pero otros no manifiestan una actitud responsable ante el mismo.

Anteriormente se hizo referencia a la regulación ejecutora de la personalidad. Según (González, V... et .al. 1995:59) "A la regulación ejecutora de la personalidad pertenecen predominantemente todos los fenómenos psíquicos que posibilitan tomar en consideración las condiciones en que transcurre la actuación del individuo, es decir, fenómenos tales como sensaciones, percepciones, pensamiento,

habilidades y hábitos, entre otros, los que constituyen la esfera cognoscitiva de la psiquis.”

Un aspecto específico de la actividad cognoscitiva es el procedimiento extensivo de obtención de representaciones gráficas.

Las características del desarrollo psíquico de los estudiantes, revisten gran importancia a la hora de concebir y desarrollar el proceso de aprendizaje en general y de la Cinemática en particular. Las regularidades esenciales que deben ser asimiladas durante el tratamiento de la Cinemática del movimiento rectilíneo, requieren de una considerable capacidad de análisis por parte del estudiante para separar mentalmente el comportamiento de las magnitudes involucradas, análisis que debe acompañarse de la abstracción de las regularidades del fenómeno, la identificación de cierta magnitud que se mantiene constante (la aceleración, la velocidad) y el comportamiento de otras magnitudes que varían uniformemente.

Todas estas regularidades deben ser expresadas matemáticamente y **los modelos** necesarios para ello son las funciones lineales y cuadráticas, de ahí, que desde que el estudiante asimila los contenidos de la Cinemática, pone en práctica la transferencia y la generalización de los conocimientos adquiridos en la asignatura Matemática, con un alto nivel de abstracción.

La aplicación consciente de los conocimientos abstractos referidos a las funciones elementales, al estudio de la Cinemática, es una tarea ardua de los estudiantes. Los conceptos de velocidad del movimiento rectilíneo uniforme y de aceleración del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, tienen idéntica estructura matemática y deben ser reconocidos por él como manifestaciones concretas del concepto matemático abstracto. Por lo que en el sistema de tareas dirigido a este fin, se proponen varias tareas, que orientan el pensamiento del estudiante hacia la revelación de estos nexos.

Una característica esencial del desarrollo del pensamiento de los estudiantes, a tener en cuenta, es la aparición de la aptitud para plantear hipótesis; en este sentido ha escrito (S. Rubinstein. 1967: 442) “El entendimiento empieza a distinguir

más acentuadamente lo real, lo posible y lo necesario. Estrechamente vinculados entre sí aparecen los juicios que expresan hipótesis y leyes.”

Las tendencias modernas en la didáctica de las ciencias, consideran fundamental el desarrollo de la capacidad de los estudiantes para el planteamiento de suposiciones e hipótesis, como aspecto esencial que ha de permitir la apropiación de los métodos de la ciencia y de una forma de pensar auténticamente científica.

Una de las características esenciales de los conocimientos de Física y Matemática que se imparten en la escuela, es su rigurosa estructura lógica, llama la atención, la capacidad de las matemáticas para adaptarse a la descripción de los principios físicos. Es inadmisibles entonces, que los estudiantes se vean forzados a memorizar por separado, las estructuras abstractas de las funciones elementales propias de la Matemática y los principios de Cinemática, cuya esencia se **expresa simbólicamente con ecuaciones y gráficos, que son manifestaciones concretas de dichas funciones**, una memorización significativa de los aspectos esenciales, podría contribuir a la estructuración sistémica de los conocimientos.

En el desarrollo de la memoria juega un papel fundamental la organización y estructuración del contenido. Si se logra establecer los elementos esenciales del contenido dentro de cada asignatura, se dará un paso decisivo hacia la memorización significativa.

Pero no basta con el reconocimiento y la memorización de hechos y fenómenos, los conocimientos escolares se asimilan para aplicarse, es decir, para la resolución de problemas del entorno natural y social en que se desenvuelve el estudiante. Ningún conocimiento puede ser realmente asimilarse sin su inclusión en alguna actividad; realmente conocer es siempre poder hacer algo con los conocimientos recibidos y la claridad de los mismos se determina precisamente por lo que puede hacer con ellos el que aprende.

Se comprende que lo dicho anteriormente hace referencia a las habilidades intelectuales y de trabajo docente, como formas de asimilación de la actividad en el plano ejecutor.

Se considera que un alumno posee determinada habilidad al: “...aprovechar los datos, conocimientos y conceptos que se tiene, operar con ellos, para la elucidación

de propiedades esenciales de las cosas y la resolución exitosa de determinadas tareas teóricas o prácticas.”(Petrovski, A. 1978:330)

Las habilidades, se consideran un complejo compuesto por conocimientos específicos, conocimientos generales, sistemas de acciones y operaciones lógicas del pensamiento.

Algunas habilidades suelen ser específicas de ciertas asignaturas, pero muchas habilidades cognoscitivas se caracterizan, principalmente, porque pueden ser aplicadas, no a tareas cuyo contenido se relaciona con una materia en particular, sino con círculos muy amplios de actividades, que abarcan muchas materias o contenidos. Por ejemplo, la habilidad para construir e interpretar modelos, las habilidades para observar, clasificar, describir, comparar.

Todas ellas se ponen en función, prácticamente, de todas y cada una de las asignaturas de la escuela. No se puede olvidar que las habilidades resultan de la sistematización por tanto, deben llevar a la repetición de acciones y su reforzamiento, solo con esta exigencia se puede garantizar el logro de los niveles de asimilación productiva. Lo dicho implica la necesidad de lograr coordinación entre lo que se estudia en ambas disciplinas.

En Cuba se realizan esfuerzos dirigidos a materializar la idea antes expuesta; es significativo lo establecido por el propio (Campistrous, P L... et. .al. 1989 b: 19) en relación con las habilidades generalizadas que predominan en la enseñanza de la Matemática. Estas habilidades son calcular, evaluar, simplificar, resolver ecuaciones, descomponer en factores, relacionar gráficos y propiedades.

Establece las invariantes funcionales que intervienen en cada una de estas habilidades. Por ejemplo: la habilidad de evaluar incluye:

- Identificar el tipo de expresión.
- Seleccionar y utilizar los medios necesarios (tablas y algoritmos).
- Calcular.

La habilidad de relacionar gráficos y propiedades incluye:

- Identificar la relación entre el gráfico y la propiedad.
- Reconocer el comportamiento en el gráfico.
- Concluir con la propiedad.

Como puede apreciarse, muchas de estas acciones son ampliamente utilizadas en la asignatura Física durante el semestre. De ahí la necesidad de sistematizar, no solo la formación de las acciones dentro de cada asignatura, sino lograr su generalización siempre que existan puntos comunes a dos o más materias afines, y si más arriba se considera la relación de gráficos y propiedades como una habilidad generalizada de la matemática, se debe reconocer que en Física también lo es y por tanto, no tiene sentido un tratamiento divergente de esta temática fundamental en dichas asignaturas.

Ya se ha dicho que la personalidad funciona como una integridad, aprender, implica la asimilación del contenido de forma global, esta implicación será más rica y profunda, en la medida que se puedan establecer relaciones significativas entre el contenido objeto de estudio y algunas de las estructuras cognitivas que desempeñan una importante función reguladora dentro de la jerarquía motivacional de la personalidad. Al colocar el estudiante ante una situación problémica, que pone de manifiesto la limitación de sus conocimientos, es capaz de asimilar dicha contradicción y convertirla en un problema para él, y bajo la acertada dirección del profesor, la resuelve, es muy probable que se convenza de lo útil y provechoso que le es el estudio y surja en él la necesidad de profundizar en el problema que acaba de resolver.

Es muy frecuente escuchar que los estudiantes se cuestionen acerca de la utilidad que le reporta el aprendizaje de las matemáticas en el plano puramente abstracto, pero puede comprobarse que su opinión cambia al modelar matemáticamente un problema de Física, mediante un sistema de ecuaciones y así resolverlo. Pero la resolución de problemas de Física con el empleo de métodos propios de la Matemática no puede ser un hecho esporádico. La concientización de la utilidad de los métodos matemáticos para la resolución de problemas de otras ciencias y de la vida cotidiana se logrará al convertirse en regla y no en excepción y al ser capaz de explicitar esta relación siempre que sea posible.

1.3. Caracterización de los fundamentos teóricos y metodológicos sobre el uso de los modelos matemáticos en la enseñanza de la Física y su papel en el desarrollo del pensamiento de los estudiantes.

“Los modelos matemáticos son formas de abstracción científica en las que los rasgos esenciales del objeto real se modelan mediante herramientas matemáticas y requieren de un proceso de creación, ya que no son simples sustitutos de los objetos reales. Estos modelos se obtienen como resultado de una compleja actividad cognitiva, pero también un medio para facilitar la ejecución de esa actividad. (González, B, 2001:15).

El modelo matemático, que se basa en cierta simplificación, idealización, no es idéntico al objeto, sino que es su descripción aproximada. En estos modelos, en lugar del objeto real se introduce uno abstracto o ideal y se describe con ayuda de relaciones matemáticas.

En la didáctica de la Matemática se desarrollan herramientas teóricas que están encaminadas al análisis de las relaciones entre la Matemática y otras disciplinas. Una de las teorías que más aporta a este encargo es la fenomenología didáctica desarrollada por el investigador judío, que radica en Holanda, Hans Freudenthal; quien afirmaba que “nuestros conceptos, estructuras e ideas matemáticas se han inventado como herramientas para organizar los fenómenos del mundo físico, social y mental” (INECSE, 2003: 26).

La expresión “organizar los fenómenos”, se refiere a su modelación mediante objetos matemáticos, de manera que la relación fundamental del contenido matemático con el de la Física es de modelación, en el sentido de que la Física aporta los fenómenos y la Matemática los modelos para estudiarlos.

Para los propósitos del presente trabajo es fundamental dar tratamiento a la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la Cinemática, por lo que se hace necesario un análisis más profundo del concepto modelo.

Los enfoques metodológicos que durante los últimos años se perfilan en la enseñanza-aprendizaje de ambas asignaturas llevan a realizar cambios profundos en la forma en que se desarrolla el proceso docente-educativo en todos los tipos de enseñanza.

La presentación y tratamiento de los nuevos contenidos a partir del planteamiento y solución de problemas del medio natural y social en que se desenvuelve el

alumno, del que conoce cierta información y descubre interrogantes no resueltos, que necesita explicar o responder, debe conducir a la utilización de modelos matemáticos para resolverlos.

La construcción de modelos se inicia desde los primeros grados de la enseñanza, de la Matemática, comienza por los modelos lineales, ya que son los que se asocian a las relaciones de orden y al significado de las operaciones que se introducen desde el primer grado. Al principio no se enseñan asociados a los problemas, sino a las operaciones de cálculo.

De primer a cuarto grado son de gran utilidad el uso de distintos tipos de modelos. Los modelos lineales se emplean frecuentemente para el trabajo con los ejercicios básicos y los ramificados se usan para el estudio de la multiplicación. Los tabulares se desarrollan con el uso de tablas de doble entrada para la organización de la información, principalmente en la ejercitación de las operaciones básicas.

En quinto y sexto grado se continúa con la utilización de los modelos lineales, ramificados y tabulares y se comienzan a emplear los modelos conjuntista al estudiar las reglas de divisibilidad. En sexto grado los alumnos se enfrentan por vez primera a problemas donde para resolverlos deben utilizar como modelo matemático una ecuación de primer grado.

El programa para la Secundaria Básica plantea que constituyen transformaciones en el enfoque metodológico:

“La presentación y tratamiento de los nuevos contenidos a partir del planteamiento y solución de problemas prácticos de carácter político-ideológico, económico-laboral y científico-ambiental, y no solo desde la propia lógica de la asignatura” (MINED, 2000:8).

Para cumplir estas orientaciones los estudiantes deben:

- ✚ Modelar fenómenos y relaciones del mundo; bien con números que representan datos simples (cantidades de personas, de objetos contables.) o con números que representan relaciones (partes de un todo, tanto por ciento).

- ✚ Utilizar modelos, donde el modelo matemático para resolver los problemas se circunscribe al procesamiento aritmético con números racionales, las ecuaciones lineales, cuadráticas y sistemas de dos ecuaciones con dos variables y modelos geométricos que emplean las relaciones de posición y magnitudes en figuras planas y cuerpos geométricos.

En la Adecuación de los Programas de Física y Matemática para la Enseñanza de Adultos, se hace referencia a que el tratamiento de los contenidos se debe realizar a partir del planteamiento y resolución de problemas.

Ya en este nivel se estudian problemas tanto en Física como en Matemática que se modelan mediante las operaciones con números naturales, fraccionarios y racionales, las ecuaciones lineales y cuadráticas, los sistemas lineales y cuadráticos, la proporcionalidad directa e inversa, entre otros. Se resuelven ejercicios y problemas de cálculo donde se emplean modelos geométricos

Para el desarrollo de este trabajo se asume el concepto de **modelo matemático** del autor Mederos (2005:2), por la importancia que se le confiere.

Para el autor, Un modelo es un sistema (colección de objetos y relaciones) que se ha logrado mediante, entre otras, una de las variantes siguientes:

- ✚ Se ha obtenido mentalmente.
- ✚ Se ha realizado en forma material.
- ✚ Se ha expresado verbalmente, visualmente o simbólicamente.
- ✚ Se ha descrito mediante las leyes y principios de una ciencia.

Es importante tener en cuenta que en el modelo matemático las magnitudes del sistema o medio que se estudia se modelan mediante variables matemáticas. Muchas de las relaciones entre esas magnitudes tienen un carácter funcional, por tanto, se modelan mediante funciones.

La esencia de cualquier modelo como concepto es su función de representar a un objeto, de manera que el estudio del modelo permite la construcción de conocimientos sobre el objeto.

Como se ha referido, en esta investigación se asume el criterio de Mederos, que considera la modelación como un medio para la formación de conceptos, y para la resolución de ejercicios y problemas, utiliza la representación analítica en la forma

$y = m x + n$ (Ecuación de una recta, que caracteriza el MRU de un cuerpo y la velocidad durante el MRUV), donde m y n son símbolos para parámetros, que en cada caso particular tomarán valores fijos, y los símbolos x , y , representan, respectivamente, las variables independiente y dependiente, definidas sobre un conjunto de números reales.

A través de la modelación matemática se resuelven problemas reales, entendibles, de manera que el estudiante se motive por su solución, al despertar el interés por el estudio de esta ciencia.

La modelación es el proceso de construcción de modelos de objetos, en áreas del conocimiento humano, con el objetivo de aplicar las leyes y resultados de estas áreas a la determinación de información de modelos para transferirla a los objetos que se estudian y comprobar si es valedera. (Mederos, 2005: 3).

Para (Mederos, 2005:10-13) la modelación matemática transita por cuatro etapas:

- ✚ Investigación de objetos.
- ✚ Construcción del modelo conceptual.
- ✚ Estudio del modelo conceptual.
- ✚ Transferencia de resultados abstractos.

La modelación matemática se ha convertido en un potente método para estudiar la naturaleza, en la actualidad prácticamente todas las ciencias naturales hacen uso de ella.

La Matemática es un **lenguaje simbólico** en el que se expresan los problemas y las soluciones encontradas para los mismos. Los sistemas de símbolos matemáticos tienen una función comunicativa e instrumental. (Ruiz, P, A, 2002: 10)

Son importantes estas ideas si se tiene en cuenta que el lenguaje simbólico, escrito, oral, gráfico, gestual, que se expresa mediante la matemática, incluye todo tipo de representaciones materiales usadas, tales como cadenas de letras, palabras, números, gráficos, diagramas e incluso problemas físicos.

Como es natural, la relación entre la Física y las Matemáticas como asignaturas del currículo de la Enseñanza de Adultos adquiere otros matices que le imponen los objetivos y la propia dinámica del proceso de enseñanza-aprendizaje. En este

contexto, dicha interrelación debe orientarse a poner de manifiesto alguno de los puntos de los programas de Matemática que pueden tener interés en los cursos de Física y recíprocamente, señalar cómo algunos temas de los programas de Física pueden conducir a una presentación natural de ciertos temas de Matemática.

Lo esencial es que los estudiantes vean que ambas disciplinas, son facetas colindantes o en ocasiones coincidentes del conocimiento científico en general, por lo que es necesario que ambas especialidades se esfuercen por coordinar contenidos, nomenclaturas y metodología, para su mejor comprensión.

El hecho de que los estudiantes no muestran un modelo claro de las ecuaciones y gráficos de las funciones elementales que se estudian en la unidad de Cinemática del primer semestre de la Enseñanza de Adultos, muestra la dificultad que tienen estos para resolver ejercicios donde se necesitan de estos conocimientos, al tener en cuenta que las magnitudes del sistema o medio físico que se estudia se modelan mediante variables matemáticas. Muchas de las relaciones entre esas magnitudes tienen un carácter funcional, por tanto, se modelan mediante funciones, como lo es por ejemplo, la expresión fundamental de la Cinemática, la velocidad y el desplazamiento.

La modelación matemática del movimiento rectilíneo es realmente un problema complejo para los estudiantes, a pesar de que se da tratamiento a movimientos relativamente sencillos y él ya posee los conocimientos matemáticos imprescindibles para ello. La dificultad en este caso consiste en que se requiere la unión de conocimientos matemáticos, hechos y conceptos propios de la Cinemática. **“Al resolver los problemas de Física en escuela se actúa al mismo tiempo como físico y como matemático”** (Tíjonov, A y Kostomarov, D.:1984: 18). De ahí que la definición de conceptos claves como los de velocidad y aceleración, entre otros, requieren de un tratamiento cuidadoso y una esmerada planificación por parte del profesor.

En el sistema de tareas que se ofrece, antes de enfrentar directamente al estudiante con la modelación matemática de un problema, se le plantean tareas de introducción donde realicen la modelación de situaciones que pueden ser

descritas con las mismas herramientas matemáticas. De esta forma comienza a formarse el modelo mental, que facilitará posteriormente el tratamiento de cualquier fenómeno en el cual se manifiesta una dependencia lineal entre las magnitudes; en las tareas que se proponen para el tratamiento de dicho movimiento, se desglosan las acciones y operaciones que deberá realizar el estudiante para resolver el problema que se plantea.

En el caso específico de modelar matemáticamente un problema de Cinemática en la fase de orientación del problema se puede elaborar el siguiente esquema, el cual puede plantearse por el profesor o crearse por el alumno, la problemática puede ser un modelo matemático para representar la función correspondiente a la posición en función del tiempo de un ciclista.

Primero: Identificar el problema.

Segundo: Reconocer la situación planteada.

Tercero: Seleccionar los modelos matemáticos que representarán la situación planteada y establece relaciones de proporcionalidad.

Cuarto: Realizar conclusiones. .

El fin de este esquema es lograr que llegue a la forma mental, para conseguirlo se debe lograr que los alumnos lo copien. En las primeras repeticiones lo consulta libremente (etapa material) después explica lo que hace (puede ser a un compañero de mesa) en voz alta, más adelante lo repite para sí y finalmente se debe pasar a la etapa mental, el alumno asimiló el esquema. (Campistrous, 1989 a: 12).

El paso al plano mental se hace con tareas bien concebidas, no repetitivas, se sistematiza en las relaciones de proporcionalidad directa o inversa, y en la función lineal, luego se generalizan estas representaciones relacionándolas con la problemática, por lo que el punto central de la comprensión radica en la existencia de un modelo de trabajo en la mente de quien comprende.

Un análisis similar al anterior tiene que realizar el alumno si trata de representar la problemática mediante el método gráfico. El estudio de numerosos fenómenos

físicos requieren del análisis de las dependencias funcionales entre las magnitudes físicas que caracterizan al fenómeno natural o técnico en cuestión y la representación gráfica de las dependencias funcionales permite esclarecer con relativa sencillez y gran profundidad lo que significan estas relaciones, además muchas dependencias funcionales que no pueden ser estudiadas de forma analítica en un nivel escolar, sí pueden ser trabajadas de forma gráfica.

Con respecto a la habilidad de relacionar gráficos y propiedades de funciones, la Oficina Regional de Ciencia y Tecnología de la UNESCO para América Latina y el Caribe se pronuncia en los siguientes términos: "Las representaciones gráficas y las estadísticas son importantes, tanto en Matemática como en Física. Es uno de los puntos en que la interrelación es más notoria y conveniente. Los profesores de ambas disciplinas deben abundar en ejemplos de representaciones gráficas de funciones, recolección graficado de datos y construcción de histogramas. El profesor de Matemática debe enseñar a graficar modelos de funciones, el profesor de Física debe enseñar a descubrir la mejor función aproximante, a partir de tablas o datos experimentales (...) Para las clase de Matemática, el uso de gráficos con interpretación física es una motivación, y para las clases de Física, la reducción del problema al estudio del comportamiento de una función matemática, ayuda a ver mejor el comportamiento global y facilita la formulación de las leyes."(UNESCO. 1979: 18)

Estas palabras dejan muy clara la necesidad, de poner en práctica la vinculación entre los contenidos referidos a las dependencias funcionales.

La conformación del sistema de tareas se rige por las exigencias de la modelación de (Gascón, J. 1994:25), que es aquella para la cual los problemas solo adquieren pleno sentido en el contexto de sistema y según el cual la resolución de un problemas, pasa siempre por la construcción explícita de un sistema subyacente de conocimientos. y que contiene un esquema con los siguientes estadios.

1. El punto de partida o primer estadio, de esta actividad lo constituye una situación problémica en la que pueden formularse preguntas y conjeturas normalmente con poca precisión y en las que se puede llegar a detectar y formular provisionalmente, algunos problemas matemáticamente.

2. El segundo estadio engloba a la definición o delimitación del sistema subyacente a la situación problemática y a la elaboración del modelo matemático correspondiente.

3. El tercer estadio incluye, además del trabajo teórico dentro del modelo, la interpretación de este trabajo, y de sus resultados dentro del sistema que se modela.

4. En este último estadio de la modelación matemática, se pueden enunciar problemas nuevos, cuya resolución permita responder a cuestiones relativas al sistema, cuya formulación era, cuanto menos poco probable antes de la elaboración del modelo matemático.

El paradigma de la modelación engloba, en cierta forma, al constructivista (Gascón, 1994:25) ya que, este utiliza la actividad de resolución de problemas para que el alumno construya conocimientos nuevos, pero el paradigma de la modelación profundiza en el significado de la construcción de conocimientos nuevos, al referirse a sistemas concretos y operatizar esta construcción, mediante la elaboración de un modelo matemático.

La modelación matemática durante la enseñanza de ambas asignaturas debe ser llevada a cabo con los requerimientos necesarios, y puede contribuir de manera significativa al desarrollo de los procesos del pensamiento en los estudiantes, en particular la abstracción, la generalización y la síntesis entre otros. Luego para desarrollar la modelación matemática de fenómenos físicos el alumno debe desplegar una intensa actividad cognoscitiva de los procesos que se mencionan anteriormente al incluir, además, el pronóstico y el control entre otros.

De lo expuesto se vislumbra la relación entre pensamiento y modelación matemática de problemas físicos. La modelación matemática de problemas físicos constituye una forma de actividad humana, porque lleva implícita un conjunto de acciones dirigidas a dar explicación a problemas de la realidad que rodea al hombre, que es quien planifica y ejecuta dicha acciones. Esta actividad tiene carácter social, porque el sistema de tareas que se plantea será la continuación de acciones que fueron descubiertas y confeccionadas por miembros de la sociedad

durante su desarrollo histórico, es decir es el producto del desarrollo histórico social del hombre como transformador de la realidad en beneficio propio. El fin de esta actividad en particular es fortalecer el proceso de aprendizaje de la Cinemática.

Con esta propuesta el logro de los objetivos formativos se hace más efectivo, ya que al modelar matemáticamente los problemas físicos relacionados con la práctica, el alumno construye conocimientos nuevos y conecta funcionalmente el momento exploratorio con el momento teórico. (Gascón, J, 1994:30)

Un aspecto esencial, es que la aplicación exitosa del sistema de tareas que se ofrece no es posible lograrla sin considerar la importancia que tiene potenciar la integración de los conocimientos de Física y Matemática, pues el estudiante debe tener claridad de que **existen diferentes métodos de solución (lógicos, físicos y matemáticos)** y que lo más importante no es obtener un resultado, sino la confrontación y comparación de los métodos y vías de solución que posibilitan su obtención.

Capítulo II: Diagnóstico y resultados del sistema de tareas para la modelación matemática de problemas de Cinemática.

La conformación del sistema de tareas está dirigida a obtener resultados superiores en la práctica docente. Tanto el hombre común como el futuro científico necesita conocer e interpretar las funciones para aprovechar los contenidos que le dan la posibilidad de ilustrar la realidad que tiene la Física: la realidad objetiva y conocer la misma como un medio para interpretar y transformar la realidad en beneficio propio.

2.1 Valoración de los resultados del diagnóstico

La realidad actual de la escuela media plantea una situación contradictoria en cuanto a la necesidad de implementar las transformaciones en los programas, que tanto desde el punto de vista del enfoque metodológico como de los métodos y procedimientos para la dirección del aprendizaje de los estudiantes, la integración de conocimientos tiene un papel relevante para el logro del aprendizaje.

Para fundamentar el problema de la investigación se aplicaron diferentes métodos investigativos como, la observación del proceso docente-educativo, prueba de entrada, entre otros.

Durante la observación al inicio del trabajo (ver anexo 1) se pudo constatar que:

- ✚ Solo en muy contadas ocasiones se esclarecen las relaciones de proporcionalidad existentes entre las magnitudes involucradas en los procesos físicos, se realiza de forma esporádica y descriptiva.
- ✚ No queda clara la relación que existe entre el concepto pendiente de una recta y sus aplicaciones físicas, es decir, la velocidad y la aceleración entre otros, ni la analogía existente entre la ecuación que representa una función lineal y las ecuaciones Cinemáticas que responden a este tipo de función.
- ✚ No queda claro que la relación entre el desplazamiento y el tiempo durante el movimiento rectilíneo uniformemente variado es una manifestación física de la proporcionalidad directa con un cuadrado y que la ecuación de dicho movimiento es una función cuadrática, cuya representación gráfica es una parábola.

En la prueba pedagógica inicial (anexo 3) se determinó que:

- 10 estudiantes (40%), identificaron los modelos matemáticos correspondientes a las funciones elementales y argumentaron.
- Identificaron correctamente y no argumentaron 3 estudiantes (12%)
- No identificaron correctamente el 48 % (12 estudiantes).
- Relacionaron y compararon modelos matemáticos con situaciones físicas y argumentaron 6 estudiantes, para un 24 % de la muestra.
- Relacionó y comparó modelos matemáticos con situaciones físicas y no argumentó 1 estudiante, que representa el 4 % de la muestra.
- No relacionaron modelos matemáticos con situaciones físicas el 72% (18 estudiantes).
- Formularon situaciones problémicas relacionadas con funciones lineales o cuadráticas 4 estudiantes para un 16%.
- Formuló situaciones problémicas relacionadas con funciones lineales o cuadráticas, pero con omisión de datos 1 estudiantes (4%).
- No plantean situaciones problémicas el 80 % (20 estudiantes).

De la forma de exposición actual de la Cinemática en el libro de texto para este nivel, pudieran hacerse los siguientes comentarios:

- ✚ Los conceptos de punto material y sistema de referencia, no reciben un tratamiento eficaz.
- ✚ Varios conceptos como los de movimiento rectilíneo uniformemente acelerado y aceleración, se exponen de forma meramente descriptiva y directa, lo cual oscurece su esencia y sentido para el estudiante.
- ✚ No se indica la obtención de ecuaciones particulares, ni se brinda la información del problema con ayuda de estas. El texto no se caracteriza por esclarecer las leyes de dependencia o de proporcionalidad entre las magnitudes físicas durante el tratamiento de las fórmulas estudiadas.
- ✚ Otro aspecto notable de este texto es que no aparece en él uno o varios epígrafes del capítulo introductorio, que se refiere a la forma de representar las leyes físicas, (tablas, gráficas y ecuaciones).

Con relación al empleo del método gráfico para la descripción del movimiento rectilíneo se puede plantear que:

✚ Por primera vez se hace un análisis similar al hecho en Matemática para obtener la pendiente de una recta sin llegar al cálculo diferencial, pero se dejan las condiciones preparadas para este contenido. Este aspecto fundamental se expone en un epígrafe aparte y no como un procedimiento que contribuye a una mejor deducción de los conceptos y ecuaciones de la velocidad, la aceleración y el desplazamiento durante el movimiento, así como de la ecuación que representa el problema fundamental de la Cinemática, que constituye un objetivo fundamental de la asignatura en el semestre.

✚ No queda claro que la aceleración puede ser interpretada como la pendiente de la recta trazada durante la representación gráfica del movimiento y que las ecuaciones $X = V t + X_0$ y $V = a t + V_0$ son aplicaciones físicas de las funciones lineales, tratadas en Matemática.

En la observación de documento se pudo constatar que: la integración de conocimientos que orientan y establecen la enseñanza de la Cinemática en el nivel y las funciones elementales, es muy pobre, lo cual atenta contra la facultad matemática de los alumnos y no contribuye al desarrollo del pensamiento físico.

Con relación a las tareas que se proponen en el texto se puede plantear que:

✚ Existen problemas resueltos que se relacionan con la interpretación de gráficas del movimiento y de la velocidad, lo cual posibilita acorde a la representación obtener información de conceptos y conocimientos matemáticos sobre las funciones lineales y cuadráticas y sus propiedades (pendiente, intercepto, monotonía y ceros), pero no se tienen en cuenta estos aspectos para su realización.

✚ En la totalidad de las tareas generales del capítulo no se contempla la representación gráfica de las situaciones físicas planteadas y no se utiliza el método gráfico para la obtención de las ecuaciones fundamentales de la Cinemática, pues no constituye objetivo su deducción, sino su aplicación.

✚ No se pregunta por términos matemáticos específicos (excepto ángulo).

✚ Las tareas relacionadas con la representación gráfica del movimiento son insuficientes, no aparece ningún ejercicio resuelto y solo 2 dos propuestos

del movimiento rectilíneo uniforme, así como uno propuesto sobre el movimiento rectilíneo uniformemente variado. no se resuelven ni se proponen tareas en las cuales se pida determinar el valor de las magnitudes involucradas en la ecuación del movimiento y la representación gráfica correspondiente, o viceversa, obtener dicha ecuación con ayuda de la representación gráfica del movimiento, hecho este que se relaciona directamente con la solución del problema fundamental de la mecánica.

- ✚ No se resuelve ni se propone ningún problema que conduzca al planteo y resolución de una ecuación cuadrática o un sistema de ecuaciones.

- ✚ No se trabaja en ningún momento con tabla de valores, otra forma de representar el movimiento mecánico.

De lo anterior se concluye que las tareas que se proponen en el texto, no potencian las relaciones entre ambas asignaturas.

A partir del análisis del proceso docente educativo del curso 2005-2006 en el área de Ciencias, se pudo constatar entre otros aspectos, que un alto por ciento de alumnos presentan limitaciones para generalizar y aplicar los conocimientos, lo cual se refleja particularmente en la solución de problemas en las distintas asignaturas.

Como se aprecia, la aplicación de los métodos empíricos de investigación, permitieron constatar la existencia del problema a cuya solución se dedica este trabajo

2.2. Fundamentos teóricos a tener en cuenta para la conformación del sistema de tareas para la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la unidad Cinemática.

"... es precisamente la actividad creadora del hombre la que hace de él un ser proyectado hacia el futuro, un ser que crea y transforma su presente"

(Vigotsky, L, 1983; 20)

En este epígrafe se ofrecen algunas consideraciones teóricas sobre los fundamentos que sustentan la elaboración del sistema de tareas para la

modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la Cinemática y algunos conceptos necesarios para el logro del objetivo propuesto.

El sistema de tareas que se ofrece en esta investigación está en correspondencia total con los objetivos más trascendentales de la disciplina en el semestre, fortalece los nexos entre ambas disciplinas, en la medida en que se recuperan los conocimientos y habilidades adquiridos en la asignatura Matemática, fundamentalmente los que tienen que ver con las funciones elementales, pues se hizo necesario para su solución el dominio de contenidos de Aritmética, Álgebra, Trigonometría y Geometría.

La modelación matemática de problemas de Física en la Enseñanza de Adultos, requiere de un fundamento teórico, capaz de orientar a los estudiantes desde el punto de vista psicopedagógico. El Enfoque Histórico Cultural, que se sustenta sobre la base de la obra de Vigotsky y en la de sus principales exponentes G. A. Galperin y Nina Talízina constituyó la tendencia que sirvió de fundamentos teóricos al modelo que se propone, en el cual la autora asume el enfoque sistémico como elemento esencial en el proceso de reconstrucción del conocimiento..

Dentro de las perspectivas que ofrece este modelo se incluyeron los estudios que se inspiran en la teoría de Vigotsky, identifican un conjunto de destrezas que se requieren para construir una nueva información (o potencial de progreso) que puede obtener un estudiante como consecuencia del proceso de enseñanza-aprendizaje, conocido como “zona de desarrollo próximo”. La que Vigotsky define “Como la distancia entre el nivel de desarrollo actual, determinada con base en la solución de problemas en forma independiente, y el nivel potencial de desarrollo determinada con base en la solución de problemas con la guía de un adulto o con la colaboración de otros compañeros más avanzados” (Vigotsky, 1983: 45)

2.2.1 La estructura de la actividad cognoscitiva, fundamento teórico para la conformación del sistema de tareas de Cinemática.

Anteriormente se resalta el carácter activo de la personalidad. La personalidad surge y se desarrolla en la actividad del sujeto, es decir, en la interacción con los objetos del mundo circundante y las relaciones sociales.

Además “La personalidad no sólo existe por y a través de la **actividad del sujeto**, sino por y a través de su comunicación...actuar significa conocer y/o transformar los objetos de esa actuación, y, al mismo tiempo, implica la comunicación con aquellos sujetos que hicieron o hacen posible la relación objetal”. (Rodríguez y Bermúdez 1996:8).

Estos fundamentos han servido de base para concebir la estructura y funcionamiento de la psiquis humana: “...la psiquis se entiende no como un fenómeno de la conciencia, sino como forma de la actividad vital del sujeto, que asegura la solución de determinadas tareas en el proceso de su interacción con el mundo.”(Talízina, 1988:30)

Es bien conocido, que cualquier actividad humana es incentivada por las **necesidades y los motivos** del sujeto. La relación de la actividad con las necesidades y los motivos que la impulsan, puede ser comprendida si se considera que la misma comienza por una concientización más o menos definida del motivo, lo cual culmina con el proceso de formación de las necesidades del sujeto. El motivo de la actividad del hombre es la vivencia de sus necesidades, concientizada por él y expresada de manera subjetiva en los pensamientos, ideales, sentimientos y emociones. Todo esto en su conjunto le comunica determinada dirección a la actividad de la personalidad. De este modo, el motivo cumple la función directiva de la actividad.

Como la actividad cognoscitiva en una institución escolar transcurre en grupos de estudiantes que interactúan entre sí, es necesario tener en cuenta que los conocimientos que emergen en la misma son consecuencia del pensamiento individual de cada miembro de un grupo y de su interacción.

¿Qué aspectos deben incluirse en la actividad cognoscitiva de los estudiantes, para provocar en ellos necesidades cognitivas y de esta forma una adecuada motivación? Además del logro de un aprendizaje significativo, a la hora de concebir un sistema de tareas, es fundamental la creación de situaciones problemáticas.

En este sentido “...la situación problemática como categoría, refleja la relación contradictoria entre el sujeto y el objeto de conocimiento en el proceso de

aprendizaje. Surge cuando al sujeto le es imposible determinar la esencia del fenómeno por carecer de los elementos necesarios para el análisis.” (Martínez, M, 1987:129)

Los autores que defienden las tendencias modernas en la enseñanza de las ciencias, específicamente de la Física (Jil, D: 1993, Valdés, P .y otros: 1999) consideran el tratamiento de situaciones problemáticas abiertas como un aspecto esencial, del cual debe partir cualquier temática al ser abordada; dichas situaciones tienen el propósito de orientar el pensamiento del estudiante en la búsqueda del nuevo conocimiento y de crear una imagen global, aunque poco precisa aún, del problema a resolver.

En este momento debe resaltarse, el interés personal o social que puede entrañar la situación que se plantea, hecho este que puede contribuir significativamente a que el estudiante le encuentre sentido al contenido que debe asimilar.

Como quiera que en este trabajo se considere el estudio como actividad cognoscitiva desde el punto de vista psicológico, es imprescindible encontrar las unidades estructurales, que conservan todas las peculiaridades específicas de la actividad, y que al ser consideradas como elementos constituyentes de una totalidad, conforman el sistema de la misma; en calidad de tales unidades se consideran las acciones.

“Denominamos acción al proceso que se subordina a la representación de aquel resultado que habría de ser alcanzado, es decir, el proceso subordinado a un objetivo consciente.”(Leontiev, A 1981: 83).

Queda claro entonces, que al igual que toda actividad humana está incentivada por un motivo, las acciones que la componen, están orientadas hacia el logro de un objetivo y requieren de un control consciente; esta circunstancia es crucial a la hora de concebir y poner en práctica el proceso de enseñanza-aprendizaje.

El problema de la concientización por el alumno del contenido de enseñanza, es vital si se pretende evitar un aprendizaje mecánico y memorístico: Al respecto Leontiev (1981:203), plantea: “...para que un contenido pueda concientizarse es menester que este ocupe dentro de la actividad del sujeto, un lugar estructural de objetivo directo de la acción y de este modo, entre en una relación

correspondiente con respecto al motivo de la actividad” Si el alumno percibe en el contenido a asimilar alguna relación con aspectos de la realidad que son vitales para él, es muy probable que haga de la asimilación significativa de dicho contenido, un propósito consciente.

Ahora ¿Toda situación problémica es asumida por el estudiante como un problema para él? “El problema docente es la propia contradicción ya asimilada por el sujeto, surge durante la actividad cognoscitiva y está encaminada a dominar el material docente.”(Martínez: Llantada, M, 1987:150). En otro momento plantea: “Si la situación problémica representa lo desconocido, el problema docente representa lo buscado.”(1987:153).

Es evidente entonces, que se deben establecer en este caso, los requisitos que propician la asimilación de la contradicción planteada en la situación problémica y que lo desconocido se convierta en lo que se busca.

La asequibilidad del problema es de gran importancia en este sentido, el mismo debe estar en la zona de desarrollo del estudiante, es decir, no entrañar una dificultad insuperable para él, ni ser tan fácil que no le implique esfuerzo intelectual alguno.

Otro requisito necesario sería el factor **motivacional**, decir, que el problema entrañe una situación interesante para el alumno, lo que se dice más arriba en relación con el sentido que pueda encontrarse al contenido, podría esclarecer esta idea. Se debe destacar, además, que la acción se considera como la unidad estructural básica de la actividad humana. Entonces **¿Qué componente del proceso docente-educativo ha de desempeñar la función de célula básica del mismo, capaz de establecer las acciones y operaciones a realizar por el estudiante?**

En la situación docente están presentes todos los componentes del proceso docente-educativo y la tarea no es más que uno de dichos componentes.

(Álvarez de Zayas, C. 1989:26), ha considerado lo siguiente: “El análisis genético del proceso docente-educativo (...) nos permitió proponer a la tarea docente como su célula. En la tarea docente están presentes todos los componentes del proceso y sus leyes más trascendentales y no tiene sentido descomponerla. En la

tarea pueden estar presentes operaciones, pero cada una de ellas no tiene un objetivo singular, por el contrario, el conjunto de operaciones se desarrolla como sistema, para alcanzar un solo objetivo.”

Este autor pone en primer plano la tarea docente, como unidad estructural básica del proceso y deja claro que la misma ha de especificar las acciones que realizará el estudiante durante la actividad cognoscitiva para dar cumplimiento a los objetivos propuestos. Dicha concepción es la que se adopta en este trabajo, sin dejar de considerar lo expuesto por Martínez, M.

Esta autora, al establecer las categorías fundamentales de la enseñanza problémica, considera la tarea cognoscitiva como el recurso didáctico a través del cual se orienta el pensamiento de los estudiantes durante la resolución de los problemas. Clasifica las tareas cognoscitivas en: de ejercitación, de fijación y de búsqueda o investigativas.

En cualquier tipo de tarea docente, están implícitos las leyes y todos los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje. Es importante destacar que para identificar una tarea hay que tener en cuenta, en primer lugar, el momento en que se orienta y en segundo lugar, las particularidades individuales (los conocimientos, las habilidades y las capacidades) que poseen los alumnos.

La tarea docente también tiene como objetivo detectar y formular nuevos problemas, y buscar nuevas alternativas de solución a problemas cuya solución es conocida. El fin de la tarea es un conocimiento nuevo para el alumno.

Si la tarea no responde a un algoritmo previamente fijado, la actividad de búsqueda se dirige, no solo a solucionar el problema sobre la base del establecimiento de nuevos nexos y relaciones que se establecen entre los datos, entre los datos y la incógnita y entre los conocimientos ya asimilados, sino también a buscar un nuevo procedimiento de solución. Al ocurrir esto se dice que la tarea orientada tiene un carácter problémico.

Lo problémico, como elemento que implica al sujeto en la búsqueda activa del conocimiento, ha de ser un componente imprescindible durante la resolución de gran parte de las tareas cognoscitivas, sin embargo, no debe pensarse que todas

las tareas han de ser problémicas; las mismas cumplen diversas funciones dentro del proceso de enseñanza, entre las cuales se pueden relacionar:

- la creación de situaciones problémicas y el tratamiento de un problema.
- la transmisión de nuevos conocimientos.
- fijar, generalizar y repasar el material de estudio.
- materializar el principio del politecnismo.
- comprobar la profundidad y solidez de los conocimientos.
- desarrollar las capacidades creadoras de los estudiantes.

Lo visto no deja lugar a dudas sobre el papel rector que ha de desempeñar la tarea docente, durante el proceso de aprendizaje de la Física.

En el documento de la Reunión Preparatoria Nacional del curso escolar 2001-2002, se destaca que “La remodelación del proceso de enseñanza-aprendizaje precisa, además de lo señalado, de un cambio esencial en la concepción y formulación de la tarea, porque es en la tarea donde se concretan las acciones y operaciones a realizar por el alumno” (MINED: 2001: 12).

De este propio documento, se asume que tarea son “actividades que se conciben para realizar por el alumno en clase y fuera de esta, vinculada a la búsqueda y adquisición de los conocimientos y al desarrollo de habilidades” (MINED: 2001: 15).

En la Reunión Preparatoria Nacional referida anteriormente también se defiende que la formulación de la tarea plantea determinadas exigencias al alumno y que estas repercuten tanto en la adquisición del conocimiento, en el desarrollo de su intelecto, así como en la formación de cualidades y valores.

En este trabajo la autora asume la tarea docente como la célula básica, la unidad estructural fundamental que rige y organiza la actividad cognoscitiva de los estudiantes, donde se establecen las acciones y operaciones a realizar por este, con el objetivo de orientar e incentivar la búsqueda activa del conocimiento, así como su fijación y consolidación.

Una vez formadas las unidades básicas de la actividad cognoscitiva y sus representantes en el proceso docente, es decir, las tareas; el siguiente paso a dar en el análisis está relacionado con el esclarecimiento de la interrelación que existe entre dichas unidades, es decir, entre las acciones.

A la hora de concebir el sistema de tareas se deben tener en cuenta el vínculo entre las acciones del maestro y las de los alumnos, para ello: cada acción debe preparar, entrenar para los actos que siguen, una parte de la tarea refuerza la otra. Si la ejecución de una parte de la tarea, no está absolutamente relacionada con la ejecución de la que le sigue, el estudio se realiza parcialmente.

Es característico del enfoque sistémico, que el sistema y su comprensión se opongan al estilo del pensamiento mecanicista. Es el tipo de relación entre las partes y el todo, lo que permite la concepción sistémica, en que dichas relaciones se conciben como integrales y no como sumativas.

La actividad no es simplemente la suma de acciones u operaciones aisladas. Las acciones que la constituyen, presentan un determinado sistema, están relacionadas entre si al ubicarse en un concreto orden y al estructurarse según un plan definido.

El carácter secuencial de las tareas dentro de la clase, es crucial en el logro de la sistematicidad que demanda la actividad cognoscitiva. En este trabajo, esto se tuvo en cuenta y se piensa que dicho requisito se logró; sin embargo, este requerimiento no se puede interpretar de forma rígida. Lo esencial es que la relación entre las tareas debe estar en función de los objetivos que se persiguen.

Otra opinión esclarecedora propone Álvarez de Zayas, C (1989: 27) al escribir: "(...) el sistema de tareas que conforma un tema no es la mera suma de dichas tareas, sino una integración, que en su acción sistematizada, está dirigido a un resultado el objetivo del tema." Y en este sentido abunda más adelante: "(...) es el tema la unidad organizativa del proceso docente-educativo. La tarea es elemental, el tema es el primer sistema complejo del proceso".

En estas palabras, además de resaltar la imprescindible sistematicidad del conjunto de tareas que se concibe, se adopta el tema como el primer sistema propiamente dicho del proceso docente-educativo; importante sobre todo, al elaborar los sistemas de tareas para las unidades temáticas, que como la Cinemática, son extensas. En este caso fue necesario dividir la unidad en 2 partes, según la estructura lógica del contenido; solo entonces se pudo proceder a

la concepción de los sistemas de tareas para cada uno de los temas que responden, en cada caso, a la estructura de la unidad como un todo.

Por su parte, Valdés, P et al, (1999:19) ofrecen una concepción muy actualizada al establecer: "Dirigir el aprendizaje considerando la estructura de la actividad psíquica humana, supone planificar las distintas actividades que realizarán los alumnos, precisando con antelación el sistema de acciones correspondientes en cada caso. Con este fin han de ser diseñados y concretados en tareas docentes, los objetivos de la enseñanza. El sistema de tareas docentes es la forma concreta de expresar anticipadamente las actividades y acciones que realizarán los estudiantes bajo la dirección del profesor".

Esta concepción se toma como elemento fundamental para la elaboración del sistema de tareas que se ofrece en este trabajo.

Existen en Cuba varios investigadores (Arteaga, 2000; Garcés, 2000; Herrera, 2004) que se han dedicado a la elaboración de sistemas de tareas con distintos fines.

En esta investigación la autora asume **el sistema de tareas docentes** como: **el sistema de acciones y operaciones cognoscitivas, de carácter intelectual y práctico, que en el orden jerárquico del desarrollo de habilidades, planifica el profesor y ejecutan los alumnos, bajo la orientación y dirección de este, durante el tratamiento de los contenidos, dirigido a la búsqueda activa del conocimiento, su fijación, consolidación y a la formación de valores.**

El sistema de tareas docentes que se diseña en esta investigación constituye una actividad y cada una de ellas, constituyen acciones determinadas que deben realizar los estudiantes dentro y fuera del aula bajo la dirección del profesor.

Está compuesto por ejercicios y problemas cualitativos y gráficos, los cuales se interrelacionan entre sí de manera que la obtención de la vía de solución de cada una de ellas incide directamente en la otra según el nivel de sistematización y profundización propicio.

Se encuentran estructuradas a partir de una secuencia progresiva del nivel de complejidad de las mismas, lo cual posibilita la dirección de la actividad cognoscitiva

de los estudiantes y operar con los diferentes componentes de las teorías físicas y las habilidades matemáticas que deben ser desarrolladas al establecer con claridad el nivel de complejidad, generalización y profundización con que se exigen los procedimientos aritméticos, algebraicos, trigonométricos y gráficos en la solución de las tareas.

2.3 Diseño del sistema de tareas

“Cuando las tareas se organizan sobre la base de principios y requisitos encaminados al dominio de un sistema de conceptos y las habilidades inherentes a estos, se obtiene el correspondiente sistema de tareas”. (Concepción, 1989.10).

Una clasificación adecuada del sistema de tareas, desde el punto de vista didáctico, debe hacerse al tener en consideración la esencia del tipo de tarea, la lógica del proceso de adquisición de los conocimientos, los objetivos de la tarea y la forma en que se redacta la información contenida en la tarea, para lo que se debe tener presente el desarrollo alcanzado por los estudiantes en las esferas cognitiva y afectiva, los objetivos de la unidad, las características del contenido y del contexto.

Al tener en cuenta los aspectos antes señalados, se asume la clasificación dada por Valdés (2002:5), el cual organiza las mismas en tres partes principales, denominadas:

1. Tareas de introducción.
2. Tareas de desarrollo.
3. Tareas de sistematización y consolidación.

2.3.1 Tareas de introducción: Estas en todos los casos tienen como propósito revelar los conocimientos que ya poseen los estudiantes, específicamente sobre las formas de representar las funciones lineales, que según la actual distribución en el tiempo de la asignatura Matemática en la Enseñanza de Adultos *no se han tratado, aún, al estudiar la unidad Cinemática*, pero que deben ser recordadas durante el tratamiento de los contenidos de esta unidad. Se hace imprescindible no tratar los contenidos en un plano puramente abstracto, como habitualmente se hace en la asignatura Matemática.

Se pretende que el estudiante emplee los conocimientos que posee de la asignatura Matemática en noveno grado, durante el tratamiento de los contenidos de Cinemática, en la resolución de tareas relacionadas con la descripción de hechos y fenómenos reales. En cada tarea se quiere conformar desde el inicio el modelo mental y las habilidades necesarias para la modelación matemática del movimiento rectilíneo.

La noción de pendiente de una recta es esencial para lograr una adecuada asimilación de los conceptos velocidad y aceleración, los cuales deben tener claros a la hora de resolver las ejercicios que se proponen, de ahí que entre las tareas de introducción durante el estudio del movimiento rectilíneo uniforme, se incluyan algunas dedicadas a tratar la relación entre el signo de la pendiente y la monotonía de la función lineal; aspecto que se relaciona directamente con los valores positivos o negativos de la velocidad y la aceleración y con la representación gráfica del movimiento.

En cada uno de los sistemas de tareas propuestos, siempre que fue posible, después de reactivar los conocimientos precedentes, se le pide al estudiante la elaboración de una situación problémica con el propósito de lograr su motivación a la hora de resolver las tareas de desarrollo, para lograr que la misma se convierta en un problema para él y su solución pase a ocupar el lugar estructural de objetivo dentro de su actividad de estudio. Es entonces que la tarea docente comienza a jugar su rol fundamental, **al dirigir y orientar la actividad cognoscitiva de los estudiantes.**

En este tipo de tareas desempeñan un papel esencial las preguntas que encierran cada una de ellas, en este caso se considera la pregunta problémica como un impulsor directo del conocimiento, que especifica el área de búsqueda para el estudiante.

2.3.2 Tareas de desarrollo: Estas constituyen la parte fundamental en cada uno de los sistemas establecidos. A través de ellas se dirige la actividad cognoscitiva de los estudiantes para la aplicación de los nuevos contenidos a la solución de las tareas planteadas. En cada uno de los temas que se desarrollan se plantean situaciones problémicas, en las que el estudiante ha de tomar conciencia de la

necesidad de resolver el problema surgido, para consolidar los nuevos conocimientos. Es entonces que la tarea docente comienza a jugar su papel esencial, a través de la orientación que debe recibir el estudiante durante la búsqueda activa del conocimiento.

Se sigue una secuencia de acciones y operaciones para la modelación matemática efectiva de las tareas planteadas

Como la comprensión y resolución de la tarea fundamental de la Cinemática exige la asimilación por parte de los estudiantes de los conceptos coordenadas de un punto, sistema de referencia, y de los vectores posición, desplazamiento, velocidad, aceleración, así como del análisis de los gráficos de las funciones: $V = f(t)$, $X = f(t)$, $S = f(t)$ se tuvo en cuenta la utilización de estos conceptos y del método de coordenadas en la resolución de problemas, se presta atención al carácter vectorial de las magnitudes y su escritura en forma escalar.

Se tuvo en cuenta, además, que las funciones se pueden representar de 3 formas,

- Mediante gráficos.
- Mediante tablas de valores.
- Mediante fórmulas, aunque en la asignatura no se trabaja directamente con las fórmulas, si no con enunciados literales que se traducen al lenguaje algebraico y solo entonces se puede expresar en fórmulas.

Las tablas de valores no son de uso común y su utilidad generalmente se reserva como vía para construir las gráficas y se obtienen al evaluar las fórmulas, por lo que se aborda la solución de las tareas con énfasis en la utilización de las tres formas antes mencionadas, lo cual permitirá analizarlas desde múltiples perspectivas.

El estudio de las gráficas se hace importante ya que contiene las dos formas restantes y permite el desarrollo de habilidades para su construcción e interpretación, se hace énfasis en la comprensión del problema, lo que posibilita un análisis correcto de la posible solución y la representación gráfica sería la solución del mismo.

Se proponen tareas con el objetivo de construir gráficas a partir de las ecuaciones particulares o tabla de valores, y viceversa, al tener en cuenta que esta forma ofrece las mayores posibilidades para la integración de los conocimientos.

Si el problema tiene como objetivo interpretar gráficas se debe tener en cuenta que estas permiten definir el comportamiento funcional de las magnitudes analizadas en el intervalo que se quiera (se puede expresar en pares ordenados), al identificar tipo de función, valores iniciales y finales, puntos de intercepción, posibles relaciones de proporcionalidad, magnitudes constantes y propiedades características de las funciones representadas (ceros, monotonía, intercepto, pendiente)

Estas acciones posibilitan precisar con claridad el **modelo matemático** a utilizar, adecuándolo a la situación física planteada de acuerdo al comportamiento gráfico y el estudiante necesita realizar cálculos, pues se apoyaría en mayor grado en los métodos lógicos y físicos, utilizaría solo a modo de comprobación el método matemático.

2.3.3. Tareas de sistematización y consolidación.

En relación con las tareas de sistematización y consolidación, se intenta evitar el tipo de ejercicio tradicional, cuyo enunciado formal no encierra una situación significativa para el estudiante. Varias de estas tareas están encaminadas, además, a dar solución al problema que se pretende resolver; es decir la interrelación entre los contenidos de la Cinemática y los referidos a las funciones lineales y cuadráticas.

A continuación se expone el primer sistema de tareas.

2 3.4 Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)

Tareas de introducción

En la asignatura Matemática, en noveno grado, se estudió el concepto función y se conoció en detalles acerca de las propiedades y el gráfico de la función lineal; en este tema se recordarán algunos aspectos importantes de dichas funciones y se comprobará su importancia para el estudio de algunas situaciones de la vida práctica y de la asignatura Física.

T1.1 Represente en un sistema de coordenadas rectangulares las coordenadas de los puntos **A (0; 0)**, **B (2; 10)**, **C (4; 20)**.

T1.2. Represente el segmento que une dichos puntos.

T1.3 ¿La dependencia representada constituye una relación de proporcionalidad? ¿De qué tipo?

T14. Plantee la ecuación matemática que define dicha dependencia. ¿Qué representa geoméricamente?

T1.5. ¿Qué nombre recibe el coeficiente de proporcionalidad en dicha ecuación? Calcúlelo.

Con esta tarea se quiere resaltar el concepto de pendiente de una recta que representa una función lineal; es necesario que recuerden algunos aspectos relacionados con dicho concepto e introducir algunos cambios en la notación utilizada, que facilitarán su empleo durante el estudio de la Física en el semestre.

Rta: La pendiente de la recta representada, que es lo que se quiere con esta tarea 5, puede ser definida como el cociente: $m = \Delta y / \Delta x$ donde $\Delta y = y - y_0$ Y $\Delta x = x - x_0$; entonces: $m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$. Se puede plantear además, que $m = \tan < \varphi$.

$$x - x_0$$

T2. Calcule la pendiente de la recta que se representaste en la tarea 2 y diga la monotonía de la función. ¿A qué conclusión puede llegar?

T3. ¿Si aumenta la relación $\Delta Y / \Delta X$ qué le sucede al coeficiente m? ¿Cómo varía la inclinación de la recta?

T4. Relacione término a término la ecuación $y = m x + n$ con la de un cuerpo animado de movimiento rectilíneo uniforme (MRU) $X = V o T + X_0$.

T5. ¿A qué conclusión puede llegar?

T6. ¿Qué nombre recibe el coeficiente de proporcionalidad en dicha ecuación? Calcúlelo. Respuesta: $V = \Delta X / \Delta T = \frac{X - X_0}{T - T_0}$

$$T - T_0$$

T7. ¿Cómo se relacionan los valores de la velocidad con la inclinación de la recta que la representa? ¿A qué conclusión puede llegar?

T8. ¿Cuál es la propiedad fundamental que define a un movimiento rectilíneo uniforme?

Respuesta: La relación $\frac{\Delta X}{\Delta T} = \text{cte}$, o sea la $V = \text{cte}$.

$$\Delta T$$

T9. ¿Qué nombre recibe la magnitud ΔX ?

La variación de la posición que experimenta un cuerpo que se mueve en línea recta, se caracteriza mediante una magnitud física que recibe el nombre de desplazamiento; su valor numérico se determina por la diferencia de sus coordenadas final e inicial y puede representarse gráficamente por un segmento de recta orientado. De aquí que el desplazamiento presenta todas las características de lo que se denomina vector o magnitud vectorial, esta magnitud se representa con el símbolo ΔX , no obstante, en algunos usos prácticos, solo se considera su valor numérico, es decir, su módulo y se empleará la notación:

$$\Delta X = X_{\text{final}} - X_{\text{inicial}} \qquad \Delta X = X - X_0$$

Si se tiene en cuenta que la gráfica representada con las tareas 1.1 y 1.2 corresponde a un cuerpo animado de MRU, su desplazamiento será de 20m $\Delta X = 20\text{m} - 0\text{m} = 20\text{m}$.

En el movimiento rectilíneo uniforme, el camino recorrido es directamente proporcional al tiempo en que transcurre el recorrerlo. En este caso, al coeficiente de proporcionalidad se le llama velocidad.

T10. Si para $t = 20 \text{ S}$, se tiene que $S = 80 \text{ m}$. Expresa S en función de t y halle S para $t = 40 \text{ S}$.
Rta: $S = V \times T$. Por tanto $S = 160 \text{ m}$.

T11. Represente gráficamente la velocidad correspondiente al MRU.

T12 ¿Qué relación existe entre el área bajo la curva y el desplazamiento?

Rta: El área bajo la curva es numéricamente igual al desplazamiento del cuerpo.

T13 Elabore una problemática relacionada con la práctica diaria que se pueda resolver

mediante las ecuaciones lineales estudiadas hasta el momento. Tenga en cuenta el concepto de sistema de referencia.

La problemática podría ser la siguiente: Un ciclista viaja de su casa al trabajo y demora en llegar 10 min., a velocidad constante e igual a 5 m/s. ¿Cuántos metros separan la casa del trabajo? ¿Qué distancia recorre?

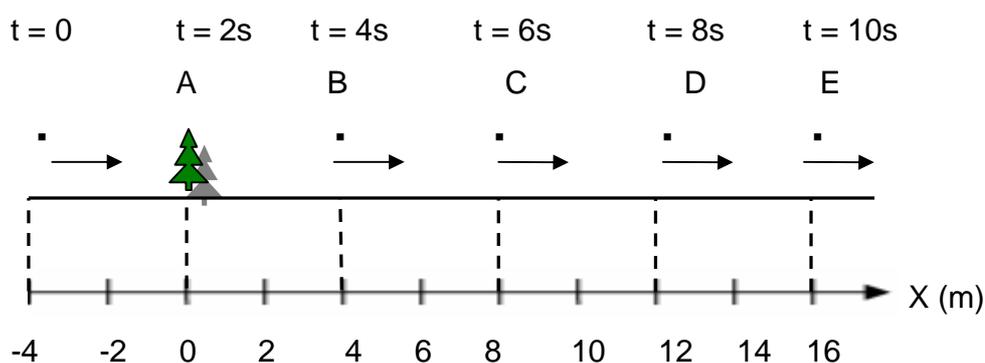
Al tomar como origen del sistema de referencia la casa y al considerar que para $T = 0$

$X_0 = 0$, se obtiene que $X = V T$ (Ecuación correspondiente a una recta cuya pendiente es la velocidad y donde x es directamente proporcional al tiempo)

Concluir que lo separan del trabajo 3 000 m = 3 K m.; $S = 3 K m$. Solo en el caso del movimiento rectilíneo el desplazamiento coincide con el camino recorrido.

Tareas de desarrollo.

En la figura se representa el movimiento uniforme de un hombre y las posiciones con respecto a un árbol en los instantes de tiempo que se representan.



Escala 1cm = 2m

Destacar la importancia del sistema de referencia y del modelo de punto material para el estudio del movimiento mecánico de los cuerpos.

T14. Determine las coordenadas de la posición inicial y final del cuerpo.

T15. Determine la variación de la posición (desplazamiento) en el intervalo de $t = 2 s$ a $t = 10 s$.

T16. Calcule la velocidad del corredor en los instantes de tiempo que se representan complete la tabla siguiente:

Posición	Intervalo de tiempo ΔT (m)	Desplazamiento ΔX (m)	Velocidad $\Delta X / \Delta T$ (m/s)
A	2s		
B	4s		

C	6s		
D	8s		
E	10 s		

T17. Escriba la expresión matemática mediante la cual un observador que se sitúa en el árbol describiría este movimiento. Explique.

T18. Construya las gráficas de $X = f(t)$, $S = f(t)$ y $V = f(t)$ para este movimiento.

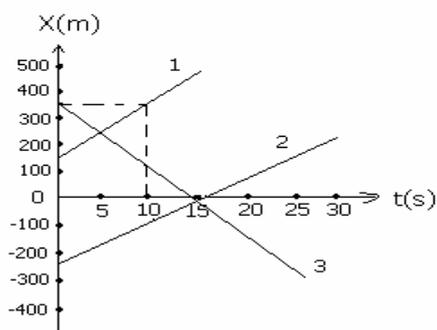
T19 De acuerdo a lo obtenido ¿Qué propiedades fundamentales considera usted inherentes a cualquier movimiento rectilíneo uniforme?

T20 Compare gráfica y analíticamente estos resultados con los de un corredor que realiza el mismo recorrido y emplea 1s en recorrer los primeros 4m. ¿Qué puedes concluir?

Podrán concluir con este ejercicio que la pendiente de la recta y la velocidad durante el MRU están relacionadas directamente. Cómo la rapidez del corredor en este caso es mayor, mayor será la velocidad y por consiguiente la inclinación de la recta.

Sugerencias: Es preciso orientar otras tareas para que el estudiante compare el movimiento que realizan varios cuerpos, pero a partir de la representación gráfica de sus movimientos, que como bien se aclara anteriormente, constituye otra forma de estudiar dicho movimiento.

T 21 En la gráfica de la figura aparecen representadas las posiciones de varios móviles en el transcurso del tiempo.



T21.1. Determine la velocidad y la coordenada de la posición inicial de cada uno de ellos

T21.2. Compare los resultados obtenidos en cada uno de los tres casos con la monotonía de la función. ¿A qué conclusión puede llegar?

T22 Describa el movimiento que realiza cada móvil de la tarea anterior.

T23 Plantee la ecuación matemática que describe el movimiento de cada uno.

T24 Determine analíticamente el instante en que se cruzan los móviles 1 y 3

T25 Calcule el desplazamiento que realiza cada uno. ¿De qué circunstancias depende que el desplazamiento pueda ser positivo o negativo?

T26 ¿Qué interpretación física y matemática puede usted dar a los casos en que: $X_0 = 0$ y $V = 0$ en la ecuación $X = V t + X_0$?

T27 Represente gráficamente el comportamiento de la velocidad en función del tiempo para cada móvil.

T28. ¿Qué interpretación física puede dar al área bajo la curva?

T29 Reflexione sobre la importancia que puede tener el conocimiento de la velocidad con que caminas o corres.

T29.1 Analice las restricciones que debes hacer a tu movimiento mientras caminas o trotas para que este pueda ser descrito mediante el modelo de movimiento rectilíneo uniforme establecido.

Tareas de sistematización y consolidación.

T30 Complete los espacios en blanco y marque con una X cuál de las opciones cree correcta:

En el movimiento rectilíneo uniforme, la coordenada del cuerpo en movimiento es una _____ del tiempo y puede ser representada mediante una ecuación de la forma:

____ $X = 2 t^2 + 5$ ____ $X = 2 t + 1$ ____ $X = 8 / 3 t$

T 31 Un ciclista viaja a una velocidad constante de $30 \frac{km}{h}$ desde 2 ciudades A y B y emplea en su recorrido 2 horas:

T31.1 ¿Cuál es la posición inicial y final del ciclista? ¿Cuánto se desplazó de una ciudad a otra? Considere el origen del sistema de coordenadas en la ciudad **A**.

T 31.2 ¿Si salió a las **10 p.m.** a qué hora llegó a su destino final?

T 31.3 Plantee la ecuación matemática que define el movimiento del ciclista.

T31.4 ¿Qué tipo de dependencia funcional representa?

T31.5 ¿Qué velocidad debe desarrollar el ciclista para regresar a su lugar de origen en la mitad del tiempo de ida? ¿Qué interpretación física se le da al signo de la velocidad?

T31.6 Construya la gráfica de $X = f(t)$ para la ida y regreso del ciclista, si antes de regresar descansó 1 hora. Compare el comportamiento de la velocidad del ciclista según la interpretación matemática de este comportamiento.

T31.7 Si la velocidad en el tiempo de ida fuera 2 veces mayor ¿qué tiempo emplearía en llegar a la ciudad B?

T32. Al estudiar el movimiento de tres móviles que se dan cruce a 10 m a la derecha del cuerpo de referencia, se obtienen los valores que aparecen en la tabla siguiente:

t (s)	X(m), cuerpo 1	X(m), cuerpo 2	X(m), cuerpo 3
0	10	10	10
1	15	20	5
2	20	30	0
3	25	40	-5

T32.1. ¿Qué tipo de movimiento mantuvieron los cuerpos? Explica.

T32.2. Construya la gráfica de $X = f(t)$ para el movimiento de los cuerpos estudiados.

T32.3. Calcule la velocidad de cada cuerpo.

T32.4. ¿Qué relación puede usted establecer entre los valores que se obtienen y la inclinación o pendiente de la recta?

T32.5. Construye la gráfica de $V = f(t)$ para cada cuerpo.

T32.6. Plantee la ecuación que describe el movimiento de cada cuerpo.

T33 Al estudiar el movimiento de cuatro cuerpos, se obtuvieron las siguientes ecuaciones que lo caracterizan en cada caso:

Cuerpo 1: $X = 25 t - 150$ (X en metros y el tiempo en segundos)

Cuerpo 2: $X = - 30 t + 300$ (X en metros y el tiempo en segundos)

Cuerpo 3: $X = 10 t$ (X en metros y el tiempo en segundos)

Cuerpo 4: $X = 20$ (X en m)

a) Haga una breve descripción de las características del movimiento de cada cuerpo, basándose en la determinación de la coordenada inicial y la velocidad de cada uno.

b) Determine la posición de cada uno de los cuerpos después de transcurrir 10 segundos de comenzar a moverse. .

c) Represente gráficamente el movimiento de cada cuerpo en el mismo sistema de coordenadas.

d) Interprete física y matemáticamente los resultados obtenidos.

T34 La ecuación $X = 50 t + 60$ describe el proceso de llenado de una piscina desde el momento en que se abren las llaves para llenarla:

X → Representa la cantidad de agua en miles de litros.

T → Representa el tiempo transcurrido en horas.

T34.1 Represente gráficamente el proceso de llenado durante las 4 primeras horas.

T34.2 ¿Qué cantidad de agua tenía la piscina en el momento de abriese las llaves?

T34.3. Si se comenzó a llenar a las 8 PM ¿qué cantidad de agua tenía a la 1pm?

T34 4 Si demora en llenarse totalmente 8h ¿qué capacidad tiene la piscina?

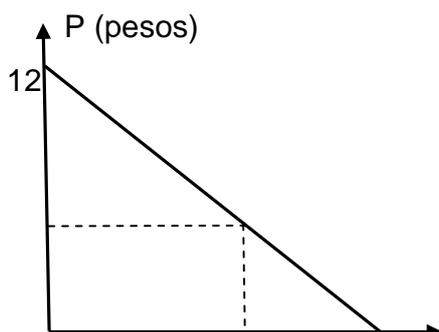
T35 El valor de un artículo disminuye con el paso del tiempo según se muestra en el gráfico de la función lineal de la figura

T (tiempo transcurrido en años). P (Precio en pesos)

T35.1 ¿Qué valor tiene el artículo al salir a la venta?

T35.2 ¿Al cabo de los 7,5 años qué precio tiene?

T35.3 ¿Al cabo de cuántos años dicho artículo no tiene valor alguno?



4,5

0 7,5 t (años)

T36 Dos trenes parten de una estación y avanzan por una línea recta en el mismo sentido, animados de MRU. La velocidad del primero es de $30 \frac{km}{h}$ y la del segundo

$40 \frac{km}{h}$. Si el segundo sale dos horas después del primero:

- Determine sus posiciones $5h$ después de salir el primer tren
- ¿Qué tiempo emplea el segundo tren en alcanzar el primero?
- ¿A qué distancia de la estación lo alcanza?
- Represente a intervalos de una hora el comportamiento de $X = f(t)$ para ambos.
- Relacione en un cuadro comparativo los siguientes términos y magnitudes: Intercepto, velocidad, ceros, pendiente y posición inicial.
- Obtenga las ecuaciones particulares que definen el comportamiento del movimiento de ambos cuerpos.

T37. Un hombre remó $3 \frac{km}{h}$ río abajo y regresó al lugar de partida en 2 horas. La velocidad de la corriente era de $2 \frac{km}{h}$. Hallar la velocidad con que rema en aguas tranquilas.

2.3.5 Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV).

Tareas de introducción.

Al observar atentamente el movimiento de los cuerpos que transcurre en línea recta, se percatará de que solo en contadas ocasiones cambian de posición uniformemente. Los cuerpos que se encuentran en reposo deben comenzar a moverse cada vez más rápido hasta alcanzar cierta velocidad, otras veces se mueven lentamente y tienen necesidad de hacerlo más rápido, o se mueven rápidamente y tienen necesidad de detenerse; en todos estos casos, la velocidad

del cuerpo varía y por tanto, los **modelos matemáticos** que se adoptan para describir el movimiento rectilíneo uniforme no son siempre aplicables; de ahí la necesidad de estudiar modelos algo más complejos para describir estos movimientos.

Las tareas de la 1 a la 3 elaboradas para el MRU, son de interés, además, para el estudio de MRUV, si se tiene en cuenta que la ecuación $V = a t + V_0$, corresponde a una función lineal, del tipo $y = m x + n$ y lo que se pretende con estas tareas es que los estudiantes se den cuenta que se trata de lo mismo, pero que se acostumbra a expresarse en lenguajes diferentes.

T1. Relacione término a término ambas ecuaciones.

T2. ¿A qué conclusión puede llegar?

Rta: Puede concluir que ambas corresponden a una relación de proporcionalidad directa.

T3. ¿Qué nombre recibe el coeficiente de proporcionalidad en dicha ecuación?

Rta: Como corresponde a la ecuación de una recta, el coeficiente de proporcionalidad, es la pendiente de la recta, que en este caso es la aceleración.

T4. ¿Cómo calcularlo? **Rta: ($a = \Delta V / \Delta T$ $a = V_0 / T - T_0$)**

En este caso, la aceleración se define como el cociente de una magnitud vectorial dividida por otra escalar, que como ya se conoce, da como resultado un nuevo vector; y se concluye entonces que la aceleración tiene carácter vectorial, solo que aquí se trabaja con sus proyecciones.

T5 ¿Cómo se relacionan los valores de la aceleración con la inclinación de la recta que la representa? ¿A qué conclusión puede llegar?

T6. ¿Cuál es la propiedad fundamental que diferencia un movimiento rectilíneo uniformemente variado de otro? ¿Qué magnitud física podría caracterizar la mayor o menor rapidez con que varía la velocidad de los cuerpos?

Debe llegarse a la idea de que:

La propiedad que diferencia un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado de otro, viene caracterizada por el valor del cociente $\Delta V / \Delta t$.

A este valor se le llama aceleración y caracteriza el grado o la medida de la rapidez con que varía la velocidad de los cuerpos, entonces: $a = \Delta V / \Delta t$ **o**

$$a = \tan \varphi = \frac{CO}{CA} = 1$$

¿Cómo calcular el desplazamiento del cuerpo durante el MRUV?

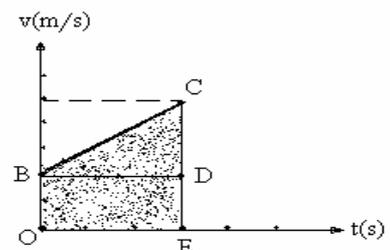
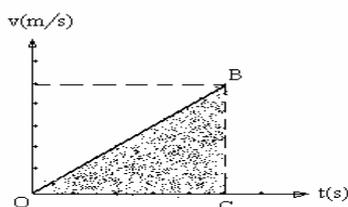
Describir el movimiento mecánico de los cuerpos significa ante todo, establecer la posición de estos en cada instante que lo requiera; pero la solución de este problema solo es posible si se logra establecer la ley de variación de dicha posición, es decir, si se conoce cómo depende el desplazamiento del cuerpo con respecto al tiempo.

Durante el movimiento rectilíneo uniforme de los cuerpos la velocidad se mantiene constante, de lo cual se deduce que el desplazamiento es directamente proporcional al tiempo y puede, por lo tanto, calcularse mediante una sencilla relación lineal de la forma $\Delta x = v \cdot \Delta t$.

Durante el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, la velocidad varía continuamente, por lo cual el desplazamiento no puede ya ser descrito mediante una función lineal, aunque como ya se conoce, en este movimiento, dicha velocidad no varía caóticamente, sino que obedece a cierta regularidad.

Del estudio del MRU se sabe que en la gráfica de $V = f(t)$, el área del rectángulo delimitado por la recta y los ejes de coordenadas es numéricamente igual al desplazamiento del cuerpo; este hecho puede generalizarse para la descripción del MRUV.

De Matemática se conoce que la figura sombreada en la gráfica es un triángulo rectángulo, cuya área puede ser calculada con la fórmula $A = b \cdot h / 2$



2. Figura 1

T.7. Obtenga la ecuación que relaciona el desplazamiento y el tiempo para este tipo de movimiento.

La respuesta será la siguiente: Área $\Delta OBC = OC \cdot CB / 2$ como $\Delta x = A$ numéricamente $\Delta x = t \cdot v / 2$ pero $v = a \cdot t$ $\Delta x = t \cdot a \cdot t / 2$ $x = a \cdot t^2 / 2$

La fórmula obtenida es aplicable sólo al movimiento en el cual los cuerpos parten del reposo. En ocasiones, los cuerpos comienzan a acelerar al poseer cierta velocidad inicial; tal situación se representa gráficamente en la figura 2.

En este caso la figura sombreada es un trapecio, que a su vez está constituido por la suma del rectángulo **OBDE** y el triángulo **BCD**, es decir: $A = A_r + A_t$
Además;

$$OB = V_0 \quad OB = DE \quad A = OB \cdot OE + BD \cdot DC / 2 \quad OE = t \quad DC = at$$

T 8. Con los elementos que se mencionan, deducir la fórmula del desplazamiento en función del tiempo para el movimiento en el cual la velocidad inicial es distinta de cero.
Rta: $\Delta x = V_0 t + a t^2 / 2$

T 9. A partir de la ecuación obtenida en la tarea anterior, obtenga la ecuación del MRUV, es decir, la que describe la posición del cuerpo en cada instante.

Rta: Como $\Delta x = X - X_0$, entonces $X = X_0 + V_0 t + a t^2 / 2$

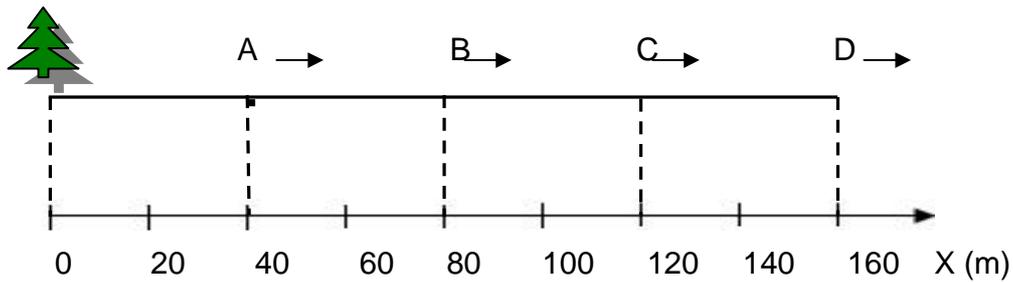
T.10. Compare término a término las ecuaciones $y = a x^2 + b x + c$ y

$X = a t^2 / 2 + V_0 t + X_0$ ¿A qué conclusión puede arribar?

Tareas de desarrollo.

Un auto parte del reposo y aumenta su velocidad de la forma que se muestra en la figura

$V_0 = 0$	$t = 5 \text{ s}$	$t = 10 \text{ s}$	$t = 15 \text{ s}$	$t = 20 \text{ s}$
	$V = 4 \text{ m/s}$	$V = 8 \text{ m/s}$	$V = 12 \text{ m/s}$	$V = 16 \text{ m/s}$



T.11. Determine la variación de la velocidad en el intervalo de $t = 5$ s a $t = 20$ s.

T.12 Calcule la aceleración del auto ($\Delta V / \Delta t$) y el desplazamiento (Δx) en los instantes de tiempo que se representan y complete la tabla siguiente,

Posición	Tiempo Δt (s)	Velocidad alcanzada (m/s)	Cociente $\Delta V / \Delta t$ (m/s ²)	Desplazamiento Δx (m)
X_0				
A				
B				
C				
D				

T.13. ¿Cómo clasificaría usted este movimiento en cuanto al comportamiento de la velocidad?

T.14 ¿Qué propiedades esenciales considera inherentes a cualquier movimiento rectilíneo uniformemente acelerado?

T.15. Construya la gráfica de $V = f(t)$, $S = f(t)$ y $a = f(t)$ correspondiente al movimiento anterior.

T.16. ¿Cree usted que la velocidad de los cuerpos siempre varía de manera uniforme?

T.17 Compare analíticamente estos resultados con los de otro auto cuya velocidad varía cada 5 segundos 20 m/s.

T.18 Represente los resultados en una tabla de valores.

T.19 ¿Se manifiesta en este caso la misma regularidad observada en el movimiento del primer auto, relacionada con el valor del cociente $\Delta V / \Delta t$? ¿Qué puede concluir?

T.20 Represente gráficamente este movimiento en el mismo sistema de coordenadas que el primero. ¿Cómo está relacionada la inclinación o pendiente de la recta con el valor de la aceleración?

T.21 ¿Acaso no varía la velocidad de los cuerpos durante el frenado? ¿Es acelerado este movimiento? Para dar respuesta a esta pregunta se puede plantear la siguiente tarea.

T21.1 Calcule la aceleración de un auto que se mueve en línea recta con una velocidad de 30 m / s disminuyéndola uniformemente hasta quedar detenido al cabo de los 15 s.

T.21.2. ¿Qué diferencia existe entre el movimiento de este auto y los estudiados anteriormente?

T.21.3. ¿A qué atribuye esta diferencia?

T21.4. ¿Cómo clasificaría este movimiento en cuanto al comportamiento de la velocidad?

T.22. En la gráfica de la figura se muestra cómo varía la velocidad de varios móviles en el transcurso del tiempo.

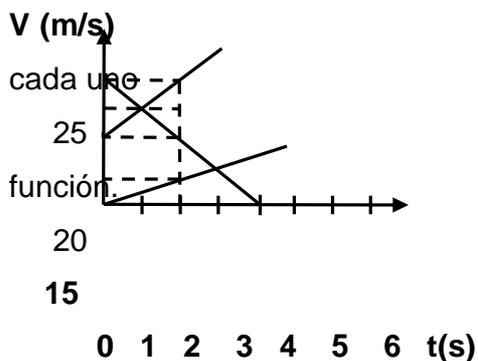
T.21.1 Determine la velocidad inicial y la aceleración

de cada uno de ellos.

T 22.2 Compare los resultados obtenidos en

de los tres casos con la monotonía de la

¿A qué conclusión puede llegar?



T.22.3 ¿Cómo se relacionan el valor y el signo de la aceleración con la inclinación de la recta en cada caso?

T.23 Describa el movimiento que realiza cada uno de los móviles.

T.24 Escriba la ecuación de la velocidad en función del tiempo para cada uno de ellos.

T25 Calcule el desplazamiento que realiza cada uno de ellos. ¿De qué circunstancias depende que el desplazamiento pueda ser positivo o negativo?

T.26 ¿Qué interpretación física y matemática puede dar a los casos en que $V_0 = 0$ y

$a = 0$ en la ecuación $V = a \cdot t + V_0$?

T.27 Represente gráficamente el comportamiento de la aceleración en función del tiempo para cada móvil.

Tareas de sistematización y consolidación.

T.28. Complete los espacios en blanco y subraye la opción correcta.

En el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, la velocidad del cuerpo en cada instante es una _____ del tiempo y puede representarse mediante la ecuación: $V = 5t$; $V = 1,5 t^2$; $V = 10 \sqrt{2} t$

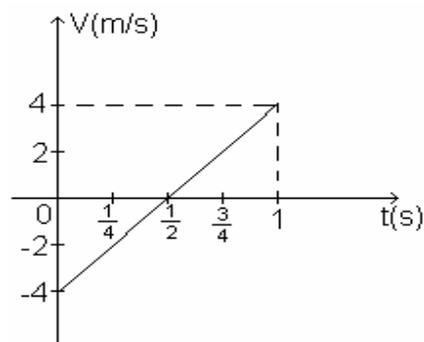
T.29. La gráfica representa el comportamiento de la velocidad en función del tiempo para un cuerpo que parte de 2 m a la derecha de un punto de referencia.

T.29.1 Escriba la ecuación particular que define el comportamiento de la velocidad para este cuerpo.

T.29.2. Describa el movimiento que realiza.

T.29.3 Cuál es su posición final.

T.29.4. Cuántos metros se desplazó.



T.30. Dos cuerpos que se encuentran a una distancia de 12 m se mueven de forma rectilínea uno al encuentro del otro con velocidades de acuerdo a las siguientes expresiones: $V_A = 6$ (V en m / s) $V_B = -2 + 2 t$ (V en m/s y t en s)

- a) Compare matemáticamente estas ecuaciones, tenga en cuenta qué función representan.
- b) Identifique el movimiento que realiza cada uno de ellos.
- c) Evalúe estas ecuaciones para valores de tiempo en el intervalo de 0 a 5 s cada 1s y represente estas tabulaciones en una tabla de valores.
- d) Represente gráficamente dichas tabulaciones.

e) Interprete la representación gráfica obtenida y diga cuántos metros se desplazó cada cuerpo antes de encontrarse.

T.31 Al estudiar el comportamiento de las velocidades de tres móviles que se mueven indistintamente de acuerdo al sistema de referencia elegido, se obtienen los valores representados en la tabla siguiente.

t (S)	V (m/ s) Cuerpo 1	V (m/s) Cuerpo 2	V (m/s) Cuerpo 3
0	10	0	40
5	20	20	20
10	30	20	0

T.31.1 ¿Qué tipo de movimiento llevan los cuerpos? Explica.

T 31.2. Calcule la aceleración de cada uno de ellos.

T.31.3 Construya la gráfica de $V = f(t)$ para cada uno de los cuerpos estudiados.

T 31.4. Interprete física y matemáticamente los resultados obtenidos en cuanto a, pendiente, monotonía, ceros, e intercepto de las funciones representadas.

T.31.5. Plantee la ecuación de $V = f(t)$ para cada uno de los cuerpos.

T.32 Un cuerpo se mueve de forma tal que la ecuación que describe su movimiento es:

$$X = t^2 + 4t - 5 \quad (X \text{ en m y } t \text{ en s}).$$

a) ¿Con qué tipo de movimiento se mueve el cuerpo?

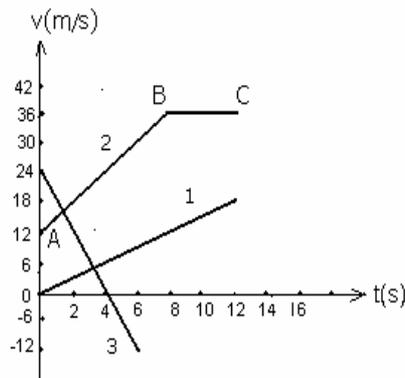
b) Determine la coordenada de la posición inicial, la velocidad inicial y la aceleración.

c) Demuestre analíticamente que tiempo demora el cuerpo en alcanzar el punto de referencia. Confronte este resultado con el método gráfico.

d) Plantee la ecuación de $V = f(t)$ para este cuerpo y represéntela gráficamente.

T.33. La gráfica de la figura representa el comportamiento de la velocidad en el transcurso del tiempo al estudiar el movimiento rectilíneo de tres cuerpos

- Calcule la aceleración de cada cuerpo.
- Explique cómo se relacionan los valores de la aceleración con la pendiente de las rectas. ¿A qué conclusión puede llegar?



- Calcule el desplazamiento de los cuerpos 1 y 2 durante el tiempo en que se estudió el movimiento.
- Determine la ecuación de la $V = f(t)$ para cada cuerpo.
- Determine la ecuación de la $X = f(t)$ para cada cuerpo si todos se encontraban inicialmente a 5 m del cuerpo de referencia.
- Construya la gráfica de $X = f(t)$ para el cuerpo 1.

2.4 Evaluación del sistema de tareas mediante su aplicación en la práctica pedagógica.

En este epígrafe se presenta el análisis de los resultados obtenidos en la experimentación del sistema de tareas, a partir del pre-experimento realizado, con medida pretest y postest.

En el trabajo se identifica como **variable independiente** el sistema de tareas y como **variable dependiente** el nivel alcanzado por los estudiantes en el tratamiento de la modelación matemática de problemas durante el proceso de aprendizaje de la Cinemática.

Para la evaluación del nivel alcanzado por los estudiantes en el tratamiento de la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la Cinemática se aplicó el procedimiento siguiente:

1. Determinación de dimensiones e indicadores.
2. Modelación matemática de los indicadores mediante variables.
3. Medición de los indicadores.
4. Procesamiento estadístico de los datos.
5. Elaboración de juicios de valor sobre el objeto de evaluación.

Determinación de dimensiones e indicadores:

En el análisis del nivel alcanzado por los alumnos en la resolución de problemas donde el modelo matemático sean las funciones racionales estudiadas en la unidad, se identificaron dos dimensiones, para tener en cuenta en su evaluación: la dimensión cognitiva y la dimensión motivacional.

Para determinar los indicadores de la dimensión cognitiva (C) se tuvieron en cuenta las operaciones a ejecutar por el alumno en la modelación matemática de problemas. Se consideraron los siguientes indicadores:

1. Reconocer la analogía entre las ecuaciones que describen una función lineal del tipo $y = m x + n$ y sus aplicaciones físicas y argumentar relaciones de proporcionalidad entre las magnitudes relacionadas.
2. Relacionar y comparar las ecuaciones que describen una función lineal con situaciones físicas y argumentar de acuerdo a: monotonía y pendiente de la función.
3. Formular situaciones problémicas que se puedan resolver mediante ecuaciones lineales o cuadráticas.

Los indicadores de la dimensión motivacional (M) son:

1. Interés y motivación por conocer las funciones que describen la Cinemática del movimiento.
2. Estado de ánimo durante el estudio de los modelos matemáticos que describen la Cinemática del movimiento.
3. Interés y nivel de pertenencia por las tareas a resolver, relacionadas con las ecuaciones lineales y cuadráticas y su representación gráfica.

Modelación matemática de los indicadores mediante variables.

La modelación matemática de los indicadores requiere de la ejecución de las acciones siguientes:

1. Representar cada indicador mediante una variable.
2. Determinar el dominio de la variable.
3. Determinar los criterios para asignar a la variable cada uno de los elementos del dominio.

En la tabla mostrada en el anexo 5 aparecen los resultados de la aplicación de las acciones 1 y 2 a los indicadores.

En la tabla que aparece en el anexo 6 se muestra la matriz de valoración de los indicadores en una escala de bien (B), regular (R) y mal (M).

Para la medición de los indicadores de cada dimensión, se utilizaron distintos instrumentos que se especifican en la tabla del anexo 7.

Procesamiento estadístico de los datos

Estado inicial (pretest).

Para la valoración del estado inicial de los alumnos para la modelación matemática de problemas, al comienzo del pre-experimento, se aplicó una prueba de entrada a los alumnos seleccionados como muestra, así como la observación a clases.

En la tabla que aparece en el anexo 8 se muestra la base de datos con los valores de los indicadores de cada dimensión en la etapa inicial del pre-experimento y en el anexo 9 se muestran las frecuencias absolutas y relativas de categorías por indicador.

El análisis efectuado anteriormente a cada uno de los indicadores de la variable dependiente y la valoración realizada a los datos mostrados, permitió concluir que: Los indicadores con mayores dificultades fueron:

- ✚ Relacionar y comparar las ecuaciones que describen una función lineal con situaciones físicas y argumentar de acuerdo a: monotonía y pendiente de la función.
- ✚ Formular situaciones problemáticas que se puedan resolver mediante ecuaciones lineales o cuadráticas.
- ✚ Interés y nivel de pertenencia por las tareas a resolver, relacionadas con las ecuaciones lineales y cuadráticas y su representación gráfica.

Resultado final (postest).

Similar a lo realizado en el pretest, en la valoración del estado final del nivel alcanzado por los alumnos en la modelación matemática de problemas, se aplicó una prueba pedagógica y la observación a clases. En el anexo10 se muestra una base de datos con los resultados de la medición de los indicadores en la etapa final y en el anexo 11 se muestran las frecuencias absolutas y relativas de categorías por indicador.

El análisis efectuado a cada uno de los indicadores de la variable dependiente y la valoración realizada a los datos mostrados, permitió concluir que:

Los indicadores donde se alcanzan menos resultados son:

- ✚ Formular situaciones problemáticas que se puedan resolver mediante ecuaciones lineales o cuadráticas.
- ✚ Interés y nivel de pertenencia por las tareas a resolver, relacionadas con las ecuaciones lineales y cuadráticas y su representación gráfica.

Comparación entre los resultados del pretest y postest.

En los anexos del 12 al 17 se muestra de forma comparativa, antes y después de introducido el sistema de tareas, el comportamiento de cada uno de los indicadores utilizados en el pre- experimento, a través de tablas de frecuencias, con sus respectivos gráficos de barras, que describen los porcentajes por categorías de la escala de los indicadores de cada dimensión.

Después de analizar los datos que contienen las tablas de frecuencias, las gráficas de barras, y las valoraciones realizadas sobre el comportamiento de cada indicador se pudo constatar que:

El número de alumnos que identifica los modelos matemáticos y argumenta de acuerdo a las relaciones de proporcionalidad existente aumentó de un 40% a un 88%.

En la etapa inicial tres alumnos para un 12% de la muestra, identifican los modelos matemáticos pero no argumentan, esta cifra disminuye a un 4 % en la etapa final.

El número de alumnos que no identifica los modelos matemáticos decreció de un 48% a un 8%.

El total de alumnos que relaciona y compara modelos matemáticos con situaciones físicas y argumenta de acuerdo a: monotonía y pendiente de la función aumentó de un 24% a un 80%. En la etapa inicial un alumno identifica los modelos matemáticos, pero no argumenta. Esta cifra se mantuvo en la etapa final (4%).

En la primera etapa el 72% no relacionan ni comparan modelos matemáticos con situaciones físicas, reduciéndose en la etapa final a un 16%.

Sólo planteaban situaciones problemáticas relacionadas con ecuaciones lineales o cuadráticas el 16% de los alumnos y esta cifra aumentó a un 72%, el 4% de los alumnos planteaban problemas con incoherencias u omisión de datos, este por ciento se mantuvo al concluir el pre- experimento, el 80% de los alumnos no formulaban situaciones problemáticas, reduciéndose esta cifra en la etapa final a un 24%.

Es de significar, que en la etapa inicial mostraban interés y motivación por conocer las funciones que describen la Cinemática del movimiento el 24%, incrementándose a un 80%, el 20% se sintió motivado en ocasiones, reduciéndose a un 12%, el 56% no mostró interés ni se sintió motivado, disminuyendo a un 8%.

Al comenzar el estudio, los datos recopilados revelaron que el 44% mostraba buen estado de ánimo durante el estudio de las funciones que describen la Cinemática del movimiento, incrementándose a un 76%. El 12% mostró buen estado de ánimo en ocasiones, manteniéndose en la etapa final; el 44% no mostró buen estado de ánimo durante la actividad reduciéndose la cifra a un 12%.

Al comienzo del estudio el 20% mostraba interés y nivel de pertenencia por las tareas a resolver, relacionadas con las ecuaciones lineales y cuadráticas y su representación gráfica., incrementándose a un 72%, el 12% mostró interés en ocasiones, manteniéndose en la etapa final, el 68% no mostró interés reduciéndose a un 16% en la etapa final del proceso.

Conclusiones.

- ✚ En la determinación de los fundamentos teóricos y metodológicos se pudo constatar que los conceptos estudiados no reciben un tratamiento eficaz., se exponen de forma meramente descriptiva y directa, además no se esclarecen las leyes de dependencia o de proporcionalidad entre las magnitudes físicas durante el tratamiento de las fórmulas estudiadas por lo que las tareas que se proponen en el texto, no pueden potenciar las relaciones entre ambas asignaturas para propiciar el acceso al conocimiento.
- ✚ En el diagnóstico realizado se pudo constatar que existen dificultades para la modelación matemática durante el aprendizaje de la Cinemática, los estudiantes no son capaces de reconocer la analogía entre las ecuaciones que describen una función lineal del tipo $y = m x + n$ y sus aplicaciones físicas, no interpretan relaciones de proporcionalidad entre magnitudes, ni plantean situaciones problemáticas cuya solución requiera del empleo de las funciones elementales.
- ✚ El sistema de tareas conformado para la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la Cinemática contribuyó a obtener resultados superiores en la práctica escolar.
- ✚ Se verificó que los resultados obtenidos con la aplicación de las tareas son factibles ya que aumentaron los niveles de asimilación, motivación y los resultados en el aprendizaje.

Recomendaciones.

- ✚ Continuar trabajando para lograr la adecuada integración de los conocimientos sobre las dependencias funcionales tratadas en Matemática al estudio de los conceptos y principios físicos.
- ✚ Continuar elaborando sistemas de tareas para el resto de las unidades que deben ser tratadas en la asignatura para este nivel, que den continuidad a las concepciones adoptadas en este trabajo.

Bibliografía.

Álvarez de Zayas, Carlos. (1989). *Aspectos de Metodología de la Enseñanza de la Física*. La Habana: Editorial pueblo y Educación.

Arteaga, Valdés, E. (2000). *Sistema de tareas para el trabajo independiente creativo de los alumnos. Tesis en opción al grado científico de doctor en Ciencias Pedagógicas*. ISP"Conrado Benítez. Cienfuegos".

Ballester, S...et. al. (1992). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática, Tomo 1*. Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Campistrous, PL... et. al. (1989 a). *Matemática Décimo grado*. La Habana: Editorial Pueblo Educación.

Campistrous, PL... et. al. (1989 b). *Orientaciones metodológicas Matemática décimo grado* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Colectivo de autores cubanos. (1992). *Lecciones de Filosofía Marxista-Leninista Tomo I*: Editorial Pueblo y Educación.

Concepción, M. R. (1989). *El Sistema de Tareas como medio para la formación y desarrollo de los conceptos relacionados con las disoluciones en la Enseñanza General Media*, Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, Holguín.

Davíдов, V y A. Radzиковsky. (1984). "La obra científica de L.S Vigotsky y la Psicología moderna". Educación Superior contemporánea. No.3. 8-15.

Feria, F. (1996). *Un Modelo Didáctico dirigido a la formación de profesores de Matemática-Computación*. Tesis de Maestría, ISP"José de la Luz y Caballero", Holguín

Garcés, W. (2000). *El Sistema de Tareas como Modelo de Actuación Didáctica en la formación de profesores de Matemática-Computación*. Tesis de Maestría. ISP "José de la Luz y Caballero". Holguín.

Gascón, Joseph. (1994). "El papel de la Resolución de Problemas en la Enseñanza de las Matemáticas". Educación Matemática. vol. 6, Nº 3. México: Grupo Editorial Ibero América.

Gil Escudero, G...et. al. (2000). "La Medida de los Conocimientos y Destrezas de .los Alumnos". Un Nuevo Marco para la Evaluación. Proyecto PISA. España en: <http://www.ince.mec.es/diag/mat16.htm>.

González Maura, Viviano, et al. (1995). *Psicología para educadores*: Editorial Educación.

González Rodríguez, Blanca E. (2001). *La preparación para la modelación matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje*. Tesis para optar por el grado científico en ciencias pedagógicas. UCLV. Santa Clara, Cuba.

Herrera, R. C. (2004). *Sistema de tareas con enfoque interdisciplinario*. IPLAC. La Habana.

Informe Central al Primer Congreso del PCC. (1978). La Habana, Cuba: Editorial Ciencias.

Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo de España [INECSE]. (2003). Marcos teóricos de PISA. *Conocimientos y destrezas en matemáticas, lectura, ciencias y solución de problemas* en <http://www.ince.mec.es/diag/mat16.htm>

Jil, P. D et al. (1996). *Temas escogidos de la didáctica de la Física*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Jil, D Guzmán, M. (1993). *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e innovaciones*. Universidad de Valencia: Editorial Popular.

Kilpatrick, J. (1998). *A retrospective account of the past twenty-five years of research on teaching mathematical problem solving*. In E. A. Silver (p1- 15). Hillsdale NJ.

Lenin. V. I. (1979) *Cuadernos Filosóficos*. La Habana: Editorial. Progreso.

Leontiev, A. (1981). *Actividad, conciencia y personalidad*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Martínez LLantada, M. (1987). *La enseñanza problémica de la Filosofía Marxista Leninista*. La Habana: Editorial de Ciencias Sociales.

Mederos Anoceto, Otilio. (2002). “*La formación, desarrollo y generalización de conceptos en la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática*”. Conferencia impartida en el evento RELME: Editorial Facultad de ciencias Físico Matemáticas.

Mederos, O. y González, B. E. (2005). *La modelación en la Educación Matemática*. México: Editorial Facultad de ciencias Físico Matemáticas

Medina, A. (1994). *Matemática onceno grado*. La Habana, Cu: Editorial Pueblo y Educación.

MINED (1989). *Orientaciones metodológicas para la solución de problemas de oncenno grado*. La Habana, Editorial Pueblo y Educación.

MINED (1990). *Orientaciones metodológicas, Física décimo grado*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

MINED (1990). *Libro de texto Física décimo grado*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

MINED (2000). *Selección de Temas Psicopedagógicos*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación

MINED (2001). *Seminario Nacional para el Personal Docente*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

MINED (2001). *Reunión Preparatoria Nacional del curso escolar 2001–2002*.

MINED (2004). *Programa de Física de décimo grado*. La Habana: Editorial Pueblo y educación.

MINED (2005). *Maestría en Ciencias de la Educación. Módulo 1: primera parte*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

MINED (2005). *Maestría en Ciencias de la Educación. Módulo 1: segunda parte*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

MINED (2005). *Maestría en Ciencias de la Educación. Módulo 2: primera parte*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

MINED. (2005). *Maestría en Ciencias de la Educación. Módulo 2: segunda parte*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

MINED (2005). *Maestría en Ciencias de la Educación. Módulo 3: primera parte*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

MINED (2005). *Maestría en Ciencias de la Educación. Módulo 3: segunda parte*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

MINED (2006). *VII Seminario Nacional para Educadores*. Folleto impreso. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

MINED (2006). TV Educativa. Curso 2005_2006. *Guía para el maestro del CSIJ*: Colectivo de autores cubanos: Editorial Pueblo y Educación.

Petrovski, A. V. (1978). *Psicología General*. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.

- Rodríguez, R, y Bermúdez, S. R. (1996). *La personalidad del adolescente*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación
- Rubinstein, S. L. (1967). *Principios de psicología general*. La Habana: Edición Revolucionaria. Instituto Cubano del Libro
- Ruiz Pérez, Aldo. (2002). “*La etapa de la formación de un concepto matemático en el proceso pedagógico*”. Revista Pedagogía y Sociedad. Sancti Spíritus.
- Schnewly, B. (1992). “*La concepción Vigotskiana del lenguaje escrito*” Revista Comunicación, Lenguaje y Educación. Madrid. No.16, .49-59.
- Sigarreta Almira, José María (2001). *Incidencia del tratamiento de los problemas matemáticos en la formación de valores*. Tesis en opción del grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. ISP”José de la Luz y Caballero”. Holguín.
- Talízina, N. (1988). *Psicología de la Enseñanza*. Moscú: Editora. Progreso. Tesis y Resoluciones al Primer Congreso del PCC. (1978). La Habana, Cuba: Editorial de Ciencias.
- Tíjonov, A; D Kostomárov. (1987). *Conferencia de introducción a las matemáticas aplicadas*. Moscú: Editorial MIR.
- Trillo, F. (1989). “Metacognición y Enseñanza”. *Revista Enseñanza Universidad de Salamanca España*. No.1, 105-118.
- Turner, LY, et al. (1988). *Se aprenden a aprende*. La Habana: Editorial. Pueblo y Educación.
- Ursul, A.D. et.al, (1981). *La dialéctica y los métodos científicos generales de Investigación* La Habana: Editorial de Ciencias Sociales.
- UNESCO, Montevideo, 1979. *Módulos sobre temas de interrelación entre la Física y la Matemática en la escuela secundaria*. Volumen veintiuno de la revista Dialéctica.
- Usanov, V. (1982). *Metodología de la enseñanza de la Física*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Valdés Castro, Pablo, et al. 1999). *El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Física en las condiciones contemporáneas*. La Habana: Editorial Academias.

Valdés Castro, Pablo, et al. (2009). *Enseñanza de la Física elemental*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Vigotsky, L. S. (1982). *Pensamiento y Lenguaje*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Vigotsky, L. (1983). *Pensamiento y Lenguaje*, en “*El Proceso de Formación de la Psicología Marxista*”: Editorial Progreso

ANEXOS

Anexo I

Fuente: Guía de Observación.

Objetivo: Observar como transcurre el proceso de aprendizaje de la Cinemática en cuanto a la medida en que se pone en práctica la integración de conocimientos para dar tratamiento a los contenidos de la unidad, en concordancia con las tendencias modernas de la enseñanza de las ciencias.

Guía de observación.

La observación planificada del proceso estará dirigida hacia la manifestación de diferentes parámetros o indicadores, relacionados con el desarrollo de los conocimientos y habilidades que poseen los alumnos para la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la Cinemática, al

- a) identificar relaciones de proporcionalidad entre las magnitudes estudiadas en la unidad.
- b) identificar relaciones de proporcionalidad entre las magnitudes expresadas mediante tablas, gráficas o ecuaciones.
- c) relacionar el valor numérico de la constante de proporcionalidad con la inclinación (pendiente de la recta) con respecto a la parte positiva del eje de las abscisas.
- d) reconocer la analogía entre las ecuaciones que describen una función lineal del tipo $y = m x + n$ y sus aplicaciones físicas,
 $X = V t + X_0$ y $V = a t + V_0$
- e) interpretar la analogía entre las representaciones gráficas correspondientes.

Anexo 2

Fuente: Guía de observación.

Objetivo: Constatar el interés que sienten los alumnos por el aprendizaje de las funciones elementales (modelos matemáticas) tratadas durante el estudio de la Cinemática.

Tiempo de observación:

Tema o asunto a tratar:

Aspectos a observa:

a) En la clase observada, al comenzar el estudio de las funciones tratadas durante la unidad de Cinemática el alumno:

___ muestra motivación.

___ en ocasiones muestra motivación.

___ no muestra motivación.

b) Mientras el alumno estudia los modelos matemáticos relacionados con las función lineales y cuadráticas:

___ muestra buen estado de animó al demostrar perseverancia.

___ en ocasiones muestra buen estado de ánimo.

___ no muestra buen estado de ánimo.

c) Después del alumno conocer las funciones que describen la Cinemática del movimiento:

___ Logra interés y nivel de pertenencia por las tareas a resolver, relacionadas con las funciones lineales y cuadráticas.

___ en ocasiones muestra interés por resolver las tareas (ejercicios y problemas) relacionados con las funciones.

___ no muestra interés ni sentido de pertenencia por resolver ejercicios relacionados con dichas funciones.

Anexo 3

Fuente: Prueba pedagógica inicial para estudiantes del primer semestre de la Enseñanza de Jóvenes y Adultos.

Objetivo: Diagnosticar el nivel de preparación que poseen los estudiantes para modelar matemáticamente problemas de Cinemática.

Estimado alumno:

En el centro se realiza una investigación con el propósito de detectar posibles dificultades en el proceso de aprendizaje de la asignatura Física en el primer semestre de esta enseñanza. Para lograrlo, es necesario que colabore y responder con seriedad las preguntas realizadas, al expresar los conocimientos y habilidades que posee sobre algunos aspectos del contenido estudiado en clases

1) Identifique con cuál de las ecuaciones siguientes podemos representar, la coordenada de un cuerpo animado de movimiento rectilíneo uniforme. Argumente al tener en cuenta la relación de proporcionalidad establecida entre las magnitudes representadas.

a) $X = 3t^2 + 2$ b) $X = 4t + 3$ c) $X = 3 / 5 t$

2) Relacione la columna A con los planteamientos que se hacen en la columna B. Plantee la ecuación matemática (modelo matemático) que describe cada movimiento, compárela con el modelo gráfico que corresponda, y argumente de acuerdo a: pendiente y monotonía de la función.

A Formas de movimiento.	B Características cinemáticas.
Movimiento rectilíneo uniforme.	<ul style="list-style-type: none"> - La variación de la dirección del movimiento provoca aceleración. - La relación entre la velocidad y el tiempo puede ser representada mediante una función lineal.
Movimiento rectilíneo uniformemente variado.	<ul style="list-style-type: none"> - La velocidad del cuerpo es una función constante en relación con el tiempo.

3. Formule una situación problémica relacionada con la práctica social que se pueda resolver matemáticamente mediante una ecuación lineal o cuadrática.

Anexo 4

Fuente: Prueba pedagógica final para alumnos del primer semestre de la Enseñanza de Jóvenes y Adultos.

Objetivo: Diagnosticar el nivel alcanzado por los estudiantes en el tratamiento de la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la Cinemática.

Estimado alumno:

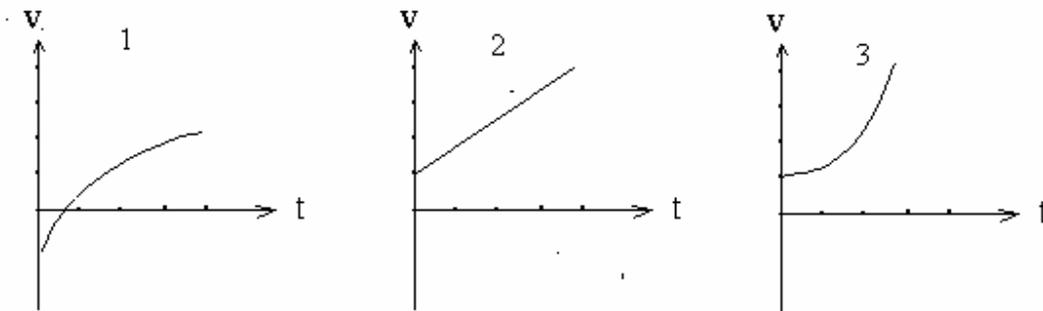
Se desea conocer cómo se ha asimilado el proceso de aprendizaje de la Cinemática en cuanto al tratamiento de la modelación matemática de las funciones elementales estudiadas, con el propósito de perfeccionar el trabajo en esta dirección. Se le agradece si colabora al responder con seriedad las preguntas siguientes.

1) Identifique con cuál de las ecuaciones siguientes podemos representar la relación entre la velocidad y el tiempo durante el movimiento rectilíneo uniformemente variado. Argumente al tener en cuenta la relación de proporcionalidad establecida entre dichas magnitudes.

___ $V = \sqrt{6t} - 3$ ___ $V = (1/3t) + 9$ ___ $V = 5t + 3$

2) Relacione y compare la función seleccionada con el modelo gráfico correspondiente. Argumente al tener en cuenta cómo se relaciona la monotonía de la función y la pendiente con la aceleración del MRUV.

3. Elabore y formule una situación problemática relacionada con la práctica social que se pueda modelar mediante una ecuación lineal o cuadrática.



Anexo 5

Modelo estadístico de los indicadores			
Dimensión	Indicador	Variable estadística	Dominio

C	1	m_{11}	{B, R, M}
	2	m_{12}	
	3	m_{13}	
M	1	m_{21}	
	2	m_{22}	
	3	m_{23}	

Instrumentos utilizados en la medición de los indicadores		
Dimensión	Indicador	Ítem
C	1	Anexo 3 ítem 1, anexo 4 ítem 1
	2	Anexo 3 ítem 2, anexo 4 ítem 2
	3	Anexo 3 ítem 3, anexo 4 ítem 3
M	4	Anexo 2 ítem 1
	5	Anexo 2 ítem 2
	6	Anexo 2 ítem 3

Anexo 6

Matriz de valoración de los indicadores.			
Dimensión cognitiva	Escala		
	B	R	M

Indicador 1	Si identifica los modelos matemáticos y argumenta.	Si identifica los modelos matemáticos y no argumenta.	Si no identifica los modelos.
Indicador 2	Si relaciona y comparara las ecuaciones que describen una función lineal con situaciones físicas y argumenta.	Si las relaciona y no argumenta.	Si no relaciona.
Indicador 3	Si formula situaciones problémicas que se puedan modelar mediante funciones lineales o cuadráticas.	Si formula situaciones problémicas con incoherencias y/u omisión de datos.	Si no plantea situaciones problémicas que se puedan modelar por las funciones estudiadas.
Dimensión motivacional-volitiva	B	R	M
Indicador 1	.Si muestra interés y motivación por conocer las funciones que describen la Cinemática	Si en ocasiones muestra interés y motivación.	Si no muestra interés y motivación.
Indicador 2	Si muestra buen estado de ánimo y	Si en ocasiones muestra buen	Si no muestra buen estado de

3	B	B	M	B	M	B	R	B	B	B	M	B
4	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
5	B	B	B	B	M	B	B	B	R	B	M	B
6	M	B	M	B	M	B	M	B	M	B	M	B
7	M	B	M	B	M	B	M	B	M	B	M	B
8	B	B	M	R	M	M	B	B	B	B	R	M
9	R	B	M	R	M	M	R	R	B	B	R	M
10	M	B	M	B	M	B	M	B	R	B	M	B
11	B	B	B	B	M	R	M	R	M	M	M	B
12	M	B	M	B	B	B	B	B	B	B	B	B
13	M	B	M	B	M	R	M	B	M	B	M	R
14	M	M	M	B	M	B	M	B	M	B	M	B
15	R	B	M	R	M	B	M	M	M	M	M	R
16	M	R	M	B	M	B	M	B	M	B	M	B
17	B	B	M	M	M	R	M	R	B	M	M	R
18	M	M	M	R	M	B	M	M	M	R	M	B
19	M	B	M	B	M	M	M	B	M	B	M	M
20	M	B	M	B	M	M	R	B	R	R	M	M
21	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
22	M	B	B	B	M	B	M	B	B	B	M	M
23	R	B	M	B	R	B	B	B	B	B	R	B
24	M	B	M	B	M	B	M	B	M	R	M	B
25	B	B	M	B	B	B	R	B	B	B	B	B

Anexo 8

Frecuencias absolutas y relativas de categorías por indicador.												
Indicadores												
Cat.	1		2		3		4		5		6	
	FA	%										
B	10	40.0	6	24.0	4	16.0	6	24.0	11	44.0	5	20.0
R	3	12.0	1	4.0	1	4.0	5	20.0	3	12.0	3	12.0
M	12	48.0	18	72.0	20	80.0	14	56.0	11	44.0	17	68.0

Juicios de valor sobre el nivel alcanzado por los alumnos en el tratamiento de la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la Cinemática, antes de aplicar el sistema de tareas.

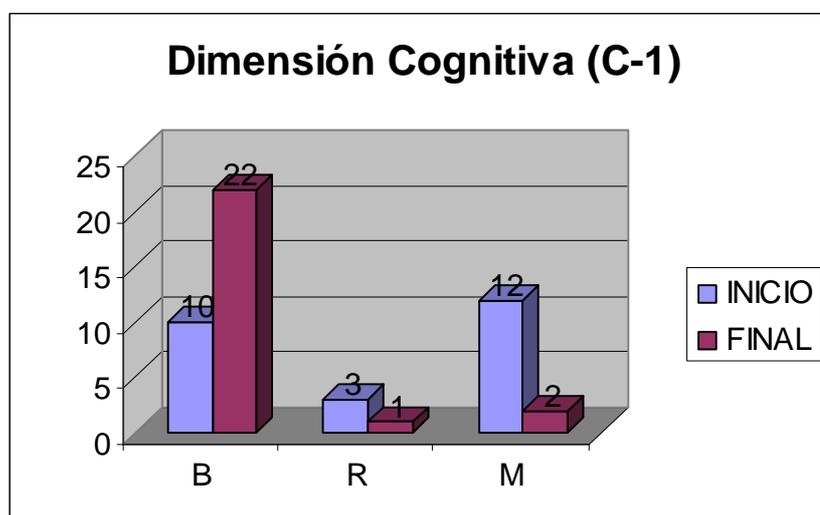
Frecuencias absolutas y relativas de categorías por indicador.												
Indicadores												
Cat.	1		2		3		4		5		6	
	FA	%	FA	%	FA	%	FA	%	FA	%	FA	%
B	22	88,0	20,0	80,0	18	72,0	20	80,0	19	76,0	18	72,0
R	1	4,0	1	4,0	1	4,0	3	12,0	3	12,0	3	12,0
M	2	8,0	4	16,0	6	24,0	2	8,0	3	12,0	4	16,0

Juicios de valor sobre el nivel alcanzado por los alumnos en el tratamiento de la modelación matemática durante el proceso de aprendizaje de la Cinemática, después de aplicar el sistema de tareas

Anexo 9

Dimensión cognitiva según el indicador: “Reconocer la analogía entre las ecuaciones que describen una función lineal del tipo $y = m x + n$ y sus aplicaciones físicas y argumentar relaciones de proporcionalidad entre magnitudes relacionadas ”(C1)

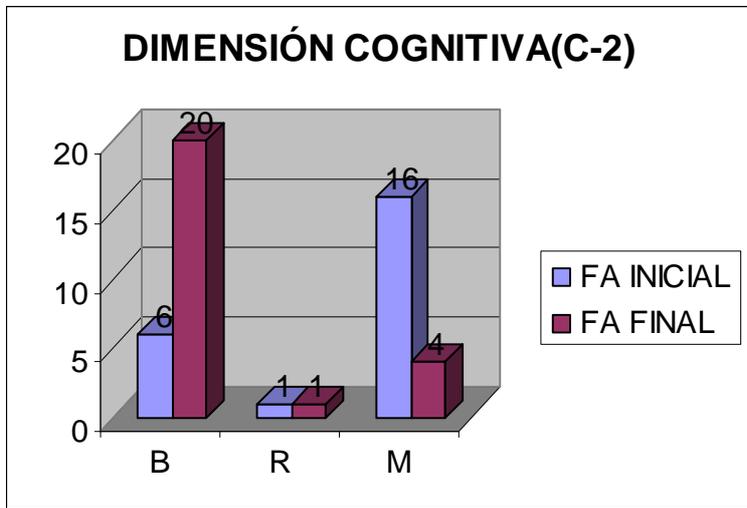
Categorías	Etapa inicial		Etapa final	
	FA	%	FA	%
B	10	40,0	22	88
R	3	12	1	4
M	12	48	2	8



Anexo 10

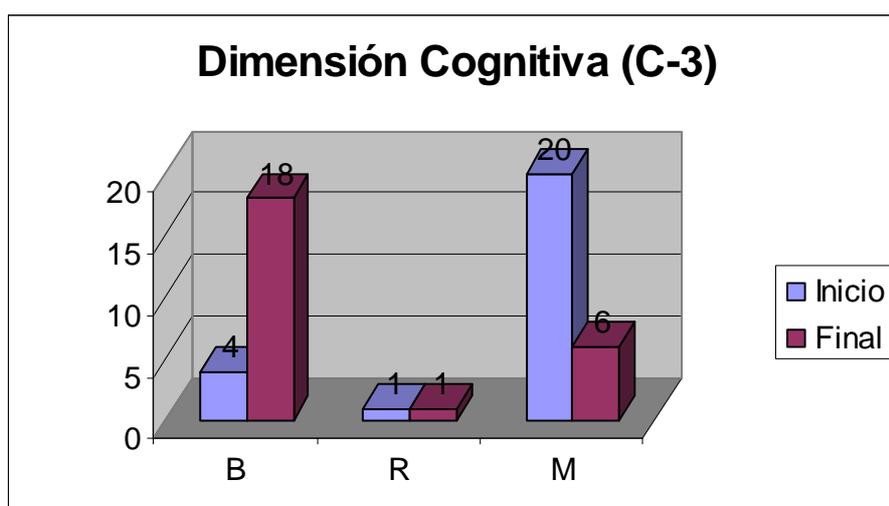
Dimensión cognitiva según el indicador " Relacionar y comparar las ecuaciones que describen una función lineal con situaciones físicas y argumentar de acuerdo a: monotonía y pendiente de la "(C2)

Categorías	Etapa inicial		Etapa final	
	FA	%	FA	%
B	6	24,0	20	80,0
R	1	4	1	4,0
M	16	72,0	4	16,0



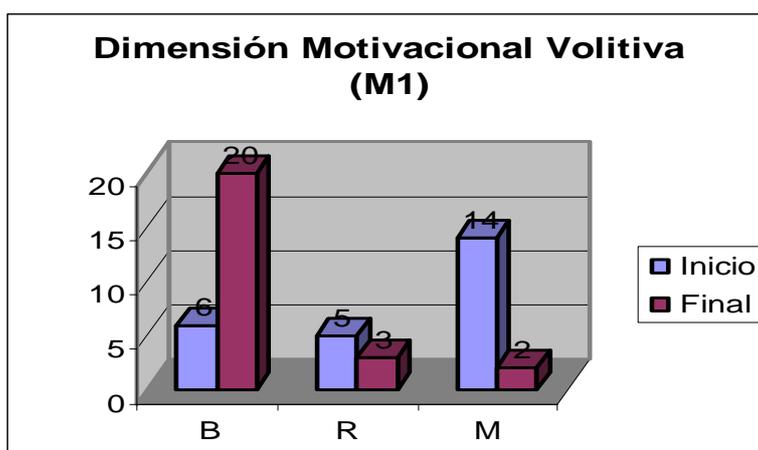
Anexo 11

Dimensión cognitiva según el indicador “formular situaciones problémicas cuyo modelo matemático para su solución sean ecuaciones lineales o cuadráticas (C3)				
Categorías	Etapa inicial		Etapa final	
	FA	%	FA	%
B	4	16,0	18	72,0
R	1	4,0	1	4,0
M	20	80,0	6	24,0



Anexo12

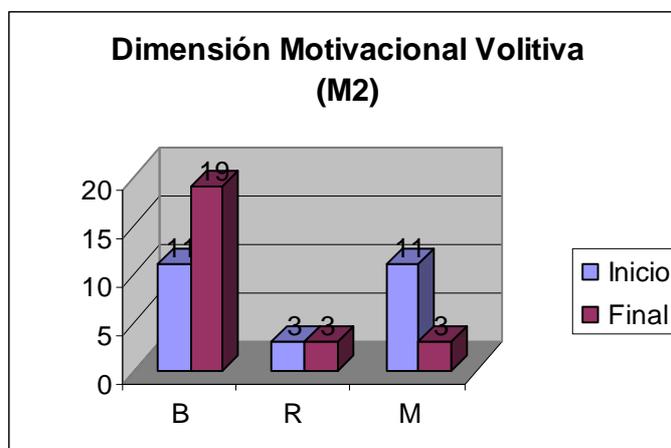
Dimensión Motivacional-volitiva según el indicador "Interés y motivación por conocer las funciones que describen la Cinemática del movimiento" (M1)				
	Etapa inicial		Etapa final	
Categorías	FA	%	FA	%
B	6	24,0	20	80,0
R	5	20,0	3	12,0
M	14	56,0	2	8,0



Anexo 13

Dimensión Motivacional-volitiva según el indicador “ estado de ánimo durante el estudio de los modelos matemáticos que describen la Cinemática del movimiento al demostrar perseverancia” (M2)

Categorías	Etapa inicial		Etapa final	
	FA	%	FA	%
B	11	44,0	19	76,0
R	3	12,0	3	12,0
M	11	44,0	3	12,0



Anexo 14

Dimensión Motivacional-volitiva según el indicador “interés y nivel de pertenencia por las tareas a resolver, relacionadas con las ecuaciones lineales y cuadráticas y su representación gráfica”(M3)				
Categorías	Etapa inicial		Etapa final	
	FA	%	FA	%
B	5	20,0	18	72,0
R	3	12,0	3	12,0
M	17	68,0	4	16,0

Dimensión Motivacional Volitiva (M3)

